UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA: EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Cristiane dos Santos Oliveira

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM

PRPGEM
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UNESPAR
Universidade Estadual do Paraná

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA: EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Cristiane dos Santos Oliveira

Orientadora:
Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão
Julho - 2021

Ficha de identificação da obra elaborada pela Biblioteca
UNESPAR/Campus de Campo Mourão
Bibliotecária Responsável: Liane Cordeiro da Silva CRB 1153/9

Oliveira, Cristiane dos Santos

O48a Aprendizagem profissional de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática: explorando o pensamento algébrico. / Cristiane dos Santos Oliveira. -- Campo Mourão - PR, 2021.

132 f.: il.; color.

Orientador(a): Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino.

Dissertação (Mestrado) – UNESPAR - Universidade Estadual do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), 2021.

Linha de Pesquisa: Conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática.

1. Formação - Professores. 2. Matemática-Ensino. I. Cyrino, Márcis C. de Costa Trindade (orient). II. Universidade Estadual do Paraná–Campus Campo Mourão, PR. III. UNESPAR. IV. Título.

CDD 21.ed. 370.71
510.7

Cristiane dos Santos Oliveira

APRENDIZAGEM PROFISSIONAL DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA EM UMA COMUNIDADE DE PRÁTICA: EXPLORANDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO

Comissão Examinadora:

Dr.ª Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino – Presidente da Comissão Examinadora
UEL/UNESPAR

Dr. Everton José Goldoni Estevam - Membro da Banca
UNESPAR

Pamela Emanueli

Dr.ª Pamela Emanueli Alves Ferreira - Membro da Banca
UEL

Resultado: Aprovado

Campo Mourão
Julho/2021

Dedico o presente trabalho aos professores
que ensinam Matemática nos anos iniciais.

AGRADECIMENTOS

A Deus, "Aquele que é capaz de fazer infinitamente mais do que tudo quanto pedimos ou pensamos, conforme o seu poder que opera em nós". Efésios 3:20.

Aos meus pais e irmãos, que mesmo longe nos últimos anos, sempre foram minha referência de Família.

Aos meus filhos amados, Randolfo e Raryane Luiza, verdadeiros presentes em minha vida.

A meu esposo Luiz, pela compreensão e amor, e por não desistir das promessas que Deus nos deu.

A minha orientadora Márcia Cyrino, pela oportunidade de aprendizado que me foi dada, me orientando com sua sabedoria e conhecimento, a traçar a trajetória dessa pesquisa. Obrigada por ter acreditado em mim! Orgulho imenso e gratidão por ter sido sua orientada!

A Banca Examinadora, Prof. Everton Estevam, um exemplo de ser humano e mestre, e Prof.ª Pamela Emanueli, pelas valiosas contribuições com este estudo desde o Exame de Qualificação.

Aos colegas do GEPEFOPEM-UEL, pelos momentos de estudo, discussões e experiências vivenciadas. Pelas leituras realizadas, que em muito contribuíram para o processo de realização dessa pesquisa.

A Mayara Sugigan, pela parceria e aprendizado compartilhado. Muitas dúvidas, angústias, risadas. Para além disso, uma amizade para vida!

Aos professores e colegas da 1ª Turma do PRPGEM-UNESPAR, gratidão pela oportunidade de compartilhar conhecimento. Nomino aqui de forma especial, Cássia Maggioni e Neusa Tabaka, pedagogas que, como eu, acreditam no desafio de ensinar Matemática nos anos iniciais de escolarização, e Renata Barros pelas longas conversas na estrada Maringá – Campo Mourão. Com certeza foi um tempo que nos foi dado por Deus! Não poderia deixar de registrar meu muito obrigado ao Leonardo, por toda a presteza, prontidão e carinho para conosco.

De forma especial, às professoras que ensinam Matemática, participantes e protagonistas dessa pesquisa. Gratidão por compartilharem suas experiências e por sua contribuição com o ensino de Matemática para tantos estudantes. Sem vocês, este trabalho não teria se realizado!

As amigas e companheiras de trabalho, assim como eu, Pedagogas e Formadoras de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, Telma Nascimento e Rita de Cássia, pela amizade, companheirismo e aprendizado. Lembro ainda de Eliane Sousa, companheira, conselheira e amiga!

A amiga Cinthia Chiquetto, por todo apoio e palavras de incentivo.

A Francielle Rocha, amiga e professora exemplar de Matemática!

A SEDUC – Maringá, nas pessoas de Gisele Colombari, Márcia Giacomelli, Andreia Américo, Tania Periotto e Ana Paula Donato, pelo apoio e concessão da Licença Estudos, e aos demais colegas de trabalho, por todo suporte e pela oportunidade de aprendizado compartilhado.

A Teresa Konhevalik, minha ex-diretora, por abrir as portas da Escola Nadyr Alegretti para realização dessa pesquisa.

Aos colegas de profissão, Pedagogos e Professores que ensinam Matemática nos anos iniciais - PEMAI, que assim como eu, acreditam na Profissão Professor e no potencial de seus alunos.

Aos amigos que de alguma forma torcem e oram por mim. Lembro com carinho de Eliana Pizani, uma amiga e companheira de anos. Aos que aqui não foram nominados sintam-se lembrados por meio do nome dela.

RESUMO

Diante da importância de se investigarem propostas de formação continuada de professores que Ensinam Matemática – PEM, com ênfase no protagonismo do professor, a literatura tem destacado as Comunidades de Prática – CoPs, como espaços promissores para a aprendizagem profissional. A presente investigação assumiu caráter qualitativo, com características da pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), pautada na análise interpretativa (ERICKSON, 1986). Neste estudo, investigou-se um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de discutir elementos promotores de aprendizagens profissionais em um contexto de formação continuada, durante o processo de negociação de significados, por meio de empreendimentos envolvendo exploração de tarefas sobre o pensamento algébrico. A constituição do grupo fez parte de uma proposta, apresentada à Secretaria Municipal de Educação de Maringá – Paraná, com o intuito de promover estudos e discussões quanto a aspectos da compreensão do pensamento algébrico. Fazem parte da investigação dez professoras que participaram regularmente dos encontros. Por conta da dinâmica assumida e do envolvimento das participantes, o grupo constituiu-se como uma Comunidade de Prática – CoP. Para coleta de informações, utilizaram-se como instrumentos os registros escritos das participantes e as gravações em áudios dos encontros que, posteriormente, foram transcritos em episódios analisados neste estudo. Os resultados evidenciaram elementos na prática da CoP nomeadamente, *negociações, empreendimentos e comunicaç*ão, os quais foram promissores para a aprendizagem profissional por meio dos *processos de negociação de significados*, em que se tornaram *pontos de enfoque, perspectivas de pensamento algébrico* e *estratégias de resolução mobilizadas* acerca de aspectos associados à *generalização, ao pensamento relacional, à atribuição de significados para objetos da Álgebra* e ao *impacto da exploração de tarefas para a prática docente.* As conclusões sugerem que propostas de formação continuada de professores que Ensinam Matemática, pautadas na perspectiva das CoPs, apresentam potencial formativo em contextos diversificados, na medida em que proporcionam a autonomia e o protagonismo dos professores, favorecendo o desenvolvimento profissional ao promover aprendizagens para ensinar Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Aprendizagem profissional. Comunidades de Prática. Formação de Professores que ensinam Matemática nos anos iniciais. Pensamento algébrico.

ABSTRACT

Given the importance of investigating proposals for continuing education for teachers who teach mathematics (PEM), with emphasis on the role of the teacher, the literature has highlighted Communities of Practice (CoPs) as promising spaces for professional learning.The present investigation was qualitative in nature, with characteristics of intervention research (KRAINER, 2003), based on interpretative analysis (ERICKSON, 1986). In this study, we investigated a group of female teachers who teach mathematics in the early years of elementary school, with the objective of discussing elements that promote professional learning in a continuing education context, during the process of negotiation of meanings, through undertakings involving the exploration of tasks on algebraic thinking. The constitution of the group was part of a proposal presented to the Municipal Department of Education of Maringá - Paraná, in order to promote studies and discussions about aspects of the understanding of algebraic thinking. Ten female teachers who regularly participated in the meetings are part of the investigation. Because of the dynamic assumed and the involvement of the participants, the group was constituted as a Community of Practice - CoP. To collect information, we used as instruments the written records of the participants and the audio recordings of the meetings that were later transcribed into episodes analyzed in this study. The results highlighted elements in CoP practice namely, *negotiations, undertakings, and communication*, which were promising for professional learning through the *processes of meaning negotiation*, in which *perspectives of algebraic thinking and mobilized resolution strategies* about aspects associated with *generalization, relational thinking, assignment of meanings for Algebra objects, and the impact of task exploration for teaching practice* became *focal points*. The conclusions suggest that continuing education proposals for teachers who teach mathematics, based on the perspective of CoPs, have formative potential in diversified contexts, insofar as they provide the autonomy and the protagonism of teachers, favoring professional development by promoting learning to teach mathematics.

Keywords: Mathematics education**.** Professional learning. Communities of Practice. Training of teachers who teach mathematics in the early years. Algebraic thinking.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

CoP ....Comunidades de Prática

GEPEFOPEM............Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática.

PEM...........................Professores que Ensinam Matemática

PEMAI.......................Professoras que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais.

CoP-PEMAI..............Comunidade de Prática de Professoras que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos a trajetória da professora-pesquisadora deste estudo, que a conduziu para investigar a temática sobre as aprendizagens em contextos de formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na sequência, trazemos aspectos da fundamentação teórica que respalda a concepção de desenvolvimento profissional, em contextos de formação continuada de professores na perspectiva das Comunidades de Prática – CoPs, como espaços promotores de aprendizagens para ensinar Matemática. O capítulo trata ainda do processo de constituição do grupo de professoras investigado e do percurso metodológico da pesquisa, além de apresentar a estrutura do relatório de pesquisa no formato *multipaper*.

1.1 A trajetória: de professora que ensina Matemática à pesquisadora

A busca por conhecimento sempre foi um impulsionador para meu[1] desenvolvimento profissional e pessoal ao longo de 20 anos de docência em sala de aula, na Educação Básica, no âmbito de escolas públicas. Pedagoga formada pela Universidade Estadual de Londrina - UEL, com o antigo Magistério em nível de Ensino Médio no currículo, a escolha pela profissão de professora talvez, no início, tenha ocorrido, sem saber ao certo, quais desafios estariam por vir. Atuando nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tive a oportunidade de exercer a função docente nas diversas modalidades que o Curso/Título de Licenciatura em Pedagogia me permitia: Educação Infantil, Alfabetização, Coordenação Pedagógica, Atendimento Educacional Especializado - AEE, e por fim, formadora de Professores que Ensinam Matemática nos anos iniciais – PEMAI.

No decorrer dessa trajetória, foram anos envolvida com os contextos de sala de aula e com os processos de ensino e de aprendizagem, em suas diversas abordagens. Fazendo um breve retrospecto, consigo visualizar neste percurso a presença, e muitas vezes, também a ausência de discussões a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, nos cursos de formação continuada, dos quais tive a oportunidade de participar. Inicialmente,

[1]Nessa seção, o texto está escrito na primeira pessoa do singular por se tratar da minha trajetória e de como ela influenciou nessa investigação.

aspectos voltados à alfabetização dos estudantes me encantavam e me encantam até hoje. Contemplar as primeiras palavras produzidas ou lidas por uma criança, aos 6 ou 7 anos de idade, é a sensação de cumprir o papel de professora alfabetizadora. Porém, naquela época, pouco se falava no contexto escolar, sobre a Alfabetização Matemática ou o Letramento Matemático, como parte do processo de alfabetização das crianças. Ou seja, havia uma ausência de discussões aprofundadas sobre a função da Matemática no processo inicial de escolarização dos estudantes.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes, não apenas em relação à Matemática, mas aos diferentes componentes curriculares, me intrigavam. Por que alguns estudantes "evidenciavam suas aprendizagens" e outros "ficavam pelo caminho"? O fracasso escolar e a evasão reverberavam no sentimento de impotência como professora que falhou em algo ou em algum momento. Senti necessidade de rever estratégias metodológicas, repensar concepções, enfim, buscar outros conhecimentos para compreender os fatores que intervinham nesse processo. Procurei, então, ampliar minha formação inicial por meio da formação continuada. Imaginei que um curso de especialização em Psicopedagogia seria uma oportunidade para buscar outras aprendizagens. E realmente foi! Pude compreender mais a respeito de como o aluno aprende, como suas Funções Psicológicas Superiores são ativadas durante o processo de aprender e como o professor pode ser o agente/mediador desse processo. Com essa formação, passei a atuar em salas de Acompanhamento Pedagógico, trabalhando com estudantes com transtornos de aprendizagem. Durante esse período, ficou evidenciado para mim que todos podem aprender! Algum tempo depois outra especialização, em Atendimento Educacional Especializado - AEE. Em seguida, atuei durante um ano como Professora de Apoio Especializado de uma aluna com paralisia cerebral. Era uma estudante de 12 anos que estava no terceiro ano, alfabetizada em Língua Portuguesa. Porém, foi necessário realizar um trabalho voltado para a área da Matemática, de forma sistematizada com adaptações e estratégias metodológicas que atendessem às suas necessidades. Resultado ao final do ano: a aluna já havia se apropriado de muitos conceitos matemáticos que lhe permitiam continuar sua jornada escolar para os anos posteriores.

O trabalho na Coordenação Pedagógica, tanto na Educação Infantil como nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, possibilitou ampliar a percepção dos fatores inerentes e intervenientes aos processos de ensino e de aprendizagem. De certo modo, talvez, esse tenha sido um primeiro contato com os processos formativos de professores, acompanhando e orientando os planos de ensino, sua execução e avaliação dos conteúdos ministrados aos estudantes.

Eu diria que a partir do trabalho na Coordenação tenha se iniciado a transição de professora a professora-pesquisadora. Não que antes minhas ações não envolvessem pesquisa. Talvez eu ainda não tivesse consciência desse papel. A participação, como Orientadora de Estudos, no período de 2013 a 2018, em um Programa de Formação Continuada de Professores, denominado de Pacto Nacional para a Alfabetização na Idade Certa – PNAIC[1], foi definidora para que eu tomasse cada vez mais consciência de meu papel como pesquisadora. Afinal, como orientar a prática de outros professores sem compreender o que se estuda e se investiga sobre tais práticas?

No último ano do PNAIC, surgiu outro desafio. Atuar como Formadora de Professores que Ensinam Matemática nos anos iniciais – PEMAI, junto à Secretaria Municipal de Educação de Maringá (PR). Digo desafio, pois minha formação em Pedagogia não me fornecera subsídios suficientes em relação aos conhecimentos matemáticos. Então, o caminho a percorrer seria de muito estudo e de pesquisa. Pesquisar que conhecimentos matemáticos os PEMAI possuem, que "lacunas" permanecem em sua formação inicial, que estratégias metodológicas utilizam para ensinar Matemática, que aprendizagens são necessárias para a atuação como professor que ensina Matemática e quais são as possibilidades de formação continuada oferecidas. Mais uma especialização: Metodologia do Ensino da Matemática e, enfim, o Mestrado em Educação Matemática, que originou a presente investigação.

Com o ingresso no curso de Mestrado Acadêmico, passei a participar das reuniões promovidas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (Gepefopem[2]), sob orientação da professora Márcia Cyrino. No grupo, fui inserida nas discussões a respeito da temática sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática – PEM, que me levaram a conhecer e estudar a perspectiva das Comunidades de Prática-CoP, com ênfase nos processos de aprendizagem docente para ensinar Matemática, sobretudo em relação ao pensamento algébrico.

No presente relatório, apresentamos[3] nossa investigação, que tem como objetivo: discutir elementos promotores de aprendizagens profissionais de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais– PEMAI, mobilizados durante os processos de negociação de significados em contexto de formação continuada de professores na perspectiva das

[1] Programa de Políticas Públicas para Educação, instituído pelo governo Federal, por meio do Ministério da Educação.

[2] Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática - Universidade Estadual de Londrina.

[3] A partir desse ponto do texto, utilizo a primeira pessoa do plural por considerar que a presente investigação ocorre na interação com outros investigadores (membros do Gepefopem, minha orientadora, dentre outros).

Comunidades de Prática – CoP, na exploração de empreendimentos envolvendo o pensamento algébrico.

Neste intuito, na próxima seção discutiremos a aprendizagem profissional em contexto de formação continuada na perspectiva das Comunidades de Prática, com base no aporte teórico presente na literatura.

