

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

CONHECIMENTOS RELACIONADOS À EQUAÇÃO DO 1º GRAU  
MANIFESTADOS POR ESTUDANTES MOÇAMBICANOS E  
BRASILEIROS AO RESOLVEREM SITUAÇÕES-PROBLEMA  
MISTAS

**Pedro Janú Valentim**

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
**PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ – UNESPAR  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA – PRPGEM

CONHECIMENTOS RELACIONADOS À EQUAÇÃO DO 1º GRAU MANIFESTADOS  
POR ESTUDANTES MOÇAMBICANOS E BRASILEIROS AO RESOLVEREM  
SITUAÇÕES-PROBLEMA MISTAS

Pedro Janú Valentim

Orientadora:  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Veridiana Rezende

O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) e da Coordenação e Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES).

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa *Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática*, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão – PR  
Março de 2026

**Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

Valentim, Pedro  
Conhecimentos relacionados à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros ao resolverem situações-problema mistas / Pedro Valentim. -- Campo Mourão-PR, 2026.  
162 f.: il.


Orientador: Veridiana Rezende.  
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -- Universidade Estadual do Paraná, 2026.

1. Didática da Matemática. 2. Equações do 1º Grau. 3. Campos Conceituais. 4. Álgebra. 5. Situações-problema mistas. I - Rezende, Veridiana (orient). II - Título.

Pedro Janú Valentim


CONHECIMENTOS RELACIONADOS À EQUAÇÃO DO 1º GRAU  
MANIFESTADOS POR ESTUDANTES MOÇAMBICANOS E BRASILEIROS AO  
RESOLVEREM SITUAÇÕES-PROBLEMA MISTAS

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente  
 VERIDIANA REZENDE  
Data: 31/03/2026 08:21:23-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Profa. Dra Veridiana Rezende  
Orientadora e Presidente da Comissão Examinadora  
Universidade Estadual do Paraná

Documento assinado digitalmente  
 MARLI SCHMITT ZANELLA  
Data: 30/03/2026 20:39:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Profa. Dra. Marli Schmitt Zanella  
Examinadora Interna  
Universidade Estadual do Paraná

Documento assinado digitalmente  
 MARIANA MORAN BARROSO  
Data: 30/03/2026 17:12:44-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Mariana Moran  
Examinadora Externa  
Universidade Estadual de Maringá

Documento assinado digitalmente  
 SONIA MARIA MONTEIRO DA SILVA BURIGATO  
Data: 30/03/2026 17:42:58-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Sonia Maria Monteiro da Silva Burigato  
Examinadora Externa  
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Resultado:  
**APROVADO**

Campo Mourão  
Março de 2026

*Dedico o presente trabalho a Deus.  
À minha família.*

## AGRADECIMENTOS

*Primeiramente, agradeço a Deus, por me proporcionar saúde, sabedoria, coragem e perseverança para enfrentar as dificuldades e conquistar meus propósitos nesta vida.*

*À minha família, que esteve comigo em todos os momentos desse percurso de estudos desde a graduação, sempre me incentivando, com amor e cuidado, principalmente nos dias de exaustão e nas noites sem dormir, em que não deixaram de apoiar minhas “aventuras” acadêmicas.*

*À minha querida professora e orientadora, Veridiana. Gratidão pela paciência, pelos ensinamentos, pelas valiosas conversas e pelas leituras sempre cuidadosas, essenciais para o meu progresso e amadurecimento para finalizar esta pesquisa com êxito. Agradeço-lhe pela oportunidade de ter sido seu orientando. A você, todo meu respeito, admiração e gratidão.*

*Às professoras da banca examinadora, Mariana e Sônia, agradeço pelas correções, pelos apontamentos e pelas sugestões, pois suas contribuições e ensinamentos foram fundamentais para esta pesquisa.*

*A todos os coordenadores, professores, funcionários e estagiários do Programa de Pós-Graduação em Matemática-PRPGEM, agradeço pelo convívio, pelas discussões e pelo incentivo, que em muito contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.*

*Aos meus colegas do PRPGEM, agradeço pela parceria e pelos incentivos ao longo desse processo, assim como pelos momentos de conversa, café e desabafos. Agradeço, acima de tudo, àqueles com quem construí uma amizade em especial; ela será levada para a vida daqui em diante.*

*Aos membros do GEPeDiMa, pelos momentos de convívio e conversas e por proporcionarem tantos momentos de aprendizagem. A participação de vocês foi essencial no desenvolvimento desta pesquisa.*

*A todos que contribuíram direta ou indiretamente com este trabalho, agradeço de todo coração.*

*O presente trabalho foi realizado com apoio da Universidade Estadual do Paraná-UNESPAR.*

## RESUMO

A presente pesquisa teve como principal objetivo *analisar conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas*. Situações-problema mistas são aquelas que envolvem, simultaneamente, relações de tipo multiplicativo (multiplicação e/ou divisão) e relações de tipo aditivo (adição e/ou subtração). A pesquisa é fundamentada na teoria dos Campos Conceituais — especialmente no que se refere à construção do protocolo de pesquisa e às análises dos dados produzidos pelos estudantes —, tendo o olhar voltado para as estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos. Para o desenvolvimento da investigação, foram elaboradas oito situações-problema mistas pertencentes às variações das classes/subclasses de proporção simples e transformação de medidas. O protocolo de pesquisa foi aplicado a 40 estudantes da 8ª classe, em Moçambique, e a 28 estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, no Brasil. Para a análise dos dados, foram consideradas as produções escritas de cada estudante, com foco nas estratégias e nos conhecimentos manifestados quanto à equação do 1º grau. Os resultados revelam que, diante de uma mesma situação, diferentes estratégias podem ser mobilizadas, como pictórica, cálculo mental, algoritmo aditivo e multiplicativo, mas também houve estudantes que optaram apenas por escrever a resposta final. Ao resolverem a situação-problema mista, os alunos manifestaram aspectos relacionados à equação do 1º grau, tais como: estado inicial, transformação, estado final, cota, incógnita, multiplicação um para muitos, partição, quarta proporcional, equivalência, correspondência e igualdade. Os dados também mostram que, em nenhuma das resoluções das situações-problema apresentadas pelos estudantes, verificou-se a manifestação de estratégias de resolução algébrica, o que ressalta a importância de o professor propor situações-problema que potencializem estratégias algébricas. Os resultados apontam que, tanto para os estudantes moçambicanos quanto para os brasileiros, a situação-problema de proporção simples de multiplicação do tipo um para muitos, associada à transformação negativa na busca pelo estado final, e as situações-problema de partição associadas à transformação negativa na busca pelo estado inicial e estado final, mostraram-se menos complexas. As análises revelam dificuldades e pouca familiaridade dos estudantes conforme variam as subclasses das situações-problema. Para os moçambicanos, essas dificuldades ocorreram nas situações-problema de proporção simples quarta proporcional associadas à transformação positiva em busca pelo estado inicial e estado final, proporção simples de cota associadas à transformação negativa em busca pelo estado inicial e final e multiplicação um para muitos associada à transformação negativa em busca pelo estado inicial. Já para os estudantes brasileiros, as dificuldades foram mais evidentes nas situações-problema de proporção simples multiplicação um para muitos associadas à transformação negativa em busca pelo estado inicial e na proporção simples cota associadas à transformação negativa em busca pelo estado final.

**Palavras-chave:** Didática da Matemática; Equações do 1º Grau; Campos Conceituais; Álgebra; Estrutura Multiplicativa; Estrutura Aditiva.

## ABSTRACT

The main objective of this research was to analyze the knowledge of first-degree equations demonstrated by Brazilian and Mozambican students when solving mixed problem situations. Mixed problem situations are those that simultaneously involve multiplicative (multiplication and division) and additive (addition and subtraction) relationships. The research is based on the theory of Conceptual Fields, especially regarding the development of the research protocol and analysis of the data produced by the students, focusing on the strategies demonstrated by Brazilian and Mozambican students. For the development of the investigation, eight mixed problem situations were created, belonging to variations of the classes/subclasses of simple proportion and transformation of measures. The research protocol was implemented with forty 8th-grade students in Mozambique and twenty-eight 8th-grade students in Brazil. Data analysis considered each student's written work, focusing on the strategies and knowledge related to first-degree equations demonstrated by the students. The results reveal that, faced with the same situation, students employed different strategies, such as pictorial methods, mental calculation, additive and multiplicative algorithms, as well as students who opted only to write the final answer. When solving the mixed problem situation, students expressed ideas related to first-degree equations, such as: initial state, transformation, final state, quota, unknown, one-to-many multiplication, partition, fourth proportional, equivalence, correspondence, and equality. The data also show that, in all the solutions to the problem situations presented by the students, there was no manifestation of algebraic resolution strategies, which highlights the importance of the teacher proposing problem situations that favor the mobilization of strategies related to the concept of first-degree equations, in order to enhance the development of algebraic thinking. The results indicate that, for both Mozambican and Brazilian students, the problem situation of simple multiplication of the one-to-many type, associated with negative transformation in the search for the final state, as well as the problem situations of partition associated with negative transformation in the search for the initial and final states, proved to be less complex. The analyses reveal the existence of difficulties and a lack of familiarity among students as the subclasses of problem situations vary. For Mozambican students, these difficulties occurred in the problem situations of simple fourth-proportional equations associated with positive transformations seeking the initial and final states, simple quota proportions associated with negative transformations seeking the initial and final states, and one-to-many equations associated with negative transformations seeking the initial state. Meanwhile, for Brazilian students, these difficulties were more evident in the problem situations of one-to-many equations associated with negative transformations seeking the initial state and in the simple quota proportion associated with negative transformations seeking the final state. In this case, it becomes necessary for the teacher to work with different problem situations in the classroom, since this diversity contributes to the student's understanding of the concept of first-degree equations.

**Keywords:** Mathematics Didactics; First-Degree Equations; Conceptual Fields; Additive and Multiplicative Structure; Algebra.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Símbolo do Ahá.....	26
Figura 2 – Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado final da situação-problema 1 .....	58
Figura 3 - Esquema relacional de proporção simples partição da situação-problema 1.....	58
Figura 4 - Esquema relacional de proporção simples da quarta proporcional da situação-problema 2 .....	61
Figura 5 - Esquema relacional da transformação positiva em busca pelo estado final da situação-problema 2 .....	61
Figura 6 - Esquema relacional de proporção simples um para muitos da situação-problema 3 .....	64
Figura 7 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado final da situação-problema 3 .....	64
Figura 8 - Esquema relacional de proporção simples um para muitos da situação-problema 4. ....	67
Figura 9 - Esquema relacional da transformação negativa em busca pelo estado inicial da situação-problema 4.....	67
Figura 10 - Esquema relacional da transformação negativa em busca pelo estado final da situação-problema 5.....	70
Figura 11 - Esquema relacional de proporção simples cota da situação-problema 5.....	70
Figura 12 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 6.....	73
Figura 13 - Esquema relacional de proporção simples partição da situação-problema 6 .....	73
Figura 14 - Esquema relacional de proporção simples da quarta proporcional da situação-problema 7.....	76
Figura 15 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 7.....	76
Figura 16 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 8.....	79
Figura 17 - Esquema relacional de proporção simples cota da situação-problema 8.....	80
Figura 18 - Estratégia do Estudante A1 .....	87
Figura 19 - Estratégia de E3 .....	88
Figura 20 - Resolução de E9 para S6 .....	90

Figura 21- Resolução de E26 para S1 .....	91
Figura 22 - Resolução de E17 para S1 .....	92
Figura 23 - Resolução de E16 para S6 .....	92
Figura 24 - Resolução de A13 para S6 .....	94
Figura 25 - Resolução de A1 para S2 .....	98
Figura 26 - Resolução de E5.....	100
Figura 27 - Resolução de E7 para S2 .....	101
Figura 28 - Resolução de E6 para S7 .....	102
Figura 29 - Resolução de A17 para S2 .....	102
Figura 30 - Resolução de E10 para S2 .....	104
Figura 31 - Resolução de A7 para S3 .....	108
Figura 32- Resolução de A1 para S3 .....	109
Figura 33 - Resolução de E28 para S3 .....	111
Figura 34 - Resolução de E7 para S4 .....	113
Figura 35 - Resolução de A34 para S4 .....	114
Figura 36 - Resolução de E7 para S5 .....	119
Figura 37- Resolução de E7 para S8 .....	120
Figura 38 - Resolução de E6 para S8 .....	120
Figura 39 - Resolução de E13 para S8 .....	121
Figura 40 - Resolução de A34 para S8 .....	122
Figura 41- Resolução de A26 para S8 .....	124
Figura 42– Resolução de A39 para S8 .....	126

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Sistema de Educação Moçambicano .....	22
Quadro 2– Sistema de ensino brasileiro .....	24
Quadro 3 – Noção de equação .....	28
Quadro 4 – Produções científicas em artigos, tese e dissertações .....	35
Quadro 5 – Códigos e representações que compõem os esquemas .....	43
Quadro 6 – Exemplos de situações-problema aditivas de transformação de medidas .....	45
Quadro 7 – Exemplos de situações-problema Proporção Simples ou Isomorfismo de Medidas .....	47
Quadro 8 – Subclasses de situações-problema mistos do tipo proporção simples e transformação .....	50
Quadro 9 – Esquema relacional de proporção simples e transformação de medidas.....	51
Quadro 10 – Variáveis didáticas, contexto e valor numérico considerado em cada situação-problema .....	57
Quadro 11 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples partição e transformação negativa em busca do estado final .....	59
Quadro 12 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema .....	59
Quadro 13 – Representações de situações – problema da classe de Proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final. ....	62
Quadro 14 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 2 .....	62
Quadro 15 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado final.....	65
Quadro 16 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 3 .....	66
Quadro 17 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado inicial .....	68
Quadro 18 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 4 .....	69
Quadro 19 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado final .....	71
Quadro 20 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 5 .....	71
Quadro 21 – Variáveis didáticas, contexto e valor numérico considerado em cada situação-problema .....	74
Quadro 22 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 6 .....	75

Quadro 23 – Representações de situações – problema da classe de Proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado inicial .....	77
Quadro 24 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 7 .....	77
Quadro 25 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado inicial.....	80
Quadro 26 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 8 .....	81
Quadro 27 – Situações-problema da proporção simples partição e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final .....	84
Quadro 28 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem a situação-problema 1 e 6 .....	85
Quadro 29– Resoluções pertinentes das situações-problema 1 .....	86
Quadro 30 – Resoluções pertinentes das situações-problema 1 .....	88
Quadro 31 – Resoluções pertinentes das situações-problema 1 .....	89
Quadro 32 – Resoluções pertinentes das situações-problema 6.....	90
Quadro 33 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 1 e 6 .....	93
Quadro 34 – Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S1 e S6 .....	94
Quadro 35 - Situações-problema da proporção simples quarta proporcional e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final .....	97
Quadro 36 - Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem as situações-problema 2 e 7 .....	97
Quadro 37– Resoluções pertinentes da situação-problema 2 .....	99
Quadro 38 – Resoluções pertinentes da situação-problema 2 e 7 .....	100
Quadro 39 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 2 e 7 .....	103
Quadro 40 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 2 e 7 .....	104
Quadro 41 – Representações, quantidade estratégia e e conhecimentos manifestados por estudantes para S2 e S7 .....	105
Quadro 42 – Situações-problema da proporção simples um para muitos e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final .....	106
Quadro 43 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 3 e 4 .....	107
Quadro 44 – Resolução pertinente da situação-problema 3 .....	109
Quadro 45 – Resoluções pertinentes das situações-problema 4.....	110
Quadro 46 – Resoluções pertinentes das situações-problema 3 e 4 .....	111

Quadro 47 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 3 .....	112
Quadro 48 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 3 .....	112
Quadro 49 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 4 .....	114
Quadro 50 – Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S3 e S4 .....	115
Quadro 51 – Situações-problema da proporção simples do tipo cota e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final .....	117
Quadro 52 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 5 e 8 .....	117
Quadro 53 – Resoluções pertinentes das situações-problema 5 .....	119
Quadro 54 – Resoluções não pertinentes da situação -problema 5 .....	122
Quadro 55 – Resoluções não pertinentes da situa ção -problema 5 .....	123
Quadro 56 – Resolução nao pertinente da situação-problema 8 .....	124
Quadro 57 – Resolução não pertinente da situação-problema 8 .....	125
Quadro 58– Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S5 e S8 .....	126
Quadro 59 – Síntese de número de estudantes moçambicanos e brasileiros que utilizaram estratégias consideradas pertinentes e não pertinentes em cada situação-problema .....	128
Quadro 60 – Síntese de estratégia de estudante moçambicano e brasileiro considerada pertinente e não pertinente.....	130

## **LISTA DE SIGLAS**

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

ECA – Estatuto da Criança e do Adolescente

ES – Ensino Superior

ETP – Ensino Técnico Profissional

GEPeDiMa – Grupo de Estudos e Pesquisa em Didática da Matemática

LD – Livros Didáticos

LDB - Diretrizes e Bases da Educação Nacional

MGCAS – Ministério do Género, da Criança e da Ação Social

ONGs – Organizações não Governamentais

PESPC – Programa do Ensino Secundário do Primeiro Ciclo

PRPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

SNE – Sistema Nacional de Educação

TCC – Teoria dos Campos Conceituais

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UCM – Universidade Católica de Moçambique

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	15
1    DESENVOLVENDO O CONTEXTO DA PESQUISA.....	20
1.1    Sistema de Ensino em Moçambique e no Brasil .....	20
1.1.1    Sistema de Ensino em Moçambique.....	20
1.1.2    Sistema de ensino brasileiro .....	23
1.2    Uma descrição histórica das equações do 1º grau .....	24
1.3    Equação do 1º grau no programa curricular de Moçambique .....	29
1.4    Equação do 1º grau nos documentos curriculares no Brasil.....	31
1.5    Pesquisas sobre equações do 1º grau .....	34
2    APORTE TEÓRICO .....	41
2.1    Teoria dos Campos Conceituais .....	41
2.2    Campo conceitual das estruturas aditivas .....	43
2.3    Campo conceitual das estruturas multiplicativas.....	46
2.4    Situações-problema mistas .....	48
2.4.1    Proporção Simples e Transformação de Medidas.....	50
2.5    O conceito de equação do 1º grau.....	52
3    PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	54
3.1    Problema de pesquisa .....	54
3.2    Objetivos.....	54
3.2.1    Objetivo geral: .....	54
3.2.2    Objetivos específicos: .....	54
3.3    Desenvolvimento da pesquisa.....	55
3.3.1 <i>Estudo piloto</i> .....	55
3.3.2 <i>Estudo principal</i> .....	56
3.4    Elaboração de protocolo de pesquisa.....	56
3.5    Protocolo de pesquisa e análises prévias .....	57
3.5.1    Situação-Problema mista 1 .....	58
3.5.2    Situação-Problema mista 2 .....	60
3.5.3    Situação-Problema mista 3 .....	64
3.5.4    Situação-Problema mista 4 .....	67

<b>3.5.5</b>	Situação-Problema mista 5 .....	70
<b>3.5.6</b>	Situação-Problema mista 6 .....	73
<b>3.5.7</b>	Situação-Problema mista 7 .....	75
<b>3.5.8</b>	Situação-Problema mista 8 .....	79
3.6	Classificações para a análise das resoluções dos estudantes .....	82
4	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS</b> .....	84
4.1	Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 1 e 6.....	84
4.2	Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 2 e 7.....	96
4.3	Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 3 e 4.....	106
4.4	Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 5 e 8.....	117
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	132
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	139
	<b>APÊNDICE</b> .....	147

## INTRODUÇÃO

A motivação para desenvolver esta pesquisa de mestrado em educação matemática, voltada ao Ensino Secundário em Moçambique e ao Ensino Fundamental no Brasil, decorre, em parte, da minha<sup>1</sup> trajetória como professor de matemática do primeiro ciclo do Ensino Secundário geral em Moçambique, bem como da minha experiência acadêmica no Brasil. Nesta introdução, apresento elementos da minha formação acadêmica e da minha atuação docente. Compartilho a trajetória traçada até o estabelecimento do objetivo desta pesquisa, apresento informações sobre o respaldo teórico que fundamenta a investigação e, por fim, sumário a organização desta dissertação.

No ano de 2007, em Moçambique, concluí o curso de formação de docente de matemática na modalidade 12+1 ano<sup>2</sup> do Ensino Secundário do primeiro ciclo geral, o que me habilitou para o exercício da docência em matemática no Ensino Secundário, cargo que ocupo desde 2010 em escolas privadas e públicas no município de Pemba, Moçambique. Em 2011, ingressei na Licenciatura em Matemática na Universidade Católica de Moçambique (UCM) e, após a graduação, dediquei-me à carreira docente, atuando tanto no ensino geral quanto nos institutos médios de formação politécnica.

O interesse por fazer pesquisa sobre o conceito de equação do 1º grau surgiu durante minha atuação no Ensino Secundário geral, quando observei que a maioria das dificuldades dos estudantes para resolver as situações propostas estava relacionada à compreensão de conhecimentos básicos de matemática. Tendo em vista a necessidade de aprofundamento de estudos que contribuíssem para melhorar o processo de compreensão e aprendizagem dos estudantes, busquei programas de pós-graduação *stricto sensu* no Brasil. Sendo assim, em 2024, fui selecionado para o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), da Universidade Estadual do Paraná (Unespar), oportunidade que me levou a integrar o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa).

O GEPeDiMa se dedica, principalmente, ao desenvolvimento de pesquisas sobre o conceito de função afim na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), proposta por Gérard Vergnaud, buscando identificar conhecimentos mobilizados por sujeitos de diferentes idades na resolução de situações-problema relacionadas a esse campo conceitual. Nesse contexto, as situações-problema mistas têm despertado interesse do grupo, pois possibilitam a

---

<sup>1</sup> Parte desta introdução é escrita na primeira pessoa, pois representa as experiências e a motivação pessoal do proponente desta pesquisa.

<sup>2</sup> Curso acelerado de formação de professores para o 1.º ciclo do Ensino Secundário, criado para suprir a escassez de docentes em Moçambique.

manifestação de ideias associadas à função afim. Apesar de o GEPeDiMa ainda não ter pesquisas relacionadas a equações do 1º grau, notamos que situações mistas viabilizam também a manifestação de noções de equações do 1º grau, pertimindo, inclusive, a modelização da expressão algébrica de equações do 1º grau.

Inicialmente, meu tema de pesquisa estava direcionado à resolução de equações do 1º grau por meio de um aplicativo de celular voltado ao estudo de matemática. Contudo, ao analisarmos a proposta do aplicativo, notamos que ele direcionava as respostas dos estudantes, impossibilitando que eles refletissem sobre o conteúdo e/ou elaborassem novos esquemas e novos conhecimentos. Portanto, esse caminho acabou sendo inviável para uma pesquisa fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais. Porém, a minha participação em estudos, leituras e discussões no PRPGEM e no GEPeDiMa e as interlocuções com minha orientadora despertaram em mim o interesse por analisar os conhecimentos relacionados à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros na resolução de diferentes classes/subclasses de situações-problema mistas.

No que se refere à equação do 1º grau, Chevallard (1984) a define como uma expressão algébrica redutível à forma  $a * x + b = c$ , sendo  $a, b, e c \in IR$  e  $a \neq 0$ . Silva e Costa (2014) corroboram a concepção de que a equação do 1º grau é uma sentença matemática expressa por uma igualdade que contém uma letra, denominada incógnita. A incógnita surge pela necessidade de uma representação simbólica que relacione elementos entre conjuntos (Lima *et al.*, 2006). Nesse sentido, as equações do 1º grau se inserem no contexto da Álgebra, proporcionando, portanto, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No contexto educacional de Moçambique, o Programa do Ensino Secundário do Primeiro Ciclo (PESPC)<sup>3</sup> determina que o ensino do primeiro ciclo<sup>4</sup> deve dotar o estudante de competências necessárias à resolução de problemas da vida econômica e social, permitindo-lhe compreender conceitos básicos das ciências e desenvolver habilidades e estratégias de pesquisa e comunicação, explorando situações do cotidiano (Moçambique, 2022). Para a aprendizagem de equações do 1º grau, recomenda-se que os alunos compreendam ideias matemáticas e sejam capazes de resolver problemas — reais ou não — aplicando propriedades, simbologia, procedimentos, métodos e linguagem matemática (Moçambique, 2022). Já no contexto brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC)<sup>5</sup>

---

<sup>3</sup> Documento que orienta a elaboração dos conteúdos a serem lecionados nas escolas públicas e privadas em Moçambique.

<sup>4</sup> Corresponde à generalização das classes 7ª, 8ª e 9ª em Moçambique.

<sup>5</sup> Documento que orienta a elaboração dos currículos escolares nas redes públicas e privadas no Brasil.

estabelece que, para o ensino de matemática, a álgebra não somente visa ao desenvolvimento de habilidades como permite ampliar uma forma de pensar matematicamente, a fim de fortalecer o pensamento algébrico. O documento ainda postula que o pensamento algébrico é essencial na utilização de modelos matemáticos, na compreensão, na representação e na análise de relações quantitativas de grandezas, assim como em situações e estruturas matemáticas que se utilizam de letras e outros símbolos (Brasil, 2018). Tanto no Ensino Secundário moçambicano quanto no Ensino Fundamental brasileiro, a formulação e a resolução de problemas são habilidades centrais para a apropriação de conceitos matemáticos (Moçambique, 2022; Brasil, 2018).

Do ponto de vista de Vergnaud (1993; 2001; 2003; 2009a), diferentes estruturas de situações-problema são essenciais para a compreensão de um conceito. O referido pesquisador considera que a compreensão de um conceito se desenvolve ao longo da escolarização, estando ligada às diferentes situações-problema vivenciadas pelo estudante; portanto, essa compreensão não pode ser reduzida à mera definição do conceito em si. Vergnaud (2009a) estabeleceu dois campos conceituais, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas, apresentando classes de situações-problema distintas para ambos os campos, e isso demanda que os estudantes mobilizem estratégias (organização da atividade) diferentes para a respectiva resolução.

Além das estruturas aditivas e multiplicativas, Vergnaud (2009o) definiu, ao longo de sua obra, que situações-problema mistas são aquelas que exigem, em suas soluções, ao menos uma operação do campo conceitual aditivo (adição ou subtração) e uma operação do campo conceitual multiplicativo (multiplicação ou divisão). No entanto, o autor não propôs uma classificação para as situações-problema mistas, lacuna que foi preenchida por Miranda (2019). A pesquisadora mostra que existem diferentes estruturas de situações-problema mista, exigindo dos estudantes, portanto, diferentes estratégias para resolvê-las.

Assim, a relação entre equação do 1º grau e situações-problema mistas está na modelização da estrutura algébrica, pois os problemas mistos possibilitam a modelização de expressões algébricas na forma completa  $a \cdot x + b = c$ . Diferentemente de problemas puramente aditivos ou multiplicativos, esses problemas exigem que o aluno mobilize simultaneamente diferentes relações: uma parte multiplicativa, representada por  $a \cdot x = c$ ; uma parte aditiva, expressa por  $x \pm b = c$ ; e a relação de igualdade em relação a um resultado final, representado por  $c$ .

Algumas pesquisas sobre estratégias e conhecimentos de estudantes referentes às situações mistas foram desenvolvidas, como em Rodrigues (2021), Vargas (2023), Pavan

(2010) e Dezílio (2022). Os protocolos dessas pesquisas demonstram haver potencial para a manifestação de noções de equações do 1º grau por parte dos estudantes, mas esse não foi o foco das referidas investigações. No Brasil, ao realizar busca no banco de dados de Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no âmbito da educação matemática, nota-se uma escassez de estudos que tratem de conhecimentos sobre a equação do 1º grau manifestados por estudantes ao resolverem diferentes estruturas de situações-problema mistas, conforme será apresentado no Capítulo 1 desta dissertação.

Vergnaud (1996a) menciona a importância de reconhecer os conhecimentos implícitos manifestados pelo sujeito em determinadas situações-problema, sejam eles pertinentes ou não para a situação proposta, a fim de que boas tarefas sejam apresentadas para a reflexão e uma possível desestabilização de conhecimentos equivocados. Nesse sentido, no presente trabalho, optamos por considerar a classe/subclasse de situações-problema mistas identificada e estabelecida por Miranda (2019) como *proporção simples e transformação de medida, buscando o estado inicial e final*. Essas diferentes classes e subclasses possibilitam diferentes modelizações de equação do 1º grau de forma:  $a * x + b = c$ . Observa-se que, à medida que as subclasses de situações-problema são diferenciadas, verifica-se também uma alteração da posição da incógnita na equação modelada, apresentando, assim, um grau de dificuldade mais ou menos elevado aos estudantes.

A escolha da classe de situações-problema mistas de proporção simples e transformação de medidas para compor a presente pesquisa se deu porque ela apresenta vasta possibilidade de subclasses, as quais podem gerar maior variedade de estratégias e invariantes operatórios a serem manifestados pelos estudantes (Rodrigues, 2021). Ademais, optamos por considerar estudantes da 8ª classe (8º ano do Ensino Fundamental) porque é nesse momento escolar que os conhecimentos que favorecem o desenvolvimento e a formalização do conceito de equação do 1º grau são aprofundados (Moçambique, 2022; Brasil, 2018).

Diante disso, a presente pesquisa é norteada pela seguinte questão: *Que conhecimentos relativos à equação do 1º grau são manifestados por estudantes ao resolverem situações-problema mistas?*

No intuito de responder a essa questão, estabelecemos como objetivo geral *analisar conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas*. Para tanto, elencamos como objetivos específicos: i) identificar estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas; e ii) analisar se diferentes classes de

situações-problema mistas proporcionam maior ou menor dificuldade para a resolução por parte dos estudantes.

Conforme o exposto, elaboramos um protocolo de pesquisa composto por oito situações-problema classificadas como proporção simples e transformação de medidas com variações entre subclasses: proporção simples um para muitos, partição, quarta proporcional e cota — cada uma buscando a transformação tanto do estado inicial quanto do estado final.

Quanto à estrutura, esta pesquisa está organizada em seis partes: introdução, quatro capítulos de desenvolvimento e as considerações finais, seguidas das referências e dos apêndices.

No capítulo 1, “Desenvolvendo o contexto da pesquisa”, discorremos sobre os sistemas de ensino em Moçambique e no Brasil, fazemos uma descrição histórica das equações do 1º grau e descrevemos as equações do 1º grau no programa curricular de Moçambique e nos documentos curriculares no Brasil. Discutimos também ideias sobre o pensamento algébrico e a linguagem algébrica a partir de pesquisas sobre equações do 1º grau, com ênfase naquelas que associam o conhecimento dos estudantes à Teoria dos Campos Conceituais. Finalizamos o capítulo com imbricações entre conhecimentos de equações do 1º grau e situações-problema mistas.

No Capítulo 2, “Aporte teórico”, apresentam-se os principais elementos que compõem a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Para tanto, apresentamos a classe de transformações de medidas do campo aditivo e a classe de proporção simples do campo multiplicativo. Por fim, explicitamos em que consistem uma situação-problema mista e a classe proporção simples e transformação de medidas.

O Capítulo 3, intitulado “Procedimentos metodológicos”, traz uma descrição da problemática e dos objetivos (geral e específicos) da pesquisa, do instrumento de pesquisa e sua análise prévia e do protocolo de entrevistas. Também apresenta uma descrição do estudo piloto realizado e de aspectos referentes à produção dos dados do estudo principal.

No Capítulo 4, “Análise e discussão dos dados”, são apresentadas as análises e as discussões dos dados produzidos pelos 68 estudantes quanto às oito situações-problema propostas no instrumento de pesquisa implementado. Nesse capítulo, são apresentadas as estratégias de resolução dos estudantes e as diferentes classes de situações-problema mistas, salientando quais os estudantes tiveram maior ou menor dificuldade para resolver.

Por fim, o texto se encerra com as “Considerações finais” da pesquisa, seguidas das referências bibliográficas e apêndices.

## 1 DESENVOLVENDO O CONTEXTO DA PESQUISA

Neste capítulo, são apresentados estudos preliminares que contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa, sendo aqui trazidas definições, orientações de documentos oficiais que direcionam o ensino de matemática e o vocabulário das nomenclaturas utilizadas nos sistemas de ensino de Moçambique e Brasil. Ademais, a história de equações é brevemente apresentada, assim como a conceituação de equações do 1º grau presente nos documentos curriculares dos dois países. Discute-se também a revisão bibliográfica realizada no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.

### 1.1 Sistema de Ensino em Moçambique e no Brasil

Nesta seção, pretendemos situar o leitor sobre como estão estruturados os sistemas moçambicano e o brasileiro de ensino, assim como mostrar o vocabulário das nomenclaturas utilizadas em cada país para o ensino de equações de 1º grau.

#### 1.1.1 *Sistema de Ensino em Moçambique*

Moçambique é um país localizado na costa oriental da África Austral, tem uma área total de 799.380 km<sup>2</sup> e é dividido em 11 províncias. A população estimada é de, aproximadamente, 32,74 milhões de pessoas. São faladas mais de 28 línguas diferentes, sendo a língua portuguesa, língua herdada da colonização de Portugal, o idioma oficial.

Atualmente, o sistema de educação em Moçambique é regido pela lei n. 18/2018 de 28 de dezembro de 2018, sendo o ensino formal estruturado em ensino primário, ensino secundário, Ensino Técnico Profissional (ETP) e ensino superior. O ensino primário é o nível inicial de escolarização, no qual a criança adquire conhecimentos, habilidades, valores e atitudes fundamentais para o desenvolvimento harmonioso da sua personalidade. Ele se realiza em duas modalidades: modalidade monolíngue<sup>6</sup> e modalidade bilíngue<sup>7</sup>. Ademais, é importante sinalizar que o ensino primário compreende seis classes<sup>8</sup>, organizadas em dois ciclos<sup>9</sup> de aprendizagem: 1º ciclo, que contempla da 1ª à 3ª classe, e o 2º ciclo, composto por 4ª, 5ª e 6ª classe.

---

<sup>6</sup> Uso apenas uma única língua, que é o português.

<sup>7</sup> Uso de duas línguas no ambiente escolar: o português, a língua oficial, e uma ou mais línguas locais (maternas).

<sup>8</sup> Refere-se a cada ano letivo específico dentro de um ciclo de ensino.

<sup>9</sup> Conjunto de vários anos letivos agrupados.

Já o ensino secundário é o nível pós-primário, no qual são ampliados e aprofundados os conhecimentos, as habilidades, os valores e as atitudes para o aluno continuar os estudos e se inserir na vida social e no mercado de trabalho. Ele compreende seis classes organizadas em dois ciclos de aprendizagem: 1º ciclo, que vai da 7ª à 9ª classe, e o 2º, que contempla da 10ª à 12ª classe.

O Ensino Técnico-Profissional (ETP), por sua vez, estrutura-se em ensino elementar, neste caso conclusão do 2º ciclo do ensino primário e do ensino secundário geral do 1º e 2º ciclo. A formação de professores para o ensino primário demanda conclusão do nível do ensino secundário geral do 1º ou 2º ciclo, acrescida de formação pedagógica. Por fim, o ensino superior se destina aos concluintes da 12ª classe do ensino geral. A idade mínima para o ingresso na universidade é 18 anos (Moçambique, 2018).

Atualmente, o ensino pré-escolar em Moçambique é oferecido por diversas entidades, incluindo creches<sup>10</sup> e escolinhas<sup>11</sup> administradas pelo Ministério do Género, da Criança e da Ação Social (MGCAS), organizações não-governamentais (ONGs), entidades comunitárias e/ou religiosas e empresas privadas. Esse sistema coordenado pelo MGCAS é dividido em duas partes: creches, destinadas a crianças de 2 meses a 2 anos, e escolinhas, frequentadas por crianças de 3 a 5 anos. É importante notar que a participação nesse subsistema não é obrigatória para a escolarização e que ela demanda custos (Moçambique, 2018).

O Sistema Nacional de Educação (SNE) moçambicano se divide em três trimestres letivos. Importa destacar que, de acordo com a lei n. 18/2018, nos termos dos art. 7 e 8, a escolaridade em Moçambique é “obrigatória” da 1ª a 9ª classe, e as crianças devem ser matriculadas “obrigatoriamente” na 1ª classe até 30 de junho do ano em que completam 6 anos de idade. O ensino primário nas escolas públicas é “gratuito”, sendo isento o pagamento de propinas (Moçambique, 2018). No entanto, essas fundamentações são evidentes apenas na legislação vigente, manifestada através de seus respectivos artigos, pois, na prática, observa-se uma lacuna na implementação por parte do governo. Isso que tem contribuído para um aumento significativo no índice de analfabetismo no país, que alcança quase 40% da população moçambicana, conforme relatado pelo presidente da república em 24 de julho de 2023. Moçambique é um país caracterizado pela disparidade generalizada nas idades dos alunos nas turmas, refletindo um cenário em que as crianças frequentam a escola, mas é uma frequência irregular devido à liberdade dos pais para determinar quando as crianças frequentam as aulas.

---

<sup>10</sup> Instituições que cuidam de crianças pequenas.

<sup>11</sup> Instituições de educação pré-escolar para crianças, com foco em desenvolver habilidades básicas e preparar para a escola primária.

Castiano e Ngoenha (2013, p. 173) afirmam que “o sistema formal de ensino não consegue absorver todas as crianças em idade escolar deixando de fora cerca de 50% das crianças pois verifica-se ainda a insuficiência de infraestruturas, o que constitui uma fonte permanente e sistémico de crescimento da população analfabeta no país”.

A seguir, no Quadro 1, é possível visualizar, de forma sistematizada, os níveis de ensino, os ciclos, idade, duração, período de leção e nomenclaturas adotadas no sistema de ensino moçambicano.

Quadro 1 – Sistema de Educação Moçambicano

<b>Subsistema de Educação Geral (EG)</b>						
<b>Nível de ensino Pré-escolar</b>	<b>Classes /anos</b>	<b>Ciclos</b>	<b>Idade ideal</b>	<b>Duração</b>	<b>Período de Lecionação</b>	<b>Duração de cada aula</b>
Creches	1º e 2º	---	2 meses a 2 anos	2 anos	Das 7 h até 15 h	-----
Escolinhas	1º a 3º	---	3 a 5 anos	3 anos	Das 7 h até 15 h	-----
<b>Nível de Ensino Escolar</b>	<b>Classes /anos</b>	<b>Ciclos</b>	<b>Idade ideal</b>	<b>Duração</b>	<b>Período de Lecionação</b>	<b>Duração de cada aula</b>
Primário	1ª a 3ª	1º	6 a 8 anos	3 anos por cada ciclo	Manhã e Tarde	45 min
	4ª a 6ª	2º	9 a 11 anos		Manhã e Tarde	45 min
Secundário	7ª a 9ª	11º	12 a 14 anos		Manhã, Tarde e Noite	45 min
	10ª a 12ª	2º	15 a 17 anos			45 min
<b>Subsistema de Educação de Adultos (EA)</b>						
Alfabetização	1º a 3º	----	A partir dos 15 anos	3 anos	Noite	45 min
<b>Subsistema de Ensino Técnico Profissional e Instituto de Formação de Professores (ETP) e (FP)</b>						
Elementar ou Básico	1º a 3º	----	13 a 14 anos	2 a 3 anos	Manhã, Tarde e Noite	45 min
Médio	1º a 3º	----	15 a 17 anos	3 anos	Manhã, Tarde e Noite	45 min
<b>Subsistema de Ensino Superior (ES)</b>						
Licenciaturas	1º a 4º /5º	-----	A partir dos 18 anos	4 a 5 anos	Manhã, Tarde e Noite	45 min
Mestrados	1º e 2º	-----	-----	2 anos	-----	-----
Doutorados	1º a 4º	-----	-----	4 anos	----	----

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 1.1.2 *Sistema de ensino brasileiro*

De acordo com o art. 21, alíneas 1 e 2, da lei n. 9.394/1996, denominada Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), a educação escolar brasileira é estruturada da seguinte maneira: educação básica, composta pela Educação infantil, pelo Ensino Fundamental e pelo Ensino Médio, tendo como finalidade proporcionar ao educando a formação para o exercício pleno da cidadania e progressão para o trabalho e estudos posteriores; e ensino superior, que tem por finalidade a formação em áreas distintas de conhecimento, estimulando e desenvolvendo a cultura, o espírito científico e o pensamento crítico e reflexivo (Brasil, 1996).