1.2 Contextos de formação continuada promotores de aprendizagem profissional

Documentos legais que dispõem sobre o caráter das políticas para formação docente no Brasil trazem modos de conceber a formação de professores ao longo dos diversos momentos e contextos sócio-históricos vivenciados. Prada (1997) relata que os termos empregados para nomear os programas de formação continuada de professores estão "impregnados da concepção filosófica" que norteia os processos de ensino. Dentre as terminologias citados pelo autor, temos um grupo que remete a concepções mecanicistas (que sugerem a ausência ou compensação/superação de algo), como *capacitação, treinamento, qualificação, aprimoramento, aperfeiçoamento, aprofundamento, atualização, reciclagem, especialização*. Outro grupo, conduz a concepções voltadas para a perspectiva de formação contínua/permanente, norteado pelo processo de *desenvolvimento profissional.*

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBN 9.394/96 – BRASIL, 1996) no Art. 87 determina que "somente serão admitidos (para o exercício da função docente) professores habilitados em nível superior ou formados por treinamento em serviço". Chama-nos atenção a nomenclatura utilizada no texto da Lei, na qual se subentende que basta *treinar* o professor, de maneira repetitiva, e ele estará *apto* para a função docente, desconsiderando outros fatores do entorno, que influenciam diretamente na constituição de sua identidade profissional, com vistas às suas aprendizagens (GARCIA, 2014).

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação Básica (BRASIL, 2001) ocorreu uma mudança de nomenclatura, que direcionou a formação docente para uma concepção voltada a "*aperfeiçoar"* os conhecimentos que foram, em alguma medida, "adquiridos" durante a formação inicial e a partir de experiências vivenciadas.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada de professores (BRASIL, 2015), embasadas em políticas mais democráticas, enfatizam a relevância da articulação entre teoria e prática, pontuando a importância da prática ao longo do curso, da interdisciplinaridade, e destacam a extrema relevância de processos formativos que privilegiem a diversidade e a autonomia dos licenciandos. Em trechos do documento, observamos um entendimento diferenciado sobre o papel da formação docente, ao ressaltar a participação do professor como protagonista do processo educativo.

Assumimos como paradigma desta investigação que a formação docente ocorre para além da "capacitação", ou seja, não basta tornar alguém "apto" para fazer algo, ou "aperfeiçoar" algo que existe previamente (FIORENTINI 2009). É necessário que o professor seja um agente reflexivo de sua própria formação e prática docente. Corroboramos Imbernón (2009), Garcia (2009) e Nóvoa (2008), ao tratarem a formação docente como um processo de desenvolvimento profissional contínuo, que se estende para além da formação inicial e envolve também questões relativas a salário, carreira, participação, decisão, crenças e valores que constituem aspectos de sua identidade profissional (CYRINO, 2016).

Garcia (2009) pontua que as modificações acerca do conceito de formação de professores, em decorrência das mudanças no entendimento de como ocorrem os processos de aprender a ensinar, estão associadas à intencionalidade no planejamento de ações formativas sistematizadas. Por exemplo, a perspectiva de formação que valoriza o desenvolvimento profissional docente visa promover práticas efetivas nas quais os professores são protagonistas de sua aprendizagem profissional.

A instituição escolar, diante de tais mudanças, é vista como um espaço propício para formação continuada do educador (NÓVOA 1991), na qual se manifestam os saberes e a experiência dos professores. Cumpre, então, criar espaços formativos que oportunizem momentos para compartilhar vivências entre pares, por meio da valorização dos saberes docentes (COSTA, 2004; TARDIF, 2002)

Mizukami (2002) também compreende a formação docente com foco nos processos de aprendizagem profissional. Para André (2010, p 176), "a formação docente tem que ser pensada como um aprendizado profissional ao longo da vida, o que implica envolvimento dos professores em processos intencionais e planejados, que possibilitem mudanças em direção a uma prática efetiva em sala de aula". Ao se envolver em seu próprio processo formativo, o professor atua como protagonista, engajando-se ativamente, por meio da participação e da troca de repertórios entre pares, no processo de negociação de significados e, por conseguinte, na aprendizagem profissional (CYRINO, 2016).

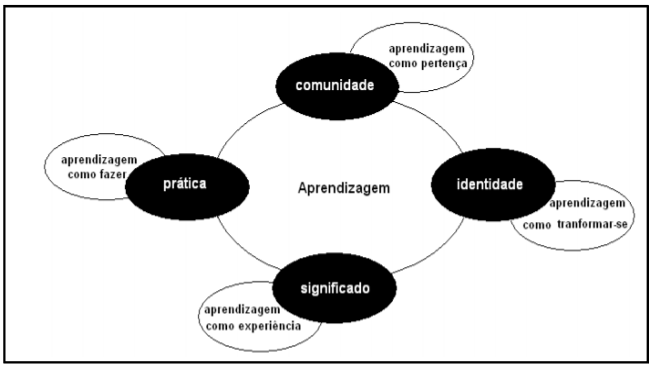
A aprendizagem profissional é um processo pelo qual o professor desenvolve um conjunto de conhecimentos necessários para ensinar (SHULMAN, 1986, 1987[1]). Tais aprendizagens não se desenvolvem de modo isolado, mas sim, pelo processo de interação social que abrange a negociação e a atribuição de significados a diferentes situações e vivências ao longo da carreira docente.

Na ótica de Lave e Wenger (1991), na Teoria Social da Aprendizagem, a aprendizagem se desenvolve em uma comunidade que privilegia em sua prática o compromisso mútuo dos participantes, ao compartilhar seus repertórios e articular empreendimentos que promovam a negociação de significados, em um determinado contexto social.

As Comunidades de Prática – CoP pressupõem um contexto em que o indivíduo desenvolve práticas (incluindo valores, normas e relações) e constitui identidades apropriadas àquela comunidade, por meio da participação. Todavia, participar não significa apenas tomar parte das ações, mas também, e sobretudo, engajar-se na prática. Estar engajado, de acordo com Rocha e Cyrino (2019), inclui a capacidade de o indivíduo interagir com seus pares, de modo a negociar situações, conflitos, se posicionar favorável ou contrariamente, consciente de suas ações e consequências.

Wenger (1998) concebe significado, prática, comunidade e identidade como componentes (interligados e mutuamente definidores) essenciais para caracterizar a aprendizagem (Figura 1.1).

Figura 1.1: Componentes da Teoria Social da Aprendizagem



Fonte: Wenger, 1998.

[1]Shulman (1986, 1987), em seus estudos, define bases do conhecimento *(Knowledge Base) para ensinar.* Dentre as bases descritas por Shulman estão*:* o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico geral, o conhecimento pedagógico do conteúdo, o conhecimento do currículo, o conhecimento do aluno, o conhecimento dos objetivos, das finalidades e dos valores educativos e de seus fundamentos filosóficos e históricos e conhecimento do contexto educacional.

No esquema proposto por Wenger (1998), a aprendizagem ocorre no pertencimento à comunidade e no fazer da prática, por meio dos significados atribuídos às experiências que transformam a identidade, nos quais tais elementos se encontram interligados.

A compreensão sobre a prática de uma CoP pode fornecer informações importantes para a articulação de empreendimentos que promovam a aprendizagem e o desenvolvimento profissional.

Os processos de formação continuada de professores que ensinam Matemática- PEM, na perspectiva das CoPs, têm sido parte da agenda de investigações do Gepefopem (BALDINI, 2014; CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; 2016; CYRINO; JESUS, 2014; ESTEVAM; CYRINO, 2019; OLIVEIRA, 2014; NAGY, 2013; ROCHA; CYRINO, 2019). Outros grupos[1] também têm se debruçado sobre a temática (TINTI; MANRIQUE 2017). Diferentemente de cursos de "capacitação" e "treinamento", nos quais o professor formador atua como protagonista na definição prévia das ações e das dinâmicas a serem desenvolvidas no processo de formação, a literatura tem destacado as CoPs como um contexto alternativo para formação de professores.

Tinti e Manrique (2017, p. 202), ao realizarem um mapeamento de pesquisas brasileiras a respeito de processos formativos de professores na perspectiva das CoPs, apontam que "nesses espaços formativos, oriundos das CoPs, os participantes se sentem motivados aprender e a compartilhar experiências, [...] além da responsabilidade com a formação individual e coletiva dos membros das CoPs".

Nos processos de formação de professores em CoPs, o protagonismo das ações perpassa por todos os membros da comunidade (professor/formador e professor/participante), em uma troca mútua de repertórios que são negociados, compartilhados e legitimados pelos membros da CoP.

Wenger, McDermott e Snyder (2002) apontam as CoPs como contextos em que as relações entre os participantes se diferem dos princípios hierárquicos e/ou autoritários presentes nos formatos tradicionais de formação de professores, nos quais o coordenador/ formador assume a posição de destaque nas decisões sobre quais tipos de informações, por exemplo, se farão presente no processo formativo e o modo como isso ocorrerá. Nas CoPs, as ações são conduzidas em decisões conjuntas. O coordenador/formador encoraja a participação de cada um dos membros, valoriza as diferentes formas de manifestação, ouve sugestões,

[1]Grupo de pesquisa "Professor de matemática: formação, profissão, saberes e trabalho docente", vinculado a PUC-SP

propostas, promove o confronto de hipóteses e fomenta argumentos e discussões (OLIVEIRA; CYRINO, 2019).

Wenger, McDermott e Snyder (2002) caracterizam uma comunidade de prática pela existência de três elementos estruturais: *domínio, comunidade e prática.*

O *domínio* é o elemento que mobiliza os membros a contribuírem e participarem da comunidade na busca da afirmação dos seus propósitos, ações, iniciativas e valorização de seus membros: é o elemento que legitima a existência da comunidade.

O desejo de aprender leva os membros a se engajarem na *comunidade*. A *comunidade* pode ser caracterizada como um grupo de pessoas que anseia os mesmos interesses, construindo relações de reciprocidade, interação, aprendizagens e resolução de conflitos que são partilhados, considerando os modos de pensar e agir de cada um. Na dinâmica da comunidade, Wenger (1998, p.57) realça que "todos nós temos nossas próprias teorias e modos de entender o mundo, e nossas Comunidades de Prática são lugares onde nós os desenvolvemos, negociamos e compartilhamos".

A *prática* de uma CoP envolve conhecimentos específicos, desenvolvidos, compartilhados e mantidos pela comunidade, e "um conjunto de estruturas, ideias, ferramentas, informação, estilos, linguagem, histórias, e documentos que os membros da comunidade compartilham" (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 29). As práticas são desenvolvidas, levando em conta a heterogeneidade dos modos de agir e pensar dos membros, porém com base numa construção coletiva.

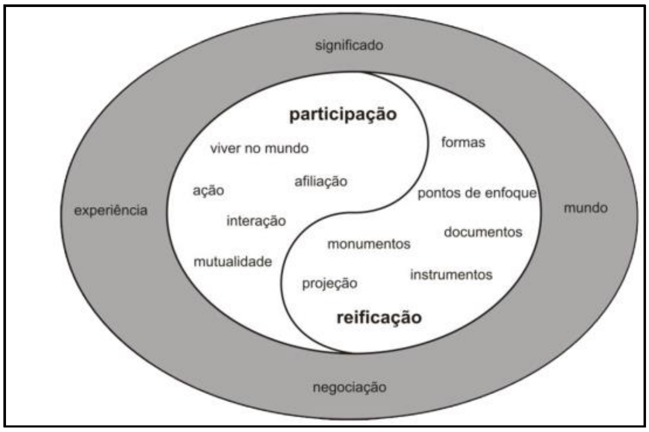
A prática de uma CoP envolve três dimensões: *compromisso mútuo, empreendimento articulado e repertório compartilhado.* O *compromisso/engajamento mútuo* é desenvolvido ao longo do processo de constituição da CoP, à medida que os membros passam a se sentir parte da comunidade. A CoP é um espaço que favorece a comunicação genuína sobre os modos de pensar, agir e resolver situações de conflito. Cyrino e Caldeira (2011, p. 376) indicam que os "motivos que levam as pessoas a participarem de uma prática são distintos, [...] contudo o que os mantém conectados são as relações de engajamento mútuo que acontecem a partir da necessidade de lidar com as dificuldades e as inquietações decorrentes da prática". A heterogeneidade é outro aspecto a se considerar no compromisso/engajamento em comunidade, tendo em vista que o compromisso com a aprendizagem do outro e o desenvolvimento de relacionamentos nem sempre implicam em homogeneidade, no sentido de ter as mesmas compreensões, interpretações (BALDINI; CYRINO, 2016).

O *empreendimento articulado* constitui "um conjunto de ações articuladas a serem desenvolvidas, construídas por meio de um processo de negociação dos participantes e não a partir de um acordo estático, com a finalidade de alcançar um determinado fim" (ROCHA; CYRINO, 2019, p.172). Desse modo, os empreendimentos são negociados na prática da CoP, possibilitando o senso de responsabilidade e compromisso mútuo que se refletem nas ações definidas e negociadas. A negociação de empreendimentos abrange "manter um bom relacionamento com os demais, compartilhar obrigações, propor sugestões, manter sua posição na comunidade e tornar espaço mais agradável para eles mesmos" (CYRINO; CALDEIRA, 2011, p.377).

O *repertório compartilhado* pelos membros da CoP emerge das negociações entre os participantes, entre os quais estão histórias, acontecimentos, palavras, conceitos, modos de fazer e agir, estabelecendo um espaço comunicativo, por meio de relatos orais ou escritos, que são interpretados e enunciados nos discursos da CoP e reconhecidos como pertencentes desta (ROCHA; CYRINO, 2019).

No contexto de uma CoP, a aprendizagem ocorre por meio de um processo de *negociação de significados*. Estevam e Cyrino (2019, p.230), com base em Wenger (1998), pontuam que a "aprendizagem não é uma questão meramente pessoal ou uma experiência coletiva, mas uma combinação de interação dos processos de participação e reificação" (Figura 1.2).

Figura 1.2: Dualidade da participação e da reificação.



Fonte: Wenger, 1998.

Sobre a dualidade proposta por Wenger (1998), Cyrino e Caldeira (2011) reiteram que os dois processos se complementam no processo de negociação. Para Rocha e Cyrino (2019, p.171), "é por meio da participação em comunidades sociais que conseguimos transformar quem somos, modificar nossas experiências, ampliar ou alterar os significados que damos para aquilo que cerca nossa vida". Assim, ao negociar suas ideias, ações, atitudes e aprendizagens, os membros da CoP realizam um movimento de ressignificar a própria prática.

No processo de reificação "damos forma à nossa experiência", por meio de ações como fazer, representar, nomear, descrever, interpretar, entre outras (CALDEIRA, 2010). Wenger (1998) enfatiza que a reificação se refere tanto ao processo como ao produto dos momentos de negociação.

A negociação supõe um processo dinâmico de "dar e receber", de "influenciar e ser influenciado" (CYRINO; CALDEIRA, 2011). Sendo assim, a negociação envolve concordar ou discordar, validar ou rejeitar, aceitar ou contestar, por meio de argumentos convincentes, capacidade de resolver conflitos e atitudes, que dão significado ao que se está negociando.

Na prática de uma CoP, empreendimentos articulados abarcando tarefas matemáticas tendem a proporcionar momentos propícios para que a negociação de significados ocorra, como veremos na próxima seção.

1.3 Tarefas matemáticas promotoras de aprendizagens sobre o pensamento algébrico nos anos iniciais

Estudos têm se dedicado a caracterizar o pensamento algébrico (CANAVARRO, 2007; NACARATO; CUSTÓDIO, 2018) e a refletir sobre formas de abordá-lo na sala de aula da Educação Básica, identificando e discutindo limitações e dificuldades encontradas por professores que ensinam Matemática no trabalho com essa temática.

Nas últimas décadas, na área da Educação Matemática, investigações sobre o pensamento algébrico têm ganhado destaque. Alguns autores fazem a diferenciação entre Álgebra e pensamento algébrico e buscam caracterizar tais conceitos (BLANTON; KAPUT, 2005; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; LINS,1992, 1994; SQUALLI, 2000)

Blanton e Kaput (2005, p. 413) usam a nomenclatura raciocínio algébrico e explicam que o desenvolvimento do raciocínio é "um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares, estabelecem essas generalizações por meio de argumentação, e as expressam de uma maneira cada vez mais formal e apropriada à sua idade". Os autores enfatizam, ainda, que o raciocínio algébrico inclui, entre outros aspectos, o uso da aritmética generalizada como um domínio para expressar e formalizar generalizações e o pensamento funcional para generalizar padrões numéricos e descrever suas relações.