A primeira etapa da educação básica é a Educação Infantil, que contempla crianças de 0 a 3 anos de idade, em creches, e de 4 e 5 anos em pré-escolas. De acordo com o art. 208, alínea 4, da Constituição Federal de 1988, o Estado é obrigado a disponibilizar vagas para a Educação Infantil (Brasil, 1988). Em caso de suposta negação de matrícula na rede pública, a família pode recorrer à promotoria pública, tendo em vista o art. 54 do Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), que ratifica ser dever do Estado assegurar o atendimento às crianças em creches e pré-escolas.

A segunda etapa da educação básica é o Ensino Fundamental, que se divide em anos iniciais, do 1º ao 5º ano, acolhendo alunos de 6 a 10 anos de idade, e anos finais, do 6º ao 9º ano, acolhendo alunos de 11 a 14 anos de idade. A terceira e última etapa da educação básica é o Ensino Médio, com uma idade prevista entre 15 a 17 anos, sendo nesta fase que o aluno faz uma preparação básica para o exercício da cidadania, a formação para o mercado de trabalho e os estudos seguintes.

No Brasil, a escolaridade é obrigatória dos 5 anos de idade até o Ensino Médio, ou seja, até o aluno completar 18 anos de idade. Segundo a lei n. 85/2009, coadjuvado pelo art. 208, alínea 2 da Constituição Federal e pelos art. 35 e 36 da LDB, o acesso ao Ensino Fundamental é direito público subjetivo e um dever dos pais, sendo eles os responsáveis por efetuar a matrícula dos menores (Brasil, 1996). Quanto ao Ensino Superior, nem todos os indivíduos têm acesso a ele; portanto, não é obrigatório.

Importa referenciar que, no contexto brasileiro, a maioria das leis voltadas à educação são postas em prática e materializadas pelo governo. O Quadro 2 apresenta os níveis de ensino, anos, idade, duração de cada ano e aula, período de lecionação e nomenclaturas adotadas no Brasil.

Quadro 2– Sistema de ensino brasileiro

Nível de ensino Pré-Escolar	Anos	Idade	Duração	Período de Lecionação	Duração de cada aula
Creche	1º e 2º	0 a 3 anos	3 anos	Das 7 h e 30 min até 17 h	Depende de cada estado
Educação infantil	1º a 3º	4 e 5 anos	2 anos	Das 7 h e 30 min até 17 h	
Nível de ensino Escolar	Anos	Idade ideal	Duração	Período de Lecionação	
Ensino Fundamental: Anos iniciais	1º a 5º	De 6 a 10 anos	5 anos	Manhã e Tarde	
Ensino Fundamental: Anos finais	6º a 9º	De 11 a 14 anos	4 anos	Manhã e Tarde	
Médio	1º a 3º	De 15 a 17 anos	3 anos	Manhã e Tarde	
Ensino Superior: Graduação	1º a 4º	A partir dos 18 anos	Mínimo 3 anos	Manhã, Tarde e Noite	
Ensino Superior: Mestrados	1º e 2º	-----	2 anos	Manhã, Tarde e noite	
Ensino Superior: Doutoramentos	1º a 4º	-----	4 anos	-----	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na próxima seção, seguimos com uma breve descrição da evolução das equações de 1º grau ao longo da história desde os povos antigos, dentre as quais destacamos babilônios, egípcios, gregos, árabes, indianos, chineses e europeus.

## 1.2 Uma descrição histórica das equações do 1º grau

Silva e Costa (2014) definem equação como uma sentença matemática aberta que expressa uma relação de igualdade onde pode se encontrar uma ou mais letras que representam números desconhecidos. Os autores, explicam que o prefixo “*équa*” tem origem no latim e significa “igual”. Neto (2016) acrescenta que equação é um polinômio usado para determinar valores desconhecidos em problemas matemáticos, apresentada geralmente na forma irreduzível do tipo  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0 = 0$ , em que o grau do polinômio é maior ou igual a 1. Neste caso, podemos tomar os seguintes exemplos de equação:  $4x + 5 = 0$ ;  $3x + 7 = -x + 2$ ;  $9x^3 - 3x^2 + 1 = 0$ .

É preciso esclarecer que, em uma equação, podemos encontrar incógnita. Moraes (2015) afirma que a palavra “incógnita” é utilizada para denominar aquilo que se quer encontrar em

problemas matemáticos, sendo um termo proveniente do latim “*incógnitu*”, que significa “coisa desconhecida”. Por exemplo: na equação  $3x + 7 = -x + 2$ , dada anteriormente, a incógnita é  $x$ . Assim, observa-se que a incógnita se refere a uma equação com apenas uma letra.

A presente pesquisa está centrada na equação do 1º grau, definida por Araújo (2022) como aquela descrita na forma  $ax + b = c$ , com  $a, b$  e  $c$  sendo números reais (coeficientes) e  $a$  deve ser diferente de zero.

Um exemplo para ilustrar esse conceito seria o seguinte: ao resolver a equação  $5x - 10 = 20$ , determinamos que  $x = 2$ . Aqui teremos: “ $x$ ” é incógnita, cujo valor é desconhecido e se pretende encontrar; 5 e  $-10$  são coeficientes, enquanto o número 2 é a solução da equação. Os termos à esquerda do sinal de igualdade, ou seja,  $5x - 10$ , formam o primeiro membro da equação, enquanto 20 constitui o segundo membro. Essa equação, conhecida como equação do 1º grau, é um tipo específico de expressão algébrica caracterizado pelo maior expoente da incógnita desconhecida (Cabral; Nunes, 2013); no caso deste exemplo, o grau é 1. Nesse sentido, o grau de uma equação é encontrado a partir da maior potência da incógnita onde o coeficiente é diferente de zero. Exemplos:

A equação:  $5x^4 - 4 = 0$  é do quarto grau.

$5x - 3 = 2x + 1$  é do 1º grau.

$x^3 + 4x - 3 = 0$  é do terceiro grau.

De acordo com Eves (2009), por volta do ano 2000 a.C., os babilônios já estavam evoluindo para uma álgebra retórica<sup>12</sup>, resolvendo equações lineares e quadráticas com duas incógnitas. Naquela época, a álgebra era utilizada para resolver problemas por meio de equações que, nos dias de hoje, requerem uma considerável habilidade numérica. Nota-se, ainda, que “os babilônios eram infatigáveis construtores de tábuas, calculistas extremamente hábeis e certamente mais fortes em álgebra do que em geometria” (Eves, 2009 p. 63).

O uso inicial de equações de forma mais estruturada foi observado por volta de 1650 a.C., no Papiro de Rhind (Souza, 2021). O Papiro de Rhind é considerado uma rica fonte primária sobre a matemática da antiga civilização egípcia, dada a descrição que faz sobre os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso das frações unitárias, o emprego da regra da falsa posição, a solução para o problema da determinação da área de um campo retangular e muitas aplicações da matemática a problemas práticos (Eves, 2009).

<sup>12</sup> Refere-se a um tipo de notação matemática antiga que usava linguagem verbal em vez de símbolos.

Dos conceitos matemáticos presentes no Papiro de Rhind, encontra-se, em destaque, o uso do método da falsa posição para a resolução de determinados problemas. A maioria dos problemas apresentados nos papiros era de origem prática, com questões sobre pão, cerveja, balanceamento de rações para gado e aves, sendo muitos desses problemas resolvidos por uma equação linear com uma incógnita (Eves, 2009). Carvalho (2020) enfatiza que esse método era utilizado na resolução do grupo de “problemas de Ahá”, que pode ser traduzida por “número” ou “quantidade”. Os “problemas de Ahá” tinham essa denominação por conta do termo utilizado no título de cada problema, representado pelo seguinte símbolo:

Figura 1 – Símbolo do Ahá



Fonte: Roque (2012, p. 66).

Para Roque (2012, p. 66), os problemas de Ahá buscavam “encontrar uma quantidade desconhecida quando é dada uma relação com o resultado conhecido. A solução seria obtida, atualmente, pela resolução de uma equação linear”.

Segundo Carvalho (2020), “o método da falsa posição” não era utilizado somente pelos egípcios. Os chineses, por exemplo, faziam uso do método da falsa posição, mas o chamavam de método do excesso e da deficiência. Estudos apontam que o método da falsa posição também pode ser encontrado nos estudos gregos.

Dentre os vários matemáticos gregos, Diofante De Alexandria se destaca. Ele viveu por volta de 250 d.C. e sua obra mais conhecida é *Arithmetica* (Silva, 2023). Essa obra é composta, essencialmente, por soluções de equações que trouxeram grandes contribuições para o desenvolvimento da álgebra, principalmente na parte de símbolos. A obra também trouxe a utilização de algumas técnicas algébricas de transformações de expressões, substituição e eliminação — embora de modo implícito (Ribeiro, 2009).

A grande expansão do islamismo<sup>13</sup> a partir de 622 d.C. é marcada por mudanças que tiveram um grande impacto no desenvolvimento da matemática, especialmente nas equações durante a Idade Média. Nesse período, o islamismo se espalhou da Arábia para a Pérsia, o norte da África e a Espanha (Silva, 2023). Al-Khwarizmi, um matemático árabe do século IX, escreveu um livro essencial sobre álgebra para o Califa<sup>14</sup>, explicando os princípios fundamentais de forma clara e útil. Seu trabalho *Hisab al-jabr wa-al-muqa-balah* tratava da resolução de equações usando métodos semelhantes aos sistemas usados hoje, embora sem símbolos matemáticos — tudo era descrito em palavras. Ele usava termos como “*al-jabr*” para restaurar equações e “*qabalah*” para reduzi-las. Al-Khwarizmi também usava termos como “raiz” para a incógnita (hoje representada por  $x$ ) e quadrado para  $x^2$  (Campos, 2019).

Do mesmo modo, Roque (2012, p. 221) afirma que se pode “dizer que a álgebra tem origem no estudo sistemático dos métodos para classificar e resolver equações, o que teve lugar com os trabalhos árabes iniciados por Al-Khwarizmi”. Para Roque (2012), a álgebra dos árabes ultrapassou a divisão entre número e grandeza, que constituía a matemática euclidiana. Isso porque, além da teoria das equações, eles criaram um cálculo algébrico sobre expressões polinomiais e estenderam as operações aritméticas a essas expressões, bem como as quantidades que os antigos não consideravam números, caso dos irracionais.

Quanto aos indianos, suas contribuições para o desenvolvimento da matemática e da equação são inquestionáveis. Brahmagupta foi um importante matemático que viveu na Índia central por volta de 628 d.C. e tem um papel fundamental no desenvolvimento da álgebra, sobretudo no que se refere às equações diofantinas e, em particular, às equações do 1º grau (Silva, 2023). Brahmagupta foi o matemático que encontrou soluções gerais das equações quadráticas, determinando duas raízes — inclusive sendo uma delas negativa. Ele foi o primeiro a encontrar todas as soluções inteiras possíveis para a equação linear diofantina  $ax + by = c$ , com  $a$ ,  $b$  e  $c$  inteiros, enquanto Diofanto de Alexandria procurava, naquela época, uma solução racional qualquer. Bhaskara, um outro matemático indiano, veio preencher algumas lacunas da obra de Brahmagupta e conseguiu representar uma compilação de problemas, com progressões aritméticas e geométricas, equações lineares e quadráticas (Ribeiro, 2009).

Após o enfraquecimento do Império Bizantino e a queda de Constantinopla em 1453, muitos refugiados foram para a Itália em busca de segurança. Eles levaram consigo documentos

---

<sup>13</sup> Islamismo é uma religião abraâmica monoteísta centrada no Alcorão e nos ensinamentos de Maomé. Seus crentes são chamados muçulmanos.

<sup>14</sup> Califa é um título atribuído ao líder religioso da comunidade islâmica, considerado pelos muçulmanos como um dos sucessores do profeta Maomé.

manuscritos gregos muito valiosos, os quais, mais tarde, foram espalhados pela Europa Ocidental. Embora houvesse poucos trabalhos matemáticos entre esses documentos, a inclusão desses manuscritos foi crucial para expandir o conhecimento matemático. Silva (2023) explica que a obra de Nicolas Chuquet (1445-1488), datada de 1484 e denominada *Triparty en la science des nombres*, apresentava diversos avanços relacionados ao estudo de álgebra. Na segunda metade da última parte da obra, Chuquet versou sobre a resolução de equações. Embora muitas dessas resoluções não sejam originais, ele introduziu uma inovação importante ao apresentar, pela primeira vez, o isolamento de um número negativo em uma equação.

Silva (2023) ainda destaca o francês François Viète (1540-1603) como outro grande matemático europeu que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da álgebra, aproximando-se das ideias modernas. Na mesma senda, encontra-se outro francês, René Descartes, que contribuiu muito para o desenvolvimento da linguagem algébrica, o que possibilitou a construção de um método para resolução de equações. Ribeiro (2009, p. 79) ratifica essa relevância ao afirmar que “Descartes retoma o método de escrever equações a partir de problemas, utilizando a ideia de supor conhecido o que é desconhecido, continuando o desenvolvimento de seu método no que diz respeito à transformação das equações”.

No Quadro 3, é ilustrado o estudo epistemológico-histórico de Ribeiro (2009) sobre como a noção de equação foi abordada por estudiosos ao longo do tempo.

Quadro 3 – Noção de equação

	<b>Noção de equação</b>
Babilônios e Egípcios	Caráter pragmático. Na maioria das vezes, a busca pelas soluções estava relacionada a problemas específicos. Os métodos utilizados tinham ligação com ideias aritméticas. Não havia preocupação de encontrar soluções gerais.
Gregos	Caráter geométrico e de forma dedutiva. As soluções envolviam manipulações geométricas. A busca por soluções estava relacionada a equações particulares, não a métodos gerais.
Árabes e Hindus	Caráter mais algébrico, mais generalista. Trabalhava tanto com problemas de ordem prática, quanto com situações que envolviam manipulações geométricas.
Europeus	Caráter estrutural, com propriedades e características bem definidas e finalidade de encontrar soluções gerais.

Fonte: Ribeiro (2009, p. 82- 83).

Desde os tempos antigos, a história das equações vem sendo vista dentro de um sistema de algum modo estrutural, com algumas propriedades e características definidas, cujo objeto de investigação é a estrutura do processo de resolução das equações (Ribeiro, 2009). Nesse sentido, percebe-se que o ser humano se fundamentou em conhecimentos pré-estabelecidos para desenvolver e resolver situações-problema de equações do 1º grau, de tal forma que é importante que o professor-aluno tenha conhecimento de como se deu o desenvolvimento de

equações do 1º grau. Isso porque, de acordo com Carvalho (2020, p. 49), alguns povos antigos “resolviam problemas por métodos que, segundo a concepção moderna, podem ser considerados algébricos. Esses métodos envolviam, direta ou indiretamente, operações com quantidades desconhecidas”.

A partir desse breve traçado sobre o entendimento e a evolução das equações do 1º grau, passamos a entender, na próxima seção, como elas estão presentes nos atuais documentos curriculares moçambicanos.

### **1.3 Equação do 1º grau no programa curricular de Moçambique**

O estudo do desenvolvimento histórico da álgebra em diferentes civilizações facilita a compreensão de como ela é vista e ensinada em sala de aula. Isso porque grande parte da simbologia usada hoje em álgebra é relativamente recente e não existia nas formas antigas desse saber (Eves, 2009). Entender essa evolução permite reconhecer que os métodos atuais de ensino são fruto de transformações históricas, o que abre espaço para abordagens mais contextualizadas em sala de aula. Em Moçambique, verifica-se ausência de estudos desenvolvidos ao nível nacional que investiguem o pensamento algébrico, assim como a aprendizagem na resolução de situações-problema que envolvem equações do 1º grau.

Nhauelique (2022, p. 81) afirma que “quando, em 1983, o parlamento moçambicano aprovou a institucionalização do Sistema Nacional de Educação, com a lei n. 4/83, a matemática não foi incluída nos programas curriculares, ficando apenas como mera enunciação de princípio”. A matemática passou a ser considerada uma disciplina prioritária em Moçambique somente em 1986, quando o país passou a fazer parte dos programas de ajustamento estrutural e dos milionários projetos de cooperação internacional. Nesse contexto, foi feito um reajuste no sistema de ensino, destacando-se a matemática como uma das disciplinas prioritárias. A matemática tinha bases universais, ou seja, não estava relacionada a elementos culturais e ideológicos do povo daquela época; era, portanto, uma matemática pouco contextualizada.

Um dos objetivos do atual currículo de matemática é que o aluno desenvolva capacidades para resolver problemas concretos da vida real (ou não), aplicando as propriedades, a simbologia, os procedimentos, os métodos e a linguagem matemática (Moçambique, 2022).

Tendo como base a resolução de problemas, os alunos terão a oportunidade de desenvolver características como rigor, precisão, ordem, clareza, criatividade, crítica, persistência, cooperação e uso correto da linguagem matemática. É importante que os alunos

se defrontem com problemas cuja resolução exige aplicação, às situações novas e não familiares, de conhecimentos previamente adquiridos (Moçambique, 2022).

Para o aluno atingir os objetivos, o Programa do Ensino Secundário do Primeiro Ciclo (PESPC) propõe sete unidades temáticas para a disciplina de matemática, sendo elas: números e operações; álgebra; relações proporcionais; geometria; introdução ao cálculo financeiro; funções; e organização e tratamento de dados (Moçambique, 2022).

A equação do 1º grau é abordada na unidade temática da álgebra, com finalidade de desenvolver estratégias de aprendizagem e promover o pensamento lógico na resolução de problemas matemáticos, permitindo modelar matematicamente situações da vida e de outras disciplinas (Moçambique, 2022). Segundo o PESPC (Moçambique, 2022), a resolução de equações deve ser entendida como a procura por um número que, ao ser substituído na incógnita, resulte numa proposição verdadeira. Para o estudante desenvolver habilidades de resolução de equações, ele deve resolver, primeiro, equações simples envolvendo números inteiros; então, deve ir aumentando, paulatinamente, o grau de complexidade das equações até chegar àquelas que não tenham solução ou que tenham infinitas soluções.

Para isso acontecer, os estudantes devem saber se comunicar matematicamente, sendo capazes de compreender as ideias matemáticas transmitidas pela fala, pela escrita ou por imagens e também exprimir ideias matemáticas pela fala, pela escrita ou com a ajuda de desenhos, gráficos, diagramas ou materiais concretos. Durante as aulas, os alunos devem ser constantemente estimulados a debater com os colegas ou com o professor, a argumentar e contra-argumentar por meio da escrita ou da fala, pois isso ajuda a desenvolver a capacidade de expressão matemática (Moçambique, 2022).

Para aprendizagem de equação do 1º grau, o PESPC (Moçambique, 2022) recomenda que seu estudo inicie na 7ª classe do Ensino Secundário do primeiro ciclo, quando os estudantes se encontram em uma fase de transição: o aprofundamento dos conteúdos matemáticos se complexifica e exige uma boa compreensão dos conhecimentos. O estudo de matemática da 7ª classe é composto por alguns objetivos que o estudante deve alcançar e desenvolver (Moçambique, 2022, p. 20), a saber:

- identificar equação linear;
- interpretar o enunciado de um problema e traduzir na linguagem algébrica; situações dadas na linguagem comum e vice-versa;
- traduzir um problema por meio de uma equação linear;

- resolver problemas concretos por meio de equações lineares;
- analisar a solução de uma equação no contexto do problema;
- resolver equações utilizando os princípios de equivalência das equações do 1º grau com uma incógnita;

Segundo o Plano Curricular do Ensino Secundário (Moçambique, 2022, p. 10), espera-se que, ao resolver equações do 1º grau na 7ª classe “através de exercícios e atividades, o(a) aluno(a) seja levado a evocar os assuntos já conhecidos. Assim, o(a) professor(a) ficará a saber quais são os conhecimentos e quais as dificuldades de aprendizagem”.

Na seção a seguir, abordaremos, de forma sintética, estudos que versam sobre o ensino de álgebra no Brasil e nos seus documentos curriculares.

#### **1.4 Equação do 1º grau nos documentos curriculares no Brasil**

A álgebra no ensino brasileiro é um tema presente em diversas pesquisas que buscam entender o desenvolvimento da aprendizagem desse componente por parte dos estudantes. Um estudo realizado em livros didáticos brasileiros anteriores à década de 1960 (Miguel; Fiorentini; Miorim, 1992) mostra que, desde seu aparecimento no Brasil, o ensino de álgebra enfatizou as regras de transformação de expressões algébricas e de resolução de equações por meio de procedimentos que conduziam a uma aprendizagem “mecânica”.

Segundo Araújo (2009), o ensino de matemática era dividido em três áreas — aritmética, álgebra e geometria — sendo o ensino da álgebra justificado por ela ser um recurso valioso para resolver equações e problemas práticos e teóricos. Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) ainda afirmam que o ensino da álgebra no decorrer do tempo esteve associado à memorização de fórmulas e de regras mecânicas que apenas solucionavam expressões algébricas, sem nenhuma aplicação ou sentido. Os autores descrevem que, “no ensino da matemática na educação básica, a álgebra foi inserida nos currículos de forma isolada e sem ligação às demais áreas que já se estudavam: geometria e aritmética” (Miguel; Fiorentini; Miorim, 1992, 40). Eles ainda sinalizam que 1799 marcou a inclusão da álgebra no currículo escolar brasileiro, uma prática que perdurou até o início da década de 1960. Durante esse período, predominou um ensino caracterizado pela reprodução e sem clareza (Campos, 2019).

Para Araújo (2009, p. 58), na década de 1970, com o surgimento do movimento da matemática moderna, “a abordagem do ensino de matemática, em particular, o ensino de

álgebra, primava pelo rigor, com grande atenção aos aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e à precisão da linguagem”.

Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) relatam que, no movimento da matemática moderna, houve uma tentativa de superar o caráter pragmático, mecânico e não justificado do ensino de álgebra, substituindo-o por uma abordagem que enfatizasse a precisão da linguagem matemática, o rigor e a justificação das transformações algébricas através das propriedades estruturais. Com isso, o papel pedagógico desempenhado pela álgebra passa a ser o de fundamentar todo o ensino da matemática. Os conteúdos geométricos deixaram de ser vistos como potencialmente ricos e perderam seu lugar no currículo; nota-se, nesse sentido, o “abandono” do ensino da geometria (Araújo, 2008).

Nos dias de hoje, a álgebra ocupa um lugar privilegiado nos livros didáticos e nas pesquisas, mas ainda parece não haver, por grande parte dos educadores, metodologias adequadas e reflexões aprofundadas sobre sua importância. Segundo Coelho e Aguiar (2018), o foco no treinamento de técnicas algébricas ainda prevalece no ensino de álgebra; os pesquisadores concordam com Machado (1991) e defendem um ensino que não se concentre tanto na escrita algébrica, mas na compreensão da forma de pensar.

Nesse sentido, um dos focos da diretriz da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o ensino de álgebra com vistas a promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. A BNCC é um documento normativo, de âmbito federal, estadual e municipal, que define as diretrizes e os objetivos para a educação básica no Brasil (Brasil, 2018).

De acordo com a BNCC, o ensino de álgebra tem como finalidade proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual é essencial para modelos matemáticos voltados à compreensão, à representação e à análise de relações quantitativas de grandezas. Ele também é importante para lidar com situações e estruturas matemáticas que façam uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2018). Assim, a BNCC orienta para uma prática pedagógica em que os alunos adquiram habilidades essenciais para a aplicação da álgebra em diversos contextos matemáticos. Segundo o documento, “competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (Brasil, 2018, p. 8).

Na BNCC, a disciplina de matemática é composta por cinco unidades temáticas que devem ser estudadas durante o Ensino Fundamental para o desenvolvimento das habilidades. Tais unidades são: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística (Brasil, 2018). A BNCC postula o estudo da unidade temática álgebra para todos os

anos iniciais do Ensino Fundamental de forma sistemática, devendo ocorrer por meio de objetos de conhecimento e habilidades específicas a serem desenvolvidas durante todo o percurso dessa etapa escolar. Já nos anos finais do Ensino Fundamental, os estudos de álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. De acordo com a BNCC, pretende-se que, nos anos finais Ensino Fundamental, “os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto” (Brasil, 2018, p. 301).

A BNCC ainda estabelece que as equações do 1º grau devem ser abordadas sistematicamente no 7º ano do Ensino Fundamental, conforme a habilidade EF07MA18: “resolver e elaborar problemas representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma  $ax + b = c$ , fazendo uso das propriedades da igualdade” (Brasil, 2018, p. 307). O documento ainda define que, no estudo da matemática no Ensino Fundamental, devem ser trabalhados alguns objetos de conhecimento relacionados ao ensino de equações do 1º grau, os quais os estudantes devem compreender e com os quais devem desenvolver novas habilidades, a saber (Brasil, 2018):

- compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita;
- utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas;
- associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano;
- resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los — utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

No estudo de equações do 1º grau, os alunos devem estabelecer a generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica e indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica (Brasil, 2018). Segundo a BNCC (Brasil, 2018), é necessário que, nos anos finais do Ensino Fundamental, os estudantes estabeleçam conexões entre incógnita e equação e comuniquem em linguagem matemática com o uso da linguagem

simbólica, desenvolvendo, assim, o pensamento algébrico. Sendo assim, a fim de aprofundar tal discussão, é importante entender o estado da arte das pesquisas sobre equações do 1º grau, tema da próxima seção.

### **1.5 Pesquisas sobre equações do 1º grau**

É fundamental que o investigador conheça outras pesquisas acerca da temática estudada, a fim de identificar o panorama em que ela está inserida. Nesse sentido, buscamos investigações que tratam do conceito de equação do 1º grau e, mais especificamente, dos conhecimentos relacionados à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros ao resolverem situações-problema mistas. A busca por pesquisas envolvendo a temática desta pesquisa foi realizada por meio da plataforma de Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e nos repositórios moçambicanos de pesquisa.

A consulta ocorreu nos dias 05 à 26 de maio de 2024 e optou-se por utilizar o catálogo e os repositórios por contarem com sistemas de busca bibliográfica, pois arquivam estudos acadêmicos; ademais, é uma forma de divulgar as contribuições científicas dos programas de pós-graduação do Brasil e Moçambique. A busca pelos descritores-chave que compõem a pesquisa foi realizada utilizando aspas, a fim de assegurar a precisão na filtragem das produções científicas. As palavras específicas mencionadas nessa etapa foram: 1. Equações do primeiro grau; 2. Equações do 1º grau; 3. Equação do 1º grau; 4. Equação do primeiro grau; 5. Pensamento algébrico; 6. Linguagem algébrica; 7. Resolução de situações-problema misto; 8. situações-problema misto; 9. Problemas mistos e 10. Problemas de primeiro grau.

A partir dos 10 descritores elencados, foi encontrado, no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES um total de 446 pesquisas. No primeiro descritor, “equações do 1º grau”, foram encontrados 41 resultados; no segundo, “equações do 1º grau”, 39; no terceiro, “equação do 1º grau”, 22; no quarto descritor, “equação do 1º grau”, 17 resultados; no quinto, “pensamento algébrico”, 219 resultados; no sexto, “linguagem algébrica”, 57; no sétimo, “resolução de situações-problema misto”, não houve resultados; no oitavo descritor, “situações-problema misto”, também não houve resultado; no nono, “problemas mistos”, 50 resultados; e no décimo, “problemas de equações do 1º grau”, 1 resultado. Nos repositórios, em um total de 19 pesquisas, chegamos a 5 resultados com o descritor “equação do 1º grau”, 3 com o descritor “problemas de equações do 1º grau” e 11 resultados com o descritor “pensamento algébrico”.

A partir da exploração prévia das produções científicas encontradas, por meio da leitura de títulos e resumos — e, por vezes, leitura da introdução e de partes dos trabalhos —, foram

desconsideradas as pesquisas que não remetem ao objeto de estudo desta pesquisa e/ou não se aproximam dele, tendo sido feita uma nova filtragem. Desse modo, do total de 451 pesquisas identificadas, consideraram-se apenas 12, as quais correspondem aos descritores “equações do primeiro grau”, “equações do 1º grau”, “equação do 1º grau”, “equação do primeiro grau”, “pensamento algébrico”, “linguagem algébrica” e “problemas mistos”.

Como novo recorte, foram escolhidas aquelas que remetem aos anos finais do Ensino Fundamental (1º ciclo do ensino geral), pelo fato de ser a etapa na qual são retomados, aprofundados e ampliados os conhecimentos sobre equações do 1º grau. Ademais, foram suprimidas as pesquisas que não foram realizadas com estudantes na sala de aula — com exceção da dissertação de Silva (2023), que oferece proximidade com o objeto desta pesquisa, embora não envolva os anos finais do Ensino Fundamental.

Como resultado dessas buscas e filtrações, chegamos às pesquisas apresentadas no Quadro 4, encontradas na plataforma CAPES<sup>15</sup> e nos repositórios moçambicanos<sup>16</sup>. O quadro apresenta ano da publicação, autoria, nome do(a) orientador(a), a instituição de Ensino Superior ou revista à qual a pesquisa é vinculada e o título da pesquisa.

Quadro 4 – Produções científicas em artigos, tese e dissertações

<b>Ano</b>	<b>Autoria</b>	<b>Orientador(a)</b>	<b>Instituição</b>	<b>Título do trabalho</b>
2023	Gabryella Vasconcelos Da Silva	Rosinalda Aurora De Melo Teles	Universidade Federal de Pernambuco	Noções iniciais de equações do 1º grau em livros didáticos de matemática para o ensino fundamental
2021	Constantino Hilário; Elias Manensa Sabe; Idio Vilar Albano; Marinez Meneghello Passos		Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT	Pensamento algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau
2019	Wagna Mendes Vieira Campos	Nilton Cezar Ferreira	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás	O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para a aprendizagem de equações do primeiro grau.
2019	Silas Senhorinha de Alencar	Gilberto Francisco Alves de Melo	Universidade Federal do Acre	O uso da investigação matemática na aprendizagem de equação do primeiro grau no 7º ano.

<sup>15</sup> [https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/!](https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/)

<sup>16</sup> <http://www.repositorio.uem.mz/handle/258/172>

2018	Héitor Roberto Guibunda	Danielle Huillet	Universidade Eduardo Mondlane	Análise do contributo do erro no ensino e aprendizagem da matemática: o caso da Escola Secundária Quisse Mavota em Maputo
2018	Mariana Aguiar Da Silva	Sonner Arfux De Figueiredo	Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul	A aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: o processo de aquisição conceitual.
2017	Franciely Fabricia de Souza Matsuda	Marcelo Carlos de Proença	Universidade Estadual de Maringá	Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas
2011	Marcelo Leonardo Leôncio da Silva	Marcelo Camara dos Santos	Universidade Federal de Pernambuco	Investigando estratégias mobilizadas pelos alunos no equacionamento de problemas de primeiro grau.
2010	Duílio tavares de Lima	Eliane Scheid Gazire	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Erros no processo de resolução de equações do 1º grau.
2009	Daniela Miranda Fernandes Santos	Maria Raquel Miotto Morelatti	Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho	Ensino de equação de 1º grau: concepções de professores de matemática e formação docente.
2009	Lúcia de Fátima Araújo	Marcelo Camara dos Santos	Universidade Federal de Pernambuco	Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos.
2008	Abraão Juvêncio de Araújo	Marcelo Camara Dos Santos	Universidade Federal de Pernambuco	O ensino de Álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A seguir, cada pesquisa inserida no quadro 4 é apresentada e analisada, considerando sua proximidade com o presente estudo.

Em sua dissertação, Silva (2023) se propôs a analisar, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), tipos de situações relacionadas a estruturas aditivas e multiplicativas propostas para o desenvolvimento das primeiras noções relacionadas às equações do 1º grau em livros didáticos (LD) de matemática do 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental. Para alcançar esse objetivo, fez uma análise documental das orientações curriculares nacional e estadual — BNCC e Currículo de Pernambuco, respectivamente — com a finalidade de mapear os objetos de conhecimento e as habilidades referentes à construção de noções iniciais de equações do 1º grau. Os dados apontam que, para algumas categorias e alguns anos analisados, não se percebeu, a partir da ordem de apresentação das situações nos livros didáticos, um nível crescente de complexidade. O número de situações encontradas para cada categoria não se

mostrou em quantidade significativa nem de forma diversificada, abarcando campos e classificações variadas.

No artigo de Hilário *et al.* (2021), os autores buscaram caracterizar o nível de desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos de uma turma da 8ª classe, em Moçambique, na resolução de situações-problema relativas a equações do 1º grau. Os resultados revelaram o domínio de atividades algébricas referentes aos níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico incipiente e do pensamento algébrico intermediário. Esses resultados mostram que os alunos estão em um processo de transição do pensamento aritmético para o algébrico, e as habilidades por eles desenvolvidas revelam que estão na fase de se familiarizar com problemas algébricos e suas operações. Assim, os autores concluíram que, em função do nível de instrução, as habilidades desses alunos se distanciam dos objetivos traçados no programa de matemática da 8ª classe do Sistema Nacional de Educação de Moçambique.

Campos (2019) investigou como a resolução de problemas poderia contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, buscando entender suas implicações para a aprendizagem dos conceitos relacionados às equações de 1º grau. Para o alcance desse objetivo, foi elaborado e aplicado um plano de ensino em que a pesquisadora, colocando-se como professora, buscou identificar, junto aos alunos investigados, a presença (ou não) de pensamento algébrico. Os resultados indicam que o pensamento algébrico se manifesta, principalmente, nos seguintes aspectos: na manipulação analítica de objetos desconhecidos como se fossem conhecidos; na capacidade de estabelecer relações entre os dados de um problema; e na evocação de objetos não ostensivos a partir de elementos ostensivos presentes nos problemas, atribuindo-lhes significado. Os problemas aritméticos se mostraram propícios para o estabelecimento de relações que indicam o desenvolvimento do pensamento algébrico nas vertentes do raciocínio sequencial, equacional, de equilíbrio e funcional. Observou-se baixo uso de estratégias de resolução algébrica com letras e símbolos.

Alencar (2019) estudou o uso da investigação matemática na aprendizagem de equação do primeiro grau no 7º ano, tendo analisado dados construídos a partir de questionários, entrevistas, diário de campo, produção escrita com as atividades investigativas e gravação em áudio. Os resultados apontaram que o uso de atividades investigativas pode ser eficaz no processo de ensino e aprendizagem de conceitos de álgebra elementar. O envolvimento dos alunos com as atividades propostas indicou que a metodologia de investigação matemática contribuiu positivamente para a aprendizagem de conceitos de equação do 1º grau, além de

haver um envolvimento recíproco da busca pelo conhecimento — apesar da incidência de alguns erros dos alunos.

Já a dissertação de Guibunda (2018) teve como problemática os erros cometidos pelos alunos no processo de ensino e aprendizagem de matemática. A recolha de dados se concretizou com questionários dirigidos aos professores e alunos da 11<sup>a</sup> classe da Escola Secundária Quisse Mavota, em Maputo. Os resultados evidenciaram que, apesar dos avanços encontrados por diferentes pesquisadores quanto às novas formas de tratamento dos erros e embora os professores tenham consciência das atividades que despertam o interesse dos seus alunos, ainda há muito a ser feito para que se rompam os modelos antigos de análise de exercícios, os quais supervalorizam os resultados corretos, desvalorizando por completo os erros cometidos pelos alunos. Da análise, percebeu-se que muitos professores não estimulam o raciocínio do aluno para que eles participem ativamente do processo de construção do conhecimento, isto é, aprendendo com os próprios erros.

Já a pesquisa de mestrado de Silva (2018), intitulada *A aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: o processo de aquisição conceitual*, teve como objetivo investigar a aprendizagem da equação do 1<sup>o</sup> grau e entender as contribuições da teoria da aprendizagem significativa para a melhoria de seu ensino. A partir de uma sequência didática que contou com materiais potencialmente significativos, como balança e jogos, foi possível identificar uma aprendizagem significativa dos participantes, em que as atividades lúdicas foram de suma importância no auxílio do aprendizado.

Também trazemos a dissertação de Matsuda (2017), que buscou compreender como o ensino via resolução de problemas pode contribuir para a aprendizagem do conteúdo de equações do 1<sup>o</sup> grau. A investigação estava focalizada em alunos do 7<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, tendo sido constatado que, apesar das dificuldades enfrentadas pelos alunos, como a interpretação de problema, foi possível identificar as características de uma equação do 1<sup>o</sup> grau, como o uso de incógnita e do sinal de igualdade. Segundo o autor, os alunos também perceberam a importância de utilizar a equação do 1<sup>o</sup> grau para a resolução de alguns problemas.

Silva (2011), por sua vez, investigou que fatores de congruência, no sentido de Duval, interferem na conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica na resolução de problemas envolvendo equações de 1<sup>o</sup> grau por alunos do 8<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental. Os registros algébricos mobilizados pelos alunos foram categorizados em “numéricos” e “outros”, assim como os dados obtidos com o software CHIC para a análise. Os resultados obtidos mostraram que, dependendo da conservação ou não de fatores de transformação de registros, existe uma maior incidência de registros não algébricos.

Lima (2010) se preocupou em levantar, identificar, categorizar e analisar os procedimentos e erros que os alunos cometiam ao resolver equações do 1º grau. Para além do questionário aplicado aos alunos, também foram analisados os livros didáticos usados pelos participantes a fim verificar a abordagem metodológica no processo de ensino das equações de 1º grau. O produto final da pesquisa foi apresentado por meio de um Caderno de Atividades (CA) composto por 15 Fichas Temáticas, com atividades elaboradas a partir das categorias dos erros analisados no trabalho. O principal objetivo era fazer com que os alunos tomassem consciência de seus erros e os analisassem numa perspectiva de construção de conhecimentos matemáticos específicos das equações do 1º grau.

Santos (2009) analisou as concepções de 47 professores de matemática da 7ª série do Ensino Fundamental da rede estadual que compõem a diretoria de ensino na região de Marília, São Paulo, sobre o ensino da equação do 1º grau. Com a investigação, procurou identificar e analisar as relações apontadas pelos professores entre sua formação e sua prática pedagógica no ensino de equação de 1º grau. Ao analisar os dados coletados, foi possível constatar que o ensino da equação do 1º grau desenvolvido pelos professores não seguia um currículo único; ademais, os professores não praticavam as diretrizes dos PCNs de matemática (Brasil, 1998) para o ensino formal desse conteúdo.

Através de caracterização e comparação das transposições didáticas realizadas na França e no Brasil sobre o ensino de resolução de equações do 1º grau com uma incógnita, Lúcia de Fátima Araújo (2009) analisou os programas de ensino dos dois países e os livros didáticos adotados, realizando um estudo experimental com 55 alunos brasileiros do Ensino Fundamental em duas turmas do 9º ano de uma escola pública e 62 alunos franceses de duas classes do 1º ano do Ensino Médio de escolas públicas. Como resultados desse experimento, a autora observou a prevalência de vários tipos de equívocos na resolução de equações, como erros na transposição de coeficientes e termos constantes, respectivamente, em equações do tipo  $ax = c$  e  $ax + b = c$ .

Abraão Juvêncio Araújo (2008) realizou uma pesquisa de mestrado intitulada *O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático*, na qual caracterizou e comparou as transposições didáticas realizadas na França e no Brasil sobre o ensino de resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Ao realizar estudos teóricos e didáticos, obteve critérios e categorias que serviram para analisar programas oficiais de ensino, livros didáticos e estudos experimentais conduzidos junto a alunos dos dois países. Os resultados indicaram que, no Ensino Fundamental de ambos os países, a álgebra não é destacada como um domínio próprio do conhecimento matemático.

No caso do ensino de equações do 1º grau com uma incógnita, os resultados mostraram que, tanto na França quanto no Brasil, ele é justificado como uma ferramenta para resolver problemas de contextos sociais e de outros domínios da matemática.

A partir desse levantamento e análise de artigos, dissertações e teses, observamos que as pesquisas prévias contribuem para o nosso estudo pelo fato de buscarem identificar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de equações do 1º grau. Assim, nesta dissertação, as pesquisas mencionadas procuram identificar, nas estratégias apresentadas pelos alunos, características que nos permitam compreender suas ações diante de cada situação-problema.

Cabe aqui destacar os principais aspectos que justificam o desenvolvimento do presente estudo, evidenciando seu diferencial em relação aos demais. Tanto no PESPC (Moçambique, 2022) quanto na BNCC (Brasil, 2018), a formulação e a resolução de situação-problema envolvendo equações do 1º grau são consideradas habilidades centrais para a apropriação de conceitos matemáticos. Embora haja pesquisas sobre equações do 1º grau (Quadro 4) sendo desenvolvidas, não encontramos nenhuma que tenha analisado, especificamente, conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem diferentes estruturas de situações-problema mistas.

Pesquisas como as de Araújo (2009), Lima (2010), Alencar (2019) e Santos (2009) abordam as incompreensões e os equívocos dos estudantes ao resolverem situações-problema envolvendo equações do 1º grau. Diante da diversidade de classes e subclasses de situações-problema mistas propostas por Miranda (2019), que possibilitam diferentes modelizações de equações do 1º grau na forma  $a * x + b = c$ , emerge a necessidade de investigar como os conhecimentos relativos à equação do 1º grau são mobilizados por estudantes ao resolverem situações-problema, considerando possíveis variações de complexidade e de estratégias de resolução.

Assim, o diferencial desta pesquisa em relação aos estudos já mencionados reside na investigação de conhecimentos mobilizados pelos estudantes ao resolverem situações-problema com diferentes estruturas, bem como na investigação de algumas estruturas de situações-problemas — dentre as selecionadas para o protocolo de pesquisa — serem mais simples ou mais complexas para os estudantes resolverem.

## 2 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, apresentamos elementos da Teoria dos Campos Conceituais que sustentam o desenvolvimento desta investigação. O capítulo está organizado em algumas seções, a saber: aspectos gerais da teoria; elementos principais que sustentam a teoria e o desenvolvimento da pesquisa; os campos conceituais aditivo e multiplicativo; e situação-problema mista e sua classificação a partir dos campos aditivo e multiplicativo.

### 2.1 Teoria dos Campos Conceituais

Gérard Vergnaud foi um professor, pesquisador e psicólogo francês que viveu entre 1933 e 2021. Em sua teoria, denominada Teoria dos Campos Conceituais (TCC), toma como base ideias de Piaget, que consistem em adaptação, equilíbrio e esquemas, e de Vigotsky, que aborda a importância da interação social, da linguagem e da formação de símbolos no processo de aquisição de um determinado conceito por parte dos estudantes (Moreira, 2002).

A TCC é uma teoria cognitivista que visa fornecer uma estrutura que permite que o professor e/ou pesquisador compreenda o desenvolvimento de conceitos pelo sujeito ao longo do processo escolar, possibilitando-lhe traçar filiações e rupturas entre conhecimentos (Vergnaud, 1996a). Moreira (2002) enfatiza que, do ponto de vista da TCC, o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio por parte do estudante vai acontecendo com o passar do tempo, por meio da experiência, da maturidade e da aprendizagem.

A TCC assume que a compreensão de um determinado conceito ocorre por meio de uma variedade de situações-problema vivenciadas pelo sujeito. Assim, quando confrontamos os estudantes com novas situações-problema, eles buscam utilizar os conhecimentos adquiridos em suas experiências passadas referentes a situações-problema mais simples e mais familiares e tentam adaptá-las às novas (Vergnaud, 1988). Vergnaud (2009) também assume que os conceitos não podem ser compreendidos isoladamente, sendo necessários vários conceitos e situações-problema articulados entre si.

O teórico ainda estabelece que um determinado conceito se desenvolve mediante a terna S, I, R, em que: S é um conjunto de situações-problema que dão sentido ao conceito em questão (a referência); I é um conjunto de invariantes (propriedades e relações) utilizado na resolução das situações-problema e nos esquemas dos sujeitos (o significado); e R é um conjunto de representações linguísticas e simbólicas usado na representação do próprio conceito e suas

relações, bem como para as situações-problema e esquemas envolvidos (o significativo) (Vergnaud, 2009).




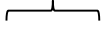


A Teoria dos Campos Conceituais entende situações-problema como tarefas. Segundo Vergnaud (1996a, p. 167), “a ideia é que qualquer situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer”. Para o pesquisador, a complexidade de uma tarefa depende do contexto, da forma como as informações estão estruturadas e, ainda, de como são apresentadas. Desse modo, aponta que os “processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais ele se confronta” (Vergnaud, 1996a, p. 171).

Ademais, Vergnaud (2009b, p. 21) define esquema como a “organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações”, ou seja: é a forma como o estudante age mobilizando seus conhecimentos para resolver determinada classe de situações-problema. É nos esquemas que se deve procurar os conhecimentos-em-ação do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operatória (Vergnaud, 1996a). Os esquemas dos estudantes são manifestados de forma implícita ou explícita, dependendo das características do problema apresentado e da relação que o sujeito tem com o algoritmo. Para que se originem novas descobertas, os esquemas devem ser acomodados, descombinados e recombinados (Vergnaud, 1996a).

Os invariantes operatórios são os componentes cognitivos primordiais dos esquemas, e é por meio dos esquemas que os estudantes organizam os próprios invariantes operatórios para lidar com uma classe de situações (Magina *et al.*, 2008). Vergnaud (2009a) afirma que os invariantes operatórios, assim como os esquemas, não são utilizados conscientemente pelo sujeito. Por exemplo: consideremos a seguinte equação algébrica apresentada por Vergnaud:  $2x + 4 = 30$ . Muitos estudantes chegam ao resultado final e encontram o valor da incógnita ( $x = 13$ ); porém, não sabem explicitar que, para resolver esta equação, é necessário subtrair 4 de ambos os lados da igualdade e depois dividir por 2 ambos os lados da igualdade.

Para Vergnaud (1996a), a linguagem e os símbolos são fundamentais para representar as situações-problema. A linguagem propicia a comunicação, auxilia o pensamento e organiza a ação, enquanto os símbolos correspondem à parte visível dos conceitos. Vergnaud estabeleceu que símbolos como retângulos, círculos e flechas permitem representar, por exemplo, um estado inicial, uma transformação e um estado final. O retângulo representa uma medida sempre positiva; o círculo representa uma transformação, que pode ser positiva ou negativa; as chaves representam a composição de duas medidas ou de dois estados relativos; e as flechas indicam transformações ou relações.

Quadro 5 – Códigos e representações que compõem os esquemas

Nomenclatura	Símbolo	Significado
Retângulo		Número natural
Círculo		Número relativo
Chave vertical		Composição de elementos de mesma natureza
Chave horizontal		
Flecha horizontal		Uma transformação ou uma relação; quer dizer a composição de elementos de natureza diferente
Flecha vertical		

Fonte: Vergnaud (2009a, p. 201).

Esses códigos auxiliam na representação de cálculo relacional de determinadas situações-problema a serem analisadas. As constatações, as deduções (ou inferências) e as construções realizadas para a compreensão das situações-problema são denominadas esquema relacional (Vergnaud, 2009b).

Vergnaud apresenta dois campos conceituais bem definidos: o campo conceitual das **estruturas aditivas** e o campo conceitual das **estruturas multiplicativas**. Devido ao objetivo geral desta pesquisa, são apresentadas, a seguir, apenas as ideias principais e exemplos de classes de situações-problema de transformação de medida (campo conceitual aditivo), de proporção simples (campo conceitual multiplicativo) e de situações mistas, isto é, aquelas que envolvem, simultaneamente, as operações aditivas e multiplicativa, sendo as que constituem a base para o desenvolvimento do protocolo desta pesquisa.

## 2.2 Campo conceitual das estruturas aditivas

Vergnaud (2009a) estabelece como campo conceitual das estruturas aditivas o conjunto das situações-problema que envolvem uma ou várias adições e subtrações, além do conjunto dos conceitos e teoremas interligados a essas situações-problema. As situações-problema aditivas envolvem diferentes conceitos, entre os quais citamos:

[...] de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder ou gastar certa quantia), de relação de comparação quantificada (ter bombons, ou três anos mais que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo, de abscissa, de deslocamento orientado e quantificado (Vergnaud, 1993, p. 9).

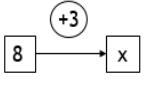
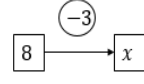
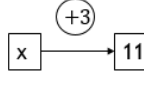
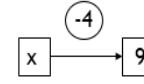
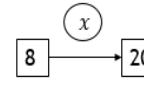
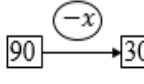
Segundo Vergnaud (2009a), o campo conceitual aditivo é composto por seis classes de situações-problema, a saber: i) composição de duas medidas em uma terceira; ii) transformação de uma medida; iii) relação de comparação entre duas medidas; iv) composição de duas transformações; v) transformação de uma relação ou de um estado relativo; e vi) composição de duas relações ou de dois estados relativos. Essas classes de situações-problema aditivos formam relações ternárias que ligam três elementos entre si, e cada uma dessas seis classes de situações-problema tem subclasses. Ou seja, dependendo das informações dadas e das informações solicitadas em cada situação-problema, existem variações em suas estruturas.

Cada classe de situações-problema tem um grau de dificuldade próprio, o que envolve o tipo de relação estabelecida entre os elementos da situação. Essa dificuldade em resolver situações-problema também pode ser diferente em problemas que pertencem a uma mesma classe — ao considerarmos as subclasses possíveis para cada classe (Vergnaud, 2009a).

De acordo com Magina *et al.* (2008, p. 26), os problemas de transformação de medidas “tratam de situações em que a ideia temporal está envolvida, no estado inicial tem-se uma quantidade que se transforma (com perda/ganho; acréscimo/decrécimo etc.), chegando ao estado final com outra quantidade”.

Vergnaud também distinguiu seis classes de situações-problema na classe de transformação de medidas, sendo elas: i) busca do estado final de uma transformação positiva; ii) busca do estado final de uma transformação negativa; iii) busca do estado inicial de uma transformação positiva; e iv) busca do estado inicial de uma transformação negativa; v) busca do valor de uma transformação positiva; e vi) busca do valor de uma transformação negativa. Os números relacionados a essa categoria são os naturais, os relativos e os decimais (Vergnaud, 2009a). O Quadro 6 dispõe exemplos de situações-problema para cada uma das subclasses de transformação de medidas, seus respectivos esquemas relacionais e equações.

Quadro 6 – Exemplos de situações-problema aditivas de transformação de medidas

Classificação	Variação	Exemplo de Situação	Esquema relacional	Equação
Transformação de medidas	Transformação positiva em busca do estado final	Maria tinha 8 figurinhas e ganhou 3 figurinhas da sua irmã. Com quantas figurinhas Maria ficou?		$8 + (+3) = x$
	Transformação negativa em busca do estado final	Luísa tinha 8 figurinhas e deu 3 figurinhas para sua irmã. Com quantas figurinhas Luísa ficou?		$8 + (-3) = x$
	Transformação positiva em busca do estado inicial	João ganhou da sua irmã 3 figurinhas e ficou com 11. Quantas figurinhas João tinha antes de ganhar da sua irmã?		$x + (+3) = 11$
	Transformação negativa em busca do estado inicial	Carla perdeu 4 figurinhas e ficou com 9. Quantas figurinhas ela tinha antes de perder algumas?		$x + (-4) = 9$
	Transformação em busca do valor da transformação positiva	Gustavo tinha 8 figurinhas. Em um jogo em que ele participou, ganhou algumas e ficou com 20 figurinhas. Quantas figurinhas Gustavo ganhou no jogo?		$8 + x = 20$
	Transformação em busca do valor da transformação negativa	Ana tinha R\$ 90,00 quando entrou num shopping e comprou figurinhas, tendo recebido R\$ 30,00 de troco. Quanto custaram as figurinhas?		$90 - x = 30$

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009a).

Em cada categoria das estruturas aditivas, são apontadas diversas subclasses. Dentre as 6 categorias principais das estruturas aditivas, existe um total 70 subclasses, sendo duas (02) pertencentes à categoria de composição de medidas, seis (06) à categoria de transformação de medidas, seis (06) pertencentes à categoria de comparação de medidas, dezesseis (16) à categoria de composição de transformação, vinte e quatro (24) à categoria de transformação de relações e dezesseis (16) pertencentes à categoria de composição de relações (Vergnaud, 2009b; Miranda, 2019).

Defendemos que é preciso apresentar para o estudante diversas categorias de situações-problema, com diferentes valores numéricos e distintos tipos de enunciados, de modo que não haja somente situações-problema que requeiram o mesmo raciocínio do estudante (Magina *et al.*, 2008).

### 2.3 Campo conceitual das estruturas multiplicativas

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações-problema cujo tratamento requer uma ou várias multiplicações e/ou de divisões, assim como o conjunto de conceitos e teoremas que possibilitem analisar essas situações-problema. O raciocínio multiplicativo envolve as ações de distribuir, dividir e colocar em correspondência um a muitos. O conceito de multiplicação não é de adição repetida, mas o seu cálculo pode ser feito por adição repetida de parcelas — principalmente no início dos estudos. Desse modo, seu conceito se caracteriza por duas variáveis em uma relação fixa, uma com a outra (Nunes *et al.*, 2009).

No entanto, Gitirana *et al.* (2014, p. 25) pontuam que “olhar a multiplicação como adição repetida pode causar uma barreira na própria comutatividade da multiplicação”. Para as autoras, quando se trabalha multiplicação e adição com os estudantes, é comum ensinar que multiplicar é o mesmo que somar repetidas vezes. Nessa abordagem, há uma continuidade entre adição e multiplicação, mas em relação aos significados, existe uma descontinuidade entre os problemas de adição e de multiplicação.

Para exemplificar, vejamos a seguinte situação: “Em cada pacote de figurinha vêm 3 figurinhas. Quantas figurinhas se obtêm com 4 pacotes?” (Gitirana *et al.*, 2014, p. 25). Para as autoras, a estratégia possível e correta de resolver essa situação é por meio de somas repetidas de 3 *figurinhas* + 3 *figurinhas* + 3 *figurinhas* + 3 *figurinhas*, que será o mesmo que escrever, no plano numérico,  $4 \times 3$  *figurinha*. No entanto, não faz sentido efetuarmos essa situação usando a soma repetida de pacotes, neste caso, 4 *pacotes* + 4 *pacotes* + 4 *pacotes*, que significa escrever por  $3 \times 4$  *pacote*, pois o resultado trocaria o significado do problema, tornando a situação inválida.

Para Vergnaud (2009b), o campo conceitual das estruturas multiplicativas é composto por relações do tipo quaternárias, diferenciando-se das estruturas aditivas, compostas por relações ternárias. Gitirana *et al.* (2014) complementam que, em uma relação quaternária, há correspondência entre quatro medidas: duas a duas de mesma espécie, sendo três medidas conhecidas e uma desconhecida.

As relações quaternárias são compostas por três categorias de situações-problema. A primeira é a proporção simples (isomorfismo de medidas), composta por classes de multiplicação um para muitos, cota, partição e muitos para muitos; a segunda envolve proporção dupla (função bilinear); e a terceira é a proporção múltipla, que envolve as classes de um para muitos e muitos para muitos. As relações ternárias, por sua vez, são divididas em duas categorias de situações-problema: a primeira se refere ao produto de medidas (produto

cartesiano), constituído por classes de configuração retangular e combinatória; e a segunda envolve a comparação multiplicativa, com as classes de relação desconhecida, referido ou referente desconhecido.

As situações-problema da categoria proporção simples podem ser modeladas por equações do 1º grau e pertencem à categoria dos problemas que estabelecem proporções simples entre duas grandezas. As situações-problema das classes dessa categoria são resolvidas considerando as seguintes estratégias: nas situações-problema de multiplicação um para muitos, realiza-se a multiplicação, considerada como adição de parcelas iguais; nas situações-problema de divisão por partição, é dada a quantidade de duas grandezas diferentes e é preciso calcular o valor unitário; na divisão em cotas, o valor unitário é fornecido e é preciso calcular o número de unidades (Vergnaud, 2009); por fim, nas situações-problema de proporção simples muitos para muitos, a relação entre o valor da unidade de uma das grandezas em relação a outra não é explícita (Magina, 2020).

Quadro 7 – Exemplos de situações-problema Proporção Simples ou Isomorfismo de Medidas

Classificação	Variação	Exemplo de Situação	Esquema relacional	Equação						
Proporção simples	Multiplicação um para muitos	Uma caixa de bombom custa R\$ 20,00. Quanto custa 3 caixas de bombons?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Bombom</th> <th>Custo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>a</td> </tr> </tbody> </table>	Bombom	Custo	1	20	3	a	$3 * 20 = a$ $60 = a$
	Bombom	Custo								
	1	20								
	3	a								
Partição	Luis tinha R\$ 80,00 e comprou 4 caixas de bombom. Quanto custou cada caixa?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Bombom</th> <th>Custo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>a</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>80</td> </tr> </tbody> </table>	Bombom	Custo	1	a	4	80	$4 * a = 80$ $a = \frac{80}{4}$ $a = 20$	
Bombom	Custo									
1	a									
4	80									
Cota	Marta usa 6 ovos para fazer um bolo. Quantos bolos ela consegue fazer com 42 ovos?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Bolos</th> <th>Ovos</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>42</td> </tr> </tbody> </table>	Bolos	Ovos	1	6	y	42	$y * 6 = 42$ $y = \frac{42}{6}$ $y = 7$	
Bolos	Ovos									
1	6									
y	42									
Muitos para muitos (quarta proporcional)	Em 4 horas, percorri 320 km. Quantos quilômetros posso percorrer em 6 horas?	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Horas</th> <th>Quilômetros</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>320</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>b</td> </tr> </tbody> </table>	Horas	Quilômetros	4	320	6	b	$4 * b$ $= 6x320$ $b = \frac{6 * 320}{4}$ $b = 480$	
Horas	Quilômetros									
4	320									
6	b									

Fonte: Baseado em Vergnaud (2009b).

Importa salientar que, nas situações-problema propostas na proporção simples, a variação multiplicação um para muitos pode ser resolvida por meio de uma multiplicação, a

partição e cota por uma divisão e, por último, a quarta proporcional requer uma operação de multiplicação e uma operação de divisão. Assim, dentro de uma mesma classe, podemos encontrar várias dificuldades no que concerne aos dados de um problema.

O estudo apresentado por Miranda (2019) sobre o campo conceitual multiplicativo aponta que, no total, existem cinco classes de situações-problema, compostas por 18 subclasses, sendo quatro pertencentes à classe proporção simples, seis à comparação multiplicativa, quatro à classe produto de medidas, duas à função bilinear ou proporção dupla e duas à proporção múltipla. A autora também constatou que as classes de proporção múltipla são formadas por mais de uma proporção, sendo as relações de proporção estabelecidas de formas diferentes em cada uma.

Tanto as situações-problema aditivas quanto as multiplicativas proporcionam a modelização de equação do 1º grau. Mas tais equações não são necessariamente completas da forma  $a * x + b = c$ , sendo  $x$  a incógnita e podendo percorrer no lugar do  $b$  ou  $c$ . No entanto, somente as situações-problema mistas possibilitam a modelização de equações do tipo  $a * x + b = c$  e as devidas mudanças de posição da incógnita  $x$ . Desse modo, apresentamos, a seguir, uma discussão sobre as situações-problema mistas que possibilitam diferentes modelizações de equação do 1º grau que serviu de embasamento para a elaboração do instrumento desta pesquisa.

## **2.4 Situações-problema mistas**

Além das situações-problema aditivas e multiplicativas, têm-se as situações-problema mistas. De acordo com Vergnaud (2009b), elas contemplam relações do campo conceitual multiplicativo e do campo conceitual aditivo, isto é, são situações-problema que envolvem, simultaneamente, as operações de multiplicação e adição e/ou suas operações inversas (divisão e subtração, respectivamente).

Para Vergnaud (2009b), as situações-problema mistas apresentam complexidade por terem várias relações e estruturas. O autor delineou algumas recomendações que direcionam a ação do professor para que o ensino por meio de situações-problema complexas seja eficaz. Tais recomendações são: fazer a criança formular perguntas que tenham sentido em relação ao enunciado; propor a “tradução” entre as representações (enunciados verbais, tabelas, operadores e equações algébricas); e, em caso de insucesso, recorrer a uma reconstrução material e gesticulada das situações-problema dadas pelo enunciado, estabelecendo elos entre as situações-problema materiais e as representações associadas a ela (Vergnaud, 2009b).

Vergnaud (2009b, p. 269) aponta que “não é possível elaborar uma classificação completa de problemas complexos porque o número de possibilidades aumenta de forma exponencial em relação ao número de relações elementares envolvidas”; dessa forma, o pesquisador não estabeleceu uma classificação para os problemas complexos. Contudo, a análise de situações mistas foi respaldada nas pesquisas de Miranda (2019), Rodrigues e Rezende (2019; 2021) e Dezilio (2022).

Miranda (2019) fez análise prévia de 30 possíveis classificações para as situações-problema mistas de acordo com as análises de problemas mistos propostas por Vergnaud (2009b). A pesquisadora analisou livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental e do 1º ano do Ensino Médio, nos quais foram identificadas 89 situações-problema mistas. Como conclusão, verificou-se que as situações-problema mistas são passíveis de serem analisadas conforme situações-problema aditivas e situações-problema multiplicativas.

A análise feita por Miranda (2019) resultou em nove categorias de situações: i) proporção simples; ii) produto de medidas; iii) composição de medidas; iv) proporção simples e composição de medidas; v) proporção simples e transformação de medidas; vi) comparação multiplicativa e composição de medidas; vii) comparação multiplicativa e transformação de medidas; viii) proporção simples, composição de transformações e transformação de medidas; e ix) comparação multiplicativa e proporção simples. Das nove categorias, a autora havia preestabelecido sete e duas despontaram durante o mapeamento das situações-problema, mostrando que essas classificações exemplificam, mas não esgotam essa tipologia. Dessa feita, apontou-se a necessidade de que outras pesquisas fossem realizadas, assim como novas fontes fossem utilizadas.

Rodrigues e Rezende (2019) propuseram quatro situações-problema mistas para serem resolvidas por 22 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Elas identificaram que os alunos apresentavam conhecimentos aritméticos que possibilitavam resolver as situações-problema. Porém, os estudantes apresentaram dificuldades para estabelecer relações entre os dados do enunciado, mostrando que não estavam habituados com esse tipo de situações-problema, resultando em cálculos e resultados equivocados. Em outro estudo, Rodrigues e Rezende (2021) mapearam situações-problema mistas em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Verificaram que os problemas mistos também estão presentes em livros didáticos desse ciclo de ensino, sendo as classes de proporção simples e composição de medidas as que apresentam o maior número de situações-problema nos livros didáticos de matemática da coleção Ápis de Dante (2017a; 2017b; 2017c; 2017d; 2017e) do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, com base na Teoria dos Campos Conceituais, Dezilio (2022) analisou esquemas de estudantes do 5º ano ao resolverem quatro situações-problema mistas das classes de proporção simples e composição de medidas. A partir dos esquemas de resolução dos estudantes, a pesquisadora identificou que eles utilizaram esquemas que envolvem algoritmos de multiplicação e adição que dão suporte à modelação da função afim.

Assim, considerando os resultados dos estudos de Miranda (2019), Rodrigues e Rezende (2019; 2021) e Dezilio (2022), apresentamos, a seguir, algumas considerações e análises de problemas mistos pertencentes à classe de proporção simples e transformação de medidas como forma de melhor esclarecer as situações-problema que compõem o instrumento da presente pesquisa.

#### 2.4.1 *Proporção Simples e Transformação de Medidas*

As situações-problema classificadas como mista do tipo proporção simples e transformação de medidas têm um estado inicial que é transformado em um estado final (Miranda, 2019). Essa classe de situações-problema mista é formada por uma relação quaternária de proporção simples, do campo multiplicativo, e por uma relação ternária de transformação de medidas, do campo aditivo.

Rodrigues e Rezende (2021) estabeleceram subclasses para situações-problema mistas do tipo proporção simples e transformação de medidas, considerando as quatro variações da classe proporção simples e combinando com as seis variações da classe transformação de medidas, o que possibilitou a formação de 24 subclasses, conforme apresentamos no Quadro 8.

Quadro 8 – Subclasses de situações-problema mistos do tipo proporção simples e transformação

<b>Campo multiplicativo</b>	<b>Campo aditivo</b>
Proporção simples um para muitos.	Transformação positiva, com o estado inicial desconhecido.
Proporção simples partição.	Transformação positiva, com a transformação desconhecida.
Proporção simples cota.	Transformação positiva, com o estado final desconhecido.
Proporção simples quarta proporcional.	Transformação negativa, com o estado inicial desconhecido.
	Transformação negativa, com a transformação desconhecida.
	Transformação negativa, com o estado final desconhecido.

Fonte: Rodrigues e Rezende (2021).

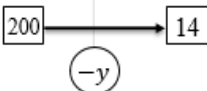


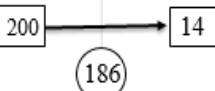
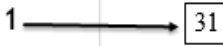
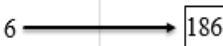
Na sequência, apresentamos um exemplo de problema misto pertencente à classe proporção simples e transformação de medidas.

*Juliana comprou 6 brinquedos iguais para os seus irmãos, pagou com R\$ 200,00 e recebeu troco de R\$ 14,00. Quanto custou cada brinquedo?*

Para encontrar o valor do custo de cada brinquedo, é necessário determinar o valor total dos brinquedos comprados. Para isso, considera-se a relação ternária de transformação, em que o estado inicial corresponde ao valor de R\$ 200,00; o estado final é o valor restante, ou seja, o troco de R\$ 14,00; e deseja-se descobrir o custo dos quatro brinquedos iguais, que é uma transformação negativa em busca da transformação. Encontrando o custo dos 6 brinquedos iguais, podemos calcular o custo correspondente ao valor de cada brinquedo por meio de uma relação quaternária de proporção simples, em que 6 brinquedos estão relacionados a um custo de R\$ 186,00 e se pretende encontrar o custo correspondente a cada brinquedo comprado.

Para representar essas relações, propomos um esquema relacional e equação (Quadro 9) com base nos esquemas sugeridos por Vergnaud (2009a) para as estruturas aditivas e multiplicativas. Além disso, as pesquisas de Miranda (2019) e de Rodrigues e Rezende (2019; 2021) foram basilares para propor o esquema relacional para situações-problema mistas.

Quadro 9 – Esquema relacional de proporção simples e transformação de medidas

Esquema relacional				Equação
Valor que pagou	Troco que recebeu	Número de brinquedos	Custo de brinquedos	
		 		$200 - y = 14$ $y = 186$
		 		$6 * x = 186$ $x = 31$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Fazendo análise, podemos constatar que essa classe possibilita a modelização da expressão algébrica de equações do 1º grau, podendo ser dada pela expressão  $200 - 6 * a = 14$ . Resolvendo a equação, teremos que cada brinquedo custou R\$ 31,00. Diante disso, o custo de um brinquedo depende do valor pago e do troco recebido ao comprar 6 brinquedos. Assim, podemos afirmar que o problema enunciado é um problema misto pertencente à subclasse proporção simples de partição e transformação negativa em busca da transformação desconhecida.

## 2.5 O conceito de equação do 1º grau

Para Rodrigues e Rezende (2021), a classe de proporção simples e transformação de medidas possibilita que situações-problema com estruturas diferentes entre si sejam propostas, permitindo que os alunos manifestem diferentes estratégias, conceitos e teoremas em ação e maneiras de representá-los. Assim, para a presente pesquisa, partimos do pressuposto de que diferentes estratégias e diferentes conhecimentos (incluindo representações) são manifestadas pelos estudantes ao resolverem situações-problema mistas.

Vergnaud (2009a) destaca que os conceitos matemáticos se desenvolvem a partir de múltiplas situações-problema e que diferentes conceitos estão envolvidos em um mesmo problema. Assim, assumimos, nesta pesquisa, que, para compreenderem o conceito de equação do 1º grau, os estudantes precisam resolver e compreender as diferentes estruturas de situações-problema relacionadas a esse conceito, uma vez que diferentes situações-problema possibilitam diferentes estratégias de resolução, diferentes conceitos e ideias matemáticas e diferentes estruturas de equação do 1º grau.

Na equação completa do tipo  $a * x + b = c$ , podemos identificar:

- a parte multiplicativa, representada por  $a * x = c$ , que pertence ao campo conceitual multiplicativo;
- a parte aditiva, representada por  $x + b = c$ , pertence ao campo conceitual aditivo; e
- a parte simultaneamente aditiva e multiplicativa, representada por  $a * x + b = c$ , pertence ao campo conceitual aditivo e multiplicativo, caracterizando-se, portanto, como mista.

Com base na definição de Vergnaud (2009a) de que um conceito é uma tríade (S, I, R) e com foco na equação do 1º grau, consideramos o conjunto **S** para a equação do 1º grau como formado por diferentes situações-problema mistas, baseadas nas classes propostas por Vergnaud (2009a). Existem pelo menos 30 classes de situações-problema mistas (Miranda, 2019), e cada uma delas admite diferentes subclasses (Rodrigues; Rezende, 2021). A diversificação dessas classes/subclasses confere diferentes modos de resolução por parte dos estudantes, novos sentidos e novas aplicações à formulação de uma equação do 1º grau. Isso contribui para que o estudante compreenda e construa os significados dos conceitos matemáticos (Vergnaud, 2009a).

O conjunto **I**, para a equação do 1º grau, constitui-se de invariantes operatórios contidos nas estratégias, mobilizadas na organização, no desenvolvimento e na resolução das situações-problema. Assim, a compreensão de conceito de equação do 1º grau requer o domínio das ideias e das propriedades de composição, comparação, transformação, proporção simples, produto cartesiano, estado inicial, estado final, relação, busca por parte, busca por todo, referente, referido, valor intermediário, cota, partição, um para muitos, quarta proporcional, incógnita, número desconhecido, equivalência, coeficientes, igualdade, números naturais, inteiros e reais, e mais.

Já o conjunto **R** se refere às representações simbólicas necessárias para as estratégias dos estudantes na resolução de situações-problema envolvendo equação do 1º grau e inclui representação algébrica, numérica, língua natural e pictórica.

Ressaltamos que este estudo não esgota a apresentação desses conhecimentos, uma vez que a identificação do conceito depende justamente da articulação entre diferentes situações e da diversidade de registros que o estudante mobiliza (Vergnaud, 1998). Contudo, buscamos elencar o máximo possível dentro do escopo da pesquisa. No próximo capítulo, são apresentados os procedimentos metodológicos do desenvolvimento desta pesquisa.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Apresentamos, neste capítulo, os procedimentos metodológicos adotados para o desenvolvimento desta investigação. Serão detalhados o problema de pesquisa, os objetivos, a descrição do ambiente escolar e dos colaboradores da pesquisa, o instrumento de pesquisa e a análise prévia. Ainda, será apresentado o estudo piloto realizado com três estudantes moçambicanos da 8ª classe.

#### 3.1 Problema de pesquisa

Considerando os conhecimentos relativos à equação do 1º grau (descritos na seção 3.5 do capítulo 3 desta pesquisa), foi delineado o seguinte problema de pesquisa: *Que conhecimentos relativos à equação do 1º grau são manifestados por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas?*

#### 3.2 Objetivos

Com vistas a responder ao problema de pesquisa apresentado, foram estabelecidos os seguintes objetivos, geral e específicos:

##### 3.2.1 *Objetivo geral:*

Analisar conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros ao resolverem situações-problema mistas.

##### 3.2.2 *Objetivos específicos:*

- Identificar estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas.
- Analisar se diferentes classes situações-problema mistas proporcionam maior ou menor dificuldade para a resolução por parte dos estudantes.

### 3.3 Desenvolvimento da pesquisa

O desenvolvimento desta pesquisa envolveu, primeiramente, um estudo piloto e, posteriormente, o estudo principal. A seguir, são descritos cada um desses estudos.

#### 3.3.1 Estudo piloto

O estudo piloto desenvolvido consistiu na implementação do protocolo de pesquisa proposto (APÊNDICE A) no dia 07 de março de 2025, das 7 h e 55 min às 9 h e 20 min. Participaram do estudo três estudantes da 8ª classe de uma escola pública da cidade de Pemba, na Província de Cabo Delgado, Moçambique. Os três estudantes se dirigiram para a sala extracurricular, disponível para outras atividades.

A proposta do estudo foi analisar os conhecimentos manifestados pelos estudantes diante do instrumento de pesquisa, averiguando possíveis pontos de fragilidade na elaboração das situações-problema ou outros aspectos metodológicos, ou seja: buscava-se verificar se havia algum(ns) ponto(s) a ser(em) modificado(s) no protocolo de pesquisa e se os objetivos desta pesquisa seriam alcançados com a aplicação do referido protocolo.

Para isso, os estudantes resolveram as situações-problema individualmente, e o autor da pesquisa solicitou que resolvessem as situações-problema propostas de maneira autônoma e sem utilizar recurso ou ajuda. A realização do estudo piloto evidenciou a necessidade de adequação na redação dos enunciados das situações-problema de números 1 e 8.

Na situação-problema 1, “Maria ganhou do seu pai 5 pacotes de bolas de tênis e ganhou da sua irmã mais 10 bolas de tênis” ficou “Maria recebeu do seu pai 5 pacotes de bolas de tênis e recebeu da sua irmã mais 10 bolas de tênis”. Na situação-problema 8, “A direção de um complexo esportivo comprou bolas de vôlei que vieram dentro de caixas, com 6 unidades em cada caixa. Destas bolas, 8 foram doadas para uma escola, ficando com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas pela direção do complexo esportivo?” ficou “A direção de um complexo esportivo adquiriu bolas de vôlei que vieram armazenadas em caixas, sendo que cada caixa contém 6 bolas. Após doar 8 bolas para uma escola, o complexo ainda ficou com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas no total pela direção do complexo esportivo?”.

Também, foi necessário estabelecer um grau de hierarquia entre as situações-problema, começando da provável situação-problema mais simples para a mais complexa. O estudo piloto mostrou que, tendo em vista os objetivos propostos para a presente investigação, os dados produzidos pelos estudantes eram suficientes para sustentar as análises da pesquisa. As análises

das resoluções dos estudantes do estudo piloto indicaram a manutenção do protocolo de pesquisa para a produção de dados do estudo principal.

### *3.3.2 Estudo principal*

Para a implementação do protocolo de pesquisa e a produção dos dados junto aos estudantes, foram consideradas uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio estadual do município de Campo Mourão, no estado do Paraná, Brasil, e uma turma da 8ª classe da Escola Secundária do município de Pemba, na província de Cabo Delgado, Moçambique. Participaram estudantes com idade de 12 e 13 anos.

Na turma do colégio estadual de Campo Mourão, colaboraram 28 estudantes de um total de 31. Os outros três alunos participaram na resolução das situações-problema mas não foram inclusos nas análises da pesquisa por não apresentarem a devida autorização dos responsáveis, conforme demanda o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). A turma da Escola Secundária de Pemba era composta por 79 estudantes, e todos participaram da aplicação das situações-problema propostas no âmbito da pesquisa. No entanto, apenas 40 foram incluídos na análise dos dados, por se enquadrarem na faixa etária definida com vistas a garantir a compreensão do processo cognitivo dos estudantes de ambas as escolas.

Os estudantes resolveram, individualmente, oito situações-problema de proporção simples, contemplando as variações proporção simples um para muitos, partição, quarta proporcional e cota, cada uma envolvendo a transformação de medidas que busca por estado inicial ou final, conforme o caso. O autor da pesquisa orientou previamente aos estudantes a não colocarem seus nomes nas folhas e a resolverem as situações-problema propostas de maneira autônoma e sem utilizar recurso ou ajuda, como calculadora, perguntas ao pesquisador, caderno de aula etc. Também foi explicado que eles estariam colaborando com uma pesquisa de mestrado que fora previamente aprovada pelo conselho de ética da Unespar, Brasil. Todas as situações-problema foram entregues para cada estudante (APÊNDICE B).

### **3.4 Elaboração de protocolo de pesquisa**

O protocolo de pesquisa contendo oito situações-problema foi elaborado para ser implementado junto a estudantes da 8ª classe em Moçambique e 8º ano no Brasil no início do ano de 2025. As situações-problema que compõem o protocolo de pesquisa foram elaboradas

de acordo com os conteúdos e as orientações previstas no PESPC (Moçambique, 2022) e na BNCC (Brasil, 2018) no que se refere ao conteúdo de equações do 1º grau.

Todas as situações-problema são do tipo mista (envolvem operação de multiplicação/divisão e a operação de adição/subtração), classificadas como proporção simples e transformação de medidas (Vergnaud, 2009b). Elas foram amplamente debatidas com a orientadora desta investigação e com os integrantes do GEPeDiMa, adotando-se um contexto único de esportes para todas as situações-problema.

Para o protocolo de pesquisa, foram consideradas variáveis didáticas, sendo elas: as variações das suas classes/subclasses (as oito subclasses da classe de proporção simples e transformação de medidas); o contexto relacionado ao esporte; valores numéricos dos números inteiros positivos das classes das unidades e dezenas; e as ideias são associadas à equação do 1º grau. O Quadro 10 apresenta as variações das classes de situações-problema e indica o contexto e valor numérico.