Para Lins (1992, 1994), o pensamento algébrico é um modo, entre outros, de produzir significado para a Álgebra. O autor destaca que pensar algebricamente pressupõe: *pensar aritmeticamente*, operando com objetos como números e operações aritméticas; *pensar internamente* dentro dos limites do campo semântico de números e das propriedades das operações aritméticas; *pensar analiticamente* em que o pensamento algébrico procura verdades, tratando a conhecida "incógnita" como dados conhecidos.

Squalli (2000, p. 277) defende "a Álgebra como um tipo de atividade matemática e o pensamento algébrico como um conjunto de habilidades intelectuais que intervém nessas atividades". Para o autor, a Álgebra é formada por componentes que envolvem a construção e a interpretação de modelos algébricos de situações reais ou matemáticas, a manipulação de expressões algébricas, seguindo regras predefinidas, e a elaboração e aplicação de estruturas e de procedimentos. O pensamento algébrico possibilita pensar analiticamente sobre cada um destes componentes, generalizando e abstraindo relações e regras e manipulando a linguagem algébrica.

Para fins deste estudo, assumimos a concepção de Cyrino e Oliveira (2011, p.103) que utilizam a expressão "pensamento algébrico como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos".

Tradicionalmente, a ênfase ao trabalho com a Álgebra, nos anos finais do Ensino Fundamental, esteve relacionada à manipulação simbólica (CALDEIRA, 2010). Com a homologação da BNCC (BRASIL, 2018), o ensino de Álgebra passou a ser ministrado nos anos iniciais, com a proposta de desenvolver o pensamento algébrico. Consequentemente, têm emergido discussões acerca da formação docente para os desafios trazidos pela temática neste nível de ensino.

Em vista disso, cumpre investigar os modos como estes profissionais identificam suas concepções, seus modos de pensar, de ensinar e de aprender aspectos relativos a essa temática, especialmente, nos processos de formação continuada (CYRINO, 2016). Não se trata apenas de identificar os saberes necessários para o exercício da profissão, mas de reconhecer a natureza desse saber e os modos como é construído, a partir das experiências e dos processos reflexivos.

De acordo com Cyrino e Jesus (2014), a exploração de tarefas matemáticas em contextos de formação continuada permite negociar significados atribuídos aos empreendimentos, que são expressos, em um espaço comunicativo, ao serem compartilhados os “repertórios”. Assim, o trabalho com tarefas matemáticas pode viabilizar o pensamento algébrico na sala de aula e na formação de professores.

Assumimos como tarefa o comando dado pelo professor a ser executado pelo estudante em sala de aula. Na perspectiva de Stein (2009), as proposições não são realizadas mecanicamente, mas por um processo de compreensão, elaboração de estratégias e procedimentos de resolução e validação. Cabe ao professor analisar o potencial das tarefas e o nível de demanda cognitiva a ser empregado pelo estudante, para que os raciocínios sejam manifestados e sejam promovidas as aprendizagens.

O nível de demanda cognitiva de uma tarefa está relacionado aos tipos de raciocínio e aos tipos de aprendizagem que são proporcionados com sua resolução (CYRINO; JESUS, 2014). Tarefas potencialmente desafiadoras requerem um elevado nível cognitivo, visto que permitem em muitas situações criar estratégias variadas de resolução, às quais são atribuídos significados. Tarefas que envolvem, por exemplo, memorização de procedimentos, apresentam um baixo nível de demanda cognitiva (STEIN; SMITH, 1998).

Cyrino e Jesus (2014), ao discutirem sobre a importância de tarefas em programas de formação, apontam que o professor tem a possibilidade de selecionar tarefas desencadeadoras de questionamentos e potencializadoras de significados relacionados aos conceitos matemáticos, ampliando seus conhecimentos, de modo a proporcionar um ambiente desafiador para a aprendizagem sua e dos estudantes.

A proposição de ações, que se constituam em empreendimentos articulados, envolvendo a exploração de tarefas sobre pensamento algébrico, potencializa a promoção das aprendizagens, na medida em que pode desencadear a negociação de significados, em uma troca compartilhada de repertórios.

Ao investigarmos um grupo de professoras participantes deste estudo, debruçamo-nos em analisar e discutir aspectos apresentados na literatura (sobre pensamento algébrico) que foram observados na dinâmica de constituição da CoP-PEMAI, caracterizando-a como espaços promotores de aprendizagens profissionais. A seguir, apresentaremos o percurso metodológico de constituição do grupo investigado.

1.4 A pesquisa: o grupo de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais – PEMAI e o percurso metodológico

Esta seção aborda o processo de constituição do grupo que participou da proposta de formação continuada investigada no presente trabalho e como este grupo se caracterizou como CoP, além dos procedimentos metodológicos adotados para coleta de informações e análise dos dados.

O grupo investigado se originou de uma proposta alternativa de formação continuada de professores, apresentada à Secretaria Municipal de Educação de Maringá (PR), em formato de grupo de estudos. A formação foi realizada no período de agosto a novembro de 2019. O projeto propunha a participação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais – PEMAI, egressos da formação inicial dos cursos de licenciatura em Pedagogia.

Por sua especificidade, como cursos generalistas, cuja finalidade é formar o professor com conhecimentos amplos, com base nos aspectos didático-pedagógicos da profissão docente e nos fundamentos da Educação, são comuns os relatos destes professores sobre as dificuldades com que se deparam, ao atuarem em sala de aula, em que acabam por ter que ministrar conteúdos relacionados a conceitos/conhecimentos específicos de diversas áreas.

A temática que nortearia o processo de formação foi sugerida pela formadora/pesquisadora com o intuito de proporcionar momentos formativos propícios para o desenvolvimento profissional dos participantes. A sugestão da temática – aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico, nos anos iniciais do Ensino Fundamental – decorreu por um desejo manifestado pelos professores, em virtude da reformulação curricular do município, desencadeada pelas discussões provocadas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

A Rede Municipal de Ensino de Maringá é mantenedora de 52 unidades escolares que ofertam a etapa de ensino correspondente aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Optamos por concentrar os encontros de formação em uma determinada unidade que abrangesse uma região com 10 escolas e enviamos convites para que os professores, que assim desejassem, se inscrevessem.

Foram ofertadas 25 vagas. Dezenove professoras se inscreveram e somente dez participaram regularmente dos encontros. Cinco atuavam com turmas de 3.º ano, três com turmas de 4.º ano, uma exercia a função de coordenadora pedagógica e outra atuava como assessora pedagógica na Secretaria de Educação. No conjunto, elas pertencem a seis das dez escolas que receberam o convite.

Em relação ao tempo de exercício do magistério nos anos iniciais do Ensino Fundamental, três professoras tinham menos de 10 anos, cinco professoras tinham entre 11 e 20 anos e duas professoras mais de 21 anos. A fim de preservar suas identidades, elas são nominadas ao longo deste estudo com os seguintes códigos[1]: AI, A2, A3, C1, E1, J1, N1, R1, T1 e V1. As formadoras estão identificadas com as siglas[2] FC e FM.

O grupo se reuniu quinzenalmente, fora da jornada de trabalho das participantes, após o horário em que ministravam as aulas, totalizando dez encontros de quatro horas cada um. Os encontros foram coordenados pela formadora-pesquisadora e autora deste estudo juntamente com outra pesquisadora[3], licenciada em Matemática, fato esse que contribuiu para ampliar as discussões sobre o percurso do desenvolvimento do pensamento algébrico ao longo de todo o Ensino Fundamental.

Nesse contexto de formação, o grupo assumiu características de uma CoP. A *participação* das professoras foi voluntária e não por uma determinação da Secretaria de Educação, de modo que aspectos, como o interesse comum pelos mesmos objetivos, na busca de conhecimentos profissionais que contribuíssem para lidar com dificuldades impostas pela prática docente, foi um fator que levou as PEMAI a estabelecerem relações de *engajamento mútuo* na prática da CoP. Na dinâmica da comunidade, as PEMAI se sentiram acolhidas por seus pares, cujo *domínio* esteve pautado nas aprendizagens em relação ao pensamento algébrico. O espaço comunicativo de *compromisso mútuo* entre os membros da CoP permitiu que elas *negociassem significados* e *compartilhassem repertórios*. Na constituição da prática do grupo, elas *articularam empreendimentos* de forma conjunta, sendo estes em alguns momentos sugeridos pelas formadoras, a partir de um plano flexível, com a intencionalidade de promover condições favoráveis para a aprendizagem, e em outros momentos propostos pelas PEMAI. Em ambos os casos a articulação ocorria coletivamente no contexto da CoP, desencadeando processos de participação e de reificação.

No questionário que responderam no primeiro encontro, as pedagogas mencionaram não ter estudado muita Matemática, tampouco aspectos relacionados ao ensino da Álgebra.

Quadro 1.1: Excertos do questionário inicial- 13/08/2019

Questão problematizadora: Em sua formação inicial e/ou continuada, em algum momento houve e/ou há abordagens para o trabalho com os conteúdos da Unidade Temática Álgebra, como proposto pela BNCC?
A1: Na minha formação [inicial] *a Álgebra não foi pontuada de forma específica, acredito que até mesmo porque quando se "fala" sobre o assunto, se remete à formação de professores das séries finais do Fundamental, Ensino Médio e Graduação.* *J1: Na faculdade a disciplina de metodologia de Matemática trata muito pouco dos conteúdos, e as formações continuadas ainda não são suficientes.* *T1:- Não. Minha formação é Magistério e Pedagogia. Vejo que falta muito a discussão e estudo a*

[1]As letras utilizadas para codificar os nomes das professoras se referem às letras iniciais dos nomes verdadeiros das PEMAI.
[2]FC (Formadora Cristiane) e FM (Formadora Mayara)
[3]Mayara Cristina Sugigan – Pesquisadora licenciada em Matemática, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática/Universidade Estadual de Londrina e integrante do GEPEFOPEM.

respeito dos conteúdos de Matemática. Até porque muitos conteúdos decoramos sem compreender o sentido/conceito durante toda nossa escolarização. Nesse contexto, o estudo da Álgebra ficou para os anos do Ensino Fundamental II, mas de forma bem tradicional.

Fonte: Dados da pesquisa, 2019.

As informações coletadas por meio do questionário inicial (Quadro 1.1) foram o ponto de partida para as negociações dos empreendimentos, articulados na prática da CoP-PEMAI, no decorrer nos encontros.

A dinâmica dos encontros foi organizada, de tal maneira que as professoras participassem ativamente das discussões e da resolução de tarefas nos pequenos grupos, as quais, posteriormente, foram socializadas no grande grupo, com ênfase nas justificativas e nas hipóteses sobre as soluções negociadas.

No Quadro 1.2, sintetizamos as ações desenvolvidas no decorrer dos encontros:

Quadro 1.2: Ações da CoP-PEMAI no decorrer dos encontros

Data	Síntese dos encontros
13/08/2019	Negociação sobre as concepções das professoras a respeito dos significados de Álgebra e de pensamento algébrico.
	Resolução de tarefas sobre pensamento algébrico – Parte 1.[1]
20/08/2019	Resolução das tarefas do encontro anterior – Parte 2.
	Socialização das resoluções negociadas no pequeno grupo – Parte 1.
	Seleção e/ou elaboração pelas professoras de tarefas com potencial algébrico.
10/09/2019	Socialização da resolução das tarefas do primeiro encontro – Parte 2.
	Estudo e discussão de um recorte teórico sobre perspectivas de pensamento algébrico.[2]
	Socialização das discussões sobre as perspectivas de pensamento algébrico, presentes no texto com o recorte teórico.
	Classificação e caracterização das tarefas exploradas no 1.º encontro, de acordo com as perspectivas de pensamento algébrico estudadas.
	Pesquisa realizada pelas professoras, na BNCC, acerca dos objetivos de aprendizagem propostos na Unidade Temática Álgebra, referente aos anos iniciais do Ensino Fundamental
24/09/2019	Socialização sobre as negociações a respeito da caracterização das tarefas de acordo com as perspectivas de pensamento algébrico.
	Relato das professoras sobre a exploração de tarefas em sala de aula: apresentação e discussão sobre as resoluções realizadas pelos alunos.
	Resolução das tarefas selecionadas pelas professoras–Parte 1.
08/10/2019	Resolução das tarefas selecionadas pelas professoras–Parte 2.
	Troca das listas de tarefas selecionadas pelas professoras, entre os pequenos grupos, para resolução e discussão.
22/10/2019	Debate entre os grupos sobre as resoluções das tarefas realizadas no pequeno grupo.
	Socialização das resoluções negociadas na exploração das tarefas – Parte 1.
	Relato das professoras sobre a exploração de tarefas com potencial algébrico em sala de aula.

[1]Devido ao tempo de quatro horas destinado a cada encontro, por vezes foi necessário dar continuidade às ações no encontro seguinte. Por isso realizamos a divisão em Parte 1 e Parte 2.

[2]Blanton e Kaput (2005); Cyrino e Oliveira (2011); Kieran (2007); Lee (2001); Lins (1992, 1994); Ponte, Branco e Matos (2009).

29/10/2019	Socialização das resoluções negociadas na exploração das tarefas – Parte 2.
05/11/2019	Exploração de incidentes críticos[1], envolvendo tarefas sobre pensamento algébrico.
19/11/2019	Socialização das discussões sobre incidentes críticos.
26/11/2019	Discussão sobre os objetivos de aprendizagem da Unidade Temática Álgebra, contempladas na BNCC.
	Avaliação geral da dinâmica assumida no decorrer dos encontros do grupo e suas aprendizagens.

Fonte: Diário de Campo da pesquisadora, 2019

Na busca de analisar aprendizagens profissionais evidenciadas por professoras que ensinam Matemática, em contexto de CoP, durante empreendimentos que envolvem o pensamento algébrico, assumimos como perspectiva de investigação a abordagem metodológica de *natureza qualitativa* (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para tanto, recorremos a informações potenciais que nos permitissem compreender nosso objeto de estudo. De acordo com esses autores, nesse tipo de investigação se sobressaem cinco características que se fazem presentes no contexto dessa pesquisa:

i. fonte de dados: os dados são colhidos no ambiente natural do objeto de estudo, e o investigador é o instrumento principal, pois atua ativamente no processo. No caso da CoP-PEMAI, os encontros do grupo aconteceram no espaço escolar, e as formadoras atuaram participando junto com as professoras, questionando e observando suas ações no contexto formativo;

ii. base descritiva: o processo de análise se inicia à medida que realizamos a transcrição dos episódios das gravações dos encontros em áudio e dos registros escritos;

iii. interesse pelo processo: o foco está mais no processo do que no produto. Na dinâmica da CoP-PEMAI, buscamos indícios/elementos que nos possibilitassem compreender o processo pelo qual o envolvimento e as interações dos membros no contexto da comunidade promoveram as aprendizagens;

iv. forma indutiva: a análise dos dados é realizada de modo que as informações coletadas são organizadas com o propósito de apresentar aspectos, no que tange ao objeto de estudo, ou seja, às aprendizagens ocorridas na dinâmica da CoP;

v. significados produzidos: a pesquisadora dá destaque para os empreendimentos realizados no contexto da CoP.

Realizamos assim, um estudo de cunho investigativo-intervencionista (KRAINER, 2003, p. 98), o qual é, "[...] na maioria das vezes, um processo-orientado e um contexto-

[1]A discussão sobre tarefas envolvendo análise de incidentes críticos foi foco de estudo da Pesquisadora Mayara Sugigan e pode ser consultado com detalhes em sua dissertação intitulada: Conhecimento Profissional de professoras que ensinam matemática envolvendo o pensamento algébrica na formação continuada.

limitado, gerado por meio de interação contínua e comunicação com a prática". No delineamento da investigação, atuamos como investigadora e como formadora, uma vez que a intervenção ocorria a todo o momento, durante as negociações dos empreendimentos e comunicação dos repertórios produzidos e compartilhados pelos membros do grupo.

Para coleta de informações, utilizamos como instrumentos:

i. Áudiogravações dos encontros

As discussões realizadas nos pequenos grupos e socializadas no grande grupo foram gravadas em áudio com autorização das professoras, por meio de Termo de Consentimento Livre Esclarecido, e posteriormente transcritas em episódios de análise.

ii. Instrumentos para coleta de registros escritos

Utilizamos as resoluções das tarefas exploradas durante os encontros, as anotações das professoras em seus respectivos *Diários de Bordo*, chamados por elas de "caderninhos", além dos registros realizados no Diário de Campo da pesquisadora.

Os *Diários de Bordo* foram propostos pelas pesquisadoras com o intuito de que, ao final de cada encontro, as professoras registrassem ali suas impressões, inquietações, dúvidas, hipóteses, sugestões, questionamentos e aprendizagens. Após o término de cada encontro, as professoras ficavam com os Diários de Bordo para realizarem os registros, e antes do encontro seguinte, as pesquisadoras passavam nas escolas recolhendo-os. Observamos que, no decorrer da dinâmica realizada com os Diários de Bordo, nem todas as professoras demonstraram o mesmo envolvimento. Por vezes, não devolviam os cadernos nas datas combinadas ou relatavam "falta de tempo" para fazer o registro. No entanto, para a maioria, esta ferramenta possibilitou estabelecer um espaço comunicativo com as formadoras, visto que elas podiam, de maneira mais individualizada, registrar seus questionamentos e inquietações, fora do contexto de formação. Os questionamentos apresentados foram respondidos pelas formadoras no próprio Diário de Bordo, por meio de novos questionamentos, que propiciassem avançar em suas reflexões. Essa dinâmica permitiu que, a partir da leitura das anotações realizadas por elas, (re)organizássemos as reuniões seguintes, pensássemos em novas ações que atendessem às expectativas manifestadas pelo grupo, o que, de certo modo, as engajava na prática da comunidade e nas decisões compartilhadas.

De posse das informações, realizamos uma *análise interpretativa* na perspectiva de Erickson (1986), a qual passou por cinco etapas:

i. análise detalhada das discussões gravadas em áudio de cada grupo, no decorrer de cada encontro, buscando indícios de elementos promotores de aprendizagens das PEMAI;

ii. análise seletiva de episódios em que tais elementos se mostrassem mais evidentes, bem como a frequência com que se repetiam durante os processos de negociação e comunicação estabelecidos entre as participantes da CoP-PEMAI;
iii. atenção para os registros escritos, a fim de buscar procurar aspectos comuns aos já identificados nas discussões dos episódios gravados em áudio;
iv. identificação das similaridades presentes nos episódios analisados e nos registros escritos, a fim de agrupá-los em tópicos que caracterizassem os elementos observados na prática da CoP-PEMAI;
v. discussão dos resultados.

A próxima seção tratará da estrutura do relatório da dissertação no formato *multipaper*.

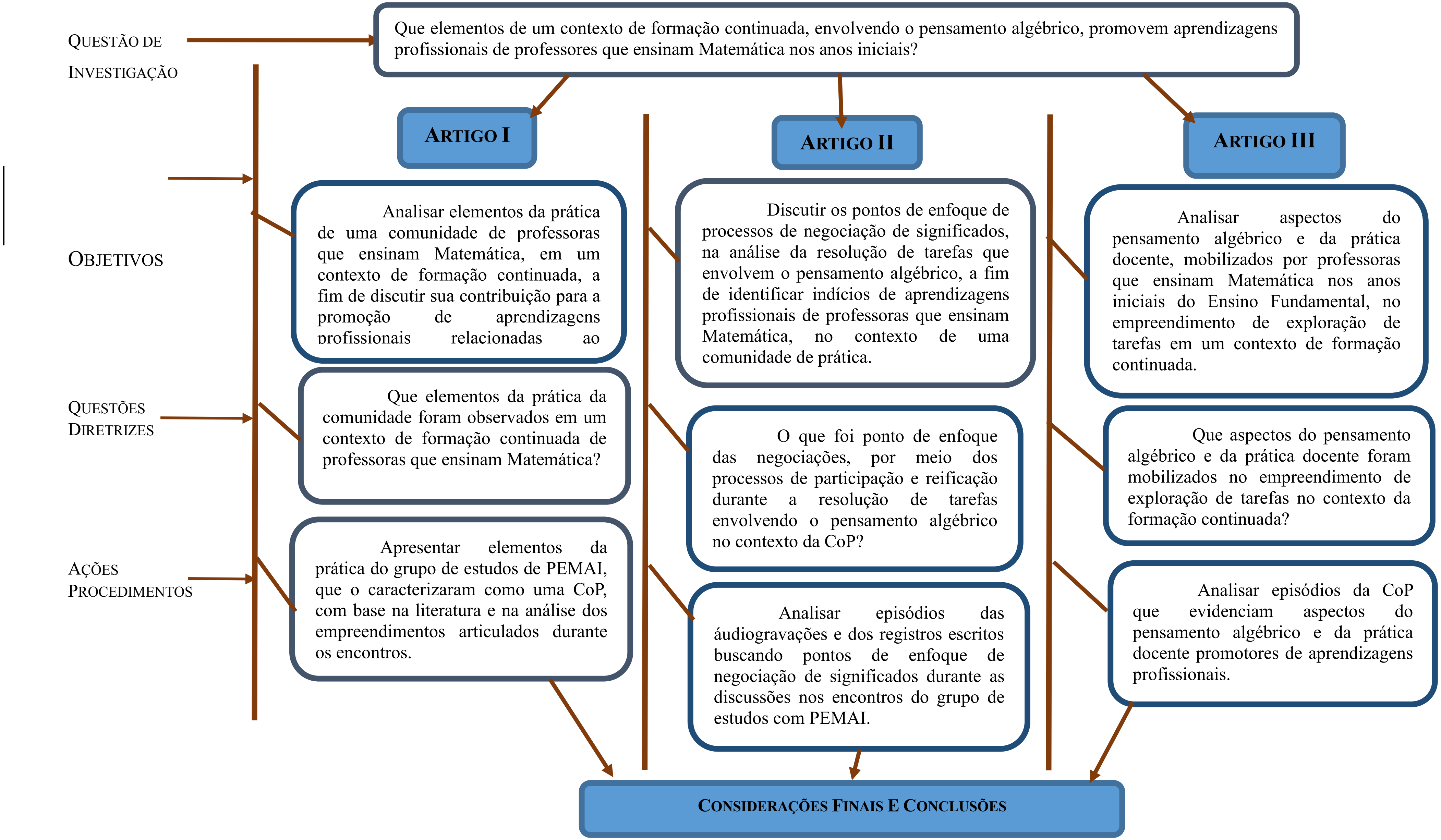
1.5 Estrutura da Dissertação

Para apresentação do relatório de pesquisa, optamos por uma proposta alternativa aos formatos monográficos, o formato "*multipaper*", com vistas a responder o objetivo geral expresso pela problemática de pesquisa. Duck e Beck (1999) sugerem que, neste formato, o relatório da pesquisa seja apresentado por meio de uma coletânea de artigos publicáveis de modo independentes e articulados entre si e à temática geral da investigação.

O formato "*multipaper*" tende a proporcionar maior visibilidade pela comunidade acadêmica. Cada capítulo é escrito de forma independente e dele constam seções introdutórias, referenciais teóricos e metodológicos, resultados e conclusões específicas para cada um dos artigos apresentados, sem perder de vista a problemática geral.

Atualmente, no Brasil, cada vez mais pesquisadores, em especial da área da Educação Matemática, têm aderido aos chamados formatos "insubordinados" de apresentação e relatórios de pesquisa (BARBOSA, 2015), visto que são alternativos aos modelos tradicionais já legitimados. Barbosa (2015, p. 365), ao se referir aos formatos alternativos, coloca que "insubordinar-se em relação ao formato tradicional equipara-se a sair dos marcos estabelecidos na pesquisa educacional e procurar por novas representações possíveis, que melhor se adequem aos próprios propósitos da investigação".

O esquema, a seguir, ilustra a estrutura de dissertação no formato "*multipaper*".


QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO
Que elementos de um contexto de formação continuada, envolvendo o pensamento algébrico, promovem aprendizagens profissionais de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais?
OBJETIVOS
QUESTÕES DIRETRIZES
AÇÕES PROCEDIMENTOS
ARTIGO I
Analisar elementos da prática de uma comunidade de professoras que ensinam Matemática, em um contexto de formação continuada, a fim de discutir sua contribuição para a promoção de aprendizagens profissionais relacionadas ao
Que elementos da prática da comunidade foram observados em um contexto de formação continuada de professoras que ensinam Matemática?
Apresentar elementos da prática do grupo de estudos de PEMAI, que o caracterizaram como uma CoP, com base na literatura e na análise dos empreendimentos articulados durante os encontros.
ARTIGO II
Discutir os pontos de enfoque de processos de negociação de significados, na análise da resolução de tarefas que envolvem o pensamento algébrico, a fim de identificar indícios de aprendizagens profissionais de professoras que ensinam Matemática, no contexto de uma comunidade de prática.
O que foi ponto de enfoque das negociações, por meio dos processos de participação e reificação durante a resolução de tarefas envolvendo o pensamento algébrico no contexto da CoP?
Analisar episódios das áudiogravações e dos registros escritos buscando pontos de enfoque de negociação de significados durante as discussões nos encontros do grupo de estudos com PEMAI.
ARTIGO III
Analisar aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no empreendimento de exploração de tarefas em um contexto de formação continuada.
Que aspectos do pensamento algébrico e da prática docente foram mobilizados no empreendimento de exploração de tarefas no contexto da formação continuada?
Analisar episódios da CoP que evidenciam aspectos do pensamento algébrico e da prática docente promotores de aprendizagens profissionais.
CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

No presente capítulo introdutório, apresentamos a trajetória da pesquisadora, o que originou a temática e o problema de investigação. Relatamos ainda o processo de constituição do grupo pesquisado, bem como os pressupostos teóricos e metodológicos que nortearam o estudo.

No artigo 1, analisaremos os elementos observados na prática do grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, que caracterizaram a CoP-PEMAI, de modo a evidenciar suas contribuições para a promoção de aprendizagens profissionais.

No artigo 2, discutiremos os pontos de enfoque dos processos de negociação de significados, na análise da resolução de tarefas que envolvem o pensamento algébrico, cujos processos de participação e reificação foram promotores de aprendizagens, tendo em vista indícios de desenvolvimento profissional.

No artigo 3, exploraremos os aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados na dinâmica da CoP-PEMAI, no empreendimento de exploração de tarefas, promovendo aprendizagens profissionais das professoras participantes.

E no último capítulo, serão feitas as considerações finais com os elementos/resultados gerais presentes em cada capítulo/artigo, tencionando responder à questão geral de investigação e o objetivo proposto, bem como apontar as conclusões da pesquisa realizada.

1.6 Referências

ANDRÉ, M. Formação de Professoras: a Constituição de um Campo de Estudos. **Dossiê Educação,** Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

BRASIL. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, 1996.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica,** 2001.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada,** 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Componente Curricular de Matemática, 2018

BALDINI, L.A.F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do software GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. C. T. Elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na utilização do software Geogebra. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática,** n. 45, p. 184-204, mar. 2016.

BARBOSA, J.C. **Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática.** Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, p. 347-367, 2015.

BLANTON, M.L.; KAPUT, J.J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Ed. Porto, 1994.

CALDEIRA, J.S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CANAVARRO, A.P.O Pensamento algébrico na aprendizagem de Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007.

COSTA, N.M.L. A formação contínua de professores – novas tendências e novos caminhos. **Holos**, Ano 20, p.63-75, dez. 2004.

CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. *In:* BATISTA, I.L.; SALVI, R. F. (org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática:** um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, p. 95-110, 2009.

CYRINO, M.C.C.T. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. **Bolema: Boletim de Educação Matemática (On-line)**, v. 30, p. 165-187, 2016.

CYRINO, M.C.C.T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401, 2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação,** Bauru, SP, V.20, n.3, p.751-764, 2014.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

DUCK, N.K; BECK, S.W. Education should consider alternative formats for the dissertation. **Education Researcher**, Washington, v. 28, n.3, p. 31-36, 1999.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: M. C. Wittrock (ed.). **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T. Condicionantes de aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática em contextos de Comunidades de Prática. **Alexandria** (UFSC), v. 12, p. 227-253, maio 2019.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. *In*: Fiorentini, D.; Grando, R. C.; Miskulin, R. G. S. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, p. 233-255, 2009.

GARCIA, M. C. Desenvolvimento Profissional: passado e futuro. **Sísifo – Revista das Ciências da Educação**, n. 08, p. 7-22, jan./abr. 2009.

GARCIA, T. M. R. **Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática.** 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação

Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente dos professores**. São Paulo: Cortez, 2009.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, 1, p. 5-26, 2007.

KRAINER, K. Team, communities & networks**. Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning:** Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. *In*: **ICMI STUDY CONFERENCE**, Melbourne (Austrália), 2001.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) - School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, R.C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 - 39. 1994.

MIZUKAMI, M.G N. *et al*. **Escola e Aprendizagem da Docência**. São Carlos: Edufscar, 2002.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (orgs.). **O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**.** Brasília: SBEM, 2018.

NAGY, M.C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 197 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

NÓVOA, A. Concepções e práticas da formação contínua de professores: *In*: NÓVOA, A. (org.). **Formação contínua de professores:** realidade e perspectivas. Portugal: Universidade de Aveiro, 1991

NÓVOA, A. **O regresso dos professores**. Livro da conferência. Desenvolvimento profissional de professores para a qualidade e para a equidade da aprendizagem ao longo da vida. Lisboa: Ministério de Educação, 2008.

OLIVEIRA, L.C.P. de. **Aprendizagens no empreendimento:** estudo do raciocínio proporcional. 2014. 207 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

OLIVEIRA, L.M.C.P.; CYRINO, M.C.C.T. Ações de uma formadora no desenvolvimento da agência profissional de professoras de uma Comunidade de Prática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 513-538, 2019.

PRADA, L.E.A. **Formação participativa de docentes em serviço**. Taubaté: Cabral Editora Universitária, 1997.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.
ROCHA, M.R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, California, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. Mathematics **Teaching in the Middle School**, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M.K. *et al.* **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook forprofessional development. New York: Teachers College Press, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TINTI, D.S; MANRIQUE, A.L. Mapeamento de pesquisas sobre aprendizagem docente em Comunidades de Prática constituídas no OBEDUC**. Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n1, p.186-203, jan./abr.2017.

WENGER, E. **Communities of Practice:** Learning, Meaning, And Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E., McDERMOTT, R.; SYNDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

CAPÍTULO 2

ELEMENTOS DA PRÁTICA DE UMA COMUNIDADE DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS: APRENDIZAGENS PROFISSIONAIS RELACIONADAS AO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Resumo

O objetivo do presente artigo é analisar elementos da prática de uma comunidade de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em um contexto de formação continuada, a fim de discutir sua contribuição para a promoção de aprendizagens profissionais relacionadas ao pensamento algébrico. Trata-se de um estudo qualitativo, de cunho interpretativo-intervencionista, das ações desse grupo, desencadeadas pela resolução e pela exploração de tarefas que mobilizam o pensamento algébrico. A dinâmica assumida pelo grupo e o envolvimento das participantes evidenciam caraterísticas de uma Comunidade de Prática - CoP. Os elementos da prática dessa CoP que foram potenciais para a aprendizagem das professoras estão associados a *negociações de significados, aos empreendimentos e à comunicação*. Os resultados sugerem que espaços formativos em contextos de grupos de estudos na perspectiva das CoPs viabilizam momentos promissores para o desenvolvimento de aprendizagens profissionais.

Palavras–chave: Comunidade de Prática. Elementos da Prática de uma CoP. Professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais. Formação continuada de professores

2.1 Introdução

Diante da importância de se investigar propostas para a formação continuada de professores que Ensinam Matemática – PEM, a literatura tem destacado as Comunidades de Prática – CoPs como uma possibilidade alternativa, que se difere das modalidades de cursos de “capacitação” e “treinamento” em que o professor formador atua como protagonista na definição prévia das ações e das dinâmicas a serem desenvolvidas no processo de formação. No Brasil, alguns pesquisadores têm se debruçado em estudar as potencialidades das CoPs para aprendizagem de PEM (CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; BALDINI; CYRINO, 2016; ESTEVAM; CYRINO, 2019; FIORENTINI, 2009; NAGY, 2013; OLIVEIRA; CYRINO, 2019; ROCHA; CYRINO, 2019; TINTI; MANRIQUE, 2017).