Quadro 10 – Variáveis didáticas, contexto e valor numérico considerado em cada situação-problema

<b>Situações-problema</b>	<b>Classificação (proporção simples/ transformação)</b>	<b>Contexto</b>	<b>Valores numéricos (Números inteiros positivos)</b>
Situação-problema 1	Partição e em busca do estado final.	Bolas de basquete	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 2	Quarta proporcional e em busca pelo estado final.	Bolas de tênis.	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 3	Um para muitos e em busca pelo estado final.	Bolas de futebol	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 4	Um para muitos e em busca pelo estado inicial.	Ingressos para jogo de futebol	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 5	Cota e em busca pelo estado final	Bolas de tênis	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 6	Partição e em busca pelo estado inicial.	Bolas de basquete	Classe das unidades
Situação-problema 7	Quarta proporcional e em busca pelo estado inicial.	Ingressos para jogo de vôlei	Classe das unidades e dezenas
Situação-problema 8	Cota e em busca pelo estado inicial	Bolas de vôlei	Classe das unidades e dezenas

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.5 Protocolo de pesquisa e análises prévias

A presente seção consiste na apresentação das oito situações-problema que compõem o protocolo de pesquisa deste estudo. Contém, ainda, a análise das estruturas e suas classificações a partir de seus esquemas relacionais, os cálculos relacionais e a análise prévia contendo

possíveis estratégias de resoluções a serem manifestadas pelos estudantes para as situações-problema — sejam elas pertinentes ou não do ponto de vista acadêmico.

### 3.5.1 Situação-Problema mista 1

A situação-problema 1 foi constituída pela proporção simples partição e transformação negativa em busca do estado final.

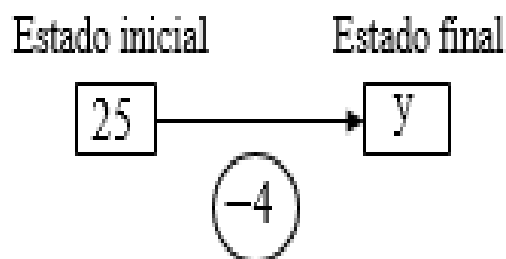
---

Uma organização doou 25 bolas de basquete para 3 escolas. Dessas 25 bolas, 4 estavam furadas e o restante foram distribuídas igualmente entre as escolas. Com quantas bolas cada escola ficou?

---

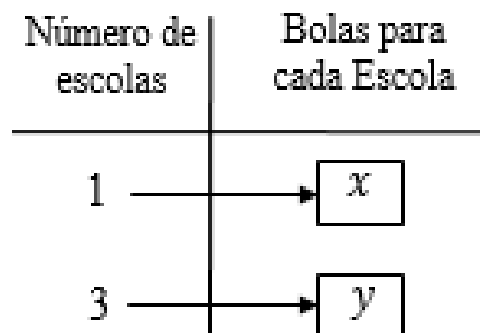
Essa situação-problema está representada pelos esquemas relacionais na Figura 2 e na Figura 3, sendo analisadas as relações estabelecidas entre as medidas do enunciado:

Figura 2 – Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado final da situação-problema 1



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3 - Esquema relacional de proporção simples partição da situação-problema 1

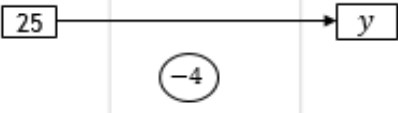

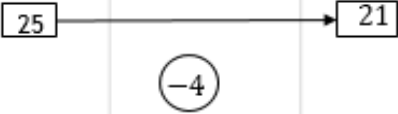



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para resolver essa situação-problema mista, pode-se utilizar o procedimento de determinar primeiro o número das bolas doadas que estão em boas condições de uso. Para isso, considera-se a relação ternária de transformação negativa em busca do estado final, em que o estado inicial corresponde ao número total de 25 bolas doadas pela organização; a transformação negativa, ao número das 4 bolas furadas; e deseja-se descobrir o estado final, o número de bolas  $y$ .

Diante do resultado do número de bolas em condições de serem distribuídas nas 3 escolas, podemos calcular o número de bolas de basquete distribuídas para cada escola por meio de uma relação quaternária de proporção simples do tipo partição, em que uma escola está relacionada a  $x$  bolas e 3 escolas estão relacionadas ao resultado encontrado no  $y$ . Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional, baseado em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

Quadro 11 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples partição e transformação negativa em busca do estado final

Bolas Oferecidas	Bolas não aproveitadas	Bolas restantes	Número de escolas	Bolas para cada escola
25		$y$		
25		21		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, a equação algébrica correspondente ao esquema relacional é  $25 - 4 = 3 * x$  e, ao resolver essa equação, temos o número de bolas de basquete que cada escola teve, que foi de 7 bolas. Nesse caso, o número de bolas que cada escola teve depende do número total das bolas doadas depois de subtraídas as furadas. Portanto, com base nas relações estabelecidas no problema e no seu esquema relacional, o problema misto é do tipo proporção simples partição e transformação negativa em busca do estado final.

Quadro 12 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
-------------	---	---------------------

$25 - 4 = 21$ $21 \div 3 = 7$ ou $\frac{21}{3} = 7$	Ocorre a subtração de 25 por 4; algoritmo de divisão envolvendo números inteiros.	Adequada mas não possibilita a manifestação algébrica.
$25 - 4 = 21$ Número de escolas   Bolas para cada escola 1 —————→ x 3 —————→ 21	$3 * x$ Ocorre a subtração de 25 por 4; -correspondência de 1 para x e 3 para 21; processo de multiplicação de número inteiro por x.	Adequada. Possibilita a manifestação algébrica.
$25 - 4 = 21$ (x7) 3 —————→ 21 2 —————→ 14 1 —————→ 7	Subtração por 4; ocorre correspondência entre 3, 2 e 1 e seus múltiplos de 7.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$y = 25 - 4$ $y = 21$ $\frac{1}{x} = \frac{3}{y} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{3}{21}$ $3x = 21$ $x = \frac{21}{3}$ $x = 7$	Processo de subtração de 25 por 4 para encontrar o valor de y; regra de três simples; multiplicação cruzado para encontrar o valor de x e processo de multiplicação de número inteiro por x.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$25$ $- 4$ $21$ $7 + 7 + 7 = 21$	Subtrair do total por 4; algoritmo de adição envolvendo números inteiros;	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$x = \frac{25}{3} - 4$ $x = 4,33$	Divide equivocadamente 25 por 3; algoritmo da subtração envolvendo números inteiros;	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x + 4 = 25 \Rightarrow x = 21$	Processo de adição de x por 4; Desconsidera a divisão.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 25 \div 3$ $x = 8,3 \approx 8$	Divide equivocadamente 25 por 3; O estudante desconsidera a quantidade de bolas furadas	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$25 * 3 = 75 - 4 = 71$	Interpretação equivocada do enunciado. Operação de multiplicação no lugar da divisão; A igualdade não se mantém em todos os membros da expressão numérica.	Inadequada
$25 - 4 = 21$	Processo de adição de x por 4; Desconsidera a divisão.	Inadequada
$25 + 3 = 28 - 4$ $= 24$	Interpretação equivocada do enunciado. O estudante utiliza a operação de adição no lugar da multiplicação; A igualdade não se mantém em todos os membros da expressão numérica.	Inadequada

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.5.2 Situação-Problema mista 2

Na situação-problema 2, temos uma proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final.

Em 3 pacotes, há 9 bolas de tênis. Maria recebeu do seu Pai 5 pacotes de bolas de tênis e, recebeu da sua irmã, mais 10 bolas de tênis. Quantas bolas de tênis Maria possui ao todo?

Essa situação-problema foi organizada pelo esquema relacional apresentado na Figura 4 e na Figura 5, de forma a analisarmos as relações estabelecidas entre as medidas do enunciado.

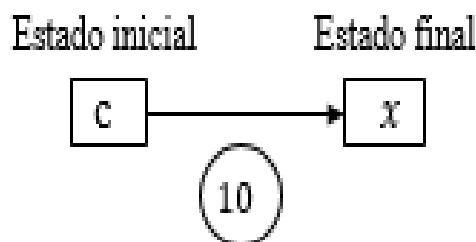
Figura 4 - Esquema relacional de proporção simples da quarta proporcional da situação-problema 2

Pacotes	Bolas de tênis
3	9
5	$c$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Esse esquema representa que a proporção considerada é uma relação quaternária das estruturas multiplicativas de proporção simples da quarta proporcional. Para resolver essa situação-problema, pode-se utilizar primeiro o procedimento de determinar a quantidade de bolas de tênis em 5 pacotes. Portanto, 3 pacotes estão relacionados a 9 bolas e 5 pacotes estão relacionadas a  $c$  bolas de tênis. Assim sendo, o número de bolas de tênis que a Maria possui ao todo é dado por uma transformação de medidas, conforme o esquema na Figura 5:

Figura 5 - Esquema relacional da transformação positiva em busca pelo estado final da situação-problema 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Diante do resultado da quantidade de bolas em 5 pacotes, podemos encontrar o número de bolas de tênis que a Maria possui ao todo por meio de uma relação ternária de transformação

positiva em busca pelo estado final, cujo estado inicial corresponde à quantidade de bolas em 5 pacotes. A transformação diz respeito às 10 bolas que a Maria recebeu da sua irmã e deseja-se descobrir o estado final, ou seja, a quantidade total de bolas que a Maria possui. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional, baseado nos esquemas propostos por Vergnaud (2009a) para os campos aditivo e multiplicativo e na pesquisa de Miranda (2019).

Quadro 13 – Representações de situações – problema da classe de Proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final.

Número de pacotes	Número de bolas de tênis	Bolas dada pelo pai	Total de bolas
3	→ 9	$c$	→ $x$
5	→ $c$		$+10$
3	→ 9	15	→ 25
5	→ 15		$+10$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Deste modo, a equação algébrica correspondente ao esquema relacional é  $\frac{5 \cdot 9}{3} + 10 = x$  e, ao resolver essa equação, temos que a Maria possui 25 bolas de tênis. Nesse caso, o número de bolas de tênis que Maria possui depende dos 5 pacotes de bolas de tênis que recebeu do seu pai e das 10 bolas oferecidas pela irmã. Assim, com base nas relações estabelecidas no problema e no seu esquema relacional, a situação-problema mista é do tipo proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final.

Quadro 14 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 2

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$\frac{3}{5} = \frac{9}{c}$ $5 \cdot 9 = 3 \cdot c$ $15 + 10 = x$ $c = \frac{45}{3}$ $x = 25$ $c = 15$	Aplica regra de três simples; multiplica cruzado para resolver o valor de $c$ ; processo de adição envolvendo números inteiros para encontrar o valor de $x$ .	Adequada e possibilita manifestação algébrica.
$9 - 3 = 3$ $\textcircled{\times 3}$ $3 \rightarrow 9$ $4 \rightarrow 12$ $5 \rightarrow 15$ $15 + 10 = 25$	Ocorre a divisão de 9 bolas por 3 pacotes; ocorre correspondência entre os números 3, 4, 5 e seus múltiplos por 3; algoritmo de adição.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.

$\begin{array}{l} 3 \longrightarrow 9 \\ 5 \longrightarrow c \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 * 9 = 3 * c \\ c = \frac{5 * 9}{3} \\ c = 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} 15 + 10 = x \\ X = 25 \end{array}$	Ocorre correspondência de 3 para 9 e 5 para c; multiplicação de cruzado para resolver o valor de c; processo de adição envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestar algebricamente.
$\begin{array}{l} 3 * y = 9 \\ y = \frac{9}{3} \\ y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 * y = c \\ 5 * 3 = c \\ c = 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} 15 + 10 = x \\ x = 25 \end{array}$	Processo de multiplicação de número inteiro por y; processo de multiplicação de número inteiro por valor de y; processo de adição envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestar algebricamente
$\frac{9}{3} = 3$ $3 * 5 = 15$ $15 + 10 = 25$	Ocorre a divisão de 9 por 3; algoritmo de multiplicação envolvendo números inteiros; algoritmo de adição.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$3 * 5 + 10 = 25$	Multiplica por 5; algoritmo de adição por 10	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$9 \div 3 = 3$ $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$ $15 + 10 = 25$	Divide por 3; algoritmo de adição envolvendo números inteiros;	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$5x + 10 = 9$ $5x = 9 - 10$ $x = -\frac{1}{5}$	Interpretação equivocada do enunciado. Considerou a soma das bolas de Maria (5 pacotes + 10 bolas) e igualou ao total inicial (9 bolas).	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$\frac{3}{9} = \frac{5}{y} \Rightarrow y = 15$ $x = y + 10 \Rightarrow x = 15 + 10$ $\Rightarrow x = 25$	Aplica equivocadamente regra de três simples; multiplica cruzado para resolver o valor de y; processo de adição envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 3 + 9 + 5 + 10$ $x = 27$	Interpretação equivocada do enunciado. Confundi o número de pacotes recebidos com o número de bolas.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$y = 5 * 9 \Rightarrow y = 45$ $c = 3 * 9 \Rightarrow c = 27$ $x = y + c \Rightarrow x = 45 + 27 \Rightarrow x = 72$	Interpretação equivocada do enunciado. Desconsiderou a operação de divisão; Não usou a quantidade correta de bolas por pacote.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$y = 5 * 9$ $y = 45 + 10$ $y = 55$	Interpretação equivocada do enunciado. Considera operação de multiplicação no lugar da divisão; Desconsidera a quantidade correta de bolas por pacote; A igualdade não se mantém em todos os membros da expressão numérica.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$9 + 10 = 15$	Identifica equivocadamente valores numéricos no enunciado. Desconsiderou a divisão; Desconsiderou quantidade de bolas por pacote.	Inadequada
$9 + 5 + 10 = 24$	O estudante desconsiderou a operação da multiplicação necessária (Hilário <i>et al.</i> , 2021). Considera equivocadamente a quantidade de pacotes por bolas.	Inadequada

$3 + 9 + 5 + 10 = 27$	Identifica equivocadamente valores numéricos no enunciado para o algoritmo de adição.	Inadequada
-----------------------	---	------------

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.5.3 Situação-Problema mista 3

A situação-problema 3 pertence à classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado final.

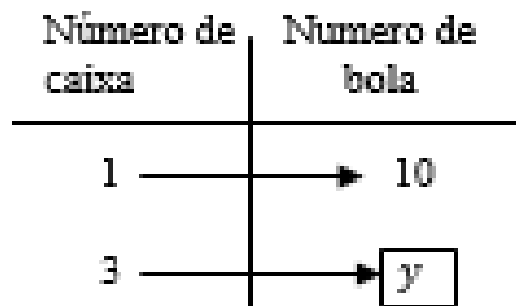
---

O clube Ático adquiriu 3 caixas de novas bolas de futebol, sendo que cada caixa contém 10 bolas. Após a compra, foram utilizadas 12 bolas. Quantas bolas de futebol novas ainda restam para uso?

---

O esquema relacional referente a essa etapa está apresentado na Figura 6 e na Figura 7, de forma a analisarmos as relações estabelecidas entre as medidas do enunciado.

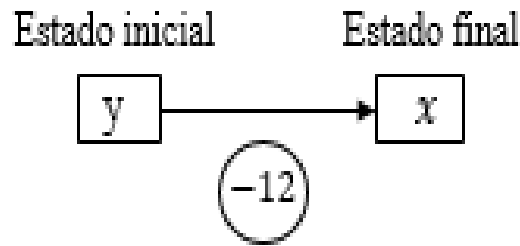
Figura 6 - Esquema relacional de proporção simples um para muitos da situação-problema 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

O esquema apresentado é uma relação quaternária das estruturas multiplicativas, da categoria de proporção simples um para muitos. Para resolver essa situação-problema, pode-se utilizar o procedimento de determinar, primeiro, o número das bolas de 3 caixas. Desse modo, uma caixa está relacionada a 10 bolas de futebol e 3 caixas a y bolas de futebol, que será considerado na transformação de medidas, conforme o esquema na Figura 7:

Figura 7 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado final da situação-problema 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir do resultado do número de bolas das 3 caixas, é possível subtrair pelo número das 12 bolas utilizadas, ou seja, fazer  $-12$ . Com isso, considera-se uma relação ternária de transformação de medidas, cujo estado inicial corresponde ao número de bolas das 3 caixas. A transformação corresponde a 12 bolas utilizadas e deseja-se descobrir o estado final, isto é, o número das bolas de futebol que ainda restam para o uso. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional fundamentado no esquema sugerido por Vergnaud (2009a) para as estruturas aditivas e multiplicativas. Além disso, a pesquisa realizada por Miranda (2019) foi basilar para a proposição do esquema relacional para situações-problemas mistas.

Quadro 15 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado final

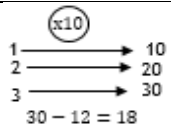
Número de caixas	Número de bolas	Bolas compradas	Bolas por usar
1 →	10		
3 →	$y$		
1 →	10		
3 →	30		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, a equação correspondente ao esquema relacional é  $3 * 10 - 12 = x$  e, ao resolver essa equação, encontramos 18 bolas por usar. Nesse caso, o número de bolas de futebol novas que ainda restam para usar depende do número de bolas compradas nas 3 caixas e das bolas utilizadas após a compra. Portanto, com base nas relações estabelecidas no problema e no seu esquema relacional, a situação-problema mista é do tipo proporção simples um para muitos

e transformação negativa em busca pelo estado final. Apresenta-se, no Quadro 16, a análise prévia realizada para a situação-problema 3.

Quadro 16 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 3

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$3 * 10 - 12 = 18$	Ocorre a Multiplicação de 3 por 10; algoritmo de subtração envolvendo números inteiros;	Adequada, porém não possibilita a manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} 1 \text{ ————— } 10 \\ 3 \text{ ————— } y \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 * 10 = 1 * y \\ y = 30 \end{array} \quad \begin{array}{l} y - 12 = x \\ 30 - 12 = x \\ x = 18 \end{array}$	Ocorre correspondência de 1 para 10 e 3 para y; multiplicação de cruzado para resolver o valor de y; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestar algebricamente.
	Ocorre correspondência entre os números 1, 2, 3 e seus múltiplos por 10; algoritmo de adição.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} 3 * 10 = 30 \\ 30 - 12 = 18 \end{array}$	Ocorre a Multiplicação de 3 por 10; algoritmo de subtração envolvendo números inteiros;	Adequada, porém não possibilita a manifestação algébrica.
$10 + 10 + 10 - 12 = 18$	Algoritmo de adição e subtração envolvendo números inteiro.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} \frac{1}{3} = \frac{10}{y} \\ 3 * 10 = 1 * y \\ y = 30 \end{array} \quad \begin{array}{l} y - 12 = x \\ 30 - 12 = x \\ x = 18 \end{array}$	Aplica regra de três simples multiplicando cruzado para resolver o valor de y; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} y = 3 + 10 \Rightarrow y = 13 \\ x = y - 12 \Rightarrow x = 1 \end{array}$	Interpretação equivocada do enunciado. soma a quantidade de caixas com a quantidade de bolas por caixa; desconsiderou a multiplicação.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$\frac{1}{3} = \frac{10}{y} \quad \begin{array}{l} 3 * 10 = 1 * y \\ y = 30 \end{array} \quad \begin{array}{l} x = 30 + 12 \\ x = 42 \end{array}$	Aplica regra de três simples multiplicando cruzado para resolver o valor de y; interpreta equivocadamente o aplicando o algoritmo da adição no lugar da subtração.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} x = 3 * 0 \\ x = 30 \end{array}$	Identificação equivocada do enunciado. Desconsiderou a operação da subtração; desconsiderou a quantidade de bolas usadas.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$3 * 10 + 12 = 42$	Interpretação equivocada do enunciado. O estudante considera a operação da adição no lugar da subtração.	Inadequada
$3 + 10 + 12 = 25$	Interpretação equivocada do enunciado. O estudante considera a operação da adição no lugar da multiplicação e subtração	Inadequada

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

### 3.5.4 Situação-Problema mista 4

Na situação-problema 4, temos uma proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado inicial.

---

João possuía alguns ingressos para um jogo de futebol e decidiu distribuí-los entre seus amigos. Ele entregou 12 ingressos para cada 6 amigos e, após a distribuição, ainda restaram 8 ingressos. Quantos ingressos João tinha antes de distribuí-los?

---

Para mostrar a subclasse a que pertence essa situação-problema mista, representamos o seguinte esquema relacional (Figura 8 e Figura 9) e analisamos as relações estabelecidas entre os dados do enunciado.

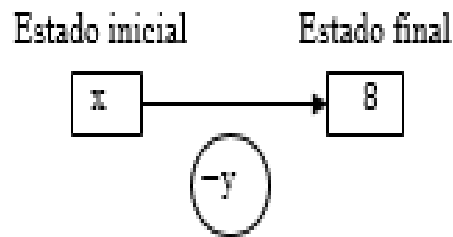
Figura 8 - Esquema relacional de proporção simples um para muitos da situação-problema 4.

Número de amigos	Ingressos distribuídos
1	12
6	y

Fonte: O autor, 2025.

Para encontrar a resposta dessa situação-problema, pode-se, primeiro, encontrar o número de ingressos que João distribuiu. Para isso, considera-se a relação quaternária de proporção simples do tipo um para muitos entre a quantidade de amigos e a quantidade de ingressos distribuídos. Por tanto, 1 amigo está relacionado a 12 ingressos; 6 amigos estão relacionados a  $y$  ingressos, primeira quantidade que se deseja descobrir. Na sequência, o número de ingressos que João tinha antes da distribuição é dado por uma transformação de medidas, conforme o esquema na Figura 9:

Figura 9 - Esquema relacional da transformação negativa em busca pelo estado inicial da situação-problema 4



Fonte: O autor, 2025.

Dessa forma, utiliza-se uma relação ternária de transformação de medidas, em que o estado inicial consiste na quantidade de ingressos que João tinha antes da distribuição. A transformação negativa diz respeito à quantidade de ingressos distribuídos, e o estado final consiste na quantidade de ingressos que sobraram, ou seja, 8. Para essa subclasse, a transformação é um número relativo negativo, pois a relação estabelecida é a quantidade de ingressos distribuídos por amigo. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional baseado em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019):

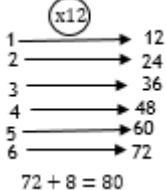
Quadro 17 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado inicial

Número de amigos	Ingressos distribuídos	Ingressos antes da distribuição	Ingressos depois da distribuição
1 → 12 6 → $y$	$x$ → 8 - $y$		
1 → 12 6 → 72	80 → 8 -72		

Fonte: O autor, 2025.

Analisando essa situação-problema mista, consideramos que ela pertence à classe de proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado final. Essa classe se caracteriza por ter um estado final que é transformado em um estado inicial, sendo o estado final uma medida conhecida — neste caso, 8 ingressos — e a transformação negativa uma medida desconhecida, resultado de uma relação quaternária de proporção simples um para muitos — neste caso, 72. Assim, a equação algébrica que corresponde ao esquema relacional é dada por  $x - (6 * 12) = 8$  e, ao resolver essa equação, encontramos que João tinha 80 ingressos antes de fazer a distribuição aos amigos.

Quadro 18 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 4

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$\frac{1}{6} = \frac{12}{y} \quad 6 * 12 = 1 * y \quad x - y = 8$ $y = 72 \quad x - 72 = 8$ $x = 72 + 8$ $x = 80$	Aplica regra de três simples multiplicando cruzado para resolver o valor de $y$ ; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de $x$ .	Adequada e possibilita manifestação algébrica.
$1 \text{ --- } 12 \quad 6 * 12 = 1 * y \quad x - y = 8$ $6 \text{ --- } y \quad y = 72 \quad x - 72 = 8$ $x = 80$	Ocorre correspondência de 1 para 10 e 3 para $y$ ; multiplicação de cruzado para resolver o valor de $y$ ; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de $x$ .	Adequada e possibilita manifestar algébricamente.
	Ocorre correspondência entre os números 1, 2, 3,4,5,6 e seus múltiplos por 12; algoritmo de adição de 72 por 8.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$ $+ 6 + 6 + 6$ $+ 6 + 6 + 8$ $= 80$	Algoritmo de adição envolvendo números inteiros;	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$x = 12 + 6 + 8$ $x = 26$	Interpretação equivocada do enunciado. soma o número de ingressos dados a cada amigo com o número de amigos. desconsiderou a operação da multiplicação necessária para calcular os ingressos que deu aos amigos;	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$y = 8 * 6 \Rightarrow y = 48$ $x = y + 12 \Rightarrow x$ $= 48 + 12$ $\Rightarrow x = 60$	Interpretação equivocada do enunciado. multiplica o número de ingressos restantes pelo número de amigos ou ingressos por amigo.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 12 * 6$ $x = 72$	Identificação equivocada do enunciado. Desconsiderou a operação da adição necessária para calcular o total de ingressos; Desconsiderou a quantidade de ingressos restantes.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$y = 12 + 8$ $y = 20$	Interpreta equivocadamente o enunciado, adicionando 12 por 8. Desconsidera a multiplicação de 12 por 6.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$12 + 6 + 8 = 26$	Interpretação equivocada do enunciado. O estudante considera a operação da adição de 12 por 6, no lugar da multiplicação;	Inadequada

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

### 3.5.5 Situação-Problema mista 5

Na situação-problema 5, temos uma proporção simples de cota e transformação negativa em busca pelo estado final.

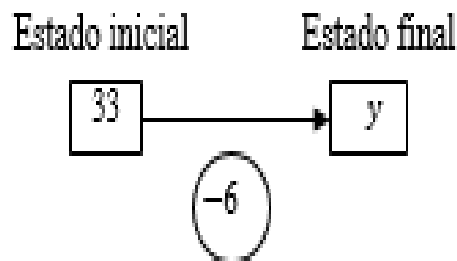
---

Um estabelecimento de material esportivo possuía 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes. Devido ao excesso de umidade, 6 destas bolas estragaram. Sabendo que cada pacote contém 3 bolas, quantos pacotes ainda podem ser vendidos?

---

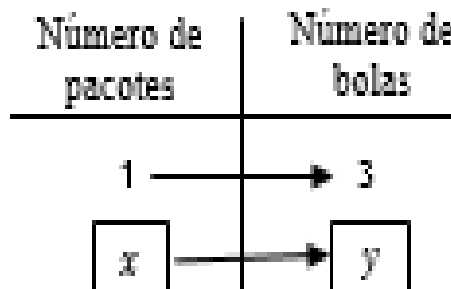
Essa situação-problema está representada pelo esquema relacional apresentado na Figura 10 e na Figura 11, que busca mostrar a subclasse a que pertence e analisar as relações estabelecidas entre os dados do enunciado.

Figura 10 - Esquema relacional da transformação negativa em busca pelo estado final da situação-problema 5



Fonte: O autor, 2025.

Figura 11 - Esquema relacional de proporção simples cota da situação-problema 5



Fonte: O autor, 2025.

Para resolver essa situação-problema mista, pode-se determinar primeiro o número de bolas não estragadas. Para isso, considera-se a relação ternária de transformação de medidas. O estado inicial corresponde ao número de 33 bolas de tênis armazenadas no estabelecimento comercial. A transformação é o número relativo negativo de  $-6$ , que corresponde às bolas

estragadas; deseja-se descobrir o número de bolas não estragadas, que corresponde ao estado final, neste caso,  $y$ .

Diante do resultado do número de bolas não estragadas, podemos calcular o número de pacotes de bola de tênis que ainda restam para venda por meio de uma relação quaternária de proporção simples do tipo cota, em que 1 pacote está relacionado a 3 bolas. Ainda, pretende-se encontrar o número de pacotes que ainda restam, relacionando com o número encontrado de bolas não estragadas. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional baseado em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

Quadro 19 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado final

Bolas Iniciais	Bolas estragadas	Bolas restantes	Número de pacotes	Número de bolas
33	→ (-6) →	y	1 x → y	3 y
33	→ (-6) →	27	1 → 3 9 → 27	3 27

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, concluímos que essa situação-problema mista, pertence à classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado final. A equação algébrica correspondente é  $33 - 6 = x * 3$  e, ao resolver essa equação, encontramos 9 pacotes de bolas de tênis que ainda podem ser vendidos. Segundo Rodrigues (2021), essa classe de situação-problema tem como característica descobrir quantas cotas se pode obter com a quantidade dada, sendo essa quantidade o resultado de uma transformação negativa de medidas, e a quantidade de cotas resultado de uma relação de proporção simples do tipo cota. Apresentamos, no Quadro 20, a seguir, a análise prévia realizada para a situação-problema 5.

Quadro 20 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 5

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$33 - 6 = y$ $y = 27$ $1 \text{ — } 3$ $x \text{ — } y$ $x * 3 = 1 * 27$ $x = \frac{27}{3}$ $x = 9$	Processo de subtração de 33 por 6 para encontrar o valor de $y$ ; ocorre correspondência de 1 para 3 e $x$ para $y$ ; processo de multiplicação de número inteiro para encontrar valor de $x$ .	Adequada e possibilita a manifestação algébrica



### 3.5.6 Situação-Problema mista 6

A situação-problema 6 foi constituída pela proporção simples partição e transformação negativa em busca pelo estado inicial.

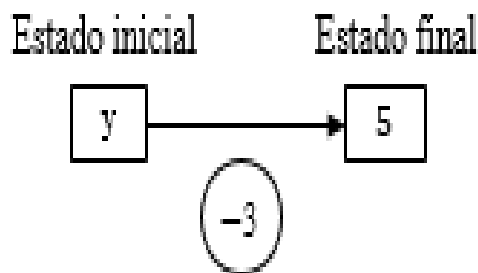
---

Carlos e Luís doaram bolas de basquete para o time Forte. Depois que o time realizou alguns treinos, 3 bolas murcharam, restando 5 bolas para os próximos treinos. Quantas bolas foram doadas por Carlos e quantas bolas foram doadas por Luís, sabendo que eles doaram a mesma quantidade cada um?

---

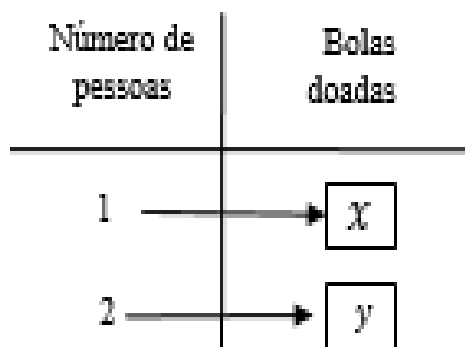
Essa situação-problema está representada pelo esquema relacional presente na Figura 12 e na Figura 13, sendo analisadas as relações estabelecidas entre as medidas do enunciado:

Figura 12 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 6



Fonte: O autor, 2025.

Figura 13 - Esquema relacional de proporção simples partição da situação-problema 6



Fonte: O autor, 2025

Para resolver essa situação-problema mista, pode-se utilizar o procedimento de, primeiro, encontrar o número total das bolas de basquete doadas para o time Forte. Para isso, considera-se a relação ternária de transformação negativa em busca do estado inicial, em que o

estado final corresponde ao número de 5 bolas que restaram para o treino seguinte. A transformação negativa é o número das 3 bolas que murcharam e deseja-se descobrir o estado inicial, ou seja, o número total de bolas  $y$ .

Diante do resultado do total de número de bolas doadas, podemos calcular o número de bolas doadas por Carlos e doadas por Luís por meio de uma relação quaternária de proporção simples do tipo partição, em que uma pessoa está relacionada a  $x$  bolas doadas e 2 pessoas estão relacionadas ao resultado encontrado no total das bolas de basquete doadas para o time Forte. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional, baseado em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

Quadro 21 – Variáveis didáticas, contexto e valor numérico considerado em cada situação-problema

Total de Bolas doadas	Bolas Murchadas	Bolas restantes	Número de pessoas	Número de bolas doadas
$y$	$-3$	5	1	$x$
			2	$y$
8	$-3$	5	1	4
			2	8

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Ao analisar a estrutura dessa situação-problema mista, concluímos que ela pertence à classe de proporção simples partição e transformação negativa em busca pelo estado inicial. A equação algébrica correspondente ao esquema relacional é  $2 * x - 3 = 5$  e, ao resolver essa equação, temos o número de bolas de basquete que cada pessoa doou, que foi 4 bolas. Nesse caso, o número de bolas que cada pessoa doou depende do número total das bolas doadas por Carlos e Luís, sendo que cada um doou a mesma quantidade de bolas.

Apresenta-se, no Quadro 22, a análise prévia feita para a situação-problema 6, com o intuito de antecipar os possíveis esquemas de resolução e os possíveis equívocos que poderiam ser mobilizados pelos estudantes.

Quadro 22 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 6

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$\begin{array}{r} 3 + 5 = 8 \\ 1 \text{ --- } x \\ 2 \text{ --- } 8 \end{array}$ $2 * x = 1 * 8$ $x = \frac{8}{2}$ $x = 4$	Algoritmo de adição de 3 por 5; ocorre correspondência de 1 para x e 2 para 8; processo de multiplicação de número inteiro.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$3 + 5 = 8$ $2 * x = 1 * 8$ $\frac{1}{2} = \frac{x}{8}$ $x = \frac{8}{2}$ $x = 4$	Algoritmo de adição de 3 por 5; regra de três simples; multiplicação de cruzado para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$3 + 5 = 8$ $\begin{array}{r} \textcircled{x+} \\ 2 \text{ --- } 8 \\ 1 \text{ --- } 4 \end{array}$	Algoritmo de adição de 3 por 5; ocorre correspondência entre os números 1, 2, e seus múltiplos por 4.	Adequada porém não possibilita a manifestação algébrica
$x + x = 2x$ $2x - 3 = 5$ $x = \frac{8}{2}$ $x = 4$	Ocorre processo de adição de duas incógnitas; processo de subtração do resultado das duas incógnitas por 3; divisão para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$1 + 1 = 2, \text{então}, 2 - 3 = -1$ $2 + 2 = 4, \text{então}, 4 - 3 = 1$ $3 + 3 = 6, \text{então}, 6 - 3 = 3$ $4 + 4 = 8, \text{então}, 8 - 3 = 5$	Tentativa de acerto, pelo processo de algoritmo de adição e algoritmo de subtração.	Adequada porém não possibilita a manifestação algébrica
$\begin{array}{r} + 3 \\ 5 \\ \hline 8 \end{array}$ $8 - 2 = 4$	Adição de 3 por 5; algoritmo de divisão por 2.	Adequada mas não possibilita a manifestação algébrica
$3 + 5 = 8$ $8 + 8 = 16$	Interpreta equivocadamente o enunciado, adicionando duas vezes a quantidade total de bolas; desconsidera a divisão.	Inadequada
$5 - 3 = 2$ $2 \div 2 = 1$	Interpretação equivocada do enunciado. Considerou o algoritmo da subtração, no lugar da adição.	Inadequada
$x = 3 + 5$ $x = 8$	Interpreta equivocadamente o enunciado. Desconsiderou a operação da divisão, necessária para calcular o total de bolas doadas por cada um.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 5 - 3$ $x = 2$	Interpreta equivocadamente o enunciado. Considerou a operação da subtração no lugar da adição.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.5.7 Situação-Problema mista 7

Na situação-problema 7, temos uma proporção simples quarta proporcional e transformação negativa em busca pelo estado inicial.

---

Filipe tinha ingressos para um jogo de vôlei e os distribuiu entre 12 famílias. A cada duas famílias, ele entregou 6 ingressos. Após a distribuição, restaram 4 ingressos. Quantos ingressos Filipe tinha inicialmente?

---

Para mostrar a que subclasse essa situação-problema mista pertence, a representamos no esquema relacional da Figura 14 e na Figura 15 e analisamos as relações estabelecidas entre os dados do enunciado.

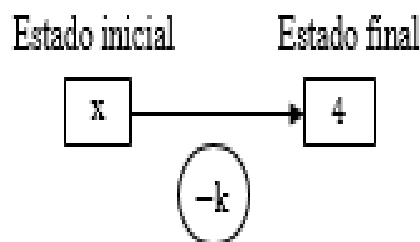
Figura 14 - Esquema relacional de proporção simples da quarta proporcional da situação-problema 7

Número de famílias	Ingressos distribuídos
2	6
12	$k$

Fonte: Elaborado pelo autor.

A proporção considerada nesse esquema é uma relação quaternária das estruturas multiplicativas de proporção simples da quarta proporcional. Para resolver esse problema, pode-se utilizar o procedimento de, primeiro, encontrar o número de ingressos distribuídos para as 12 famílias. Para tanto, duas famílias estão relacionadas a 6 ingressos e 12 famílias estão relacionadas a  $k$  ingressos distribuídos, sendo esta a primeira quantidade que se deseja descobrir, considerada na transformação de medidas, conforme o esquema na Figura 15:

Figura 15 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 7



Fonte: O autor, 2025.

Diante do resultado do número de ingressos distribuídos para as 12 famílias, podemos encontrar o número de ingressos que Filipe tinha inicialmente por meio de uma relação ternária

de transformação negativa em busca pelo estado inicial, em que o estado final corresponde aos 4 ingressos que restam depois de Filipe os distribuir. A transformação diz respeito ao número de ingressos distribuídos para as 12 famílias, e se deseja descobrir o estado inicial, ou seja, o número de ingressos que Filipe tinha inicialmente. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional, baseado nos esquemas propostos por Vergnaud (2009a) para os campos aditivo e multiplicativo e na pesquisa de Miranda (2019).

Quadro 23 – Representações de situações – problema da classe de Proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado inicial

Número de famílias	Ingressos distribuídos	Ingressos antes da distribuição	Ingressos antes da distribuição
2 → 6 12 → $k$	$x$ → 4 -k		
2 → 6 12 → 36	40 → 4 -36		

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desse modo, a equação algébrica correspondente ao esquema relacional é  $x - \frac{12 \cdot 6}{2} = 4$  e, ao resolver essa equação, descobrimos que, inicialmente, Filipe tinha 40 ingressos. Nesse caso, o número de ingressos que Filipe tinha inicialmente dependia dos 4 ingressos que restaram depois de ele fazer a distribuição e do número de ingressos distribuídos às 12 famílias. Assim, com base nas relações estabelecidas no problema e no seu esquema relacional, a situação-problema mista é do tipo proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado inicial.

Quadro 24 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 7

estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
2 → 6 4 → 12 6 → 18 8 → 24 10 → 30 12 → 36 36 + 4 = 40	Ocorre correspondência entre os números 2, 4, 6, 8, 10, 12 e seus múltiplos por 3; algoritmo de adição de 36 por 4.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.

$6 * 6 = 36$ $36 + 4 = 40$	Ocorre multiplicação por 6; algoritmo de adição envolvendo números inteiros.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$\frac{12}{2} = 6$ $6 * 6 = 36$ $x - 36 = 4$ $x = 40$	Ocorre divisão por 6; algoritmo de multiplicação por 6; processo de subtração de x por 36.	Adequada e possibilita manifestar algebricamente
$\begin{array}{l} 2 \text{ --- } 6 \\ 12 \text{ --- } k \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 * 6 = 2 * k \\ k = \frac{72}{2} \\ k = 36 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - k = 4 \\ x - 36 = 8 \\ x = 40 \end{array}$	Ocorre correspondência de 1 para 10 e 3 para y; multiplicação de cruzado para resolver o valor de y; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestar algebricamente.
$12x6 = 72$ $\frac{72}{2} = 36$ $36 + 4 = 40$	Ocorre multiplicação de 12 por 6; algoritmo de divisão por 2; algoritmo de adição envolvendo números inteiros.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$\begin{array}{l} 2 \text{ --- } 6 \\ 12 \text{ --- } k \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 * 6 = 2 * k \\ k = \frac{72}{2} \\ k = 36 \end{array} \quad \begin{array}{l} x - k = 4 \\ x - 36 = 8 \\ x = 40 \end{array}$	Aplica regra de três simples multiplicando cruzado para resolver o valor de k; processo de subtração envolvendo números inteiros para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita manifestação algébrica.
$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 4$ $= 40$	Algoritmo de adição de números inteiros	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$6 \div 2 = 3$ $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ $+ 3 + 3 + 3$ $+ 3 + 3 + 4$ $= 40$	Ocorre divisão por 6; algoritmo de adição envolvendo números inteiros	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$y = 12 * 6$ $x = y + 4$ $x = 76$	Interpreta equivocadamente o enunciado. utiliza a operação de multiplicação no lugar da divisão; Desconsidera a multiplicação de cada família por número de ingressos	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 12 + 2 * 6 + 4$ $x = 88$	Interpretação equivocada do enunciado. Faz operação de adição por 2 no lugar da divisão.	Inadequada
$x = 12x6$ $x = 72$	Interpretação equivocada do enunciado. Desconsiderou a operação da divisão; Desconsidera que 6 ingressos são para cada 2 famílias; Desconsidera adição da quantidade de ingressos restantes.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 12 + 6 + 4$ $x = 22$	Identificação equivocada do enunciado ao somar os números do enunciado sem aplicar a lógica da distribuição; desconsidera a divisão das 12 famílias em grupos de 2; desconsidera a multiplicação de cada família por número de ingressos.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.

$12 * 6 * 4 = 288$	Interpretação equivocada do enunciado. Desconsidera a divisão das 12 famílias em grupos de 2; Desconsidera a multiplicação de cada família por número de ingressos; Utiliza a operação de multiplicação por 4 no lugar de adição.	Inadequada
$12 * 6 + 4 = 76$	Interpreta equivocadamente o enunciado. utiliza a operação de multiplicação no lugar da divisão; Desconsidera a multiplicação de cada família por número de ingressos	Inadequada

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

### 3.5.8 Situação-Problema mista 8

Na situação-problema 8, temos uma proporção simples de cota e transformação negativa em busca pelo estado inicial.

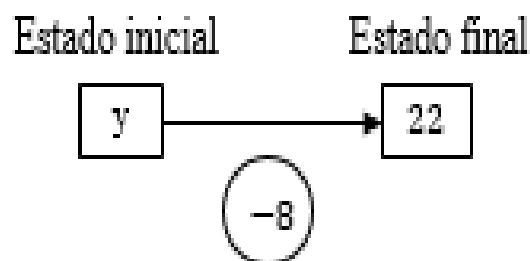
---

A direção de um complexo esportivo adquiriu bolas de vôlei que vieram armazenadas em caixas, sendo que cada caixa contém 6 bolas. Após doar 8 bolas para uma escola, o complexo ainda ficou com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas no total pela direção do complexo esportivo?

---

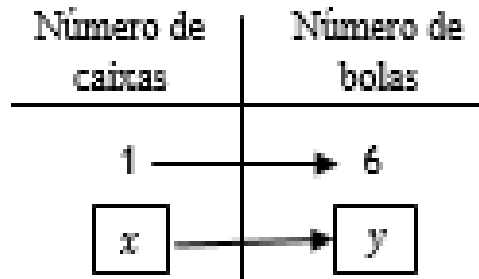
Essa situação-problema está representada pelo esquema relacional na Figura 16 e na Figura 17, a fim de mostrar a subclasse a que pertence e analisar as relações estabelecidas entre os dados do enunciado.

Figura 16 - Esquema relacional da transformação negativa em busca do estado inicial da situação-problema 8



Fonte: O autor, 2025.

Figura 17 - Esquema relacional de proporção simples cota da situação-problema 8



Fonte: O autor, 2025.

Para resolver essa situação-problema mista, pode-se utilizar o procedimento de calcular, primeiro, o número total das bolas de vôlei adquiridas pela direção do complexo. Para isso, considera-se a relação ternária de transformação de medidas, e o estado final corresponde ao número de 22 bolas que ficaram para o complexo. A transformação é o número relativo negativo de  $-8$ , que corresponde ao número de bolas doadas para uma escola e se deseja descobrir o número total das bolas de vôlei adquiridas pelo direção do complexo, que corresponde a  $y$ .

Diante do resultado do número total das bolas de vôlei adquiridas pela direção do complexo, podemos calcular o número total de caixas de bola de vôlei compradas pela direção do complexo esportivo. Para isso, usa-se a relação quaternária de proporção simples cota, em que uma caixa está relacionada a 6 bolas de vôlei, e se pretende encontrar o número de caixas compradas, relacionando com o número total das bolas de vôlei adquiridas pela direção do complexo. Para representar essas relações, propõe-se o seguinte esquema relacional baseado em Vergnaud (2009a) e Miranda (2019).

Quadro 25 – Representações de situações – problema da classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado inicial

Total de Bolas	Bolas Murchas	Bolas restantes	Número de caixas	Número de bolas
y	-8	22	1	6
30	-8	22	5	30

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Assim, descobrir o número de caixas de vôlei compradas pela direção do complexo esportivo depende do total de bolas de vôlei compradas. Desse modo, concluímos que essa situação-problema mista pertence à classe de proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado inicial. A equação algébrica correspondente é  $x * 6 - 8 = 22$  e, ao resolvê-la, encontramos 5 caixas de vôlei que foram compradas pela direção do complexo esportivo. Apresentamos, no Quadro 26, a análise prévia realizada para a situação-problema 8.

Quadro 26 – Possíveis estratégias de resolução para a situação-problema 8

Estratégias	Interpretações e descrições das estratégias	Adequada/Inadequada
$22 + 8 = 30$ $1 \longrightarrow 6$ $2 \longrightarrow 12$ $3 \longrightarrow 18$ $4 \longrightarrow 24$ $5 \longrightarrow 30$	Ocorre adição de 22 por 8; correspondência entre os números 1, 2, 3, 4, 5 e seus múltiplos por 6.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$22 + 8 = 30$ $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$	Algoritmo de adição envolvendo números inteiros	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$22 + 8 = 30$ $30 \div 6 = 5$	Ocorre adição de 22 por 8; algoritmo de divisão por 6.	Adequada mas não envolve a manifestação algébrica.
$y - 8 = 22$ $y = 30$ $1 \longrightarrow 6$ $x \longrightarrow 30$ $x * 6 = 1 * 30$ $x = \frac{30}{6}$ $x = 5$	processo de subtração de y por 8; correspondência de 1 para 6 e x para 30; multiplicação de cruzado para resolver o valor de x;	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$8 + 22 = 30$ $\frac{1}{x} = \frac{6}{30}$ $x * 6 = 1 * 30$ $x = \frac{30}{6}$ $x = 5$	adição de 22 por 8; regra de três simples; multiplicação de cruzado para encontrar o valor de x.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$6 * x - 8 = 22$ $x = \frac{30}{6} \Rightarrow x = 5$	Multiplicação de 6 por x e pela subtração envolvendo número inteiro; divisão por 6.	Adequada e possibilita a manifestação algébrica
$x = 6 + 8 + 22$ $x = 36$	Identificação equivocada do enunciado adicionando unidades de quantidades diferentes; desconsidera a quantidade total de bolas antes da doação; desconsidera a divisão do total de bolas antes da doação por bolas na caixa.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$x = 8 + 22$ $x = 30$	Identificação equivocada no enunciado. Desconsiderou a operação da divisão do total de bolas antes da doação por número de bolas na caixa.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.
$y = 22 + 8 \Rightarrow y = 30$ $x = y * 6 \Rightarrow x = 180$	Aplica o algoritmo de adição envolvendo números inteiros; interpreta equivocadamente o enunciado, utilizando o algoritmo de multiplicação no lugar da divisão.	Inadequada mas possibilita manifestação algébrica.

$22 * 6 = 132$	Identificação equivocada do enunciado. desconsidera a adição entre bolas doadas e bolas restantes; utiliza a operação de multiplicação no lugar da divisão.	Inadequada
$22 \div 6 = 3,66 \dots \approx 4$	Identificação equivocada de valores numéricos no enunciado; desconsidera a adição entre bolas doadas e bolas restantes;	Inadequada

Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, com base em Vergnaud (2009a) e Gitirana (2014) e com o apoio e as discussões do grupo GEPeDiMa, estabelecemos o protocolo de pesquisa disponível no Apêndice C, que contempla as situações-problema da classe de proporção simples e transformação de medidas e suas respectivas subclasses. Apresentamos, neste capítulo, os esquemas relacionais para cada situação-problema, garantindo a diversidade de subclasses e as possíveis estratégias a serem mobilizadas pelos estudantes nas resoluções de situações-problema.

### 3.6 Classificações para a análise das resoluções dos estudantes

Com base em pesquisas já existentes sobre situações-problema mistas, aditivas e multiplicativas, tais como Merlini e Teixeira (2018), Magina, Lautert e Santos (2020) e Vargas (2023), descrevemos, nesta seção, as classificações de estratégias que podem ser utilizadas pelos estudantes na resolução das situações-problema, organizadas em diferentes categorias. Fizemos esse estudo tendo como base nos resultados das pesquisas mencionadas e nas análises prévias desta pesquisa. Salientamos que as estratégias emergiram propriamente das análises desta pesquisa, e optamos por também descrevê-las nesta seção.

Classificou-se como **estratégia aditiva** aquela cuja estratégia se desenvolve por meio da adição de parcelas iguais, da sequência aditiva recursiva ou do procedimento de complemento. A adição de parcelas iguais consiste na repetição de um mesmo número somado a si próprio diversas vezes, representando uma forma inicial de construção da multiplicação. A sequência aditiva recursiva é aquela em que cada novo termo é obtido pela soma de um ou mais termos anteriores. Por fim, o procedimento de complemento consiste em buscar o que é preciso acrescentar a **b** para encontrar **c**.

**Estratégia multiplicativa** se caracteriza pelo ato de o estudante resolver a situação-problema por meio de representação numérica da operação da multiplicação, podendo também utilizar a representação pictórica como apoio de contagem. Nesse caso, o estudante manifesta habilidade para realizar a operação de multiplicação, mas pode precisar de um apoio pictórico.

Esse apoio, provavelmente, auxilia na contagem para chegar ao resultado da operação de multiplicação.

A **estratégia representação pictórica** é aquela cujo registro da resolução foi realizado por intermédio de alguns traços, ou seja, alguns risquinhos que pudessem estar atrelados à situação-problema. Nesse caso, o estudante não apresenta explicitamente nenhuma operação com a utilização de símbolos numéricos.

Já a estratégia **cálculo mental**, se entende como a capacidade de efetuar uma operação e encontrar sua solução sem necessariamente usar um material concreto ou fazer procedimento de registro escrito, mesmo que para o desenvolvimento da habilidade o sujeito tenha passado pela utilização de recursos manipuláveis (Cunha, 2021). Se refere àquelas situações-problema em que o estudante não explicita, por escrito, o processo de resolução da situação-problema, limitando-se a registrar apenas o resultado final.

Por fim, a estratégia **incompreensível** se caracteriza pelo fato de não ser possível estabelecer uma relação entre o procedimento adotado pelo estudante e o resultado por ele apresentado, quer seja pelo fato de não deixar clara a representação ou por fornecer apenas um número como resposta, sem qualquer outro registro.

No próximo capítulo, são apresentadas as análises e discussões a respeito dos dados produzidos durante a implementação do estudo principal do protocolo de pesquisa.

## 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, são apresentadas as análises e discussões das estratégias manifestadas pelos estudantes moçambicanos e brasileiros, sendo considerados os registros escritos dos estudantes durante a implementação (APÊNDICE C). Buscou-se identificar: se a situação-problema foi resolvida ou não; quando resolvida; quais estratégias foram manifestadas, sejam elas pertinentes ou não pertinentes; e se diferentes classes de situações-problema mistas proporcionaram maior ou menor dificuldade para os estudantes.

No texto desta pesquisa, os alunos moçambicanos são identificados por A1, A2, A3, A4, A5 [...] A40, e os estudantes brasileiro por E1, E2, E3, E4, E5 [...] E28. As situações-problema são identificadas por S1, S2 [...] S8.

Cada análise é apresentada agrupando duas situações-problema, ambas pertencentes à mesma classe de proporção simples, diferenciando-se, contudo, pela classe de transformação de medidas. Isso porque contemplam situações-problema que demandam a busca pelo estado final e/ou pelo estado inicial, o que permite analisar possíveis diferentes estratégias e dificuldades dos estudantes.

### 4.1 Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 1 e 6

O Quadro 27 apresenta as situações-problema do tipo *proporção simples partição*, do campo multiplicativo, que relaciona a unidade de uma grandeza a múltiplas quantidades de outra grandeza. Além disso, contempla a relação de *transformação* do campo aditivo, que busca determinar o *estado final* (S1) ou o *estado inicial* (S6), aplicando uma transformação positiva ou negativa, conforme o caso.

Quadro 27 – Situações-problema da proporção simples partição e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final

Situação-problema 1 (S1)	Situação-problema 6 (S6)
Uma organização doou 25 bolas de basquete para 3 escolas. Dessas 25 bolas, 4 estavam furadas e o restante das bolas foram distribuídas igualmente entre as escolas. Com quantas bolas cada escola ficou?	Carlos e Luís doaram bolas de basquete para o time Forte. Depois que o time realizou alguns treinos, 3 bolas murcharam, restando 5 bolas para os próximos treinos. Quantas bolas foram doadas por Carlos e quantas bolas foram doadas por Luís, sabendo que eles doaram a mesma quantidade cada um?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Com base na análise das resoluções de situações-problema mista 1 e 6, foram identificadas estratégias manifestadas pelos estudantes — tanto pertinentes quanto não pertinentes. Elas são: algoritmo aditivo, algoritmo multiplicativo, representação pictórica, cálculo mental, resposta direta (sem justificativa) e incompreensível.

A seguir são apresentadas diferentes estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 1 e 6.

Quadro 28 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem a situação-problema 1 e 6

<b>Tipo</b>	<b>Estratégias</b>	<b>Situação-problema 1 (S1) (Quantidade/Estudantes)</b>	<b>Situação-problema 6 (S6) (Quantidade/Estudantes)</b>
<b>Pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	<b>12</b> (A4, A8, A17, A19, A21, A34, A40, E1, E5, E9, E22, E25)	<b>3</b> (A37, E7, E9)
	Algoritmo multiplicativo e representação pictórica	<b>2</b> (A1, E2)	_____
	Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	<b>7</b> (A15, A26, A27, E4, E13, E23, E24)	<b>3</b> (A34, E13, E15)
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	_____	<b>6</b> (A17, A19, A20, A25, A40, E22)
	Algoritmo aditivo	<b>5</b> (A10, A18, A31, A35, E14)	_____
	Algoritmo aditivo e representação pictórica	<b>3</b> (A25, A38, E3)	_____
	Representação pictórica e cálculo mental	<b>2</b> (A22, E11)	_____
	Cálculo mental	<b>9</b> (A2, A3, A5, A6, A7, A16, A37, E12, E20)	<b>15</b> (A9, A10, A21, A24, A26, A27, E2, E11, E12, E14, E18, E19, E20, E24, E27)
<b>Total</b>		<b>40</b>	<b>27</b>
<b>Não pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	<b>8</b> (A28, A29, E6, E7, E15, E18, E17, E26)	<b>1</b> (A1)
	Algoritmo multiplicativo	<b>5</b> (A33, A36, E16, E21, E28)	<b>6</b> (A3, A6, A33, A39, E6, E16)
	Algoritmo aditivo	<b>4</b> (A9, A30, A39, E10)	<b>14</b> (A7, A8, A15, A18, A29, A30, A31, A35, A38, E4, E5, E10, E21, E23)
	Cálculo mental	<b>5</b> (A13, A24, A32, E19, E27)	<b>5</b> (A13, E1, E3, E25, E26)
	Incompreensível	<b>6</b> (A11, A12, A14, A20, A23, E8)	<b>15</b> (A2, A4, A5, A11, A12, A14, A16, A22, A23, A28, A32, A36, E8, E17, E28)
<b>Total</b>		<b>28</b>	<b>41</b>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

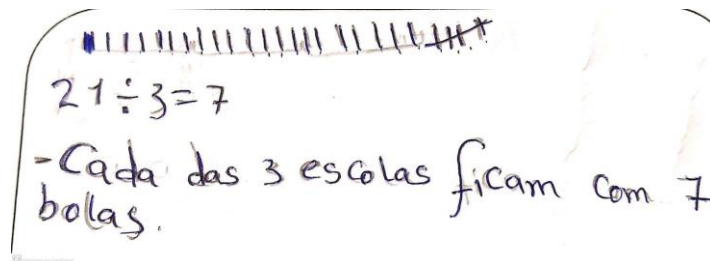
A partir dos registros escritos, foi possível identificar que os estudantes mobilizaram diferentes estratégias de resolução. Na resolução da situação-problema mista 1, observou-se



um resto de uma bola. Em seguida, utiliza representação pictórica de 3 grupos de 8 tracinhos e retira uns tracinhos de cada grupo e junta com o traço do resto da divisão, totalizando as 4 bolas defeituosas da transformação negativa, concluindo, assim, que cada escola ficou com 7 bolas.

Já o estudante A1, por meio de uma representação pictórica, apresenta o estado inicial da situação-problema com 25 risquinhos, correspondentes às 25 bolas doadas. Em seguida, aplica uma transformação negativa ao retirar 4 risquinhos dos 25, restando 21 risquinhos, que indicam o estado final. A partir desse estado final, o estudante recorre novamente à representação pictórica, dessa vez para apresentar a operação de divisão por partição entre as 3 escolas, fazendo separação em 7 risquinhos. Em seguida, recorre à representação numérica da divisão por partição para provar, de modo pertinente, que cada escola recebeu 7 bolas, conforme a Figura 18.

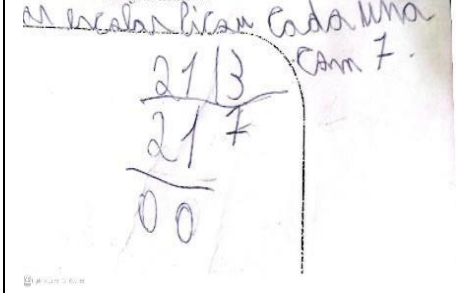
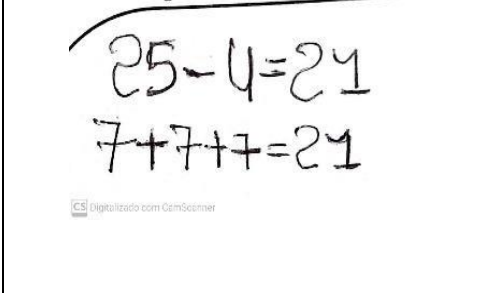
Figura 18 - Estratégia do Estudante A1



Fonte: acervo da pesquisa.

Sete estudantes (E4, E13, E23, E24, A15, A26, A27) manifestaram como estratégia pertinente o algoritmo multiplicativo e o cálculo mental, não foi previsto na análise prévia. Esses estudantes recorreram ao caminho do cálculo mental para realizar a transformação e encontrar o estado final de 21 bolas boas, o que mostra autonomia e autoconfiança na capacidade de criar estratégias (Cunha, 2021). Em seguida, aplicaram, no estado final, o algoritmo da divisão por partição entre as 3 escolas envolvidas, resultando em 7 bolas destinadas a cada uma, conforme a resolução de E4 para S1 (Quadro 30).

**Quadro 30 – Resoluções pertinentes das situações-problema 1**

Resolução de E4 para S1	Resolução de A35 para S1,
 <p style="text-align: center;">Cada 7.</p>	

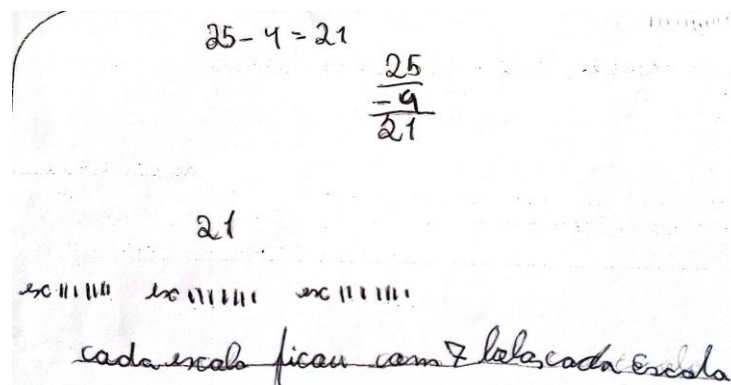
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes E3, E14, A10, A18, A25, A31, A35 e A38 recorrem à representação numérica para manifestar, como estratégia pertinente, o algoritmo aditivo para a S1. Partindo do estado inicial de 25 bolas doadas, aplicaram a transformação negativa ao retirarem as 4 bolas furadas, obtendo, assim, o estado final de 21 bolas utilizáveis, conforme o recorte do estudante A35 apresentado no Quadro 30.

Em seguida, os estudantes E14, A10, A18, A31 e A35 utilizaram a representação numérica, a partir do algoritmo aditivo, para expressar, como esquema pertinente, a adição de parcelas iguais, com o significado de proporção simples de partição, a fim de determinar as 7 bolas boas atribuídas a cada escola. O uso da adição de parcelas iguais é comum em situações multiplicativas, uma vez que, segundo Vergnaud (2009a), essas situações exigem a realização de uma multiplicação, frequentemente ensinada por meio da adição de parcelas iguais.

E os estudantes E3, A25 e A38 utilizam o estado final de 21 bolas boas para construir a representação pictórica da partição simples, formando 3 grupos com 7 risquinhos em cada um, como mostra a Figura 19, referente ao trabalho do estudante E3.

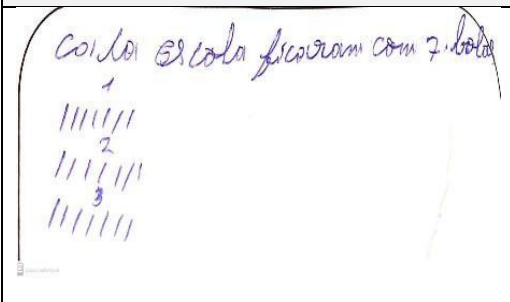
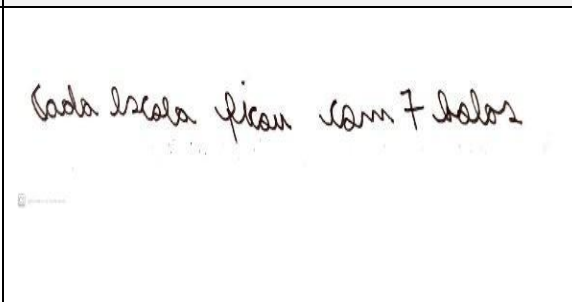
Figura 19 - Estratégia de E3



Fonte: acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes E11 e A22 manifestam como estratégia pertinente a representação pictórica e cálculo mental para a resolução da situação-problema 1, conforme recorte do estudante A22 apresentado no Quadro 31. Eles consideram a etapa da transformação realizando cálculo mental e aplicam partição construindo 3 grupos com 7 risquinhos em cada. Nesse sentido, essa estratégia revela que os estudantes encontram, na representação pictórica, um suporte para a resolução da situação-problema, corroborando a pesquisa realizada por Magina, Santos e Merlini (2014).

**Quadro 31 – Resoluções pertinentes das situações-problema 1**

Resolução de A22 para S1	Resolução de E12 para S1
 <p>Cada escola ficaram com 7 bolas</p> <p>1        </p> <p>2        </p> <p>3        </p>	 <p>Cada escola ficou com 7 bolas</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Ainda, 10 estudantes (E12, E20, A2, A3, A5, A6, A7, A13, A16 e A37) manifestam como estratégia pertinente o cálculo mental por apresentarem somente a resposta final, como mostra o recorte do estudante E12.

A análise das resoluções da S6 evidenciou que um estudante moçambicano (A37) e dois estudantes brasileiros (E7, E9) utilizaram a representação numérica para manifestar, como estratégia pertinente, os algoritmos aditivo e multiplicativo (Figura 20), conforme previsto em uma das estratégias adequadas da análise prévia. Os estudantes partiram do estado final (5 bolas), aplicaram uma transformação negativa (3 bolas murcharam) e utilizaram o algoritmo aditivo para chegar ao estado inicial (8 bolas doadas). Após essa etapa, consideraram o estado inicial de 8 bolas boas e aplicaram o algoritmo de divisão por partição, distribuindo igualmente entre as duas pessoas que doaram. Dessa forma, encontraram que cada um doou 4 bolas.

Figura 20 - Resolução de E9 para S6

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Carlos e Luís doaram 8 bolas, sendo que cada um doou 4 bolas.

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A17, A19, A20, A25, A34, A40, E13, E15 e E22 manifestaram também estratégia de resolução pertinente, mas não prevista na análise prévia (ver Quadro 32). Os estudantes recorreram ao cálculo mental para realizar a transformação negativa sem deixar registrados os cálculos que revelariam como encontraram o estado inicial das 8 bolas doadas. Essa postura vai ao encontro das ideias de Cunha (2021), ao afirmar que o cálculo mental se restringe a “utilizar a cabeça”, não sendo necessário o auxílio do cálculo escrito.

Quadro 32 – Resoluções pertinentes das situações-problema 6

Resolução de E13 para S6	Resolução de A40 para S6	Resolução de A22 para S6
<p>Eles doaram 4 bolas cada</p> $\begin{array}{r} 8 \\ - 8 \\ \hline 0 \end{array}$	<p> <math>8 - 4 = 4</math>    <math>4 - 4 = 0</math> </p> <p>Lido por Carlos cada um 4 Lido por Luís</p>	<p>8 bolas foram doadas e cada um doou 4 bolas</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Conforme recortes apresentados no Quadro 32, os estudantes A34, E13 e E15 recorreram à representação numérica para aplicar o algoritmo de divisão por partição entre as duas pessoas que doaram as bolas, resultando em quatro bolas doadas por cada uma. Os estudantes A17, A19, A20, A25, A40 e E22 utilizaram a representação numérica a partir do algoritmo aditivo para expressar, como estratégia pertinente, a adição com o significado de proporção simples de partição, a fim de determinar as 4 bolas boas atribuídas a cada escola. Já os estudantes A9, A10, A21, A24, A26, A27, E2, E11, E12, E14, E18, E19, E20, E24 e E27 manifestaram como estratégia pertinente somente cálculo mental.

Na situação-problema 1, seis estudantes brasileiros (E6, E7, E15, E17, E18 e E26) e dois moçambicanos (A28 e A29) apresentaram como estratégia não pertinente o uso de algoritmos aditivo e multiplicativo. Além disso, o estudante moçambicano A1 também utilizou uma estratégia não pertinente na situação-problema 6, baseado em algoritmo aditivo e multiplicativo.

Os estudantes A28, E6 e E26 interpretam equivocadamente a S1 (ver a resolução de E26 na Figura 21) utilizando, inicialmente, o algoritmo da multiplicação, das 25 bolas do estado inicial pelo número de partições (3 escolas), obtendo 75. Em seguida, realizam a transformação negativa por meio do algoritmo da subtração, retirando as 4 bolas furadas, resultando em 71 bolas. Por fim, utilizam o algoritmo da divisão por partição, dividindo as 71 bolas entre as 3 escolas e obtêm o resultado de 23 bolas para cada uma, com o resto 2.

Figura 21- Resolução de E26 para S1

Handwritten mathematical work showing three steps:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ - 4 \\ \hline 71 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \overline{) 3} \\ 6 \phantom{0} \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

R = cada escola ficou com 23 bolas

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Nota-se que os estudantes apresentaram essa estratégia (A28, E6 e E26) responderam à situação-problema sem considerar o seu significado, limitando-se a aplicar algoritmo aditivo e multiplicativo com os números do enunciado, produzindo um resultado absurdo, segundo Gitirana *et al.* (2014), ou seja, que não faz sentido para a situação-problema proposta. No entanto, é importante analisar esse tipo de resolução, pois ela permite identificar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes e auxilia no desenvolvimento de alternativas educacionais (Vergnaud, 2009b).

Na mesma S1, os estudantes E7, E15, E17 e E18 utilizaram a representação numérica para apresentar o algoritmo aditivo, considerando a transformação negativa das 25 bolas doadas em relação às 4 bolas furadas, obtendo, assim, o resultado de 21 bolas utilizáveis, conforme recorte apresentado na Figura 22.

Figura 22 - Resolução de E17 para S1

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 5 \\ \hline 105 \end{array}$$

Cada escola ficou com 8 Bolinhas de Basquete

$$\begin{array}{r} 25 \\ - 4 \\ \hline 21 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Entretanto, ao recorrerem o algoritmo multiplicativo, interpretaram equivocadamente o enunciado: os estudantes E7 e E18 aplicaram a divisão por partição das 21 bolas do estado final em relação às 4 bolas furadas; o estudante E15 também utilizou a divisão por partição, mas partindo do estado inicial em função das 3 escolas; e o estudante E17, por sua vez, considerou o estado final e aplicou a multiplicação por 5.

Três estudantes brasileiros (E16, E21 e E28) e um estudante moçambicano (A36) manifestaram como estratégia não pertinente somente o algoritmo multiplicativo para S1. De modo semelhante, para a S6, observou-se que 2 estudantes brasileiros (E6 e E16) e 5 moçambicanos (A3, A6, A33, A39 e A41) recorreram às mesmas estratégias não pertinentes, como mostra a Figura 23, a resolução de E16.

Figura 23 - Resolução de E16 para S6

$$3 \times 5 = 15$$

15

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Dezoito estudantes manifestaram como estratégia não pertinente o algoritmo aditivo para S1 e S6. Desses 18, quatro (E10, A9, A30, A39) dizem respeito à situação-problema 1 e 14 (A7, A8, A15, A18, A29, A30, A31, A35, A38, E4, E5, E10, E21, E23) são da situação-problema 6.

Na estratégia manifestada pelo estudante E10 na S1 (Quadro 33), observa-se que, apesar de ele demonstrar certa compreensão do significado da adição, comete um equívoco relacionado ao valor posicional dos números. Isso ocorre porque ele soma separadamente as unidades e as dezenas entre si, obtendo como resultado a justaposição dessas partes. Nesse caso, o procedimento do estudante revela uma compreensão incompleta do sistema de numeração decimal, desconsiderando a reagrupação necessária na operação de adição (Santana, 2014).

Quadro 33 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 1 e 6

Resolução de E10 para S1,	Resolução de E5 para S6
$\begin{array}{r} 25 \\ + 25 \\ \hline 410 \end{array}$ <p>Seriam distribuídas igualmente 410 Bolas para cada Escola</p>	$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ \hline 8 \\ + 8 \\ \hline 16 \end{array}$ <p>foram doadas 16 bolas de biquete</p>

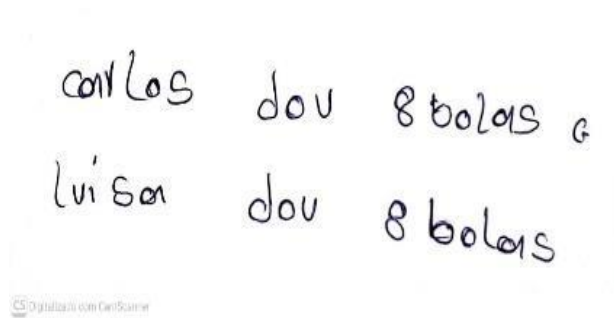
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes E4, E5, E23, A7, A30 apresentaram estratégia não pertinente prevista na análise prévia para a S6, conforme o recorte do E5 apresentado no Quadro 33. Esses estudantes partem do estado final de 5 bolas, aplicam uma transformação negativa de 3 bolas murchas e chegam ao estado inicial de 8 bolas doadas. Entretanto, os alunos desconsideram a ideia de divisão por partição e aplicam novamente o algoritmo aditivo, duplicando o número total de bolas doadas.

Os estudantes A9, A30 e A39 para a S1, assim como A29 e E10 para a S6, não estabelecem relações entre os dados do enunciado que conduzem à resposta, tampouco utilizam a operação correta. Eles apenas organizam os dados com o procedimento que lhes parece mais familiar (Santomauro, 2010). Nesse sentido, Gitirana *et al.* (2014) destacam a importância da atenção para identificar casos como esses, bem como disposição para buscar e propor situações didáticas que favoreçam a superação das dificuldades evidenciadas pelos estudantes.

Quatro estudantes (E19, E27, A24, A32) para a situação-problema 1 e cinco estudantes (A13, E1, E3, E25, E26) na situação-problema 6 registraram respostas inadequadas, apresentando somente cálculo mental, conforme apresentado na resolução de A13 para S6.

Figura 24 - Resolução de A13 para S6



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Ressalta-se, ainda que, na S1, cinco estudantes moçambicanos (A11, A12, A20, A23 e A33) e um estudante brasileiro (E8), e na S6, 12 estudantes moçambicanos (A2, A4, A5, A11, A12, A14, A16, A22, A23, A28, A32, A36) e 3 estudantes brasileiros (E8, E17 e E28) manifestaram estratégias que não puderam ser interpretadas em razão de sua incompletude e falta de clareza, indicando dificuldade em compreender e responder à situação-problema proposta ou, ainda, que se trata de uma situação-problema nova para os estudantes.

A partir da análise das estratégias de resolução dos estudantes para as situações-problema 1 e 6, foram identificados os possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes. O Quadro 34 apresenta uma síntese das representações simbólicas, a quantidade de estratégia de acerto e erros e os possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes nas situações-problema 1 e 6.

Quadro 34 – Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S1 e S6

Estratégia	Representação simbólica	Quantidade de estratégia acertadas		Quantidade de estratégia com erros		Conhecimentos manifestados para S1	Conhecimentos manifestados para S6
		1	6	1	6		
Algoritmo aditivo e multiplicativo	Númerica	2				Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, partição, incógnita, divisão, proporcionalidade subtração, equivalência e igualdade.	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, partição, incógnita, divisão, adição, proporcionalidade

							equivalência e igualdade.
Algoritmo multiplicativo e representação pictórica	Númerica e pictórica		----	----	----	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, divisão, partição, incógnita.	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, divisão, partição, incógnita.
Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	Númerica			--	---	Estado final, números inteiros, proporcionalidade, partição, incógnita e divisão.	----
Algoritmo aditivo e cálculo mental	Númerica	---		---	---	----- -----	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição, equivalência e igualdade.
Algoritmo multiplicativo	Númerica	---	----			Números inteiros, partição, proporcionalidade, incógnita, divisão, equivalência e igualdade.	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, partição, incógnita, divisão, adição, proporcionalidade, equivalência e igualdade.
Algoritmo aditivo	Númerica e pictórica		--		4	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, intermediário, partição, incógnita, equivalência e igualdade.	----- -
Algoritmo aditivo e representação pictórica	Númerica e pictórica		--	---	---	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, partição, incógnita, divisão, subtração,	----- --

						equivalência e igualdade.	
Representação pictórica e cálculo mental	Pictórica	--	---	---		Partição, incógnita e número inteiro	-----
Somente resposta	Númerica	5				Estado final, números inteiros	Estado inicial, números inteiros
Incompreensível	Númerica e pictórica	--	---		5	-----	-----
<b>Total</b>	-----	<b>40</b>	<b>27</b>			-----	-----

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

O Quadro 34 mostra que, apesar de S1 e S6 pertencerem à mesma subclasse proporção simples partição, do campo multiplicativo, a variação da subclasse de transformação buscando pelo estado inicial e/ou final influenciou na manifestação de conhecimentos matemáticos distintos, representações distintas e erros distintos. Isso revela a importância de diversificar as classes/subclasses das situações-problema.

Observa-se que a estratégia aditiva e multiplicativa com representação numérica foi a que apresentou maior quantidade de acertos, sobretudo na situação S1. Essa estratégia permitiu a mobilização de um conjunto maior de conhecimentos de estado inicial, transformação, estado final, partição, divisão, incógnita, equivalência e igualdade, indicando maior compreensão da estrutura das situações-problema. Estratégias que envolveram a representação pictórica e o cálculo mental apresentaram menor quantidade de acertos.

A seguir, apresentamos as resoluções dos estudantes referente às situações-problema 2 e 7, juntamente com nossas análises.

#### 4.2 Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 2 e 7

O Quadro 35 apresenta as situações-problema do tipo *proporção simples quarta proporcional*, do campo multiplicativo, em que o valor correspondente à unidade não é dado nem solicitado (Gitirana *et al.*, 2014). Além disso, contempla a relação de *transformação* do campo aditivo, que busca determinar o *estado final* (S2) ou o *estado inicial* (S7), aplicando uma transformação positiva ou negativa, conforme o caso.

Quadro 35 - Situações-problema da proporção simples quarta proporcional e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final

Situação-problema 2 (S2)	Situação-problema 7 (S7)
Em 3 pacotes, há 9 bolas de tênis. Maria recebeu do seu pai 5 pacotes de bolas de tênis e, da sua irmã, recebeu mais 10 bolas de tênis. Quantas bolas de tênis Maria possui ao todo?	Filipe tinha ingressos para um jogo de vôlei e os distribuiu entre 12 famílias. A cada duas famílias, ele entregou 6 ingressos. Após a distribuição, restaram 4 ingressos. Quantos ingressos Filipe tinha inicialmente?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Com base na análise das resoluções de situações-problema mista 2 e 7, foram identificadas diferentes estratégias manifestadas pelos estudantes, tanto pertinentes quanto não pertinentes, tais como: algoritmo aditivo, algoritmo multiplicativo, representação pictórica, cálculo mental, resposta direta (sem justificativa) e incompreensível.

A seguir, são apresentadas diferentes estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem as situações-problema 2 e 7.

Quadro 36 - Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem as situações-problema 2 e 7

Tipo	Estratégias	Situação-problema 2 (S2) (Quantidade/Estudantes)	Situação-problema 7 (S7) (Quantidade/Estudantes)
<b>Pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	4 (A1, E13, E18, E24)	-----
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	2 (E4, E5)	-----
	Representação pictórica e algoritmo aditivo	1 (E9)	-----
	Representação pictórica	1 (E22)	-----
	Cálculo mental	7 (A3, A6, A37, E26, E19, E12, E11)	8 (A5, A16, A27, E27, E20, E11, E12, E19,)
<b>Total</b>		<b>15</b>	<b>8</b>
<b>Não pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	8 (A10, A19, A33, E6, E7, E14, E23, E25)	21 (A11, A14, A19, A26, A28, A29, A30, E2, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E26)
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	2 (A11, A17)	-----
	Algoritmo aditivo	21 (A15, A18, A21, A23, A25, A26, A28, A29, A30, A34, A35, A36, A38, A39, E2, E3, E15, E16, E17, E21, E28)	22 (A4, A15, A17, A18, A21, A22, A24, A25, A31, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40, E4, E21, E22, E23, E28)
	Representação pictórica	1 (E10)	-----
	Cálculo mental	13 (A2, A5, A32, A13, A24, A16, A20, A8, A7, A27, A31, E20, E27)	12 (A1, A6, A2, A32, A13, A20, A8, A7, A23, E1, E3, E24)
	Incompreensível	7 (A4, A12, A14, A40, A22, E1, E8)	2 (A12, A3)

	Em branco	1 (A9)	3 (E25, A9, A10)
<b>Total</b>		<b>53</b>	<b>60</b>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Na resolução da situação-problema mista 2, observou-se que, entre os 40 estudantes moçambicanos, 4 (10%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 36 (90%) apresentaram estratégias inadequadas. Em relação aos estudantes brasileiros, verificou-se que 11 dos 28 participantes (39,3%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 17 (60,7%) apresentaram estratégias inadequadas.