Uma CoP, na perspectiva da Teoria Social da Aprendizagem (LAVE; WENGER, 1991), é considerada como um contexto em que o indivíduo desenvolve práticas (incluindo valores, normas e relações) e constitui identidades apropriadas àquela comunidade por meio da participação. Entretanto, a participação não supõe o indivíduo somente tomar parte das ações, mas inclui o engajamento na prática. Estar engajado, de acordo com Rocha e Cyrino (2019), significa interagir com seus pares, de modo a negociar situações, conflitos, se posicionar favorável ou contrariamente, consciente de suas ações e consequências.

Wenger (1998) entende significado, prática, comunidade e identidade como componentes (interligados e mutuamente definidores) necessários para caracterizar a participação como processo de aprender e conhecer. Desse modo, compreender a prática de uma CoP pode nos fornecer informações importantes para a proposição de empreendimentos que promovam a aprendizagem dos envolvidos na formação.

Tinti e Manrique (2017, p. 202) realizaram um mapeamento de pesquisas brasileiras a respeito de processos formativos de professores na perspectiva das CoPs, e apontam que "nesses espaços formativos, oriundos das CoPs, os participantes se sentem motivados a aprender e a compartilhar experiências [...] além da responsabilidade com a formação individual e coletiva dos membros das CoPs".

O presente estudo analisa elementos da prática de um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em contexto de formação continuada, a fim de discutir sua contribuição para a promoção de aprendizagens profissionais relacionadas ao pensamento algébrico. Por conta da dinâmica realizada e do envolvimento das participantes, o grupo assumiu caraterísticas de uma CoP e, para referi-lo, utilizaremos a sigla CoP-PEMAI[1].

Nas próximas seções apresentaremos a perspectiva da formação de professores em CoPs, o contexto investigado, os procedimentos metodológicos, para em seguida discutir os elementos da prática da CoP-PEMAI que foram potencializadores da promoção da aprendizagem de suas participantes.

2.2 A formação de professores em CoPs

De acordo com André (2010), a formação docente tem que ser pensada como um aprendizado profissional ao longo da vida, o que implica o envolvimento dos professores em processos intencionais e planejados, que possibilitem mudanças em direção à prática deles em sala de aula.

Para Imbernón (2009, p.49), a formação continuada deve "fomentar o desenvolvimento profissional do professor potencializando um trabalho coletivo de mudança

[1]Comunidade de prática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais.

da prática”. Portanto, as práticas são desenvolvidas, levando em conta a heterogeneidade dos modos de agir e pensar dos membros, porém com base numa construção coletiva. Uma prática efetiva evolui com a comunidade como um produto coletivo. Cada comunidade tem um modo específico de fazer sua prática, visível pelos meios que desenvolve, e compartilha conhecimento. (WENGER; McDERMOTT; SNYDER, 2002, p. 39)

Sowder (2007) assume o desenvolvimento profissional como um processo mobilizado em espaços de formação continuada, os quais promovem aprendizagens profissionais, relacionadas às práticas docentes, que permitem ao professor desenvolver outras formas de pensar e agir.

As CoPs têm se apresentado como espaços formativos propícios para o desenvolvimento profissional de professores, em especial de professores que ensinam Matemática (BALDINI, 2014; CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; ESTEVAM; CYRINO, 2019; FIORENTINI, 2009; NAGY, 2013; PONTE, 1998; ROCHA; CYRINO, 2019, TINTI; MANRIQUE, 2017). Tardif (2002) e Costa (2004) reiteram a necessidade de criar espaços que oportunizem momentos para compartilhar vivências entre pares, por meio da valorização dos saberes docentes.

Wenger e seus colaboradores (2002) enfatizam o estabelecimento de relações horizontalizadas entre os participantes/membros de uma CoP, que se diferem dos princípios hierárquicos tradicionais, uma vez que “o coordenador encoraja a participação de cada um dos membros da CoP, valorizando a unicidade de suas diferentes formas de manifestação” (OLIVEIRA; CYRINO, 2019, p. 515).

No contexto formativo de uma CoP, os membros participam de modo ativo e de forma colaborativa, compartilhando conhecimentos, experiências e aprendizagens (BALDINI; OLIVEIRA; CYRINO, 2017, p.57).

Wenger, McDermott e Snyder (2002), com base na Teoria Social da Aprendizagem (LAVE; WENGER, 1991), caracterizam uma CoP pela existência de três elementos estruturais: *domínio, comunidade* e *prática*.

O *domínio* é o elemento que mobiliza os membros a contribuírem e participarem da comunidade na busca da afirmação dos seus propósitos, ações, iniciativas e valorização de seus membros. O desejo de aprender e o interesse pelo domínio levam os membros a se engajarem na *comunidade*, construindo relações de reciprocidade, interação, aprendizagens e resolução de conflitos que são partilhadas mutuamente entre si na *prática* da comunidade.

A *prática* de uma CoP envolve três dimensões: compromisso mútuo, empreendimento articulado e repertório compartilhado.

O *compromisso mútuo* é desenvolvido ao longo do processo de constituição da CoP, à medida que seus membros passam a se sentir parte da comunidade, ou seja, ela é um espaço que favorece a comunicação genuína, sobre os modos de pensar, agir e resolver situações de conflito.

> Os motivos que levam as pessoas a participarem de uma prática são distintos e a importância dessa prática na vida de cada um é única, contudo o que os mantém conectados são as relações de engajamento mútuo que acontecem a partir da necessidade de lidar com as dificuldades e as inquietações decorrentes da prática. (CYRINO; CALDEIRA, 2011, p.377)

Para Rocha e Cyrino (2019, p. 17), "é por meio da participação em comunidades sociais que conseguimos transformar quem somos, modificar nossas experiências, ampliar ou alterar os significados que damos para aquilo que cerca nossa vida". Assim, ao negociar suas ideias, ações, atitudes e aprendizagens, os membros da CoP têm a oportunidade de ressignificar a própria prática.

Em uma CoP, o papel do professor formador é ouvir ideias, sugestões, propostas, promover o confronto de ideias e hipóteses, fomentar argumentos e discussões e apoiar a participação dos membros (OLIVEIRA; CYRINO, 2019, p. 516).

> O formador de professores, é alguém que possui conhecimentos teóricos e práticos mais amplos a respeito da proposta de formação, na perspectiva das CoPs. No entanto, apenas esse conhecimento não lhe confere a posição de coordenador. O que define o poder do formador de professores como coordenador é a propriedade e a legitimidade que ele conquista, por meio de sua participação nas práticas da CoP e nas negociações de significados.

Sendo assim, não basta instituir o formador como coordenador, é preciso que suas atitudes estejam em acordo com seu discurso, para que ele tenha credibilidade com os demais participantes da comunidade (OLIVEIRA; CYRINO, 2019, p. 516).

O aspecto da heterogeneidade é outro ponto a se considerar no engajamento da comunidade, pois o *compromisso mútuo* requer, "além de fazer coisas juntos, o compromisso com a aprendizagem do outro e o desenvolvimento de relacionamentos que nem sempre implicam em homogeneidade" (BALDINI; CYRINO, 2016, p. 186).

Na relação de engajamento e compromisso mútuo, os participantes, seja o professor/formador seja o professor/participante, assumem o papel de protagonistas responsáveis por sua aprendizagem e pela aprendizagem dos membros da CoP, por definir empreendimentos e por promover troca mútua de repertórios, que são negociados, compartilhados e legitimados.

Os *empreendimentos articulados* constituem “um conjunto de ações articuladas a serem desenvolvidas, construídas por meio de um processo de negociação dos participantes e não a partir de um acordo estático, com a finalidade de alcançar um determinado fim” (ROCHA; CYRINO, 2019, p. 173). Assim, em uma CoP, os empreendimentos são negociados, o que resulta no senso de responsabilidade e compromisso mútuo e isso se reflete nas ações definidas e negociadas.

> A negociação de empreendimentos articulados, não se refere apenas à definição e realização do objetivo mais geral da prática, mas envolvem também outros aspectos, como manter um bom relacionamento com os demais, compartilhar obrigações, propor sugestões, manter sua posição na comunidade e tornar espaço mais agradável para eles mesmos. Em consequência os empreendimentos articulados criam relações de responsabilidade mútua entre os participantes que são incorporados na prática da comunidade. (CYRINO; CALDEIRA, 2011, p. 377)

Oliveira (2014) salienta que, como os processos de articulação dos empreendimentos são legitimados como algo de interesse para a CoP, as responsabilidades são compartilhadas e negociadas, buscando meios para alcançá-los.

No momento em que os membros da CoP partilham entre si elementos que emergem das suas negociações, eles compartilham um repertório. Esse *repertório compartilhado* é constituído por histórias, acontecimentos, palavras, conceitos, modos de fazer e agir. Ao se estabelecer um espaço comunicativo, por meio de relatos orais ou escritos, tais repertórios são interpretados e enunciados nos discursos da CoP e reconhecidos como pertencentes a ela (ROCHA; CYRINO, 2019).

Para Serrazina (2018), a comunicação em pequenos grupos ou aos pares possibilita um movimento que, posteriormente, é partilhado no momento de socialização coletiva dos repertórios negociados. Esse momento de socialização é fundamental para compartilhar os discursos, as ações de interpretar e julgar as questões, resoluções, problemas e observações, do ponto de vista matemático e didático.

A comunicação foi discutida por Lins (1994), ao apresentar o Modelo dos Campos Semânticos (MCS). Durante os processos de interação comunicativa, a partir de um enunciado, o interlocutor produz enunciações, tendo em conta os significados que atribuiu para eles.

Do mesmo modo, o aspecto comunicativo dos repertórios, compartilhados pelos membros de uma CoP, envolve processos de argumentação e validação que são mobilizadores de aprendizagens em contextos formativos.

Na CoP investigada neste estudo, as professoras, participantes da pesquisa, evidenciaram o desejo mútuo em aprender e ensinar Álgebra, as oportunidades de auxiliar umas às outras a pensarem e elaborarem estratégias de resolução de tarefas e a compartilharem repertórios por meio das práticas vivenciadas e negociadas sobre o ensino da Matemática. A seguir, apresentaremos o contexto investigado.

2.3 O contexto investigado: a constituição da CoP-PEMAI

Investigamos o processo de formação continuada de um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental na cidade de Maringá (PR), com o intuito de promover o desenvolvimento profissional das participantes, por meio de um grupo de estudos, especificamente em relação aos aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico para esse nível de ensino. Essa temática foi sugerida pelas formadoras-pesquisadoras[1], em virtude de discussões desencadeadas pela reformulação curricular do município, a partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Com a aprovação da proposta de formação pela Secretaria Municipal de Educação de Maringá, foram convidadas professoras de uma região que contém 10 escolas. Inicialmente, se inscreveram 19 professoras, oriundas de seis dessas escolas. No primeiro encontro participaram 15 professoras, sendo que dez estiveram presentes regularmente na maioria dos encontros. Dentre estas, cinco atuavam com turmas de 3.º ano e três com turmas de 4.º ano. Além de uma que exercia a função de coordenadora pedagógica e uma que atuava como assessora pedagógica na Secretaria de Educação.

Em relação ao tempo de exercício do magistério nos anos iniciais do Ensino Fundamental, três professoras tinham menos de 10 anos, cinco professoras tinham entre 11 e 20 anos e duas professoras mais de 21 anos. A fim de preservar suas identidades[2], elas estarão nominadas ao longo deste estudo com os seguintes códigos[3]: AI, A2, A3, C1, E1, J1, N1, R1, T1 e V1. As formadoras estão identificadas com as siglas[4] FC e FM.

[1]Primeira autora deste artigo e Mayara Cristina Sugigan, integrantes do GEPEFOPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática. Mayara é licenciada em Matemática. Este fato possibilitou ampliar as discussões, traçando um panorama do ensino da Álgebra para além dos anos iniciais, de modo que as professoras pudessem perceber o percurso do pensamento algébrico ao longo de todo o Ensino Fundamental.

[2]De acordo com as normas do comitê de ética da UNESPAR.
[3]Os códigos se referem às letras iniciais dos nomes reais das professoras participantes.
[4]FC (Formadora Cristiane) e FM (Formadora Mayara).

O grupo se reuniu quinzenalmente, em uma das escolas em que havia professoras inscritas, de agosto a novembro do ano de 2019, totalizando dez encontros de quatro horas cada um. Os encontros ocorreram fora da jornada de trabalho das participantes.

Com o desenvolvimento da formação, o grupo assumiu características de uma CoP. A participação das professoras foi voluntária e não por uma determinação da Secretaria, de modo que aspectos, como o interesse comum pelos mesmos objetivos, na busca de conhecimentos profissionais que contribuíssem para lidar com dificuldades próprias da prática docente, levaram as PEMAI a estabelecer relações de *engajamento mútuo* na prática da CoP. Na dinâmica da comunidade, as PEMAI se sentiam acolhidas por seus pares, cujo *domínio* esteve pautado nas aprendizagens em relação ao pensamento algébrico, desencadeadas no contexto de formação. O espaço comunicativo proporcionado pelas relações entre os membros da CoP mobilizou *repertórios compartilhados,* por meio dos processos de *negociações de significados*, envolvendo a *participação* e a *reificação*[1]. Durante as interações, a realização dos *empreendimentos articulados,* de forma conjunta pelo grupo, proporcionou as aprendizagens.

No questionário, que responderam no primeiro encontro, as professoras, todas advindas da formação inicial em pedagogia, mencionaram ter estudado pouca Matemática, bem como poucos aspectos relacionados ao ensino da Álgebra.

Quadro 2.1: Formação inicial e Matemática – 13/08/2019

A1: Na minha formação [inicial] a Álgebra não foi pontuada de forma específica, acredito que até mesmo porque quando se "fala" sobre o assunto se remete à formação de professores das séries finais do Fundamental, Ensino Médio e Graduação. *J1: Na faculdade a disciplina de Metodologia de Matemática trata muito pouco dos conteúdos, e as formações continuadas ainda não são suficientes.* *T1: Minha formação é Magistério e Pedagogia. Vejo que falta muito a discussão e estudo a respeito dos conteúdos de Matemática. Até porque muitos conteúdos decoramos sem compreender o sentido/conceito durante toda nossa escolarização. Nesse contexto, o estudo da Álgebra ficou para os anos do Ensino Fundamental II, mas de forma bem tradicional.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

As informações coletadas por meio do questionário inicial foram o ponto de partida para negociar os empreendimentos que se estabeleceram na prática da CoP-PEMAI, no decorrer nos encontros.

A dinâmica dos encontros era organizada, de modo que as professoras participavam de momentos de discussões e resolução de tarefas nos pequenos grupos e, na sequência, socializavam, no grande grupo, suas hipóteses sobre as soluções negociadas.

[1]No processo de reificação "damos forma à nossa experiência", por meio de ações como fazer, representar, nomear, descrever, interpretar, entre outras (CALDEIRA, 2010). Wenger (1998) enfatiza que a reificação se refere tanto ao processo como ao produto dos momentos de negociação.

2.4 Procedimentos metodológicos da investigação

A presente investigação assumiu um caráter qualitativo com características da pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), tendo em vista que as pesquisadoras atuaram também como formadoras, intervindo no processo, promovendo discussões, levantando questionamentos e hipóteses que evidenciassem as práticas expressas durante as discussões dos membros da CoP-PEMAI.

Utilizamos como instrumentos para a coleta de informações os registros escritos pelas participantes da CoP-PEMAI, as resoluções das tarefas, os Diários de Bordo[1] e o Diário de Campo da pesquisadora, além das gravações em áudio dos encontros, compostas por discussões nos pequenos grupos e discussões coletivas com todos os participantes da CoP, desencadeadas pela socialização das discussões no pequeno grupo.

A partir das gravações em áudio foi possível identificar episódios, que foram transcritos e utilizados na análise para identificar elementos da prática que foram potenciais para aprendizagens das professoras.

No processo de análise dos dados, valemo-nos de aspectos da análise interpretativa (ERICKSON, 1986), constituídos por cinco etapas. Na primeira etapa, analisamos detalhadamente as discussões gravadas em áudio de cada grupo, no decorrer de cada encontro, buscando indícios de elementos que compuseram as práticas presentes na dinâmica da CoP – PEMAI.

Na etapa dois, debruçamo-nos na análise seletiva de episódios em que tais elementos se mostrassem mais evidentes, bem como a frequência em que se repetiam durante os processos de negociação e comunicação estabelecidos entre as participantes da CoP-PEMAI. Na terceira etapa, focalizamos a atenção nos registros escritos, a fim de buscar aspectos comuns aos já identificados nas discussões dos episódios gravados em áudio.

Posteriormente, agrupamos em tópicos, que caracterizassem os elementos observados na prática da CoP, as similaridades presentes nos episódios analisados e nos registros escritos. Enfim, na etapa cinco, com base na literatura (CALDEIRA, 2010; ROCHA; CYRINO, 2019; SERRAZINA, 2018), identificamos elementos da prática, presentes na dinâmica da CoP-PEMAI que serão descritos e analisados na próxima seção.

---

[1]O Diário de Bordo, chamado pelas professoras de “caderninho”, foi proposto pelas pesquisadoras, no intuito de que, ao final de cada encontro, fossem registrados impressões, dúvidas, questionamentos, de maneira individualizada. A partir da leitura dessas informações, era possível propor novos encaminhamentos para os encontros da CoP-PEMAI.

2.5 Elementos da prática da CoP-PEMAI: Análise e discussão dos resultados

Nesta seção, apontamos e discutimos episódios que evidenciam elementos da prática da CoP-PEMAI que foram potenciais para aprendizagens das professoras, nomeadamente: i. *negociações de significados,* ii. *empreendimentos articulados no grupo e* iii. *comunicaçõe*s. Para apresentação dos resultados, os episódios estão organizados com excertos das falas das PEMAI, o tópico norteador da discussão, o grupo no qual a discussão ocorreu e a data. Os registros escritos são seguidos pela identificação da professora participante do estudo e pela data de sua produção.

2.5.1 A prática da CoP-PEMAI e as negociações de significados

Na prática da CoP-PEMAI, foram negociados significados acerca das *concepções de Álgebra e pensamento algébrico,* das *relações entre Álgebra e Aritmética* identificadas nas tarefas exploradas.

As concepções a respeito de Álgebra e pensamento algébrico foram manifestadas, durante as discussões nos pequenos e nos grandes grupos, nos episódios que retratam negociações realizadas no primeiro encontro, a partir de uma questão problematizadora lançada pelas formadoras:

Se vocês tivessem que explicar a algum professor o que é pensamento algébrico, o que diriam? Esta forma de pensamento se difere de Álgebra?

No terceiro encontro, após as professoras terem resolvido tarefas que abordavam o pensamento algébrico (2.º encontro), elas discutiram algumas perspectivas, presentes na literatura[1] (BLANTON; KAPUT, 2005; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2007; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; LEE, 2001; LINS,1992; 1994; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Tais discussões, realizadas no pequeno grupo e, posteriormente, socializadas e negociadas no grande grupo, estabeleceram relações entre as concepções iniciais delas e as perspectivas trazidas pelos referidos autores, as quais foram identificadas na exploração das tarefas propostas.

No decorrer dos encontros subsequentes, as negociações giraram em torno dos momentos de resolução das tarefas, perpassando pelas relações entre Álgebra e Aritmética e as estratégias que permitem o desenvolvimento do pensamento algébrico.

---

[1]Compilado da perspectiva dos autores.

2.5.1.1 Negociações acerca das concepções de Álgebra e pensamento algébrico

Os elementos negociados por meio das enunciações nos pequenos grupos – aspectos da Álgebra e concepções sobre o desenvolvimento de pensamento algébrico – deixam transparecer que as PEMAI traziam inicialmente um vocabulário próprio, ainda que de certo modo limitado e fragmentado, como vemos nos excertos no Quadro 2.2, que apresenta a discussão realizada no pequeno grupo.

Quadro 2.2: Tentativa de diferenciar Álgebra e pensamento algébrico, 1.º encontro 13/08/2019

A1: Quando a gente fala em Álgebra na Matemática, de maneira simplória, é quando usamos letras e números para resolver uma situação, funções. *N1: Se perguntar para mim agora, que eu não tenho isso consolidado, a Álgebra é diferente do pensamento algébrico. Eu penso assim. Não sei vocês, o que vocês pensam?* *A3: Seria como se um explicasse o outro. No pensamento algébrico eu explico a Álgebra.* *N1: É... o pensamento algébrico explica, mas a Álgebra, ela está dentro do pensamento algébrico.* *A1: Então a Álgebra se difere do pensamento?! É isso?!* *N1: Ela está, digamos assim, contida no pensamento algébrico, mas ela tem diferença, tem as suas particularidades, na minha opinião [..].* *A3: Como se o pensamento algébrico fosse a teoria, a explicação; e a Álgebra, a prática.* *N1: Ela é diferente, tem uma simbologia, porque você tem uma regra.* *A1: Ela é sistemática, organizada, regrada. É o que a gente acha.* *N1: [...] para ter Álgebra você não tem que ter fórmula? Isso é Álgebra, para mim...o pensamento algébrico é o que eu vou fazer com essa fórmula.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Nestes trechos de enunciação, parece que os conhecimentos sobre Álgebra demonstrados pelas PEMAI, trazidos à memória e negociados durante as discussões nos grupos, referem experiências vivenciadas durante seu processo de escolarização anterior à formação inicial. Isso é observado, quando mencionaram elementos relacionados à linguagem algébrica, como *letras, simbologia, fórmulas e expressões.*

Na visão de Squalli (2000, p.277), a linguagem algébrica se constitui por elementos matemáticos que envolvem a construção e a interpretação de modelos algébricos, a manipulação de expressões algébricas, seguindo regras, e a elaboração e a aplicação de estruturas e de procedimentos. As falas iniciais das PEMAI, no decorrer dos primeiros encontros, ao se referirem à Álgebra, enfatizaram tais elementos.

Outro aspecto, percebido, nos episódios analisados, diz respeito às negociações acerca da tentativa de diferir Álgebra e pensamento algébrico, como vemos nas negociações no grande grupo (Quadro 2.3).

Quadro 2.3: Negociações sobre as concepções de Álgebra e pensamento algébrico - 1.º encontro, 13/08/2019

T1: [...] são coisas diferentes. Álgebra, primeira imagem, contas, equações, letras e números. pensamento algébrico envolve o compreender essas contas, essas equações e esses números da Álgebra, dar sentido àquilo que está sendo feito. Álgebra é decorada, pensamento algébrico é a compreensão.

E1: O processo mental, como se daria esse pensamento, a questão do processo. [...] *A1: O pensamento algébrico, um exemplo dele que a gente trabalha, é a operação inversa, para mim ela está ligada ao pensamento algébrico, é assim um exemplo bem claro de atividade que a gente faz, que é o processo como as meninas colocaram. E a Álgebra, ela é a questão mais organizada, regrada, o pensamento é uma construção e a Álgebra vem mais com fórmula. Regrada no sentido de ter as regras que vão seguir, as fórmulas, como você tem que fazer[...]* *J1: A gente colocou mais ou menos como aquela questão do processo mental, desde a construção do conceito de número para conseguir chegar lá no que a T1 falou da questão das equações. Discutimos sobre a questão do esforço cognitivo que, se ele não sabe quanto o número vale, quanto tem ali tudo que teve na construção daquele número como é que ele vai resolver aquela equação depois, aquela operação. Acho que entra na questão do processo mental.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Chama-nos a atenção, nos excertos anteriores, as tentativas de atribuir significados para Álgebra e pensamento algébrico, também com base nos conhecimentos que as PEMAI já possuíam em suas experiências, que pudessem ser validados pelos membros da CoP-PEMAI. Os significados estabelecidos pelas PEMAI apresentam um princípio de aprendizagem desses elementos. Para Lins (1992), o pensamento algébrico é compreendido como um meio de produção de significados; e a Álgebra, um conteúdo que faz sentido a partir desse pensamento. Lins (1992) e Cyrino e Oliveira (2011, p.103) utilizam a expressão pensamento algébrico como "um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles".

Em suas falas, as PEMAI utilizaram expressões que remetem a um tom de incerteza sobre o que se estava transmitindo no momento da enunciação, demonstrando, de certo modo, lacunas, advindas da formação inicial, no conhecimento para ensinar Matemática, em especial a Álgebra, como observamos no Quadro 2.4.

Quadro 2.4: Momentos de incerteza 1.º encontro, 13/08/2019

*C1: **Não sei** se está ligado à expressão numérica e **mas será** que a expressão numérica se enquadra em álgebra?* *N1: **Para mim** a álgebra é diferente do pensamento algébrico. **Eu penso** assim [...].* *J1: **Eu acho** que entra na questão do processo mental.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Estas negociações entre as participantes da CoP-PEMAI conduziram a aprendizagens, e, assim, no decorrer dos encontros, ao adquirirem o domínio dos conhecimentos necessários para sua atuação como professoras que ensinam Matemática, elas foram se tornando mais seguras e confiantes.

Sobre tal aspecto da negociação, Rodrigues e Cyrino (2017) apontam, com base em Wenger (1998), que "a aprendizagem é compreendida como prática social que ocorre na nossa experiência de participação no mundo em um processo de negociação". A CoP-PEMAI se tornou, desde o primeiro encontro realizado, um espaço propício para que as negociações ocorressem num processo de partilha e engajamento mútuo entre os membros (LAVE; WENGER, 1991) e na constituição dos empreendimentos compartilhados na prática da CoP-PEMAI, como será discutido mais à frente nesta seção.

Os episódios transcritos dos diálogos referentes ao terceiro encontro da CoP-PEMAI demonstram as negociações que foram observadas, após as PEMAI terem realizado a resolução de tarefas, com potencial algébrico, possíveis de serem exploradas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seguida das análises a partir das perspectivas de pensamento algébrico, propostas por autores que investigam a temática.

A questão norteadora proposta pela formadora foi: *O que vocês perceberam* [após a discussão nos pequenos grupos]*? Anotaram algo? Conseguiram estabelecer alguma relação com as nossas discussões e com relação às tarefas?*

Diferente dos episódios anteriores, após alguns momentos de discussões nos pequenos grupos, as enunciações sobre os significados dados pelas PEMAI, para Álgebra e pensamento algébrico, passaram a ter respaldo nas perspectivas apontadas pelos autores estudados, como vemos no episódio de discussão no grande grupo (Quadro 2.5).

Quadro 2.5: Princípio de uso do vocabulário algébrico - 3.º encontro, 10/09/2019

FC: A partir das tarefas, discussões e leitura o que ficou sobre o pensamento algébrico e suas características? *J1: Eu acredito que a questão dos símbolos.* *A1: Acho que a generalização que nós não colocamos.* *A2: Raciocínio lógico – raciocinar algebricamente.* *E1: Analisar, comparar,* *A1: A modelação, que vários autores utilizam.* *FM: O que seria essa modelação? Tem alguma tarefa que vocês acham que foi um tipo de modelação?* *FM: A tarefa das mesas é um tipo de modelação.* *E1: Verificação, validação.* *V1: Igualdade, desigualdade.* *J1: Atribuição de significados (ver os símbolos de outra forma).*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

As expressões enunciadas nos primeiros encontros (*"eu acho"*, *"eu penso"*, *"pra mim", "não sei", "mas será")* demonstrando certa incerteza das PEMAI, em relação aos conceitos de Álgebra e pensamento algébrico, foram sendo substituídas por enunciações, com terminologias e significados, presentes nos estudos abordados pelos autores.

A partir deste episódio, passaram a fazer parte do vocabulário das PEMAI, nos momentos de negociações, aspectos que se reportam às características do pensamento algébrico, na perspectiva dos autores estudados, como: *generalização* (BLANTON; KAPUT, 2005), *modelação* (CYRINO; OLIVEIRA, 2011) *pensar aritmeticamente* (LINS, 1992, 1994), além de elementos envolvidos no pensamento algébrico, como analisar, comparar, validar, igualar, entre outros.

Tais elementos aparecem também de forma evidente nos episódios analisados nas próximas seções.

2.5.1.2 Negociações acerca dos elementos de pensamento algébrico, identificados nas tarefas exploradas: relações entre Álgebra e Aritmética

Neste tópico, as discussões são realizadas em torno da identificação de elementos do pensamento algébrico, presentes na exploração da tarefa *"Quantos doces há na caixa*?" (Anexo I).

No início do episódio apresentado no Quadro 2.6, durante a discussão no grande grupo, a PEMAI – A1 explicou, a partir do questionamento da formadora, os elementos que identificara na análise da tarefa. Na sequência, E1 deu continuidade à fala da colega, pontuando os aspectos que seu grupo reconhecera. Ela validou um dos aspectos apontados por A1, e, em seguida, acrescentou outros, acompanhado da explicação. Dando continuidade às negociações, J1 adicionou mais um aspecto do pensamento algébrico, observado pelo seu grupo.

Quadro 2.6: Identificação de aspectos do pensamento algébrico na tarefa *"Quantos doces há na caixa?" –* 4.º encontro, 24/09/2019

FC: O que vocês pontuaram que têm de pensamento algébrico nessa tarefa? *A1: Eu fui percebendo assim [...] está falando de* ***igualdade****, porque fala exatamente a mesma quantidade. Também faz a* ***comparação,*** *porque eu tenho que comparar o que um tinha, o outro tinha e fazer a* ***análise*** *do todo [...].* *E1: A comparação nós colocamos [...] Colocamos* ***incógnita e validação*** *[...] você vai refutar ou confirmar aqueles aspectos que você estava procurando [...] e a incógnita [...] porque quando ele fala que está dentro da caixa, que está escondido, então é um X, não sabemos qual é o número que está lá dentro [...].* *J1: Nós colocamos também* ***dedução****. Porque quando resolvemos no quadro, conseguimos uma fórmula, mas antes quando tínhamos resolvido aqui no grupo, não fizemos uma operação, nós deduzimos.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Notamos que, durante este processo de negociação dos elementos de pensamento algébrico, pelas participantes da CoP-PEMAI, ocorreu uma tentativa de argumentação dos pontos de vista identificados na análise da tarefa, evidentes nas explicações das PEMAI. Tais argumentos foram sendo validados pelos membros, ao concordarem ou não com as explicações e as colocações das colegas, como percebemos no Quadro 2.7.

Quadro 2.7: Validação das negociações I: Grande grupo, 4.º encontro, 24/09/2019

*E1: É porque as balas que estão fora, elas fazem a gente ter um percurso a fazer por dedução mesmo***.** [validando o argumento de J1] *A1: Eu não concordo com a incógnita. Eu acho que vamos ...por comparação, por análise, entendeu? Daria*

para resolver pensando na incógnita, não digo que não seja, por exemplo, daria para aplicar, mas eu acho que para criança, ela vai mais pela comparação [...] [refutando o argumento de E1] *FM: É mais no sentido de tratar um desconhecido como um conhecido, não tem aquele valor, mas a gente deduz que tem [...] por conta disso é uma incógnita*. [validando o argumento de E1]

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Identificamos, em um dos trechos na sequência do episódio (Quadro 2.8), as relações estabelecidas entre Álgebra e Aritmética.

Quadro 2.8: Validação das negociações II: Grande grupo, 4.º encontro, 24/09/2019

V1: Eu coloquei adição. Foi dado para gente o total, houve uma adição, foi somado antes que é o total 24 doces. *FM: Vocês concordam com o que todos pontuaram. Ou tem algum item que não cabe aqui nessa tarefa?* *FC: O que vocês acham da adição. Vocês concordam com a colega?* *V1:* [Tenta retomar a explicação inicial] *A adição ali seria o seguinte, houve uma adição ali tanto [...] que se sabe o valor total dos doces.* *FC: Entraria em qual aspecto do pensamento algébrico?* *A1: Seria talvez pensar aritmeticamente.* *FC: O cuidado que a gente precisa ter, porque a Aritmética e o pensamento algébrico estão muito próximos. E muitas coisas que fazemos realmente com nossos alunos do 1.º ao 5.º ano, fazemos por conta até de uma tradição, porque nosso trabalho é muito pautado em números e operações. Então fazemos muitas vezes, com esse olhar para Aritmética. Mas até que ponto é só adição, agora quando junto com essa adição, eu trago todos aqueles outros aspectos ali. Então eu tenho também o pensamento algébrico [...] E vai depender de como eu mobilizo a atenção da criança para a tarefa.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Na sequência da fala de V1, houve um silêncio no grupo, denotando que todas pareciam pensar se seria coerente ou não o aspecto pontuado pela colega. Em seguida, a formadora questionou o grupo, na tentativa de mobilizar uma validação ou uma refutação sobre o aspecto enunciado por V1. A formadora novamente lançou um questionamento mais direcionado, com o propósito de negociar com os membros da CoP quais aspectos da exploração da tarefa estariam relacionados a Álgebra e Aritmética.