Na situação-problema 7, apenas oito (8) estudantes apresentaram estratégias adequadas de resolução, correspondendo a 11,8% do total, sendo cinco (5) brasileiros (17,9% dos brasileiros) e três (3) moçambicanos (7,5% dos moçambicanos). Por outro lado, 60 estudantes (88,2%) apresentaram estratégias inadequadas, dos quais 23 são brasileiros (82,1% dos brasileiros) e 37 são moçambicanos (92,5% dos moçambicanos).

A análise das resoluções da S2 evidenciou que quatro estudantes (A1, E13, E18, E24) utilizaram a representação numérica para apresentar, como estratégia pertinente, os algoritmos aditivo e multiplicativo (ver exemplo de A1 na Figura 25), conforme previsto em uma das estratégias adequadas da análise prévia.

Figura 25 - Resolução de A1 para S2

maria recebeu 25 bolas de tênis ao todo.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 10 \\ \hline 25 \end{array}$$

CS Digitalizado com CamScanner

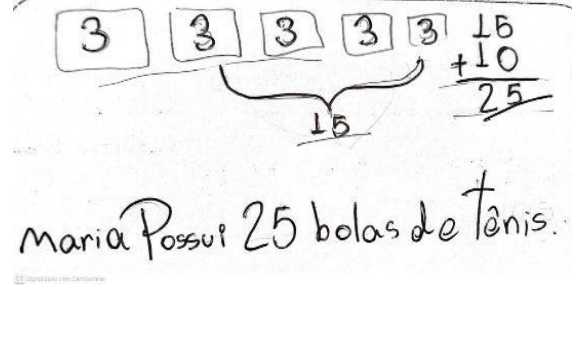
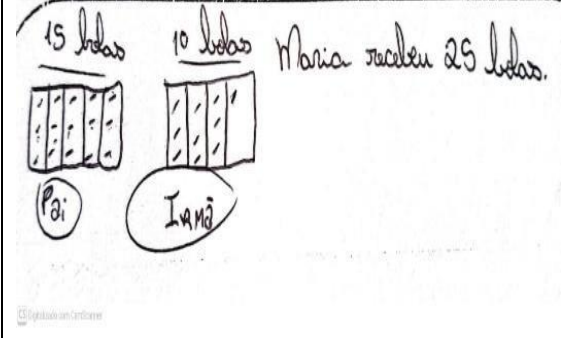
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes utilizaram o algoritmo da multiplicação de 3 por 5, atribuindo-lhe o significado de proporção simples do tipo quarta proporcional para encontrar as 15 bolas que Maria recebeu de seu pai. Em seguida, para determinar o número total de bolas de tênis que Maria possui, recorreram ao algoritmo da adição, com o significado de transformação de

medidas, somando as 15 bolas dadas pelo pai às 10 recebidas da irmã, obtendo, assim, o estado final de 25 bolas ao todo, como mostra a resolução apresentada por A1.

Os estudantes E4 e E22 utilizaram a representação pictórica e numérica para manifestar, como estratégia pertinente, a expressão pictórica e o algoritmo aditivo, conforme o Quadro 37.

**Quadro 37– Resoluções pertinentes da situação-problema 2**

Resolução de E4 para S2,	Resolução de E22 para S2,
	

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Na resolução apresentada no Quadro 37, o estudante E4 inicia escrevendo cinco grupos de quadradinhos, cada um contendo três unidades, com o objetivo de determinar quantas bolas Maria recebeu de seu pai. Essa forma de representação, segundo Vargas (2023), sugere que o estudante compreendeu a relação entre os dados do problema (em que 3 pacotes correspondem a 9 bolas) e a nova quantidade de pacotes recebidos por Maria (5 pacotes). Em seguida, o estudante registra numericamente o algoritmo aditivo, somando as 15 bolas recebidas do pai às 10 recebidas da irmã, para obter o total de 25 bolas de tênis. Já o estudante E22 escreve 5 grupos de retângulos, cada um contendo 3 risquinhos, para representar as 15 bolas recebidas do pai. Em seguida, registra novamente retângulos, contendo, ao todo, 10 risquinhos, que representam as bolas recebidas da irmã.

A estratégia utilizada por esses dois estudantes (E4 e E22) está associada às origens históricas das práticas matemáticas, pois, conforme aponta Roque (2012), os primeiros registros de contagem estavam vinculados ao uso de desenhos nas paredes das cavernas para quantificar caçadas. Também era comum que os antepassados utilizassem blocos de pedra ou gravetos para representar cada unidade desses recursos como um elemento contado.

Os estudantes E9 e E5 manifestaram uma estratégia de resolução adequada, não prevista na análise prévia, como podemos observar na resolução apresentada por E5.

Figura 26 - Resolução de E5

25

$$\begin{array}{r} 15 \\ +10 \\ \hline 25 \end{array}$$

maria possui 25 bolas de tênis

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes utilizaram cálculo mental com significado de proporção simples do tipo quarta proporcional para encontrar as 15 bolas que Maria recebeu de seu pai. Em seguida, para determinar o número total de bolas de tênis que Maria possui, recorreram ao algoritmo da adição, com o significado de transformação de medidas, somando as 15 bolas dadas pelo pai às 10 recebidas da irmã, obtendo, assim, o estado final de 25 bolas, como mostra a resolução apresentada por A1.

Na situação-problema 2, três estudantes moçambicanos (A3, A6 e A37) e quatro brasileiros (E26, E19, E12 e E11) manifestaram estratégias consideradas pertinentes, restringindo-se à apresentação da resposta, sem explicitar o procedimento adotado, como mostra a resolução de E13 (Quadro 38).

Quadro 38 – Resoluções pertinentes da situação-problema 2 e 7

Resolução de E13 para S2,	Resolução de A16 para S7
ao todo maria possui 25 bolas	Filipe tinha 40 ingressos

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

De modo semelhante, na situação-problema 7, 3 estudantes moçambicanos (A5, A16 e A27) e 5 brasileiros (E27, E20, E11, E12 e E19) apresentaram estratégias pertinentes apenas por meio da resposta final, conforme apresentado pelo estudante A16.

Observou-se que, na situação-problema 2, três estudantes moçambicanos (A10, A19 e A33) e cinco estudantes brasileiros (E6, E7, E14, E23 e E25) apresentaram, como estratégia não pertinente, o uso de representações numéricas dos algoritmos aditivos e multiplicativos. Já na situação-problema 7, identificaram-se sete estudantes moçambicanos (A11, A14, A19, A26, A28, A29, A30) e 14 estudantes brasileiros (E2, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E26) que recorreram à mesma estratégia considerada inadequada.

Os estudantes E7, E23 e E25 manifestaram estratégia não pertinente, conforme previsto na análise prévia para a situação-problema 2, como mostra a Figura 27 a resolução de E7.

Figura 27 - Resolução de E7 para S2

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 5 \\ \hline 45 + 10 \\ \hline 55 \end{array}$$

maria tem no  
total 55 bolas  
de tênis

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Eles aplicaram o algoritmo da multiplicação, considerando as 9 bolas de tênis em 3 pacotes e multiplicando esse total pelo número de 5 pacotes recebidos do pai, obtendo 45 bolas. Em seguida, realizaram uma transformação positiva por meio do algoritmo da adição, somando as 10 bolas recebidas da irmã, e chegaram ao resultado de 55 bolas.

Na situação-problema 7, os estudantes A41, E6, E7, E8, E10, E14, E15, E17, E18, E26 interpretaram equivocadamente o enunciado, manifestando como estratégia não pertinente o uso do algoritmo da multiplicação, considerando 6 ingressos para cada uma das 12 famílias, em vez de 6 ingressos a cada duas famílias, o que os levou a obter o resultado de 72 ingressos, como mostra a Figura 28.

Figura 28 - Resolução de E6 para S7

$$\begin{array}{r} *12 \\ *6 \\ \hline 72 \end{array} = \begin{array}{r} 72 \\ +4 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$= 76$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Diante disso, os estudantes E6, E14, E15 e E18 consideraram a transformação positiva por meio da soma do resultado obtido (72 ingressos) com os 4 ingressos restantes, chegando, assim, ao resultado de 76 ingressos, conforme previsto na análise prévia. Por outro lado, o estudante E7 aplicou uma transformação negativa, a partir do algoritmo da subtração, considerando o resultado de 72 ingressos e os 4 ingressos restantes, obtendo o resultado de 68 ingressos.

Os estudantes A11 e A17 recorreram à representação numérica para manifestar, como estratégias não pertinentes, o uso do algoritmo aditivo e do cálculo mental na resolução da situação-problema 2, conforme a Figura 29.

Figura 29 - Resolução de A17 para S2

A maria possui 82 bolas de tênis

$$27 + 45 = 72$$

$$72 + 10 = 82,$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

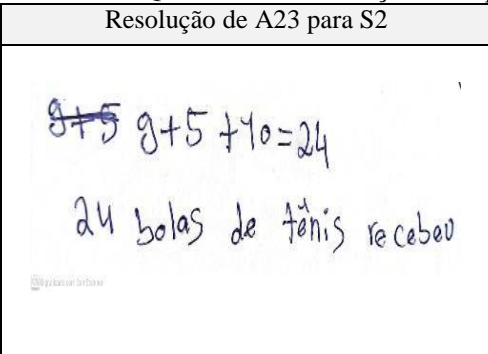
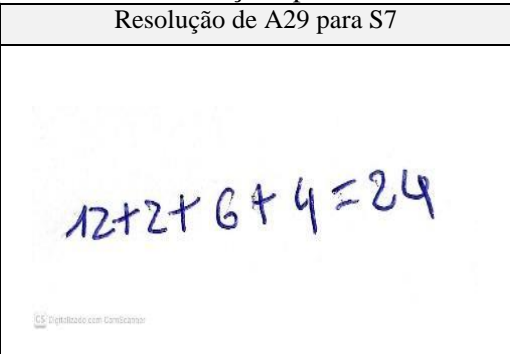
Em decorrência de uma interpretação equivocada do enunciado, os estudantes recorreram ao cálculo mental, atribuindo-lhe o significado de multiplicação entre 3 pacotes e 9 bolas de tênis, obtendo 27. Em seguida, voltaram a efetuar o produto de 5 por 9, resultando em

45. Posteriormente, realizaram uma transformação positiva por meio do algoritmo aditivo, somando 27 a 45 e obtendo o resultado final de 82.

Vinte e um estudantes (A15, A18, A21, A23, A25, A26, A28, A29, A30, A34, A35, A36, A38, A39, E2, E3, E15, E16, E17, E21, E28) da situação-problema 2 e 22 estudantes (A4, A15, A17, A18, A21, A22, A24, A25, A31, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40, E4, E21, E22, E23, E28) da situação-problema 7 recorreram à representação numérica, manifestando como estratégia não pertinente o uso do algoritmo aditivo.

Para a S2, os estudantes A18, A23, A34, A35, A36, A38, A39 e E16 interpretaram equivocadamente o enunciado, manifestando o algoritmo da adição entre os números 9, 5 e 10, desconsiderando a relação existente entre o número de pacotes e a quantidade de bolas contidas em cada pacote, como mostra a resolução de A23, no Quadro 39.

**Quadro 39 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 2 e 7**

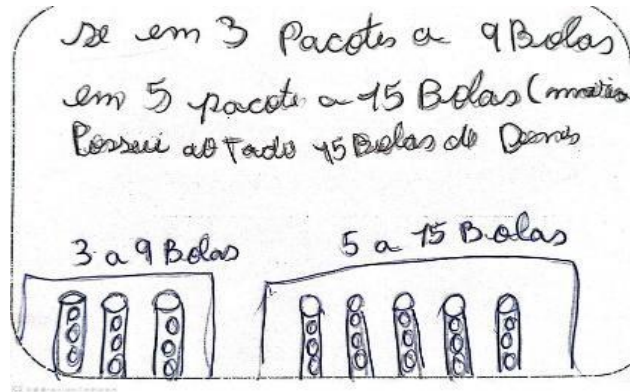
Resolução de A23 para S2	Resolução de A29 para S7
	

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A17, A18, A21, A25, A28, A29, A39, E4, E21 e E22 apresentaram estratégia equivocada, conforme previsto na análise prévia para S7. Eles têm dificuldades de estabelecer a relação existente entre os dados do enunciado, como mostra o recorte apresentado por resolução (A18). Neste caso, segundo Silva (2023), é comum se deparar com estudantes que apresentam dificuldades de compreensão, tendo em vista a necessidade de um maior grau de abstração para compreender os conceitos relacionados a essa área do conhecimento matemático.

Na situação-problema 2, o estudante E10, por meio de uma representação pictórica, estabeleceu a relação entre o número de pacotes e o número de bolas em cada pacote que Maria recebeu do pai, atribuindo a essa relação o significado de proporção simples da quarta proporcional, o que o levou ao resultado correto de 15 bolas (ver Figura 30). Em seguida, desconsidera o algoritmo aditivo, relacionado ao significado da transformação positiva das 10 bolas que Maria recebeu da irmã.

Figura 30 - Resolução de E10 para S2



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Treze estudantes (A2, A5, A32, A13, A24, A16, A20, A8, A7, A27, A31, E20, E27) para a situação-problema 2 e 12 estudantes (A1, A6, A2, A32, A13, A20, A8, A7, A23, E1, E3, E24) na situação-problema 7 registraram respostas inadequadas, apresentando somente o cálculo mental, como mostra o Quadro 40 para A1.

Quadro 40 – Resoluções não pertinentes das situações-problema 2 e 7

Resolução de A1 para S7	Resolução de A12 para S7

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Ainda, na situação-problema 2, observaram-se sete estudantes (A4, A12, A14, A22, A40, E1 e E8) e, na situação-problema 7, dois estudantes (A3 e A12), que manifestaram estratégias incompreensíveis (ver resolução de A29 para S7). Já o estudante A9, da situação-problema 2, e os estudantes E25, A9 e A10, da situação-problema 7, deixaram a questão em branco.

A partir da análise das estratégias de resolução dos estudantes para a situação-problema 2 e 7, foram identificados os possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes. O Quadro 41 apresenta uma síntese das representações simbólicas, a quantidade de estratégia de acerto e erros e os possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes nas situações-problema 2 e 7.

Quadro 41 – Representações, quantidade estratégia e e conhecimentos manifestados por estudantes para S2 e S7

Estratégia	Representação simbólica	Quantidade de estratégia acertadas		Quantidade de estratégia com erros		Conhecimentos manifestados para S2	Conhecimentos manifestados para S7
		S2	S7	S2	S7		
Algoritmo aditivo e multiplicativo	Numérica	4	—	8	21	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, quarta proporcional, incógnita, multiplicação, adição	Estado final, transformação, estado inicial, números inteiros, quarta proporcional, incógnita, multiplicação, adição
Algoritmo aditivo e cálculo mental	Numérica	2	—	2	—	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição	Estado final, transformação, estado inicial, números inteiros, incógnita, adição
Representação pictórica e algoritmo aditivo	Numérica e pictórica	1	—	—	—	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição	—
Algoritmo aditivo	Numérica	—	—	21	22	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição	—
Representação pictórica	Pictórica	1	—	1	—	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição	Estado final, transformação, estado inicial, números inteiros, incógnita, adição
Somente resposta	Numérica	7	8	13	12	Estado final, números inteiros	Estado inicial, números inteiros
Incompreensível	Numérica	—	—	7	2	—	—
Em branco	—	—	—	1	3	—	—
<b>Total</b>		<b>15</b>	<b>8</b>	<b>53</b>	<b>60</b>		

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025

O Quadro 41 explicita que, apesar de S2 e S7 pertencerem à mesma subclasse de proporção simples quarta proporcional, do campo multiplicativo, a mudança de subclasse transformação buscando pelo estado final aumentou as dificuldades de resolução na S7,

umentando o número de respostas inadequadas e as variações das estratégias que os estudantes acionaram para tentar resolvê-la. A variável didática da unidade de dezenas — sobretudo quando são números maiores — interferiu na resolução da situação-problema S7, indicando que os estudantes não estão familiarizados com cálculos e interpretações com números maiores como 80, ocasionando uma maior quantidade de erros pelos estudantes.

A seguir, apresentamos as resoluções dos estudantes para as situações-problema 3 e 4, assim como nossas análises

### 4.3 Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 3 e 4

O Quadro 42 apresenta as situações-problema da classe de proporção simples multiplicação um para muitos, que associa a unidade de uma grandeza com muitas quantidades de outra grandeza. Além disso, contempla a relação de *transformação* do campo aditivo, que busca determinar o *estado final* (S3) ou o *estado inicial* (S4), aplicando uma transformação positiva ou negativa, conforme o caso.

Quadro 42 – Situações-problema da proporção simples um para muitos e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final

Situação-problema 3 (S3)	Situação-problema 4 (S4)
O clube Ático adquiriu 3 caixas de bolas de futebol, sendo que cada caixa contém 10 bolas. Após a compra, foram utilizadas 12 bolas. Quantas bolas de futebol ainda restam para uso?	João possuía alguns ingressos para um jogo de futebol e decidiu distribuí-los entre seus amigos. Ele entregou 12 ingressos para cada 6 amigos e, após a distribuição, ainda restaram 8 ingressos. Quantos ingressos João tinha antes de distribuí-los?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Com base na análise das resoluções de situações-problema mista 3 e 4, foram identificadas diferentes estratégias manifestadas pelos estudantes, tanto pertinentes quanto não pertinentes, tais como: algoritmo aditivo, algoritmo multiplicativo, representação pictórica, cálculo mental, resposta direta (sem justificativa) e incompreensível.

A seguir, são apresentadas diferentes estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 3 e 4.

Quadro 43 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 3 e 4

<b>Tipo</b>	<b>Estratégias</b>	<b>Situação-problema 3 (S3) (Quantidade/Estudantes)</b>	<b>Situação-problema 4 (S4) (Quantidade/Estudantes)</b>
<b>Pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	<b>14</b> (A7, A19, A26, A36, A40, E1, E5, E6, E7, E13, E15, E16, E18, E23)	<b>3</b> (E18, E26, E14)
	Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	-----	<b>2</b> (E12, E13)
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	<b>10</b> (A18, A34, E2, E9, E14, E17, E21, E22, E25, E26)	-----
	Algoritmo aditivo	<b>6</b> (A4, A8, A17, A21, A35, A38)	-----
	Representação pictórica, e algoritmos aditivo e multiplicativo	<b>5</b> (A1, A22, A25, A39, E3)	-----
	Cálculo mental	<b>10</b> (A2, A3, A24, A32, A37, E12, E19, E20, E24, E27)	<b>5</b> (A16, A10, A9, A27, E24)
<b>Total</b>		<b>45</b>	<b>10</b>
<b>Não pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	<b>2</b> (A33, E28)	<b>7</b> (E7, E6, E23, E15, E16, E28, E10)
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	<b>4</b> (E4, A13, A14, A15)	-----
	Algoritmo aditivo	<b>6</b> (A11, A23, A29, A30, A31, E8)	<b>29</b> (E2, E5, E21, E17, E8, E22, E4, A11, A31, A30, A29, A14, A15, A40, A19, A17, A4, A35, A38, A8, A39, A25, A3, A37, A34, A33, A18, A21, A26)
	Representação pictórica	-----	<b>4</b> (A1, A22, E3, E9)
	Cálculo mental	<b>9</b> (A5, A6, A9, A10, A16, A20, A27, E10, E11)	<b>16</b> (A36, A7, A20, A5, A6, A23, A13, A24, A2, A32, E11, E1, E25, E19, E27, E20)
	Incompreensível	<b>1</b> (A12)	<b>1</b> (A12)
Branco	<b>1</b> (A28)	<b>1</b> (A28)	
<b>Total</b>		<b>23</b>	<b>58</b>

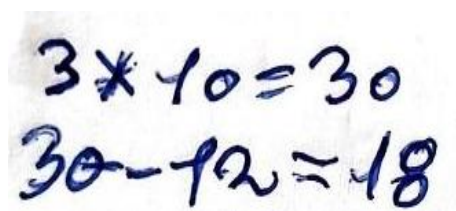
Fonte: Elaborado pelo autor.

Na resolução da situação-problema mista 3, observou-se que, entre os 40 estudantes moçambicanos, 22 (55%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 18 (45%) apresentaram estratégias inadequadas. Em relação aos 28 estudantes brasileiros, verificou-se que 23 (82,1%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 5 (17,9%) apresentaram estratégias inadequadas.

Na situação-problema 4, apenas 10 estudantes apresentaram estratégias adequadas de resolução, sendo 6 (21,4%) brasileiros e 4 (10%) moçambicanos. Por outro lado, 60 estudantes apresentaram estratégias inadequadas, dos quais 22 (78,6%) são brasileiros e 36 (90%) moçambicanos.

A partir da resolução apresentada na Figura 31, referente ao estudante A7, e conforme o previsto na análise prévia, verificamos que 14 estudantes (A7, A19, A26, A36, A40, E1, E5, E6, E7, E13, E15, E16, E18, E23) recorreram à representação numérica para manifestar, como estratégia pertinente, o uso de algoritmos aditivos e multiplicativos para S3.

Figura 31 - Resolução de A7 para S3


$$3 * 10 = 30$$
$$30 - 12 = 18$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Para encontrar a quantidade de bolas que o clube adquiriu, os 14 estudantes utilizaram o algoritmo da multiplicação de 3 (caixas) por 10 (bolas por caixa), com o significado de proporção simples do tipo um para muitos. Em seguida, recorreram ao algoritmo da subtração entre a quantidade de bolas adquiridas pelo clube e as 12 bolas utilizadas, com o significado de transformação negativa, chegando ao resultado final de 18 bolas restantes para uso.

Os estudantes A18, A34, E2, E9, E14, E17, E21, E22, E25 e E26 manifestaram estratégia de resolução adequada, não prevista na análise prévia, conforme se observa na resolução apresentada por E2 no Quadro 44 a seguir. Esses estudantes recorreram ao cálculo mental para realizar a proporção simples do tipo um para muitos, a fim de determinar a quantidade de 30 bolas do estado inicial adquiridas pelo clube. Em seguida, aplicaram o algoritmo da subtração ao estado inicial, retirando as 12 bolas utilizadas do total de 30, o que resultou em 18 bolas restantes para uso.

Quadro 44 – Resolução pertinente da situação-problema 3

Resolução de E2 para S3	Resolução de A21 para S3
$\begin{array}{r} 30 \\ -12 \\ \hline 18 \end{array}$ <p>R= Restavam 18 bolas de futebol</p>	$10+10+10=30$ $30-12=18$ <p>20</p> <p>Ficaram 18 bolas para uso.</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A4, A8, A17, A21, A35 e A38 utilizaram a representação numérica, a partir do algoritmo aditivo, para expressar, como estratégia pertinente, a adição de parcelas iguais (Quadro 44 de A21), com o significado de proporção simples de multiplicação de um para muitos, a fim de determinar a quantidade das 30 bolas adquiridas pelo clube. Para Magina *et al.* (2014), esse tipo de estratégia se aproxima do pensamento multiplicativo, mas está ancorada no raciocínio aditivo. Em seguida, os estudantes realizaram a subtração de 30 por 12 (bolas utilizadas) para encontrar as 18 bolas restantes para uso.

Na resolução de S3, os estudantes A1, A22, A25, A39 e E3 recorreram à representação pictórica, com o significado de multiplicação do tipo um para muitos, formando três grupos constituídos por 10 tracinhos em cada um deles, correspondendo no total as 30 bolas adquiridas pelo clube. Em seguida, apresentaram a transformação negativa ao riscar 12 tracinhos dos 30, restando 18 tracinhos, que indicam o estado final de 18 bolas para uso, conforme a Figura 32.

Figura 32- Resolução de A1 para S3

$$3 \cdot 10 = 30$$

$$30 - 12 = 18$$
 Restavam 18 bolas novas

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

O estudante A1, assim como na S1, recorreu à representação numérica, mas desta vez com significado de proporção simples da multiplicação do tipo um para muitos e de transformação negativa, para demonstrar, de modo pertinente, que restam 18 bolas para uso.

Nesses casos, essa estratégia revela que o estudante encontrou, na representação pictórica, um suporte para verificar suas soluções na resolução da situação-problema, corroborando as pesquisas realizadas por Magina, Santos e Merlini (2014).

Observou-se que, na situação-problema 4, três estudantes brasileiros (E18, E26, E14) apresentaram, como estratégia pertinente, o uso de representações numéricas dos algoritmos aditivos e multiplicativos, previstos na análise prévia, conforme o recorte do estudante E18 no Quadro 45 a seguir. Os três estudantes recorreram ao algoritmo da multiplicação de 12 ingressos por 6 amigos, representando o significado de proporção simples do tipo um para muitos, para determinar os 72 ingressos que João distribuiu. Em seguida, utilizaram o algoritmo da adição dos 72 ingressos distribuídos com os 8 restantes, com o significado de transformação positiva, chegando ao resultado inicial de 80 ingressos que João possuía antes de fazer a distribuição.

Quadro 45 – Resoluções pertinentes das situações-problema 4

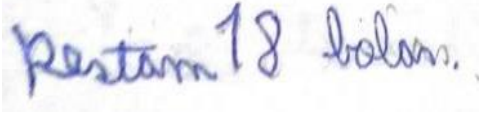
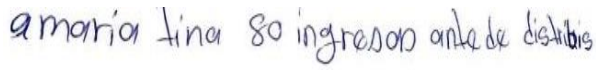
Resolução de E18 para S4	Resolução de E13 para S4
<p>12 ingressos cada 6 amigos Sobrou 8 ingressos</p> $\begin{array}{r} 72 \\ \times 6 \\ \hline 42 \\ + 8 \\ \hline 80 \end{array}$ <p>totalº 80 ingressos</p>	<p>12 x 6 ----- 72</p> <p>El João 80</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Como podemos constatar no Quadro 45, os estudantes E12 e E13 recorreram à representação numérica na resolução de S4 para apresentar, como estratégia pertinente, o algoritmo da multiplicação de 12 ingressos por 6 amigos, a fim de determinar os 72 ingressos que João distribuiu. Para encontrar o número de ingressos que João possuía antes de distribuí-los, recorreram ao cálculo mental, apresentando apenas o resultado final de 80 ingressos, demonstrando uma estratégia não prevista na análise prévia (ver resolução de E13).

Observou-se, ainda, na situação-problema 3, 10 estudantes (A2, A3, A24, A32, A37, E12, E19, E20, E24, E27), e na situação-problema 4, cinco estudantes (A16, A10, A9, A27, E24) que manifestaram estratégia considerada pertinente registrando apenas a resposta, sem explicitar o procedimento adotado, conforme o Quadro 46.

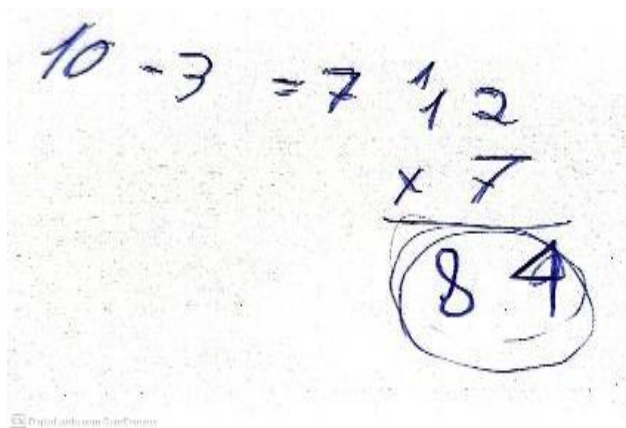
Quadro 46 – Resoluções pertinentes das situações-problema 3 e 4

Resolução de E24 para S3	Resolução de A16 para S4
	

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Observou-se que, na situação-problema 3, os estudantes A33 e E28 apresentaram, como estratégia não pertinente, o uso de representações numéricas dos algoritmos aditivos e multiplicativos, conforme evidencia a resolução de E28.

Figura 33 - Resolução de E28 para S3



$$10 - 3 = 7$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 7 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os dois estudantes interpretaram equivocadamente o enunciado, subtraindo o número de bolas por caixa pelo total de caixas adquiridas, obtendo o valor 7. Em seguida, realizaram a multiplicação do número de bolas utilizadas (12) pelo valor 7 encontrado.

Os estudantes E4, A13, A14 e A15 manifestaram como estratégia não pertinente o algoritmo aditivo e o cálculo mental na situação-problema 3. O estudante E4 utilizou o cálculo mental para encontrar a quantidade de 30 bolas adquiridas pelo clube e, em seguida, recorreu à representação numérica, realizando corretamente a subtração entre a quantidade de bolas adquiridas (30) e o número de bolas utilizadas (12). No entanto, apresentou um resultado equivocado de 22 bolas, em vez de 18, conforme apresentado o recorte no Quadro 47.

Quadro 47 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 3

Resolução de E4 para S3	Resolução de A13 para S3
<p><u>Nabrou 22 Bolas</u></p> $\begin{array}{r} -30 \\ +12 \\ \hline 22 \end{array}$	$3 + 10 = 13$ <p>obolati co 1</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A13, A14 e A15 recorreram à representação numérica na situação-problema 3 para efetuar a soma de 3 (número de caixas) por 10 (número de bolas por caixa), obtendo o resultado de 13. Em seguida, aplicaram o cálculo mental subtraindo o valor 13 encontrado por 12 bolas utilizadas, resultando em 1, como podemos constatar a resolução de A13 no Quadro 47.

Seis estudantes (A11, A23, A29, A30, A31 e E8) interpretaram de forma equivocada o enunciado, manifestando, como estratégia não pertinente, o uso do algoritmo aditivo, conforme previsto na análise prévia para S3. Esses estudantes simplesmente somam todos os números apresentados no enunciado, sem estabelecer as relações existentes, como evidencia a resolução de A23 no Quadro 48.

Quadro 48 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 3

Resolução de A23 para S3	Resolução de A12 para S3	Resolução de E10 para S3
$3 + 10 + 12 = 25$	<p>mais km</p> $\frac{10}{30}$	<p>não resta nenhuma Bola pois usaram TODAS que tinham nas caixas</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Notou-se também que, na S3, os estudantes A5, A6, A9, A10, A16, A20, A27, E10 e E11 apresentaram respostas inadequadas, registrando apenas o resultado final (como mostra a resolução de E10, no Quadro 48). O estudante A12, por sua vez, manifestou uma estratégia

incompreensível, enquanto o estudante A28 deixou a situação-problema em branco, sem qualquer registro.

A seguir, apresentamos o recorte das estratégias não pertinentes manifestadas pelos estudantes na resolução da S4. As análises permitiram identificar que sete estudantes brasileiros (E7, E6, E23, E15, E16, E28, E10) apresentaram, como estratégia não pertinente, o uso dos algoritmos aditivo e multiplicativo, como mostra a Figura 34

Figura 34 - Resolução de E7 para S4

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 72 + 12 \\ \hline 84 \end{array}$$

João tinha 84 ingressos

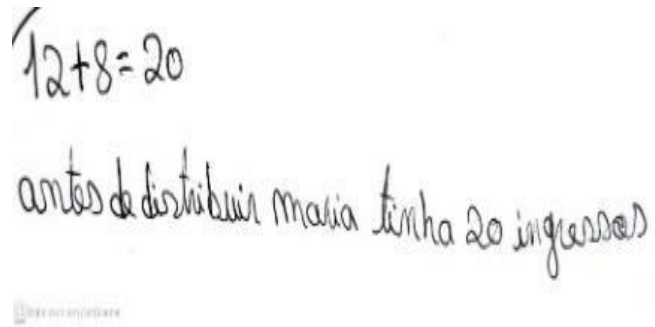
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Esses estudantes apresentam adequadamente o algoritmo da multiplicação de 12 ingressos por 6 amigos, com o significado de proporção simples do tipo um para muitos, e encontram o resultado de 72 ingressos que João distribuiu ao todo. No entanto, os estudantes E7 e E10 recorrem à transformação positiva, adicionando ao total de 72 ingressos encontrados com os 12 ingressos dados por cada família, desconsiderando, assim, os 8 ingressos que restam, conforme Figura 34.

Por outro lado, os estudantes E6 e E28 aplicam equivocadamente a subtração do total de 72 ingressos pelos 8 ingressos que restam; os estudantes E23, E15 e E16 recorrem ao mesmo total de 72 ingressos encontrados, aplicando a adição com o número de ingressos restantes e obtendo 80 ingressos. No entanto, recorrem novamente à subtração para retirar 1 bola do resultado final de 80 bolas encontradas.

Vinte e nove estudantes (A3, A4, A8, A11, A14, A15, A17, A18, A19, A21, A25, A26, A29, A30, A31, A33, A34, A35, A37, A38, A39, A40, E2, E4, E5, E8, E17, E21, E22) recorreram à representação numérica para apresentar, como estratégia não pertinente, o algoritmo aditivo para S4.

Figura 35 - Resolução de A34 para S4



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Conforme a Figura 35, os estudantes somaram equivocadamente o número de ingressos dados a cada amigo (12) com os que sobraram (8), obtendo como resultado 20 ingressos.

Quatro estudantes (A1, A22, E3 e E9) utilizam a representação pictórica na resolução da situação-problema 4. O Quadro 49 apresenta os recortes das resoluções não pertinentes do A1 e E9 para S4:

Quadro 49 – Resoluções não pertinentes da situação-problema 4

Resolução de A1 para S4	Resolução de E9 para S4

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A1, A22 e E3 formaram três grupos de traços constituídos por 12, 6 e 8 elementos, correspondentes aos números apresentados no enunciado. O estudante A1, por meio do algoritmo aditivo, também utilizou a representação numérica e somou os números do enunciado sem estabelecer relações entre os dados, conforme previsto na análise prévia.

Já o estudante E9 desenhou 6 figuras representando os 6 amigos e, dentro de cada figura, escreveu o número 12, que simboliza os ingressos distribuídos a cada um. Em seguida, ele utilizou adequadamente o algoritmo da multiplicação (12 x 6) com o significado de proporção simples um para muitos para calcular os 72 ingressos que foram distribuídos. Apesar de ter

noção da existência de ingressos que restam, o estudante desconsiderou o algoritmo aditivo (dos 8 ingressos), que daria o significado da transformação positiva.

Observou-se, ainda, que na situação-problema 4 os estudantes A2, A5, A6, A7, A13, A20, A23, A24, A32, A36, E1, E11, E19, E20, E25 e E27 apresentaram respostas inadequadas, registrando apenas o resultado final. Assim como na situação-problema 3, o estudante A12 manifestou uma estratégia incompreensível, enquanto o estudante A28 deixou a questão em branco, sem qualquer registro.

O Quadro 50 apresenta uma síntese das representações simbólicas, da quantidade de estratégia de acerto e erros e dos possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes por meio das estratégias utilizadas nas situações-problema 3 e 4.

Quadro 50 – Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S3 e S4

Estratégia	Representação simbólica	Quantidade de estratégia acertadas		Quantidade de estratégia com erros		Conhecimentos manifestados para S3	Conhecimentos manifestados para S4
		S2	S7	S2	S7		
Algoritmo aditivo e multiplicativo	Numérica	14	2	3	7	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, multiplicação, subtração, equivalência, e igualdade.	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, multiplicação, adição, equivalência, e igualdade.
Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	Numérica	—	—	2	—	----- ---	Um para muitos, incógnita, multiplicação, número inteiro, número desconhecido e equivalência.
Algoritmo aditivo	Numérica	6	6	—	29	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, subtração, adição, equivalência, noção de multiplicação, igualdade	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, adição, equivalência, igualdade

Representação pictórica; algoritmos aditivo e multiplicativo	Numérica e pictórica	5	----	—	—	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, subtração, equivalência, multiplicação, igualdade e correspondência	—
Representação pictórica	Pictórica	—	—	—	4	—	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, um para muitos, incógnita, adição
Somente resposta	Numérica	10	9	5	16	números inteiros	números inteiros
Incompreensível	Numérica	—	1	—	1	números inteiros	números inteiros
Branco	—	—	1	—	1		
<b>Total</b>		<b>45</b>	<b>23</b>	<b>10</b>	<b>58</b>		

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 50 explicita que, apesar de S3 e S4 pertencerem à mesma subclasse de proporção simples multiplicação um para muitos, do campo multiplicativo, as variáveis didáticas das classes/subclasses de transformação de medidas interferiram na resolução das diferentes estratégias, sobretudo na situação-problema 4.

Observa-se que a estratégia aditiva associada à multiplicativa com representação numérica foi a que apresentou maior número de acertos, sobretudo na S3, embora também concentre erros, especialmente na S4, revelando a mobilização de conhecimentos, como estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, relação um para muitos, incógnita, adição, subtração e multiplicação, além das noções de equivalência e igualdade. Em contrapartida, estratégias como somente o algoritmo aditivo apresentaram maior incidência de erros, com os estudantes indicando dificuldades na compreensão das situações-problema.

A seguir, apresentamos as resoluções dos estudantes juntamente com nossas análises referente às situações-problema 5 e 8.

#### 4.4 Análise e Discussão dos resultados das Situações-problema 5 e 8.

O Quadro 51 apresenta as situações-problema da classe de proporção simples do tipo cota, nas quais o valor correspondente à unidade é conhecido e se deseja determinar a medida de mesma natureza relativa a essa unidade ou, ainda, quantos grupos podem ser formados a partir da medida dada (Miranda, 2019). Além disso, contempla a relação de *transformação* do campo aditivo, que busca determinar o estado final (S5) ou o estado inicial (S8), aplicando uma transformação positiva ou negativa, conforme o caso.

Quadro 51 – Situações-problema da proporção simples do tipo cota e da transformação do campo aditivo, que busca pelo estado inicial e/ou final

Situação-problema 5 (S5)	Situação-problema 8 (S8)
Um estabelecimento de material esportivo possuía 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes. Devido ao excesso de umidade, 6 destas bolas estragaram. Sabendo que cada pacote contém 3 bolas, quantos pacotes ainda podem ser vendidos?	A direção de um complexo esportivo adquiriu bolas de vôlei que vieram armazenadas em caixas, sendo que cada caixa contém 6 bolas. Após doar 8 bolas para uma escola, o complexo ainda ficou com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas no total pela direção do complexo esportivo?

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Com base na análise das resoluções de situações-problema mista 5 e 8, foram identificadas diferentes estratégias manifestadas pelos estudantes, tanto pertinentes quanto não pertinentes, tais como: algoritmo aditivo, algoritmo multiplicativo, representação pictórica, cálculo mental, resposta direta (sem justificativa) e incompreensível.

A seguir, são apresentadas diferentes estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem as situações-problema 5 e 8.