V1 voltou a insistir em seus argumentos quanto à resolução por meio da propriedade aditiva. De novo, a formadora interveio, chamando a atenção das PEMAI para tais aspectos.

Garcia (2014) chama a atenção para as interações que requerem a participação atenta do formador para que as situações mobilizadas na prática da CoP se tornem oportunidades de negociações de significados. No episódio apresentado, as formadoras valorizaram os argumentos das PEMAI, promovendo questionamentos para ampliar as discussões, de modo que fossem estabelecidas relações entre as compreensões das participantes do grupo e os estudos realizados durante os encontros.

Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018, p. 56) assumem o pressuposto de que “elementos algébricos podem (e devem) ser trabalhados conjuntamente com os elementos aritméticos, desde os anos iniciais”.

Em suma, no processo de negociação, “produzimos significados que ampliam, redirecionam, rejeitam, reinterpretam, modificam ou confirmam – em outras palavras, que voltam a negociar – as histórias de significados de que são parte” (CYRINO; CALDEIRA, 2011, p. 378).

2.5.2 A prática da CoP-PEMAI e seus empreendimentos

A negociação de empreendimentos, como dimensão da prática de uma CoP, é um elemento que possibilita o engajamento entre os seus membros, uma vez que permite a articulação de ações e condutas vivenciadas. Os empreendimentos propostos durante os encontros da CoP-PEMAI envolveram dois aspectos principais: **a *exploração de tarefas matemáticas com potencial algébrico*** para serem trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a ***tomada de decisões acerca de situações diversificadas*.**

Identificamos na prática da CoP-PEMAI, empreendimentos que possibilitaram também uma articulação com a prática docente em sala de aula. Corroborando Estevam e Cyrino (2019, p 237), “os empreendimentos devem ser articulados e acompanhados de reflexões profundas que os relacione a demandas impostas na/pela prática profissional dos professores em processo de formação”.

2.5.2.1 Empreendimento acerca da exploração de tarefas matemáticas com potencial algébrico

As professoras participantes da CoP/PEMAI negociaram empreendimentos relacionados à ***exploração de tarefas matemáticas com potencial algébrico***, durante as aulas de Matemática com os alunos dos anos iniciais, quais sejam: *i. seleção de tarefas com potencial para mobilizar e explorar o pensamento algébrico nos anos iniciais; ii. planejamento/seleção de tarefas para proposição e exploração de tarefas em sala de aula; iii. relato de experiência sobre a exploração das tarefas com os alunos.*

A seguir, no Quadro 2.9, apresentaremos excertos extraídos dos registros das PEMAI nos *Diários de Bordo*, nos quais C1 e J1 relataram a experiência vivenciada, ao explorarem uma das tarefas discutidas na CoP-PEMAI, com seus alunos em sala de aula, a partir do seguinte questionamento realizado pela formadora: *A dinâmica realizada no grupo contribuiu para sua experiência de explorar a tarefa com seus alunos? De que forma?*

Quadro 2.9: Contribuição do empreendimento de exploração de tarefas

C1: Me ajudou a estimular os alunos a dar suas respostas, sem medo de certo ou errado, apenas que expusessem seu raciocínio de forma livre somente, para somente depois discutirmos as hipóteses levantadas. (Diário de Bordo, 21/09/2019)

J1: Contribuiu muito [...] a forma de questionar e tentar tirar deles a resposta. Conseguimos até montar uma fórmula com eles, acompanhando o raciocínio e demonstrando suas compreensões. (Diário de Bordo, 24/09/2019)

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Observamos que a experiência vivenciada nos empreendimentos da prática da CoP-PEMAI (ao explorarem as tarefas nos pequenos grupos, negociando estratégias de resolução para se chegar ao resultado, selecionando possíveis tarefas com potencial algébrico para serem exploradas em sala de aula e as negociações no grande grupo, a fim de validar estratégias e resultados) viabilizou que as PEMAI utilizassem, de maneira similar, a dinâmica com seus alunos, evidenciando a contribuição de tais empreendimentos para atuação delas em sala de aula.

Cyrino e Jesus (2014) reiteram que o professor, ao selecionar tarefas, precisa analisar suas potencialidades, ter claros os objetivos que almeja alcançar, estimular e engajar o aluno em sua resolução, criando, assim, oportunidades de aprendizagens.

2.5.2.2 Empreendimento de tomada de decisões acerca de situações diversificadas

As situações vivenciadas na prática da CoP-PEMAI desencadearam também, em vários momentos, ***empreendimentos relacionados à necessidade de tomada de decisões individuais e coletivas***, no sentido de perceberem suas próprias concepções, crenças e conhecimentos para ensinar Matemática (autoconhecimento) e defendê-las consigo mesmo e com os demais membros da CoP, na medida em que, ao compartilhar suas vivências docentes, se buscava a validação de seus argumentos por meio da confirmação de hipóteses. As discussões realizadas na prática da CoP-PEMAI, no decorrer dos encontros, de algum modo desestabilizavam as professoras, promovendo o gerenciamento de tais situações de conflitos. Assim, foram negociados os seguintes empreendimentos: *i.* i*nterpretação de situações e resolução de conflitos; ii. reflexões acerca da própria prática pedagógica e da profissão docente.*

A ***interpretação de situações e resolução de conflitos*** foi observada em excertos como mostrado no Quadro 2.10.

Quadro 2.10:: Interpretação de situações e resolução de conflitos I – 10/09/2019

N1: Se perguntar para mim agora, que eu não tenho isso consolidado, para mim a Álgebra é diferente do pensamento algébrico [...]
C1: Mas será que a expressão numérica se enquadra em Álgebra?
J1: Talvez, era a visão que nós tínhamos um pouco antes da exploração das tarefas, por exemplo.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No excerto anterior, as expressões *"se perguntarem para mim agora, que eu não tenho isso consolidado,"mas será?", "talvez"*, trazem embutidas a ideia de incerteza e insegurança, características bastante usuais nos primeiros encontros realizados pela CoP-PEMAI.

Serem questionadas sobre o porquê de terem pensado ou escolhido determinada estratégia de resolução da tarefa proposta, no início, era um fator que desestabilizava as professoras. Porém, com o passar dos encontros, essa dinâmica assumida pelos membros da CoP-PEMAI passou a ser vista de forma mais natural, como vemos nos excertos retratado no episódio a seguir (Quadro 2.11) pela PEMAI-J1:

Quadro 2.11: Interpretação de situações e resolução de conflitos II - PEMAI-J1, 10/09/2019

Colocamos a dedução também ***porque*** *entendemos que, de certa forma, foi por tentativa e erro, nós experimentamos [...]* ***Porque*** *eu entendo assim, tem situações aqui que [...], você consegue... meio que comparar [...] você não precisa fazer uma operação, fazer um esquema igual fizemos em várias situações [...]* *Eu coloquei a possibilidade de uso da tabela.* ***Porque*** *uma das maneiras que você fez no quadro e construímos juntos, foi uma tabela [...]*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

As ***reflexões acerca da prática pedagógica e da profissão docente*** também foram evidenciadas nos momentos de registro nos Diários de Bordo sobre as impressões das PEMAI, no que tange às suas aprendizagens e à participação na CoP-PEMAI, como apresentamos no Quadro 2.12.

Quadro 2.12: Reflexões acerca da prática pedagógica e da profissão docente I - 13/08/2019

E1: As primeiras questões já nos deixaram reflexivas, percebendo que temos muito que aprender. *C1: Ontem nós tivemos nosso primeiro encontro do grupo de Álgebra. Gostei da dinâmica, pois não é um curso onde somente uma pessoa fala, todos tem voz e assim juntando todas as opiniões, podemos chegar a um consenso sobre o assunto. Acredito que esta formação me trará mais conhecimento sobre Álgebra.* *N1: Considero principalmente, o meu crescimento acadêmico e o meu repensar sobre minha própria prática [...]* *A2: Iniciei o curso com o objetivo de adquirir e aprimorar conhecimentos, e já no primeiro encontro percebi que o curso vai ser muito importante para mim, diante da dificuldade que senti para explicar Álgebra* [o significado] *na tarefa realizada.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Nos excertos anteriores, retirados dos registros escritos nos Diários de Bordo, logo após o 1.º encontro da CoP, as PEMAI demonstraram suas expectativas e se colocaram como sujeitos aprendizes, situando-se a si mesmas no ponto da aprendizagem que se encontravam e traçando objetivos que almejavam alcançar no decorrer do processo de formação proposto pela CoP. Isso mobilizou as primeiras reflexões acerca da própria prática pedagógica. A participação na CoP-PEMAI favoreceu a abertura para as PEMAI exporem suas inquietações e dilemas relacionados ao cotidiano docente (NAGY, 2013). Tais condições estimulam o professor a participar da tomada de decisões e ter autonomia para escolher o que aprender e como aprender, facultando seu desenvolvimento profissional e o compromisso com a própria aprendizagem (GARCIA, 2014).

Nos encontros subsequentes, tais elementos se fizeram recorrentes, explicitando as mudanças ocorridas, durante as trajetórias de suas aprendizagens, na forma de pensar sobre os aspectos relacionados às tarefas sobre o pensamento algébrico, como observamos nos excertos do Diário de Bordo, apresentados no Quadro 2.13.

Quadro 2.13: Reflexões acerca da prática pedagógica e da profissão docente II

V1: O pensamento algébrico está cada vez mais claro, sou uma pessoa que não teve uma base muito boa [...] esse monstro está desaparecendo. (24/09/2019) *N1: Ainda não consigo conceituar colocar em palavras e definir, ou seja, conceituar o pensamento algébrico [...] Espero em breve conseguir conceituar com clareza e precisão. (26/08/2019)* *N1:Com a participação no grupo, consigo explorar mais as atividades*[tarefas] *e solicitar aos alunos que registrem o caminho percorrido de suas ações e como pensaram para resolver determinada atividade. (31/08/2019)* *A1: Certamente o grupo tem contribuído muito, consegui sanar várias dúvidas e refletir sobre conceitos e metodologias [...] (04/10/2019)*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Os excertos anteriores trazem indícios de que os empreendimentos articulados assumidos na dinâmica da prática da CoP-PEMAI foram fundamentais para promover as aprendizagens das PEMAI. Também estudos propostos por Estevam e Cyrino (2019) ratificam a potencialidade dos empreendimentos articulados para a reflexão e a prática docente, já que fortalecem a confiança dos professores para enfrentarem os desafios impostos pela profissão. (NAGY, 2013)

2.5.3 A prática da CoP-PEMAI e a comunicação

Os repertórios comunicativos compartilhados na prática da CoP-PEMAI envolveram aspectos relacionados a *Comunicação oral e Comunicação escrita*. Em relação à Comunicação oral, a seguir apresentaremos o episódio em que as PEMAI analisam e discutem a resolução da tarefa “Quantas pessoas na mesa?” (Apêndice I), realizada por uma criança[1]. Analisando os excertos (Quadro 2.14, Quadro 2.15, Quadro 2.16 e Quadro 2.15) observamos os seguintes aspectos:

[1]A resolução dessa tarefa foi explorada no primeiro encontro da CoP-PEMAI. Após alguns encontros foi proposta novamente para que analisassem a resolução de uma criança, por meio do empreendimento intitulado “incidentes críticos” (Foco de análise da pesquisadora Mayara Sugigan).

2.5.3.1 Aspectos da Comunicação oral

- Raciocínios com base nas ideias do outro e nas relações estabelecidas entre as diferentes estratégias de resoluções apresentadas.

- Compreensões compartilhadas de ideias matemáticas, envolvendo aspectos do pensamento algébrico nos anos iniciais.

- Articulação, justificação e validação das ideias matemáticas que levaram às resoluções das tarefas.

- Questionamentos pertinentes às discussões, visando dar sentido aos modos de raciocínio e relações estabelecidas.

Quadro 2.14: Raciocínios com base nas ideias do outro e nas relações estabelecidas entre as diferentes estratégias de resoluções 19/11/2019

A1: Considerando o número de pessoas como P, nós chegamos [a conclusão] *que o primeiro aqui, o fixo dela, 2x3, seria o número de pessoas das mesas que são diferentes das iniciais. Então pensamos assim... eu pego o número de mesas, que é um número qualquer menos 2 mesas que são as duas que estão representadas aqui* [nas pontas]*, vezes dois, porque o total de mesas x2 eu estaria multiplicando 2 aqui. Supondo 10 mesas daria 20 + 6 daria 26 e eu já estaria desconsiderando essas duas que eu já contei.* *FC: A R1 e a A2 fixaram aquele 2x3 de uma maneira diferente, uma diferente da outra por sinal, que aí elas perceberam depois que dava o mesmo resultado.* *R1: Eu fiz as representações tudo por desenho e mantive as 3 mesas, então 6 lugares que no caso na representação da menina 2x3 dá mais 2 lugares da ponta (+2). Quando ela acrescentou mais uma mesa, eu mantive essas 3 pensando no raciocínio da criança. Esses 3 continuam da mesma forma, 2x3 só que acrescentou, além desses dois lugares na ponta mais 2, então mais 4, e assim por diante. Fiz até o sétimo, por desenho. Então a FC, junto comigo estava pensando. "O que quer dizer esse 4?". Então, eu cheguei a expressão que o 2x3, que é o que ela manteve o tempo todo, mais os dois da ponta, por que esses dois aqui não mudaram em nenhuma quantidade de mesa. Então, cada mesa que acrescenta, sempre acrescenta mais dois lugares vezes o número de mesas acrescentadas. Aqui 2x3 não muda nunca, esses dois que são os lugares da ponta também não mudam, o que muda é o número de mesas que é acrescentado. Colocando aqui no 7, fica 2x3+2+2x4 que foi o número de mesas que acrescentei (no 4), no 7, porque já tinha três, acrescentei mais 4, e fazendo dá 2x4 = 8 +2 =10 +6 16, que é valor que dá quando tem 7 mesas, é o número de lugares para 7 mesas.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Quadro 2.15: Compreensões compartilhadas de ideias matemáticas envolvendo aspectos do pensamento algébrico nos anos iniciais

FC: Depois ficamos pensando na questão da generalização, porque ali ela tinha o valor que sabia, 7 mesas, descontou as 3 fixas e acrescentou 4, mas e se fosse para 20 então? Como fazer? Porque diferente desse a subtração está implícita. *A1: Faz a subtração antes daquele, porque aquele lá já aparece. Você coloca o número de mesas. Só que eu fiz diferente.* *R1: É você tirou as duas mesas da ponta, aqui eu mantive o raciocínio da criança que era sempre 2x3, então ela manteve sempre três mesas, aí acrescenta só o número de mesas.* *FC: A2 fez umas complementações nessa resolução.* *A2: Faço a equação direto, porque assim, o raciocínio foi o mesmo* *R1: É foi diferente* [o início da situação proposta] *porque a A2 manteve as mesas da extremidade, que é o 2x3. Ela foi acrescentando no meio (semelhante ao raciocínio da A1).* *A2: Essa extremidade, mais o número de mesas menos 2, porque será a mesa, e duas pessoas em cada mesa, om 5, com 6, com 7 mesas. Com 7 mesas, então 2x3 + número de mesas 7 -2 x2, aí 6 + 5 x2 = 16.* *A1: Com essa expressão vou descobrir o número de pessoas?*

R1: É! 16 é o número de lugares.
A1: 16 é o número de pessoas que vou ter com 7 mesas, certo?! Então antes da expressão não tem que ter um número "P" que é o de pessoas.
FM: Sim! Compreenderam como ela fez?!
R1: Na verdade é a mesma coisa. [Todas concordam]
FM: Sim! Por que quantas mesas você tem na extremidade?
R1: Duas
FM: Você tem duas, porque você tem uma em cada ponta, então a mesa da extremidade, é fixa o 2 é fixo, porque tem duas mesas, quanto lugares tem nessas mesas, 3 (as professoras respondem), 3 em cada mesa, então 3 também é fixo, mais o número de mesas total que é o que tinha, menos 2, que é as duas mesas da extremidade que a gente está tirando.
A1: É a mesa coisa com significados diferentes.
FC: Mas por que o seu é diferente? A A1 fixou essas duas mesas aqui (as da ponta)
J1: A FM foi lá e fomos pensando tentando achar um padrão. Depois de rabiscar tudo aqui, chegamos na fórmula que esse seria o 2x3 que ela fixou para ser essas mesas, daqui [três mesas iniciais desenhadas na tarefa], para esse 4 aqui por exemplo, ela iria fazer 2x por que?! Tecnicamente quando você acrescenta mais uma mesa, cada mesa tem dois lugares, porque os lugares da ponta, é fixo em qualquer um dos desenhos, seria o lugar de cada mesa, então 2 vezes o número de mesas que quero calcular, e testamos com 20 e 15 e deu certo também.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Quadro 2.16: Articulação, justificação e validação das ideias matemáticas que levaram às resoluções das tarefas

FM: E estamos atribuindo dois significados diferentes para a mesma coisa, porque por exemplo, vocês estão considerando que são dois lugares para 3 mesas, e vocês estão considerando que é 2 mesas para três lugares.
J1: É a nossa "briga" aqui, porque para a C1 esse três aqui são os lugares e para a mim são as mesas, cada mesa tem dois lugares.
A1: Então para mim também são os lugares, tanto é que ali você tirou três e eu tirei dois, nós tiramos 2 aqui. É a questão dos olhares.
J1: Porque eu não posso tirar lugar de mesa, então 2x são os lugares da mesa.
FM: E vocês testaram?
C1: Sim e deu certo! Se for lugar ou se for mesa dá certo.
FM: Por que vocês acham que dá certo?
J1: porque a ideia é a mesma, só estamos expressando de maneiras diferentes.
FM: Sim, e o que vocês escreveram são as mesmas coisas. Se manipularmos as expressões teremos a mesma.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Quadro 2.17: Questionamentos pertinentes às discussões, visando dar sentido aos modos de raciocínio e relações estabelecidas

FC: Qual a atitude da professora quando percebeu que o que a criança fez não foi o que ela inferiu?
A1: Acho que é o que estamos discutindo, é o questionamento, o perguntar o que pensou, o que representa.
J1: Acho bacana depois você socializar a resolução com a turma, "vamos fazer a correção?", "mas teve gente que pensou diferente?", porque eles têm que perceber também, que tem outro jeito que não é só o jeito que a professora ensinou... Quando você começa a considerar diferentes formas de resolver aparece mais neles também, "eu não sabia que podia fazer assim", e vão se habituando, a fazer do seu jeito... é legal ver.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Os excertos nos mostram que o movimento de comunicação oral, durante a discussão da resolução da tarefa, foi essencial para que as PEMAI produzissem significados para as estratégias de raciocínio utilizadas, por meio das interações produzidas na dinâmica da CoP-PEMAI.