Quadro 52 – Estratégias utilizadas pelos estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema 5 e 8

Tipo	Estratégias	Situação-problema 5 (S5) (Quantidade/Estudantes)	Situação-problema 8 (S8) (Quantidade/Estudantes)
Pertinente	Algoritmo aditivo e multiplicativo	5 (E5, E7, E9, E22, E23)	6 (A19, E5, E7, E9, E14, E23)
	Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	1 (E21)	2 (E6, E18)
	Algoritmo aditivo e cálculo mental	3 (E13, E15, E16)	1 (E13)
	Representação pictórica e algoritmo aditivo	-----	1 (A34)

	Cálculo mental	<b>11</b> (A5, A13, A21, E4, E11, E12, E20, E24, E25, E26, E27)	<b>7</b> (A8, E11, E12, E20, E24, E26, E27)
<b>Total</b>		<b>20</b>	<b>17</b>
<b>Não pertinente</b>	Algoritmo aditivo e multiplicativo	<b>2</b> (A26, E17)	<b>1</b> (A26)
	Algoritmo multiplicativo	<b>10</b> (A2, A3, A7, A11, A28, A30, A33, E6, E10, E18)	<b>7</b> (A28, A30, E8, E10, E15, E16, E17)
	Algoritmo aditivo	<b>21</b> (A1, A4, A8, A14, A17, A18, A19, A23, A25, A29, A31, A34, A35, A36, A38, A39, A40, E2, E3, E8, E28)	<b>23</b> (A4, A7, A11, A14, A15, A17, A18, A21, A23, A24, A25, A29, A33, A35, A36, A37, A40, E1, E2, E4, E21, E22, E28)
	Representação pictórica	-----	<b>5</b> (A1, A22, A31, A38, A39)
	Cálculo mental	<b>13</b> (A6, A9, A10, A16, A20, A22, A24, A27, A32, A37, E1, E14, E19)	<b>11</b> (A2, A3, A5, A6, A13, A16, A20, A27, A32, E3, E19)
	Incompreensível	<b>2</b> (A12, A15)	<b>1</b> (A12)
	Branco	-----	<b>3</b> (A9, A15, E25)
<b>Total</b>		<b>48</b>	<b>51</b>

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

Na resolução da situação-problema mista 5, observou-se que, entre os 40 estudantes moçambicanos, 3 (7,5%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 37 (92,5%) apresentaram estratégias inadequadas. Em relação aos 28 estudantes brasileiros, verificou-se que 17 (60,7%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 11 (39,3%) apresentaram estratégias inadequadas.

Na situação-problema 8, entre os 40 estudantes moçambicanos, 3 (7,5%) apresentaram estratégias adequadas, enquanto 37 (92,5%) apresentaram estratégias inadequadas. Já entre os 28 estudantes brasileiros, 14 (50%) apresentaram estratégias adequadas e outras 14 (50%) foram inadequadas. A seguir, apresentamos o recorte das estratégias pertinentes manifestadas pelos estudantes na resolução da S5 e S8.

Na situação-problema 5, os estudantes E5, E7, E9, E22 e E23 recorreram à representação numérica para manifestar, como estratégia pertinente, os algoritmos aditivos e multiplicativos, conforme previsto na análise prévia e como mostra a Figura 36.

Figura 36 - Resolução de E7 para S5

$$\begin{array}{r} 233 \\ - 67 \\ \hline 27 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 273 \\ - 09 \\ \hline 27 \\ - 27 \\ \hline 0 \end{array}$$

9 Pacotes

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os cinco estudantes partiram do estado inicial de 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes e aplicaram uma transformação negativa por meio do algoritmo da subtração, retirando as 6 bolas estragadas e obtendo o estado final de 27 bolas não estragadas. Em seguida, utilizaram esse estado final e aplicaram o algoritmo da divisão por cota, considerando as três bolas em cada pacote, resultando em 9 pacotes ainda por vender.

O estudante E21, por meio da representação numérica do algoritmo multiplicativo e do cálculo mental, manifestou uma estratégia de resolução adequada não prevista na análise *prévia*. Ele recorre ao cálculo mental com o significado de transformação negativa para determinar as 27 bolas não estragadas e, após isso, aplica o algoritmo da divisão por cota, considerando as três bolas por pacote, obtendo os 9 pacotes ainda por vender, como mostra o Quadro 53.

Quadro 53 – Resoluções pertinentes das situações-problema 5

Resolução de E21 para S5	Resolução de E15 para S5
$\begin{array}{r} 273 \\ - 67 \\ \hline 206 \end{array}$ <p>R = 9</p>	$\begin{array}{r} 33 \\ - 6 \\ \hline 27 \end{array}$ <p>R: Ainda podem ser vendidos 9 pacotes.</p>

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

No Quadro 53, o estudante E15, valendo-se da representação numérica do algoritmo aditivo e do cálculo mental, também manifestou uma estratégia de resolução adequada não prevista na análise *prévia*. Ele parte do estado inicial de 33 bolas de tênis, aplica uma

transformação negativa por meio do algoritmo da subtração para retirar as 6 bolas estragadas e obtém 27 bolas não estragadas. Em seguida, utiliza o cálculo mental com o significado de divisão por cota para determinar os 9 pacotes ainda por vender.

Observou-se também que, na situação-problema 8, os estudantes A19, E5, E7, E9, E14 e E23 recorreram à representação numérica para manifestar, como estratégia pertinente, os algoritmos aditivos e multiplicativos, como previsto na análise prévia. A Figura 37 apresenta o recorte da resolução pertinente para S8.

Figura 37- Resolução de E7 para S8

$$\begin{array}{r} 22 \\ + 8 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 6 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

5 caixas

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Eles recorreram ao algoritmo aditivo, com o significado de transformação positiva, somando as 22 bolas que permaneceram no complexo após a doação às 8 bolas doadas, encontrando, assim, as 30 bolas que haviam sido adquiridas antes da doação. Em seguida, aplicaram o algoritmo de divisão, com o significado de cota, ao considerarem as 30 bolas adquiridas antes da doação divididas pelas 6 bolas contidas em cada caixa, determinando, assim, as 5 caixas de bolas de tênis que o complexo havia adquirido.

Os estudantes E6 e E18, através de representação numérica do algoritmo multiplicativo e cálculo mental, manifestaram estratégia de resolução adequada não prevista na análise prévia. A Figura 38 apresenta o recorte da resolução pertinente do estudante E6 para S8.

Figura 38 - Resolução de E6 para S8

$$30 \times 6 = 180$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 6 \\ \hline 180 \\ - 180 \\ \hline 00 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Eles recorrem ao cálculo mental, com o significado de transformação positiva, para encontrar as 30 bolas adquiridas antes da doação e, em seguida, aplicam o algoritmo da divisão, com significado de cota, ao dividirem as 30 bolas pelas 6 bolas contidas em cada caixa, o que resultou nas 5 caixas de bolas de tênis que o complexo havia adquirido.

O estudante E13, por meio da representação numérica do algoritmo aditivo e do cálculo mental, também manifestou uma estratégia de resolução adequada não prevista na análise prévia para S8, conforme mostra a Figura 39.

Figura 39 - Resolução de E13 para S8

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

O estudante E13 parte do estado final de 22 bolas que permaneceram no complexo após a doação, aplica uma transformação positiva por meio do algoritmo aditivo para somar as 8 bolas doadas e obter as 30 bolas que haviam sido adquiridas antes da doação. Em seguida, utiliza o cálculo mental, com o significado de divisão por cota, para determinar as 5 caixas de bolas de vôlei que foram compradas.

Salienta-se que, ao encontrar o resultado de 5 caixas de bolas de vôlei que foram compradas, ele faz verificação do resultado obtido a partir do algoritmo da multiplicação de  $5 \times 5 = 25$ .

O estudante A34 recorreu à representação numérica, com o significado de transformação positiva, para somar as 22 bolas que permaneceram no complexo após a doação com as 8 bolas doadas e obter as 30 bolas que haviam sido adquiridas antes da doação. Em seguida, utiliza essas 30 bolas para aplicar uma representação pictórica, com o significado de cota, formando cinco grupos com seis risquinhos cada, concluindo, de forma pertinente, que foram compradas 5 caixas de bolas de vôlei, como mostra a Figura 40.

Figura 40 - Resolução de A34 para S8



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

A estratégia apresentada pelo estudante A34 se aproxima do pensamento multiplicativo, mas permanece ancorada em um raciocínio pictórico com significado aditivo. Isso ocorre porque ele forma grupos de risquinhos de mesma quantidade, com o significado da operação de adição, corroborando o que foi previsto na pesquisa de Vargas (2023).

Observou-se que, na situação-problema 5, 11 estudantes (A5, A13, A21, E4, E11, E12, E20, E24, E25, E26, E27) e, na situação-problema 8, sete estudantes (A8, E11, E12, E20, E24, E26, E27) manifestaram estratégias consideradas pertinentes, mas registraram apenas a resposta final, sem explicitar o procedimento adotado.

A seguir, apresentamos o recorte das estratégias não pertinentes manifestadas pelos estudantes na resolução da S5.

A análise da S5 permitiu identificar que os estudantes A26 e E17 apresentaram, como estratégia não pertinente, o uso dos algoritmos aditivo e multiplicativo. Eles não reconheceram o significado de transformação negativa e interpretaram a situação de forma equivocada, ao somarem as 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes com as 6 bolas estragadas, obtendo 39 bolas. Em seguida, não compreenderam o significado de divisão por cota e aplicaram a multiplicação das 39 bolas encontradas pelas 3 bolas contidas em cada pacote, conforme mostra a resolução do estudante A26 no Quadro 54.

Quadro 54 – Resoluções não pertinentes da situação -problema 5

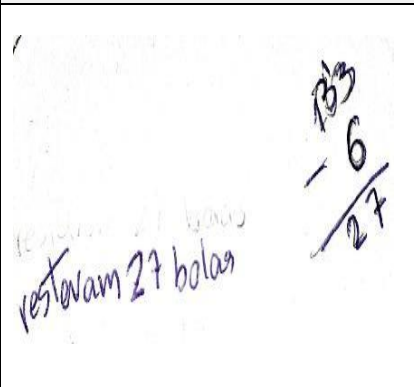
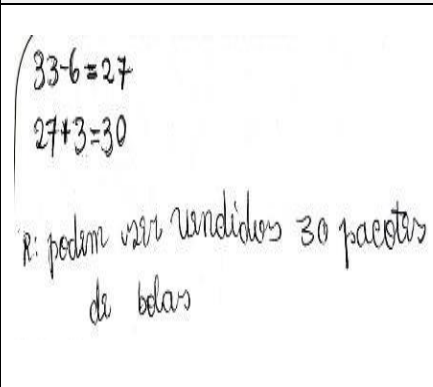
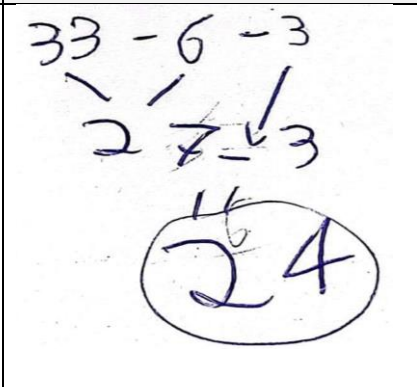
Resolução de A26 para S5	Resolução de E6 para S5
$33 + 6 = 39$ $39 \times 3 = 117$ <p>Os pacotes que podem ser vendidos são: 117</p>	$\begin{array}{r} 33 \\ \times 6 \\ \hline 198 \end{array}$ $\begin{array}{r} 198 \overline{) 798} \\ \underline{48} \phantom{0} \\ 04 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 8 \phantom{0} \\ \underline{6} \phantom{0} \\ 2 \phantom{0} \end{array} = 63$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Conforme o Quadro 54, 10 estudantes (A2, A3, A7, A11, A28, A30, A33, E6, E10, E18) utilizaram de forma equivocada a multiplicação de 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes com as 6 bolas estragadas contidas no mesmo pacote, obtendo o resultado de 198, como mostra a resolução de E6. Em seguida, os estudantes A2, A7, A11, A28, A30 e E10 multiplicaram 198 por 3 bolas de cada pacote e encontraram 514, enquanto os estudantes A3, A33, E6 e E18 dividiram 198 por 3.

Vinte e um estudantes (A1, A4, A8, A14, A17, A18, A19, A23, A25, A29, A31, A34, A35, A36, A38, A39, A40, E2, E3, E8, E28) apresentaram como estratégia não pertinente o uso do algoritmo aditivo. Esses estudantes aplicaram corretamente o algoritmo da subtração, com o significado de transformação negativa, operando as 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes pelas 6 bolas estragadas contidas no mesmo pacote, obtendo o resultado de 27 bolas boas ainda disponíveis para venda. No entanto, eles desconsideraram a divisão por cota, conforme mostra o Quadro 55.

Quadro 55 – Resoluções não pertinentes da situação -problema 5

Resolução de E2 para S5	Resolução de A17 para S5	Resolução de E28 para S5
		

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A17, A18, A23 e A31 adicionam 27 por 3 para obter como resultado de 30, conforme a resolução de A17, enquanto os estudantes A36 e E28 recorrem ao resultado encontrado de 27 bolas e realizam a subtração com as 3 bolas de cada pacote, como mostra a resolução de E28. Observou-se que 13 estudantes (A6, A9, A10, A16, A20, A22, A24, A27, A32, A37, E1, E14, E19) apresentaram respostas inadequadas, registrando apenas o resultado final. Além disso, os estudantes A12 e A15 apresentam estratégia incompreensível.

A seguir, apresentamos o recorte das estratégias não pertinentes manifestadas pelos estudantes na resolução da S8.

A análise da S8 permitiu identificar que o estudante A26 apresentou, como estratégia não pertinente, o uso dos algoritmos aditivo e multiplicativo. Ele adiciona equivocadamente a quantidade de 6 bolas contidas em uma caixa às 8 bolas doadas pelo complexo, obtendo o resultado de 14 bolas. Em seguida, multiplica o resultado da soma (14) pelas 22 bolas que ficaram após a doação, conforme mostra a Figura 41.

Figura 41- Resolução de A26 para S8

$$6 + 8 = 14$$

$$14 \times 22 = 308$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Sete estudantes (A28, A30, E8, E10, E15, E16, E17) interpretam equivocadamente o enunciado ao multiplicar as 22 bolas que ficaram após a doação pelas 6 bolas contidas em uma caixa, obtendo, assim, o resultado de 132, conforme podemos observar nas resoluções de E17 e E10 no Quadro 56.

Quadro 56 – Resolução não pertinente da situação-problema 8

Resolução de E17 para S8	Resolução de E10 para S8
$\begin{array}{r} 22 \\ \times 6 \\ \hline 132 \end{array}$ <p>foram comprados 132 complexos esportivos.</p>	$\begin{array}{r} 132 \\ \times 8 \\ \hline 1056 \end{array}$ <p>total 1.056 Bolas esportivas total</p>

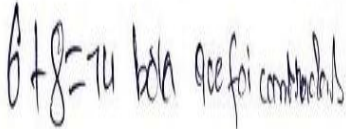
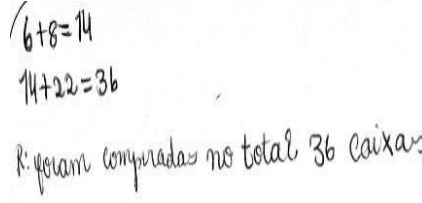
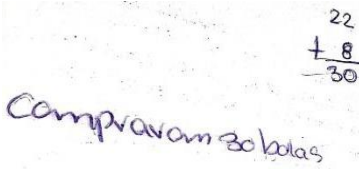
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Os estudantes A28, A30, E10 e E15 recorrem novamente ao algoritmo da multiplicação e efetuam o cálculo de 132 por 8, como apresenta a resolução de E10 no Quadro 56.

Vinte e três estudantes (A4, A7, A11, A14, A15, A17, A18, A21, A23, A24, A25, A29, A33, A35, A36, A37, A40, E1, E2, E4, E21, E22, E28) apresentaram, como estratégia não

pertinente, o uso do algoritmo aditivo, conforme o Quadro 57 em que temos as resoluções de A25, A17 e E2.

Quadro 57 – Resolução não pertinente da situação-problema 8

Resolução de A25 para S8	Resolução de A17 para S8	Resolução de E2 para S8
		

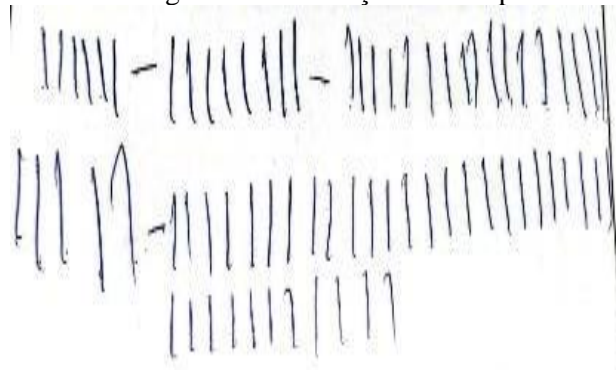
Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Como apresentado no Quadro 57, os estudantes A4, A14, A25 e E22 interpretam equivocadamente o enunciado ao adicionar a quantidade de 6 bolas contidas em uma caixa às 8 bolas doadas pelo complexo, obtendo o resultado de 14 bolas, conforme a resolução de A25. No entanto, os estudantes A7, A15, A17, A18, A21, A23, A29, A37 e E1, a partir da soma de 6 com 8, aplicam novamente a adição às 22 bolas que ficaram após a doação, como mostra a resolução de A17.

Por sua vez, os estudantes A11, A24, A33, A35, A36, A40, E2, E4, E21 e E28 recorrem ao algoritmo aditivo, com o significado de transformação positiva, somando as 22 bolas que permaneceram no complexo após a doação às 8 bolas doadas, encontrando, assim, as 30 bolas que haviam sido adquiridas antes da doação. Contudo, esses estudantes desconsideram a divisão por cota necessária para determinar o total de caixas de bolas de vôlei adquiridas pelo complexo desportivo.

Cinco estudantes (A1, A22, A31, A38, A39) recorrem à representação pictórica para formar um grupo com seis risquinhos (que representam as 6 bolas contidas em uma caixa), outro grupo com oito risquinhos (que representam as 8 bolas doadas para uma escola), outro grupo com 22 risquinhos (que representam as 22 bolas com as quais o complexo ficou) e, por fim, um grupo com 36 risquinhos resultantes da soma de  $6 + 8 + 22$  risquinhos, conforme a resolução de A39 na Figura 42.

Figura 42– Resolução de A39 para S8



Fonte: Acervo da pesquisa (2025).

Observou-se ainda que 11 estudantes (A2, A3, A5, A6, A13, A16, A20, A27, A32, E3, E19) apresentaram respostas inadequadas, registrando apenas o resultado final (ver resolução de E3). Um estudante (A12) apresentou uma estratégia incompreensível e três estudantes (A9, A10, E25) deixaram a S8 em branco.

O Quadro 58 apresenta uma síntese das representações simbólicas, da quantidade de estratégia de acerto e erros e dos possíveis conhecimentos manifestados pelos estudantes por meio das estratégias utilizadas nas situações-problema 5 e 8.

Quadro 58– Representações, quantidade estratégia e conhecimentos manifestados por estudantes para S5 e S8

Estratégia	Representação simbólica	Quantidade de estratégia acertadas		Quantidade de estratégia com erros		Conhecimentos manifestados para S3	Conhecimentos manifestados para S4
		S2	S7	S2	S7		
Algoritmo aditivo e multiplicativo	Numérica	5	2	6	1	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, cota, incógnita, divisão, subtração, equivalência, e igualdade.	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, cota, incógnita, divisão, adição, equivalência, e igualdade.
Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	Numérica	1	—	2	—	Cota, incógnita, divisão, número inteiro, e equivalência.	Cota, incógnita, divisão, número inteiro, e equivalência.
Algoritmo aditivo e cálculo mental	Numérica	3	—	1	—	Estado inicial, transformação, estado final, incógnita, subtração, número	Estado inicial, transformação, estado final, incógnita, adição, número inteiro,

						inteiro, igualdade e equivalência.	igualdade e equivalência.
Representação pictórica e algoritmo aditivo	Numérica e pictórica	—	—	1	—	----- -----	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, cota, incógnita, adição, equivalência, igualdade e correspondência
Algoritmo multiplicativo	Numérica	—	10	—	7	Números inteiros, cota, incógnita, divisão, multiplicação, equivalência, e igualdade.	Números inteiros, cota, incógnita, divisão, multiplicação, equivalência, e igualdade.
Algoritmo aditivo	Numérica	—	21	—	23	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, subtração, adição, equivalência, igualdade	Estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, adição, equivalência, igualdade
Representação pictórica	Numérica e pictórica	—	—	—	5	----- -----	Adição, equivalência e correspondência
Somente resposta	Numérica	11	13	7	11	números inteiros	números inteiros
Incompreensível	Numérica	—	2	—	1	números inteiros	números inteiros
Branco	—	—	—	—	3		
<b>Total</b>		<b>20</b>	<b>48</b>	<b>17</b>	<b>51</b>		

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

O Quadro 58 explicita que, apesar de S5 e S8 pertencerem à mesma subclasse de proporção simples cota, do campo multiplicativo, as variáveis didáticas das classes/subclasses de transformação de medidas interferiram na resolução das diferentes estratégias. A mudança de subclasse também aumentou as dificuldades de resolução tanto para S5 assim como para S8, aumentando o número de respostas inadequadas e as variações das estratégias que os estudantes acionaram para tentar resolvê-la.

Observa-se que, em todas as 8 situações-problema, a estratégia algoritmo aditivo e multiplicativo assim como cálculo mental com representação numérica apresentaram maior acertos, indicando uma mobilização de conhecimentos como estado inicial, transformação,

estado final, números inteiros, cota, incógnita, divisão, adição e subtração, além das noções de equivalência e igualdade. No entanto, as estratégias algoritmo multiplicativo e algoritmo aditivo indicaram elevado número de erros nas duas situações-problema, evidenciando dificuldades na formalização do raciocínio, embora revelem conhecimentos como correspondência, adição e equivalência.

Das 544 resoluções de situações-problema realizadas pelos estudantes, 184 foram pertinentes e 360 não pertinentes. O Quadro 59 apresenta a síntese do número de estudantes moçambicanos e brasileiros que utilizaram estratégias consideradas pertinentes e não pertinentes em cada situação-problema.

Quadro 59 – Síntese de número de estudantes moçambicanos e brasileiros que utilizaram estratégias consideradas pertinentes e não pertinentes em cada situação-problema

Situações-problema	Estudantes	Quantidade/estudantes com estratégias pertinentes	Quantidade/estudantes com estratégias não pertinente
Situação-problema 1	Estudantes moçambicanos	<b>26</b> (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A10, , A15, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A25, A26, A27, A31, A34, A35, A37, A38 e A40)	<b>14</b> (A9, A11, A12, A13, A14, A20, A23, A24, A28, A29, A30, A32, A33, A36 e A39)
	Estudantes Brasileiros	<b>15</b> (E1, E2, E3, E4, E5, E9, E11, E12, E13, E14, E20, E22, E23, E24 e E25)	<b>13</b> (E6, E7, E8, E10, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E26, E27 e E28)
Situação-problema 2	Estudantes moçambicanos	<b>4</b> (A1, A3, A6 e A37)	<b>36</b> (A2, A4, A5, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A38, A39 e A40)
	Estudantes Brasileiros	<b>11</b> (E4, E5, E9, E11, E12, E13, E18, E19, E22, E24 e E26)	<b>17</b> (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E10, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E23, E25, E27 e E28)
Situação-problema 3	Estudantes moçambicanos	<b>22</b> (A1, A2, A3, A4, A7, A8, A17, A18, A19, A21, A22, A24, A25, A26, A32, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40)	<b>18</b> (A5, A6, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A20, A23, A27, A28, A29, A30, A31, A33)
	Estudantes Brasileiros	<b>23</b> (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27)	<b>5</b> (E4, E8, E10, E11, E28)
	Estudantes moçambicanos	<b>4</b> (A9, A10, A16, A27)	<b>36</b> (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A11, A12, A13, A14, A15, A17, A18, A19, A20,

Situação-problema 4			A21, A22, A23, A24, A25, A26, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40).
	Estudantes Brasileiros	<b>6</b> (E12, E13, E14, E18, E24, E26)	<b>22</b> E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E25, E27, E28)
Situação-problema 5	Estudantes moçambicanos	<b>3</b> (A5, A13, A21)	<b>37</b> (A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A40)
	Estudantes Brasileiros	<b>17</b> (E4, E5, E7, E9, E11, E12, E13, E15, E16, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27)	<b>11</b> (E1, E2, E3, E6, E8, E10, E14, E17, E18, E19, E28)
Situação-problema 6	Estudantes moçambicanos	<b>14</b> (A9, A10, A17, A19, A20, A21, A24, A25, A26, A27, A34, A36, A37, A40)	<b>26</b> (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A18, A22, A23, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A38, A39)
	Estudantes Brasileiros	<b>14</b> (E2, E7, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E18, E19, E20, E22, E24, E27)	<b>14</b> (E1, E3, E4, E5, E6, E8, E10, E16, E17, E21, E23, E25, E26, E28),
Situação-problema 7	Estudantes moçambicanos	<b>3</b> (A5, A16 e A27)	<b>37</b> (A1, A2, A3, A4, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38, A39 e A40)
	Estudantes Brasileiros	<b>5</b> (E27, E20, E11, E12 e E19)	<b>23</b> (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26 e E28)
Situação-problema 8	Estudantes moçambicanos	<b>3</b> (A8, A19, A34)	<b>37</b> (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A37, A38, A39, A40)
	Estudantes Brasileiros	<b>14</b> (E5, E6, E7, E9, E11, E12, E13, E14, E18, E20, E23, E24, E26, E27)	<b>14</b> (E1, E2, E3, E4, E8, E10, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E25, E28)
<b>Total</b>	<b>184</b>	<b>360</b>	

Fonte: Elaborado pelo autor, 2025.

O Quadro 59 explicita que as situações-problema 1 e 3 apresentaram maior número de estratégias pertinentes, indicando maior familiarização dos estudantes com os tipos de situações-problema. As situações-problema 2, 4, 5, 7 e 8 apresentaram mais erros, especialmente entre estudantes moçambicanos, evidenciando dificuldades na interpretação do enunciado e a não apresentação de estratégia adequada.

Na análise prévia, algumas estratégias foram previstas, e a maior parte dos erros observados está ligada à escolha inadequada da operação matemática e ao uso incorreto de algoritmos — tanto para a divisão como para multiplicação.

Os estudantes brasileiros apresentaram mais estratégias pertinentes e equilíbrio entre acertos e erros, enquanto os moçambicanos tiveram maior incidência de estratégias não pertinentes. Isso reforça a necessidade de ensino que articule conceitos, representações e várias diversificações de situações-problema.

Como estratégia, os colaboradores da pesquisa utilizaram algoritmos da adição, algoritmo da multiplicação, representação pictórica e cálculo mental. Também foram verificadas estratégias incompreensíveis, assim como situações-problema que os estudantes optaram por deixar em branco. O Quadro 60 apresenta uma síntese das estratégias de estudantes moçambicanos e brasileiros considerada pertinente e não pertinente.

Quadro 60 – Síntese de estratégia de estudante moçambicano e brasileiro considerada pertinente e não pertinente

Estratégias dos estudantes	Estudantes moçambicanos		Estudantes Brasileiros		Total
	Pertinentes	Não pertinentes	Pertinentes	Não pertinentes	
Somente resposta	33	60	38	24	<b>155</b>
Algoritmo aditivo	11	105	0	36	<b>152</b>
Algoritmo aditivo e multiplicativo	15	17	32	33	<b>97</b>
Incompreensível	0	27	0	8	<b>35</b>
Algoritmo aditivo e cálculo mental	7	3	15	3	<b>28</b>
Algoritmo multiplicativo	0	15	0	12	<b>27</b>
Algoritmo multiplicativo e cálculo mental	4	0	12	0	<b>16</b>
Representação pictórica	0	7	3	1	<b>11</b>
Branco	0	7	0	2	<b>9</b>
Representação pictórica, e algoritmos aditivo e multiplicativo	4	0	1	0	<b>5</b>
Algoritmo aditivo e representação pictórica	3	0	2	0	<b>5</b>
Representação pictórica e algoritmo multiplicativo	1	0	1	0	<b>2</b>
Representação pictórica e cálculo mental	1	0	1	0	<b>2</b>
<b>Total</b>	<b>79</b>	<b>241</b>	<b>105</b>	<b>119</b>	<b>544</b>

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 60 explicita que, em todas as 8 situações-problema, verificou-se a presença da estratégia classificada como algoritmo aditivo e multiplicativo, estando presente em 97 resoluções de estudantes. Observou-se, ainda, que o algoritmo aditivo apareceu em 152 resoluções, enquanto a estratégia de apresentar somente cálculo mental ocorreu em 155 resoluções de estudantes. Ainda, verificaram-se dificuldades dos sujeitos da pesquisa para resolver diferentes classes de situações-problema mistas. Das 320 resoluções de situações-problema realizadas pelos estudantes moçambicanos, 79 foram respostas pertinentes e 241 não pertinentes. Por outro lado, das 224 resoluções realizadas pelos estudantes brasileiros, 105 foram pertinentes e 119 não pertinentes

Esses estudantes ativam diversos conhecimentos, como estado inicial, transformação, estado final, números inteiros, incógnita, divisão por partição, divisão por quota, multiplicação um para muitos, multiplicação muitos para muitos, equivalência, correspondência e igualdade. Eles recorrem a essas ideias por acreditarem que elas são pertinentes para resolver as situações-problema, mesmo que nem sempre o sejam, expressando tais conhecimentos por meio de representações numéricas e pictóricas.

Nossas análises mostram que, nas 8 situações-problema mistas apresentadas nesta pesquisa, não houve manifestação de resolução algébrica. No entanto, é possível identificar, nas estratégias registradas pelos estudantes, conhecimentos relacionados às equações do 1º grau. Isso confirma o que foi mencionado por Magina e Porto (2018): na base das operações aritméticas, há várias noções. No caso desta pesquisa, há também noções de situações-problema mistas associadas às equações do 1º grau, tais como: transformação, estado inicial, estado final, cota, partição, relação um-para-muitos, quarta proporcional, incógnita, equivalência, igualdade, correspondência e os números naturais, inteiros e reais.

Na sequência, são apresentadas as considerações finais a respeito dos resultados desta dissertação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento da pesquisa, buscamos responder à seguinte questão norteadora: *Que conhecimentos relativos à equação do 1º grau são manifestados por estudantes ao resolverem situações-problema mistas?* Para responder a essa questão de pesquisa, estabeleceu-se, como objetivo geral, analisar conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros ao resolverem situações-problema mistas. Para isso, buscou-se identificar estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas e analisou-se se diferentes classes de situações-problema mistas proporcionariam maior ou menor dificuldade para a resolução dos estudantes.

Para esta pesquisa, realizamos diversos estudos teóricos que forneceram base para o delineamento da investigação. A partir disso, organizamos um protocolo de pesquisa contendo 8 situações-problema mistas relacionados a equações do 1º grau, com estruturas diversificadas, considerando as subclasses de proporção simples e transformação de medidas com base na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud.

Implementamos o estudo piloto e o estudo principal com estudantes da 8ª classe em Moçambique, e o estudo principal também com estudantes do 8º ano no Brasil, considerando que, nesse nível de ensino, eles já haviam estudado o referido conceito. As oito situações-problema propostas foram elaboradas cuidadosamente, considerando a apresentação dos enunciados, o contexto e a realidade dos estudantes, as variáveis didáticas e os valores envolvidos.

Para a análise dos dados obtidos no estudo principal, foram considerados todos os registros escritos produzidos pelos 40 estudantes Moçambicanos e pelos 29 estudantes Brasileiros. Com a realização das análises das resoluções das oito situações-problema por parte dos estudantes, a TCC nos ofereceu subsídios para compreendermos os possíveis conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes moçambicanos e brasileiros ao resolverem situações-problema mistas. A maioria dos estudantes manifestaram o conhecimento relativo a estado inicial, transformação, estado final, cota, incógnita, multiplicação um para muitos, partição, quarta proporcional, equivalência, correspondência e igualdade.

Com isso, assim como na pesquisa de Rodrigues (2021), para uma mesma subclasse de situações-problema, os estudantes mobilizam diferentes estratégias e maneiras de representá-las. A diversidade de representações e estratégias utilizadas pelos estudantes fazem parte de conhecimentos relacionados à equação do 1º grau.

A presente investigação atingiu o primeiro objetivo específico proposto, que é identificar estratégias manifestadas por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolver situações-problema mistas. Isso porque as análises mostram que os estudantes colaboradores desta pesquisa manifestam estratégia pictórica, e algoritmos aditivo e multiplicativo, algoritmo aditivo e multiplicativo, pictórica e algoritmo multiplicativo, algoritmo aditivo e pictórica, algoritmo multiplicativo e cálculo mental, algoritmo aditivo e cálculo mental, pictórica e cálculo mental, somente algoritmo multiplicativo, apenas algoritmo aditivo, apenas pictórica, somente cálculo mental e estratégias incompreensíveis ao resolverem as oito situações-problema mista. Para as oito situações-problema, as estratégias que mais prevaleceram foram: algoritmo aditivo associado ao multiplicativo, somente algoritmo aditivo e estratégia de cálculo mental, uma vez que nestes casos os estudantes apresentaram somente a resposta.

Na situação-problema 1, proporção simples partição e transformação negativa em busca do estado final, foram mobilizadas diferentes estratégias de resolução, sendo: algoritmo aditivo e multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo, algoritmo aditivo articulado à pictórica, algoritmo multiplicativo com pictórica, pictórica associada ao cálculo mental, além de estratégias incompreensíveis e as classificadas como cálculo mental. A estratégia aditiva e multiplicativa com representação numérica foi a que apresentou maior quantidade de acertos.

Para a situação-problema 2, proporção simples quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final, os estudantes mobilizaram as seguintes estratégias: algoritmo aditivo e multiplicativo, algoritmo aditivo associado ao cálculo mental, pictórica articulada ao algoritmo aditivo, apenas pictórica, algoritmo aditivo, bem como incompreensíveis. A estratégia cálculo mental apresentou o maior número de acertos, enquanto o maior número de erros se concentrou no algoritmo aditivo.

Para a situação-problema 3, proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado final, os estudantes utilizaram as seguintes estratégias: algoritmo aditivo e multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo, representação pictórica com algoritmos aditivo e multiplicativo, somente cálculo mental e estratégias incompreensíveis. A estratégia que apresentou o maior número de acertos foi o algoritmo aditivo e multiplicativo, seguida do algoritmo aditivo associado ao cálculo mental. Já o maior número de erros se concentrou nas estratégias baseadas no algoritmo aditivo e nas estratégias do cálculo mental

Para a situação-problema 4, proporção simples um para muitos e transformação negativa em busca pelo estado inicial, os estudantes mobilizaram as seguintes estratégias: algoritmo

aditivo e multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, somente cálculo mental, algoritmo aditivo, pictórica e estratégias incompreensíveis. A estratégia com o maior número de acertos foi a somente cálculo mental, enquanto os maiores números de erros estiveram associados à estratégia aditiva, evidenciando dificuldades recorrentes no uso desse procedimento para a resolução dessa situação-problema proposta.

Para a situação-problema 5, proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado final, os estudantes mobilizaram as seguintes estratégias: algoritmo aditivo e multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo associado ao cálculo mental, somente algoritmo multiplicativo, apenas algoritmo aditivo, cálculo mental, e incompreensíveis. A estratégia que apresentou o maior número de acertos foi o cálculo mental. Por sua vez, o maior número de erros se concentrou no uso do algoritmo aditivo.

Para a situação-problema 6, proporção simples partição e transformação negativa em busca pelo estado inicial, as estratégias utilizadas pelos estudantes incluíram algoritmo aditivo e multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo, algoritmo multiplicativo, somente cálculo mental e incompreensíveis. Nessa situação-problema, a estratégia com maior número de acertos foi o cálculo mental, enquanto os maiores números de erros estiveram associados principalmente na incompreensão dos estudantes, seguido do algoritmo aditivo.

Para a situação-problema 7, proporção simples quarta proporcional e transformação negativa em busca pelo estado inicial, as estratégias utilizadas foram somente resposta, algoritmo aditivo, algoritmo aditivo e multiplicativo, e estratégias incompreensíveis. A estratégia cálculo mental, foi a única apresentada como pertinente enquanto os maiores números de erros estiveram associados principalmente a estratégia aditiva.

Para a situação-problema 8, Proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado inicial, as estratégias utilizadas foram algoritmo aditivo associado ao multiplicativo, algoritmo multiplicativo associado ao cálculo mental, algoritmo aditivo associado ao cálculo mental, representação pictórica articulada ao algoritmo aditivo, somente algoritmo multiplicativo, apenas algoritmo aditivo, somente cálculo mental e incompreensíveis. A estratégia com o maior número de acertos foi o algoritmo aditivo associado ao multiplicativo, enquanto os maiores números de erros estiveram associados nas estratégias algoritmo aditivo.

Na resolução das situações-problema 1, 2, 4 e 8, 11 estudantes recorrem somente à estratégia de representação pictórica. Na situação-problema 1, os estudantes E2 e A1 utilizam a estratégia composta pelo algoritmo multiplicativo associado à representação pictórica. Já os

estudantes A25, A34, A38, E3 e E9, nas situações-problema 1, 2 e 8, recorrem ao algoritmo aditivo em conjunto com a representação pictórica. Além disso, na situação-problema 1, os estudantes E11 e A22 apresentam suas resoluções por meio da estratégia de representação pictórica associada ao cálculo mental.

Essas estratégias dos estudantes revelam que eles encontram na representação pictórica um suporte para a resolução da situação-problema, corroborando a pesquisa de Magina, Santos e Merlini (2014). No entanto, embora essa estratégia seja válida, nesta pesquisa, esperava-se que tal procedimento já não fosse mais adotado por estudantes da 8ª classe (ou 8º ano), uma vez que, nesse nível, é desejável que já sejam capazes de empregar os algoritmos de forma apropriada, e até mesmo utilizar uma linguagem matemática mais avançada, como a algébrica.

Dezesseis estudantes recorreram às estratégias consideradas algoritmo multiplicativo e cálculo mental para resolver as situações-problema 1, 4, 5, 6 e 8, enquanto 28 estudantes apresentaram algoritmo aditivo e cálculo mental para resolver as situações-problema 2, 3, 5, 6 e 8. Já os estudantes A1 e E2, recorreram às estratégias consideradas algoritmo multiplicativo e cálculo mental para resolver as situações-problema 1. Nesse caso, segundo Berticelli e Zancan (2023), se o estudante usa cálculo mental para encontrar o resultado, ele manifesta conhecimento, compreende a sequência numérica e suas propriedades para a resolução de situação.

Nota-se que, mesmo que alguns estudantes não tenham conseguido solucionar a situação de modo adequado, ao considerar alguns resultados como não pertinentes, eles também manifestaram os conhecimentos relativos à equação do 1º grau, tais como: proporção simples cota, partição, um para muitos, quarta proporcional, transformação em busca pelo estado inicial e pelo estado final, incógnita, número desconhecido, equivalência, coeficientes, igualdade, dos números naturais, inteiros e reais, e mais. Isso indica que, mesmo que tenha ocorrido algum equívoco na resolução do estudante, ele tentou solucionar a situação-problema mista.

A variedade de estratégias utilizadas pelos estudantes indica a mobilização de conhecimentos relacionados às equações do 1º grau na resolução das situações-problema mistas. De acordo com Vergnaud (2009b), cada situação-problema pode se tornar mais simples ou mais complexa para os estudantes em relação às variações de suas estruturas. O estudante E12, por exemplo, resolveu de modo pertinente todas as situações apresentando somente o cálculo mental, exceto a S4, em que apresentou algoritmo multiplicativo e cálculo mental. Neste caso, analisamos que esse estudante compreende sobre as situações-problema propostas, indicando diversos conhecimentos relativos à equação do 1º grau implícitos em seus esquemas.

Por outro lado, os estudantes A11, A12, A14, A23, A28, A29, A30, E8, E10 e E28 resolveram, de forma não pertinente, todas as oito situações-problema mistas. Esses estudantes expressaram dificuldades de interpretação e de compreensão das relações lógicas envolvidas entre dados do enunciado, que precisam ser estabelecidas para encontrar a solução do problema.

No que concerte ao segundo objetivo específico da pesquisa, analisar se diferentes classes situações-problema mistas proporcionariam maior ou menor dificuldade para a resolução dos estudantes, verificou-se dificuldades dos sujeitos da pesquisa ao resolverem diferentes classes situações-problema mistas. Das 320 resoluções realizadas pelos estudantes moçambicanos, 79 foram respostas pertinentes e 241 não pertinentes. Por outro lado, das 224 resoluções realizadas pelos estudantes brasileiros, 105 foram pertinentes e 119 não pertinentes.

Observou-se que, nas situações-problema 2, 4, 5, 7 e 8, houve um crescente nível de complexidade para os estudantes moçambicanos, ao passo que, para os estudantes brasileiros, o aumento de complexidade ocorreu especialmente nas situações-problema 4 e 5. Tanto para os estudantes moçambicanos quanto para os brasileiros, na proporção simples de multiplicação do tipo um para muitos, para a situação-problema 3, na proporção simples do tipo partição para a situação-problema 1 e 6 se mostraram menos complexas. Essas situações-problema estão associadas à transformação negativa na busca pelo estado final, no caso de S1 e S3, e pelo estado inicial, no caso de S6.

Verificou-se ainda que, na situação-problema quarta proporcional e transformação positiva em busca pelo estado final (S2) e na proporção simples cota e transformação negativa em busca pelo estado final (S5) e pelo estado inicial (S8), os estudantes brasileiros apresentaram menor dificuldade.

A dificuldade não depende apenas da posição da letra ou do valor desconhecido, mas de como essa posição interage com a operação matemática envolvida (adição, divisão etc.). Quando a incógnita está no estado inicial em uma situação de transformação negativa, o estudante muitas vezes precisa realizar uma operação inversa (adição) para resolver o problema. A pesquisa mostrou que muitos estudantes falham ao tentar estabelecer essa relação lógica, limitando-se a somar ou subtrair números aleatórios do enunciado. Exemplo da situação-problema 7, a combinação de buscar o estado inicial com uma estrutura de "quarta proporcional" aumentou drasticamente as respostas inadequadas, evidenciando que a posição da incógnita em estruturas multiplicativas mais complexas eleva o desafio cognitivo.

Os resultados indicam que problemas que buscam o estado inicial são geralmente mais complexos para os alunos do que aqueles que buscam o estado final. Problemas nos quais a incógnita está no resultado (estado final) permitem resoluções diretas por algoritmos simples e

problemas em que a incógnita está no início (estado inicial) ou no meio (valor da transformação) conduzem o estudante a lidar com o número desconhecido como um objeto de manipulação, o que é a base da equação do 1º grau.

Os dados também mostram que, em nenhuma das resoluções das situações-problema apresentadas pelos estudantes moçambicanos e brasileiros, verificou-se a manifestação de estratégias de resolução algébrica, conforme previsto nas análises prévias. Esse resultado corrobora Silva (2011) e Campos (2019) que igualmente observaram o uso de estratégias de resolução de equações do 1º grau sem o emprego de letras. Tal fato pode indicar uma lacuna dos estudantes no que se refere à resolução algébrica, merecendo atenção para pesquisas futuras no que se refere à situações-problema mistas. Com os resultados aqui apresentados, o protocolo de pesquisa também precisa ser revisitado com o olhar de incentivo ao uso de incógnitas.

No que se refere ao objetivo geral sobre os conhecimentos relacionados à equação do 1º grau manifestados pelos estudantes ao resolverem as situações-problema propostas, a pesquisa revela diversos conhecimentos. Ao resolverem esses problemas, os estudantes manifestam conhecimentos essenciais (chamados de invariantes operatórios) que dão significado às equações, mesmo que não utilizem letras. Entre os conhecimentos mobilizados destacam-se:

- Incógnita e número desconhecido: ao buscar por um valor que falta;
- Estado inicial, transformação e estado final: ao compreender como um valor muda através de operações sucessivas que utiliza para resolvê-lo;
- Equivalência e igualdade: a noção de que ambos os lados de uma operação devem se manter equilibrados;
- Proporcionalidade: através de subclasses de multiplicação um para muitos, partição, quarta proporcional e cota.

A diversificação das situações mistas (como as classes de proporção simples e transformação de medidas) ajudam o estudante a não se limitar a uma "receita" de resolução. Dependendo de como o problema é elaborado, a posição da incógnita muda, o que altera o grau de dificuldade e exige a adaptação de estratégias dos estudantes. Embora a nossa pesquisa tenha observado e descrito que os estudantes não utilizam a linguagem simbólica formal (letras como  $x$ ), as situações mistas permitem que o professor identifique conhecimentos implícitos e ajude na transição para a formalização do conceito de equação do 1º grau. Elas mostram que a equação 1º grau não é apenas uma regra mecânica, mas uma ferramenta para resolver problemas reais e complexos do cotidiano.

Segundo Vergnaud (1996a), as situações-problema são a porta de entrada para a construção de um conceito. Desse modo, defendemos a importância de os professores terem ciência dos conhecimentos mobilizados por estudantes ao resolverem situações-problema mistas associados ao conceito de equação do 1º grau envolvendo a proporção simples e transformação de medidas, de modo a potencializar o pensamento algébrico ao longo do processo escolar e, com isso, favorecer que a formação do conceito de equação seja mais eficaz.

Esperamos que, a partir desta pesquisa, outras investigações possam ser desenvolvidas buscando a desestabilização dos conhecimentos equivocados aqui identificados. Almejamos também que este estudo possa contribuir com a ação de professores no que diz respeito à compreensão de conhecimentos mobilizados pelos estudantes diante de situações-problema mistas associadas à equação do 1º grau e à complexidade das situações a serem apresentadas.

Além disso, é essencial que as futuras pesquisas ampliem a diversidade de situações-problema mistas relacionadas às ideias de equação do 1º grau, considerando outras classificações e abrangendo diversos contextos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

ALENCAR, S. S. de. **O uso da investigação matemática na aprendizagem de equação do primeiro grau no 7º ano**. 2019. 131 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Universidade Federal do Acre, Rio Branco, 2019.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na Sala de Aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 133-154, jul./dez., 2009.

ARAÚJO, A. J. De. **O ensino de Álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático**. 2008. 290 f. Tese (Doutorado em Educação) — Programa de Pós-graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009. Disponível em: [https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3947/1/arquivo3433\\_1.pdf](https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3947/1/arquivo3433_1.pdf). Acesso em: 12 de Setembro de 2024.

ARAÚJO, C. A. S. **Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos**. 2022. 75 f. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2022.

ARAÚJO, L. D. F. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos**. 2009. 302 f. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3933>. Acesso em: 27 out. 2025.

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. Aritmética com cálculo mental: “Como você fez?”. **HISTEMAT**, São Paulo, v. 9, p. 1-15, 2023.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. *In*: TELES, R.; MONTEIRO, C.; BORBA, R. (Org.) **Investigações em Didática da Matemática**. Recife: UFPE, 2017. p. 100-131.

BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. **Aprendizagem Matemática na Perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. 1ª ed. Curitiba: Editora CRV, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC/SEF, 2018. Disponível em: [https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 19 jul. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Leis Diretrizes e Bases da Educação Nacional – 4024/61, 5692/71 e 9394/96**. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: [https://www.geledes.org.br/wp-content/uploads/2009/04/lei\\_diretrizes.pdf](https://www.geledes.org.br/wp-content/uploads/2009/04/lei_diretrizes.pdf). Acesso em 13 de Julho de 2024.

CABRAL, L. C. D.; NUNES, M. C. D. A. **Matemática básica explicada passo a passo**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

CALADO, T. V. **Invariantes Operatórios Relacionados à Generalização: uma investigação com estudantes do 9º ano a partir de situações que envolvem função afim**. 2020. 193 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, UNIOESTE, Cascavel, 2020.

CAMPOS, W. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para a aprendizagem de equações do primeiro grau**. 2019. 205 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2019.

CARVALHO, L. S. **Possibilidades e dificuldades da utilização da história da matemática para o ensino e aprendizagem da equação do primeiro grau na educação básica**. 2020. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) — Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2020.

CASTIANO, J. P.; NGOENHA, S. **A longa marcha de uma educação para todos em Moçambique**. 3ª ed. Maputo: Imprensa Universitária, 2013.

CHEVALLARD, Y. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - première partie – l'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, n. 5, p. 51-94, 1984.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 141-156, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?format=pdf&lang=pt> Acesso em: 21 out. 2025.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M., GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DEZILIO, K. **Ideias de função e problemas mistos: um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2022. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2022.

CUNHA, L. A. da. **O cálculo mental na perspectiva do sentido de número: uma proposta didática para os anos iniciais do ensino fundamental**. 2021. 236 f. Dissertação (Mestrado em Docência para a Educação Básica) — Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2021.

DUARTE, S. **Progressão por ciclos de aprendizagem no Ensino Básico: desafios na mudança do paradigma de avaliação**. Maputo: INDE e Editora Educar UP, 2018.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2009.

FUZZO, R. A.; CAPPELIN, A.; TIEPO, S. M.; REZENDA, V.; NOGUEIRA, C. M. I. Pesquisas em Educação Matemática Fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais: um Mapeamento a Partir dos Anais do SIPEM. **Jornal Internacional de Estudo em Educação Matemática**, Londrina, v. 15, n. 2, p. 180-191, 2022.

GUIBUNDA, H. R. **Análise do contributo do erro no ensino e aprendizagem da Matemática**: o caso da Escola Secundária Quisse Mavota em Maputo. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências Naturais e Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Eduardo Mondlane, Maputo, 2018.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; A. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1. ed. São Paulo: PROEM Editora, 2014.

KIERAN, C. Desenvolver o raciocínio algébrico: o papel das tarefas sequenciadas e das questões dos professores desde os níveis primários até os primeiros anos do ensino secundário. **Quadrante**, Lisboa, v. 16, n. 1, p. 5-26, 2007.

LANGER, A. E. S. **Equações do primeiro grau**: trajetória de uma análise de significados. 2004. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.

LIMA, D. T. D. **Erros no processo de resolução de equações do 1º grau**. 2010. 223 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia da Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WGANER, E.; MORGADO, A. C. **A matemática do Ensino Médio**. Volume 1. 10ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. Volume 1. 9ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LINCHEVSKI, L. Algebra with numbers and arithmetic with letters: a definition of pre-algebra. **Journal of Mathematical Behavior**, 14, 113-120. 1995.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino de matemática. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 1991.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITARANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2008.

MAGINA, S. M. P.; PORTO, R. S.O. É possível se ter julgamento funcional no nível dos anos iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2018. **Anais...** Foz do Iguaçu: UNIOESTE, 2018, p. 1-20. Disponível em

[http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII\\_SIPEM/paper/view/357/246](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/357/246). Acesso em: 01 abr. 2025.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do ensino fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência e Educação**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa a luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO *et al.* (Org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016. p. 66-82.

MATSUDA, F. F. D. S. **Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas**. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/bitstream/1/4499/1/000227306.pdf>. Acesso em: 30 de Julho de 2024.

MERLINI, V.; TEIXEIRA, A. C. N. As estratégias de resolução dos estudantes do 1º ano em situações de proporção simples. **Com a Palavra, o Professor**, v. 3, n. 7, p. 73-89, 2018.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? **Pró-posições**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, mar., 1992. Disponível em: [https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid\\_etal.pdf](https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1761/10-artigos-fiorentinid_etal.pdf). Acesso em 12 jul. 2024.

MIRANDA, C. A. **Situações-problema que envolve o conceito de função afim: uma análise à luz da teoria dos Campos Conceituais**. 2019. 160 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2019.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e pesquisa nessa área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

MOÇAMBIQUE. **Boletim da República**. Lei nº 18/2018, I Série, nº 254. Lei do Sistema Nacional de Educação. Maputo: Imprensa Nacional, 2018.

MOÇAMBIQUE. **Lei nº 4/83 de 23 de março de 1983**. Aprova a Lei do Sistema Nacional de Educação e define os princípios fundamentais na sua aplicação. Publicada no Boletim da República, II SÉRIE- Número 12. 1983.

MOÇAMBIQUE. **Plano curricular do ensino secundário**, MINEDH, Maputo, Junho de 2022. Disponível em: <https://ieda.gov.mz/site/wp-content/uploads/2020/10/Programa-de-Matematica-1o-Ciclo-ES.pdf>. Acesso em: 13 jul. 2024.

MORAES, A. M. S. **A importância e aplicação das equações do 1º grau no ensino fundamental**. 2015. 40 f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Matemática) —

Instituto Universidade Virtual, Universidade Federal do Ceará, Maranguape, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/35722?locale=en>. Acesso em: 20 nov. 2025.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. **O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2018.

NETO, A. C. M. **Tópicos de Matemática Elementar: Polinômios**. São Paulo: SBM, 2016.

NHAUELEQUE, L. A. A etnomatemática entre o conhecimento subalterno e o epistemicídio: o caso de Moçambique. **Trans/Form/Ação**, Marília, v. 45, p. 67-88. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/0101-3173.2022.v45esp.05.p67>. Acesso em 13 de Julho de 2024.

HILÁRIO, C.; SABE, E. M.; ALBANO, I. V.; PASSOS, M. M. Pensamento algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**, Florianópolis, v. 16, p. 1-18, 2021.

OLIVEIRA, C. N. C. de; FUGITA, F. **Geração Alpha Matemática**. 2. ed. São Paulo: SM. 3, p. 12, 2018.

OLIVEIRA, Vanessa de. Cálculo mental nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os documentos curriculares nacionais brasileiros. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Itatibaiana, v. 6, n. 3, p. 1-20, 2021.

PAVAN, L. R. **A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental e Situações-problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas**. 2010. 195 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

QUIMUENHE, A. História da educação moçambicana no século XX: Lei 4/83 e 6/92 do sistema nacional de educação. **Revista Científica de Educação**, Inhumas, v. 3, p. e 019011, 2018. Disponível em: <https://seer.facmais.edu.br/rc/index.php/RCE/article/view/31/28>. Acesso em: 13 jul. 2024.

REZENDE, V. **Os conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses no processo escolar: um estudo com alunos concluintes dos três níveis de ensino**. 2013. 209 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) — Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I.; CALADO, T. V. Função afim na Educação Básica: Estratégias e ideias-base mobilizadas por estudantes na resolução de tarefas matemáticas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 25- 50, nov., 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/62643/44731>. Acesso em: 13 jul. 2024.

REZENDE, V; NOGUEIRA, C. M. I. Caracterização e classificação para problemas mistos, problemas complexos e situações-problema envolvendo função afim. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2024. **Anais...** Natal, UFRN, 2024.

RIBEIRO, A. J. A noção de equação e suas diferentes concepções: uma investigação baseada em aspectos históricos e epistemológicos. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 2, n. 1, p. 70-86, jan./abr., 2009. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.3895/S1982-873X2009000100005>. Acesso em 28 de Julho de 2024.

RODRIGUES, C. L. H; REZENDE, V. Problemas mistos em livros didáticos: uma classificação com base na teoria dos campos conceituais. **Amazônia – Revista de Educação em Ciências e Matemática**, v. 17, n. 39, p. 271-287, 2021.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012.

SANTANA, E. SND: conceitos matemáticos articulados com atividades pedagógicas. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Salto para o futuro. **Sistema de numeração decimal no ciclo de alfabetização**. Brasília, DF, 2014. p. 49-54.

SANTOMAURO, B. **Como corrigir os erros dos alunos com o objetivo de ajudá-los a avançar**. Nova Escola. Edição 231, abril, 2010. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1479/como-corrigir-os-erros-dos-alunos-com-o-objetivo-de-ajuda-los-a-avancar>.

SANTOS, D. M. F. **Ensino de equação do 1º grau: concepções de professores de matemática e formação docente**. 2009. 177 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2009.

SILVA, A. Z. D. **Pensamento algébrico e equações no Ensino Fundamental**: uma contribuição para o caderno do professor de Matemática do oitavo ano. 2012. 105 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, A. A.; COSTA, G. M. P. D. **Equações do Primeiro Grau**: uma proposta de aula baseada na análise de livros. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2014. Disponível em: [https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/alexandre\\_azevedo.pdf](https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/alexandre_azevedo.pdf). Acesso em: 14 ago. 2025.

SILVA, F. F. D. **Uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau com aplicações na eletrônica**. 2023. 177 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2023.

SILVA, G. V. da. **Noções iniciais de equações do 1º grau em livros didáticos de matemática para o ensino fundamental**. 2023. 176 f. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática e Tecnológica) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.

SILVA, M. L. L. da. **Investigando estratégias mobilizadas pelos alunos no equacionamento de problemas de primeiro grau.** 2011. 86 f. dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica ) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVA, M. A. da. **A aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: o processo de aquisição conceitual.** 2018. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Científica e Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Matemática, Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Dourados, 2018.

SOUZA, M.A.C. **O estudo da incógnita nas equações do 1º grau através da análise de livros didáticos.** 2021. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, 2021.

TINOCO, L. A. A. **Álgebra: pensar, calcular, comunicar.** 2. ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, 2011.

VARGAS, F. L. S. **Ideias de função mobilizadas por estudantes do 2º ano do ensino fundamental em situações mistas.** 2023. 367 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Programa Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual e Paraná, Campo Mourão, 2013.

VERGNAUD, G. Classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. *In*. CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M.; ROMBERG, T. A. (Org.). **Addition and subtraction: a cognitive perspective.** New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39-59.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. Anais do 1º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO, 1., 1993. **Anais...** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, n. 4, p. 9-19, 1996a.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. *In*: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas.** Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget – Horizontes Pedagógicos, 1996b. p. 155-191.

VERGNAUD, G. A respeito de Frege. **Séminaire Franco-Italien de Didactique de l'Algèbre.** Tradução de Camila Rassi. Nice: IREM, v. 3, 2000.

VERGNAUD, G. Construtivismo e a aprendizagem da matemática. Tradução de Camila Rassi. COLLOQUE CONSTRUCTIVISMES: USAGES ET PERSPECTIVES EM ÉDUCATION. GENÈVE: SERVICE DE LA RECHERCHE EM EDUCATION, 8., **Anais...** 143-155, 2001. Disponível em: <https://vergnaudbrasil.com/textos/>. Acesso em: 15 Maio de 2025.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. *In*: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** 2 ed. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 21-64.

VERGNAUD, G. O que é aprender. *In*: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009a. p. 13-35.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. 1ª ed. Curitiba: Editora da UFPR, 2009b.

VERGNAUD, G. Quais questões a teoria dos campos conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista** (Online), v. 9, n. 1, 2019.

VIEIRA, A. R. L.; RIOS, P. P. S.; VASCONCELOS, C. A. D. A linguagem simbólica e a resolução de problemas matemáticos no 8º ano do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 43-67, 2020.

VIEIRA, W. M. **O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da resolução de problemas, e suas contribuições para a aprendizagem de equações do primeiro grau**. 2019. 205 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2019.

ZANATTA, L. F.; REZENDE, V. Conhecimentos de funções afim e quadrática manifestados por estudantes de licenciatura em matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 17, n. 35, p. 1-19, 2022. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/5292>. Acesso em: 14 ago. 2025.

ZANQUETTA, M. E. M. T.; NOGUEIRA, C. M. I. TDAH, surdez e ensino de matemática: o cálculo mental como estratégia didática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., São Paulo. **Anais...** Sociedade Brasileira de Matemática, 2016.

## APÊNDICE

### APÊNDICE A– PROTOCOLO DE PESQUISA DO ESTUDO PILOTO

Idade \_\_\_\_\_

#### Situação-problema 1

Em 3 pacotes há 9 bolas de tênis. Maria ganhou do seu Pai 5 pacotes de bolas de tênis, e ganhou da sua irmã mais 10 bolas de tênis. Com quantas bolas de tênis Maria ficou ao todo?



#### Situação-problema 2

O clube Ático comprou 3 caixas de bolas de futebol. Cada caixa contém 10 bolas. Foram utilizadas 12 bolas. Quantas bolas de futebol novas o clube Atico ainda tem para usar?

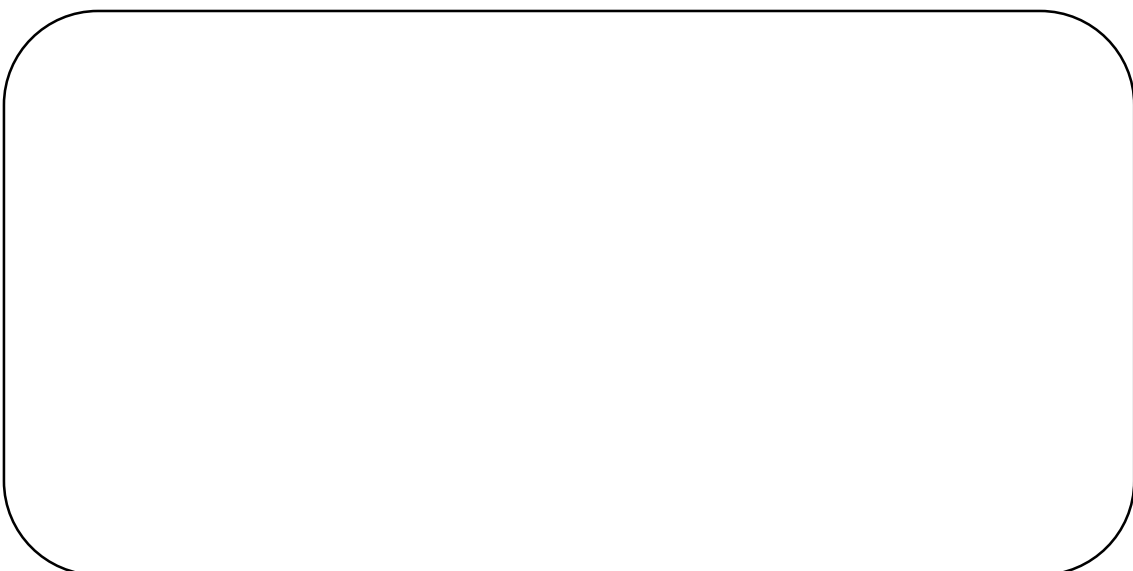


**Situação-problema 3**

João tinha alguns ingressos para a entrada no estádio de futebol para distribuir entre seus amigos. João distribuiu 12 ingressos para 6 amigos, restaram 8 ingressos. Quantos ingressos ele tinha antes da distribuição?

**Situação-problema 4**

Uma organização doou 25 bolas de basquete para 3 escolas realizarem os jogos escolares. Dessas 25 bolas, 4 estavam furadas e o restante foi dividido igualmente entre as escolas. Com quantas bolas cada escola ficou?



**Situação-problema 5**

No estabelecimento de venda de material esportivo, haviam 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes. Destas bolas, 6 estragaram por excesso de umidade. Sabendo que cada pacote contém 3 unidades de bolas de tênis, quantos pacotes de bolas de tênis restam?

**Situação-problema 6**

Carlos e Luís doaram a mesma quantidade de bolas de basquete para o time Forte. Depois que o time realizou alguns treinos, 3 bolas murcharam, restando 5 bolas para os próximos treinos. Quantas bolas foram doadas por Carlos e quantas bolas foram doadas por Luís?

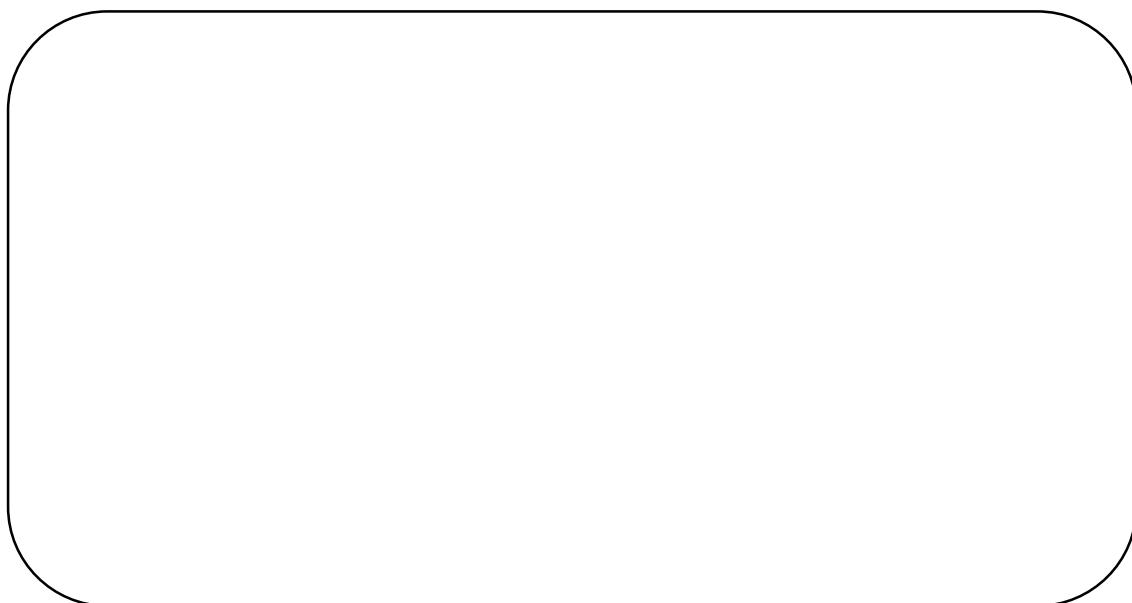


**Situação-problema 7**

Larissa tinha ingressos de um jogo de vôlei para distribuir para 12 famílias. A cada duas famílias foram distribuídos 6 ingressos. Após a distribuição, restaram 4 ingressos. Quantos ingressos Larissa tinha antes da distribuição?

**Situação-problema 8**

A direção de um complexo esportivo comprou bolas de vôlei que vieram dentro de caixas, com 6 unidades em cada caixa. Destas bolas, 8 foram doadas para uma escola, ficando com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas pela direção do complexo esportivo?



**APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE**

Prezado(a) participante da pesquisa,

\_\_\_\_\_, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada “**CONHECIMENTOS RELACIONADOS À EQUAÇÃO DO 1º GRAU MANIFESTADOS POR ESTUDANTES MOÇAMBICANOS E BRASILEIROS AO RESOLVEREM SITUAÇÕES-PROBLEMA MISTAS**”, que faz parte do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da UNESPAR, sob a responsabilidade da Dra. Veridiana Rezende da instituição Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR e do pesquisador Pedro Janu Valentim, que terá como objetivo analisar conhecimentos relativos à equação do 1º grau manifestados por estudantes brasileiros e moçambicanos ao resolverem situações-problema mistas.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP UNESPAR.

**DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO**

Emitido pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CEP UNESPAR.

Número do parecer:

Data da relatoria:

**1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA:** A sua participação é muito importante, e ela se daria da seguinte forma: resolver tarefas matemáticas (problemas) envolvendo problemas de equação do 1º grau.

**2. RISCOS E DESCONFORTOS:** Existe a possibilidade dessa pesquisa trazer riscos mínimos, como desconforto e insegurança ao responder o instrumento de coleta de dados. Salientamos que, em qualquer momento você poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável e que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a identidade.

**3. BENEFÍCIOS:** Os benefícios esperados são:

Esperamos que os resultados da pesquisa realizada sirvam de respaldo para pesquisas futuras e que eles sejam considerados para as ações de professores em sala de aula. Especialmente ao considerarmos que a pesquisa possibilita analisar manifestações do

conhecimento sobre equação do 1º grau, e também permite contribuir para o estudo e compreensão da equação do 1º grau, ressaltando a importância de oferecer diversas representações para apoiar o aprendizado.

**4. CONFIDENCIALIDADE:** Informamos ainda que suas as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade, de modo a preservar a sua identidade.

Suas respostas e dados pessoais ficarão em sigilo e seu nome não aparecerá em lugar nenhum em nossas análises, arquivos de transcrições, sua identidade também será mantida em sigilo quando os resultados forem apresentados.

Além disso, os dados a serem coletados só serão utilizados para fins de publicações científicas, num período de até cinco anos, a partir de março de 2025. Após este período os dados serão descartados.

**5. ESCLARECIMENTOS:** Caso você tenha mais dúvidas ou necessite esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, antes, durante e depois da sua participação, você pode entrar em contato conosco por meio dos endereços abaixo ou contatar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNESPAR, cujo endereço consta neste documento.

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida pela **pesquisadora responsável ou o pesquisador acadêmico**, conforme o endereço abaixo:

Nome da pesquisadora responsável: Veridiana Rezende

Endereço: Av. Curitiba, 1231, Centro, Peabiru-PR.

CEP: 87250-000

Telefone para contato: (44) 99969-4445

E-mail: rezendeveridiana@gmail.com

Pesquisador acadêmico: Pedro Janu Valentim

Endereço: Av. 25 de Setembro, Quarteirão 6, casa 369, Cidade de Pemba – Mocambique

Telefone para contato: (+258) 844785836

E-mail: vpedrojanu@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

**CEP UNESPAR****Universidade Estadual do Paraná - campus Paranavaí**

Avenida Gabriel Esperidião, S/N - Sala 20

Jardim Morumbi, Paranavaí -PR

CEP: 87.703-000

**6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS:** Caso você aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

**7. CUSTOS:** Foi esclarecido de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por sua participação na pesquisa, tendo em vista que sua participação é voluntária.

**PREENCHIMENTO DO TERMO:** Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você), como garantia do acesso ao documento completo.

**TERMO 1**

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a) \_\_\_\_\_, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelo (a) pesquisador(a), ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito daquilo lido ou explicado, firma seu **CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO** em participar voluntariamente desta pesquisa. Assim, por estar de acordo, assina o presente termo.

Campo Mourão, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2025

\_\_\_\_\_  
Assinatura do participante

**TERMO 2**

Eu Veridiana Rezende declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

Eu, Pedro Janu Valentim declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra-nominado.

Campo Mourão, 15 de Novembro de 2024

*Veridiana Rezende*

---

Veridiana Rezende  
Pesquisadora Responsável

*Pedro Janu Valentim*

---

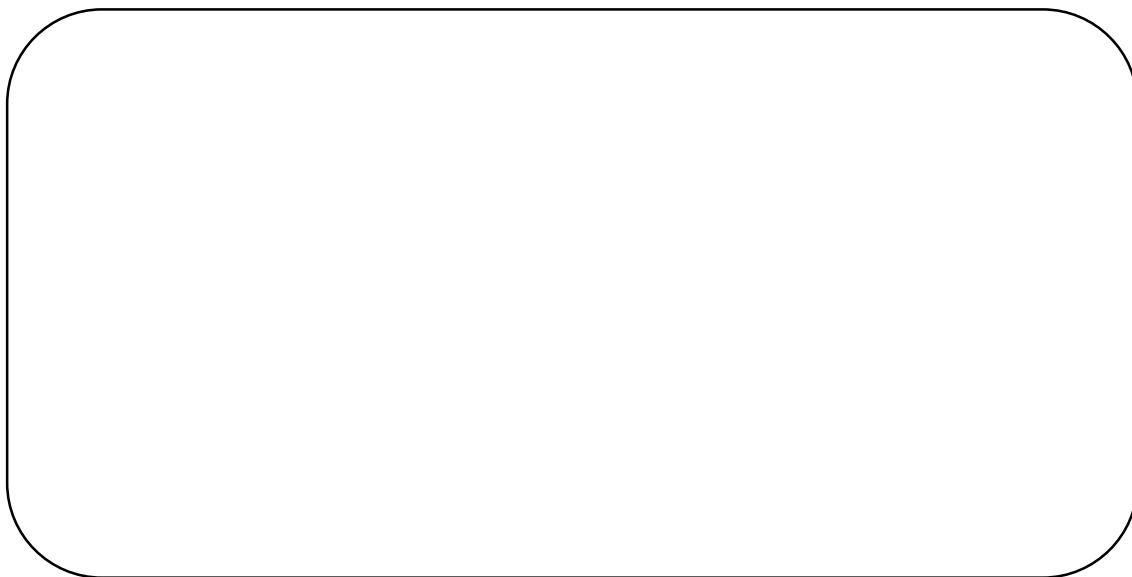
Pedro Janu Valentim  
Pesquisador Acadêmico

**APÊNDICE C - PROTOCOLO DE PESQUISA DO ESTUDO PRINCIPAL****PROTOCOLO DE RESOLUÇÃO DO ESTUDO PRINCIPAL**

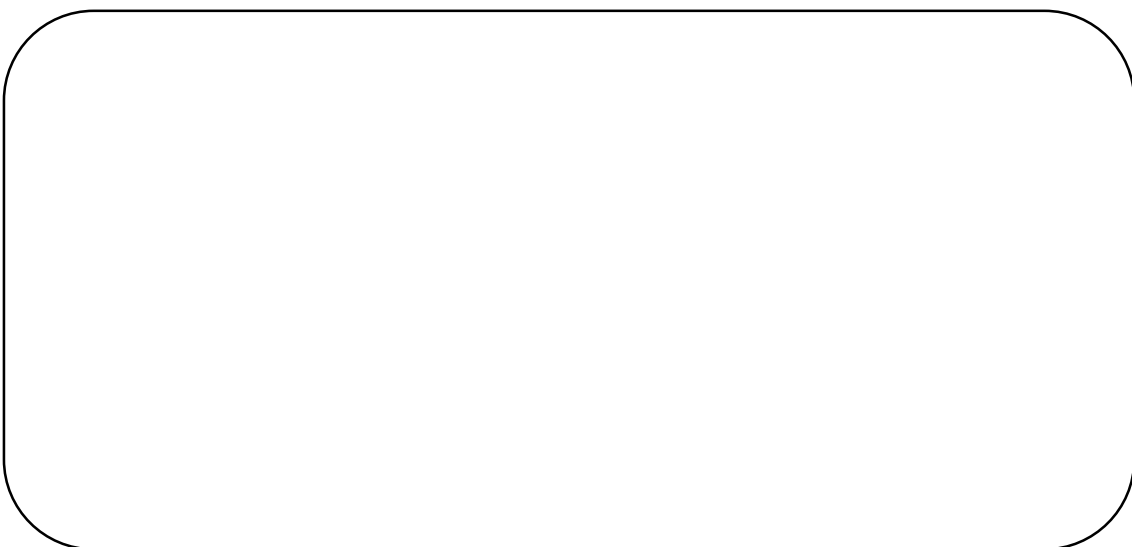
Idade \_\_\_\_\_

**Situação-problema 1**

Uma organização doou 25 bolas de basquete para 3 escolas. Dessas 25 bolas, 4 estavam furadas e o restante das bolas foram distribuídas igualmente entre as escolas. Com quantas bolas cada escola ficou?

**Situação-problema 2**

Em 3 pacotes, há 9 bolas de tênis. Maria recebeu do seu Pai 5 pacotes de bolas de tênis e, recebeu da sua irmã, mais 10 bolas de tênis. Quantas bolas de tênis Maria possui ao todo?



**Situação-problema 3**

O clube Ático adquiriu 3 caixas de bolas de futebol, sendo que cada caixa contém 10 bolas. Após a compra, foram utilizadas 12 bolas. Quantas bolas de futebol ainda restam para uso?

**Situação-problema 4**

João possuía alguns ingressos para um jogo de futebol e decidiu distribuí-los entre seus amigos. Ela entregou 12 ingressos para cada 6 amigos e, após a distribuição, ainda restaram 8 ingressos. Quantos ingressos João tinha antes de distribuí-los?



**Situação-problema 5**

Um estabelecimento de material esportivo possuía 33 bolas de tênis armazenadas em pacotes. Devido ao excesso de umidade, 6 destas bolas estragaram. Sabendo que cada pacote contém 3 bolas, quantos pacotes ainda podem ser vendidos?

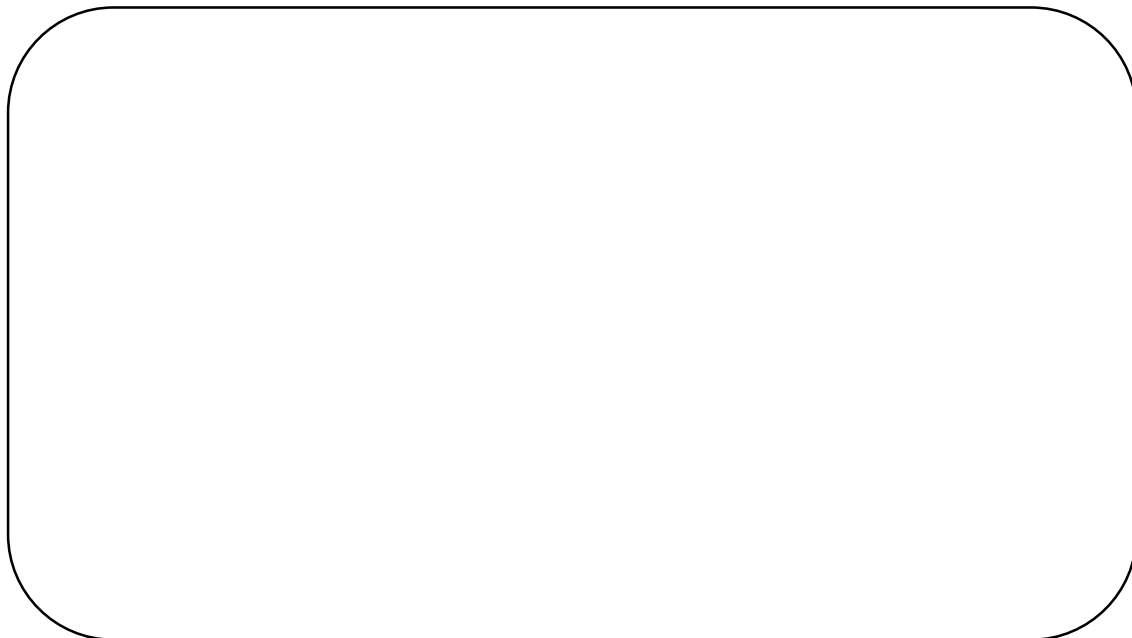
**Situação-problema 6**

Carlos e Luís doaram bolas de basquete para o time Forte. Depois que o time realizou alguns treinos, 3 bolas murcharam, restando 5 bolas para os próximos treinos. Quantas bolas foram doadas por Carlos e quantas bolas foram doadas por Luís, sabendo que eles doaram a mesma quantidade cada um?



**Situação-problema 7**

Filipe tinha ingressos para um jogo de vôlei e os distribuiu entre 12 famílias. A cada duas famílias, ele entregou 6 ingressos. Após a distribuição, restaram 4 ingressos. Quantos ingressos Filipe tinha inicialmente?

**Situação-problema 8**

A direção de um complexo esportivo adquiriu bolas de vôlei que vieram armazenadas em caixas, sendo que cada caixa contém 6 bolas. Após doar 8 bolas para uma escola, o complexo ainda ficou com 22 bolas. Quantas caixas foram compradas no total pela direção do complexo esportivo?