Durante as discussões realizadas nos grupos, à medida que as PEMAI foram se sentido mais confiantes, em um processo de pertencimento e engajamento mútuo, a *comunicação oral* foi sendo desenvolvida de maneira mais natural e fluente (CYRINO; CALDEIRA, 2011). Consequentemente isso foi possibilitando a exposição de ideias, raciocínios, argumentos, contra-argumentos hipóteses, estratégias de resolução, sem “medos” ou “receios”, sem a preocupação do “certo” ou “errado”, uma vez que o propósito maior era compartilhar aprendizagens por meio dos discursos. Enfim, as participantes foram se reconhecendo como partícipes e protagonistas do processo (ROCHA; CYRINO, 2019).

Rodrigues e Cyrino (2018) reafirmam que as aprendizagens ocorrem por meio das relações interpessoais entre participantes na atividade (empreendimentos) e discursos que produzem juntos.

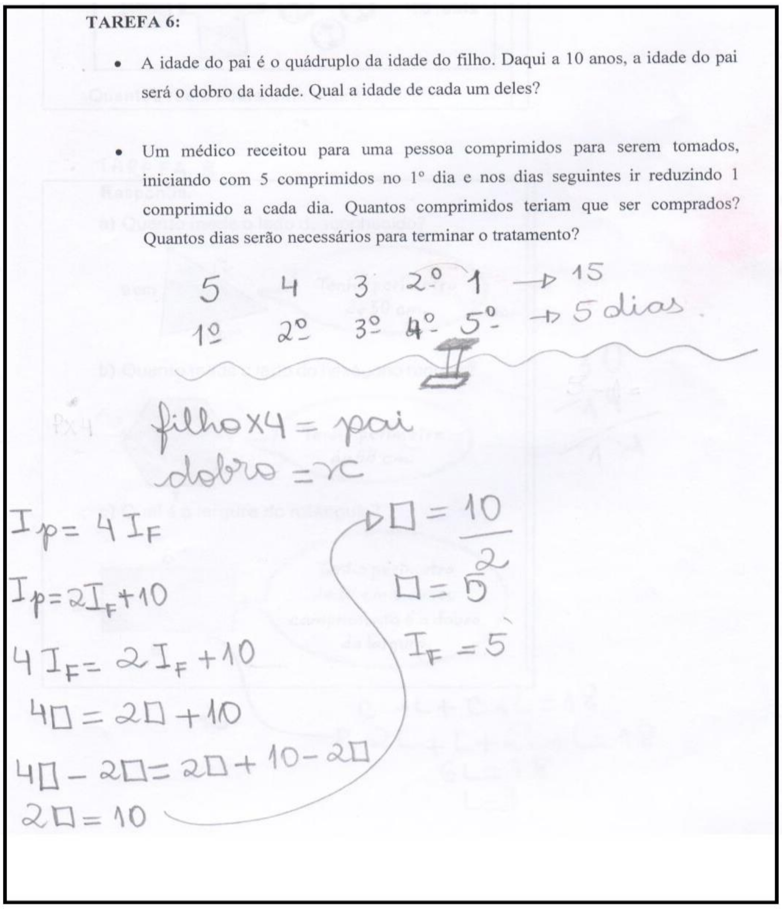
Aspectos da comunicação, observados nos episódios analisados, nos levam a concordar com Serrazina (2018): as PEMAI, ao expressarem suas ideias, pontos de vistas e argumentos, também interpretam e compreendem as ideias que lhe são apresentadas, participando de modo colaborativo das discussões que privilegiam um discurso matemático significativo e tendem a mobilizar suas aprendizagens. A pertinência quanto às questões emergidas e compartilhadas, durante os momentos de comunicação oral, foi promotora de formas de raciocinar e estabelecer relações.

2.5.3.2 Aspectos da Comunicação escrita

- Representações simbólicas sobre ideias e relações matemáticas, utilizadas nas resoluções das tarefas.

No que concerne à *comunicação escrita,* além dos registros nos Diários de Bordo, já retratados nesta seção, as PEMAI também compartilharam repertórios comunicativos por meio das ***representações simbólicas sobre ideias e relações matemáticas utilizadas nas resoluções das tarefas*** **(**Figura 2.1 e Figura 2.2).

Figura 2.1: Representação simbólica -PEMAI - E1 - 22/10/2019



TAREFA 6:

- A idade do pai é o quádruplo da idade do filho. Daqui a 10 anos, a idade do pai será o dobro da idade. Qual a idade de cada um deles?

- Um médico receitou para uma pessoa comprimidos para serem tomados, iniciando com 5 comprimidos no 1º dia e nos dias seguintes ir reduzindo 1 comprimido a cada dia. Quantos comprimidos teriam que ser comprados? Quantos dias serão necessários para terminar o tratamento?

5 4 3 2º 1 → 15

1º 2º 3º 4º 5º → 5 dias

II

filho x4 = pai

dobro = x

$I_p = 4I_F$

$I_p = 2I_F + 10$

$4I_F = 2I_F + 10$

$4\square = 2\square + 10$

$4\square - 2\square = 2\square + 10 - 2\square$

$2\square = 10$

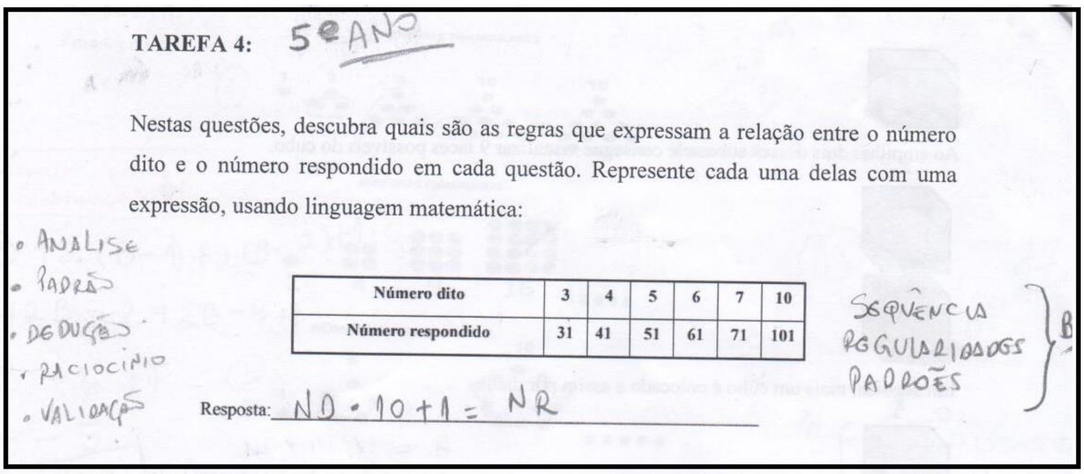
$\square = \frac{10}{2}$

$\square = 5$

$I_F = 5$

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 2.2: Representação simbólica – PEMAI- N1 - 22/10/2019



TAREFA 4: 5º ANO

Nestas questões, descubra quais são as regras que expressam a relação entre o número dito e o número respondido em cada questão. Represente cada uma delas com uma expressão, usando linguagem matemática:

- ANALISE
- PADRÃO
- DEDUÇÃO
- RACIOCINIO
- VALIDAÇÃO

Número dito	3	4	5	6	7	10
Número respondido	31	41	51	61	71	101

SEQUÊNCIA
REGULARIDADES
PADRÕES } B

Resposta: ND · 10 + 1 = NR

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Nos exemplos apresentadas pela Figura 2.1 (tarefa *"Qual a idade?* - Anexo II) e Figura 2.2 (tarefa *"Sequência de números"* – Anexo III) observamos como a comunicação escrita ocorreu no processo de representação simbólica dos elementos matemáticos constitutivos da resolução da tarefa proposta. Esses registros denotam elementos da linguagem algébrica, negociados no decorrer dos encontros, como a presença da incógnita, a tentativa de representar o raciocínio por meio de modelos algébricos, o registro do vocabulário matemático próprio da linguagem algébrica. As representações visuais, por meio de desenhos, diagramas, tabelas, esquemas, entre outros, são importantes para apoiar o discurso matemático (SERRAZINA, 2018), nas situações que ocorrem em espaços formativos de professores.

Em vários momentos estes registros foram compartilhados pelas PEMAI, num processo de comunicar as ideias e as estratégias matemáticas envolvidas e negociadas durante a resolução das tarefas.

2.6 Considerações finais

Os resultados apresentados nesta investigação nos dão elementos para concluir que a CoP-PEMAI se tornou um espaço formativo promissor para aprendizagem profissional das PEMAI. Os elementos da prática, nomeadamente negociações de significados, empreendimentos articulados e comunicação, sugerem que, ao participar dos encontros da CoP-PEMAI, as professoras se envolveram num processo de engajamento mútuo e pertencimento, característicos das CoPs.

O Quadro 2.18 ilustra uma síntese dos aspectos que constituem cada um desses elementos.

Quadro 2.18: Elementos presentes na prática da CoP-PEMAI.

Elementos da prática da CoP-PEMAI	Aspectos constitutivos de cada elemento
Negociações de significados	**Entendimento que os membros possuíam a respeito de:** -Concepções de Álgebra e do pensamento algébrico. -Elementos do pensamento algébrico identificados nas tarefas exploradas com potencial algébrico e aritmético.
Empreendimentos	**Empreendimentos relacionados à exploração de tarefas** -Explorações das tarefas, envolvendo o pensamento algébrico: discussões e análise das resoluções das tarefas na prática da CoP-PEMAI. -Seleção de tarefas com potencial para mobilizar o Pensamento algébrico, possíveis de serem exploradas nos Anos iniciais. -Planejamento/seleção de tarefas para proposição e exploração em sala de aula.

	-Relato da experiência sobre a exploração das tarefas com os alunos. **Empreendimentos relacionados às situações, envolvendo tomada de decisões individuais ou compartilhadas** -Interpretação de situações e resolução de conflitos. -Reflexões a respeito da própria prática pedagógica e da profissão docente.
Comunicação	**Aspectos da Comunicação oral** -Compreensões compartilhadas de ideias matemáticas, envolvendo aspectos do Pensamento algébrico nos Anos iniciais. -Articulação e justificação das ideias matemáticas que levaram às resoluções das tarefas. -Raciocínios com base nas ideias do outro e nas relações estabelecidas entre as diferentes estratégias de resoluções apresentadas. -Questionamentos pertinentes às discussões, visando dar sentido aos modos de raciocínio e às relações estabelecidas entre elas; -Questionamentos que levaram a coletar informações, explorar o pensamento, incentivar a reflexão e a justificação/validação das respostas. **Aspectos da Comunicação escrita** -Representações simbólicas sobre ideias e relações matemáticas utilizadas nas resoluções das tarefas.

Fonte: Elaborado pelas autoras, 2021.

Ao negociar significados por meio de raciocínios, estratégias, argumentos, validações, hipóteses e repertórios comunicativos, estabeleceu-se um conjunto de ações (empreendimentos) que viabilizaram o protagonismo das PEMAI diante de sua própria formação docente. Consequentemente elas desenvolveram um processo de autoconfiança que lhes proporcionou ressignificar a sua prática. A dinâmica realizada pelos membros da CoP-PEMAI, as experiências ali vivenciadas tenderam a ser repetidas, quando em sala de aula, durante as aulas de Matemática com seus alunos, conforme retratado em alguns momentos por elas, ao comunicar tais situações. As PEMAI que participaram deste estudo foram, a todo momento, questionadas e desafiadas a pensar sobre si mesmas e suas práticas.

Em vista disso, consideramos que as ações presentes na prática da CoP/PEMAI constituem alternativas potenciais para as propostas de formação de professores, em especial, em relação à formação continuada, tendo em vista as dificuldades relatadas por professores que atuam nos Anos iniciais do Ensino Fundamental, ao ensinar Matemática.

Contudo, essa investigação não se esgota aqui, ao contrário, aponta de maneira ainda mais evidente a necessidade de serem propostos momentos de formação de PEMAI, que privilegiem o desenvolvimento profissional, como nos moldes de grupos de estudos em contextos colaborativos, sendo que a perspectiva das CoPs, apresentada neste estudo, consiste em apenas uma dessas possibilidades.

2.7 Referências

ANDRÉ, M. Formação de Professoras: a Constituição de um Campo de Estudos. **Dossiê Educação,** Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

BALDINI, L.A.F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do software GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. C. T. Elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na utilização do software Geogebra. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática,** n. 45, p. 184-204, mar. 2016.

BALDINI, L.A.F.; OLIVEIRA, J.C.R.; CYRINO, M.C.C.T. Comunidade de prática de formação de professores que ensinam matemática: constituição, energia e cultivo. **Revemat**, São Paulo, v.14, n.16, p. 55-66, jan./jun.2017.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Componente Curricular de Matemática, 2018.

CALDEIRA, J.S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. *In*: LESTER, F. K. (ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

COSTA, N.M.L. A formação contínua de professores – novas tendências e novos caminhos. **Holos**, Ano 20, p.63-75, dez. 2004

CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. *In:* BATISTA, I.L.; SALVI, R. F. (org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática: um perfil de pesquisas** Londrina: EDUEL, p. 95-110, 2009.

CYRINO, M. C. de C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401, 2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação,** Bauru, SP, v. 20, n.3, p.751-764, 2014.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T. Condicionantes de aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática em contextos de Comunidades de Prática. **Alexandria** (UFSC), v. 12, p. 227-253, maio 2019.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A.J.; RIBEIRO, M. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento algébrico. **Perspectivas em Educação Matemática** (EFMS), Campo Grande, v. 11, n.25, p. 53 a 72, 2018.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. *In*: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, p. 233-255, 2009.

GARCIA, T. M. R. **Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática.** 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

IMBERNON, F. **Formação permanente do professor**. Novas tendências. São Paulo, Cortez, 2009.

KRAINER, K. Team, communities & networks**. Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun., 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning:** Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. *In*: **ICMI STUDY CONFERENCE**, Melbourne (Austrália), 2001.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nothingam,, UK: 1992.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 – 39. 1994.

NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 197 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

OLIVEIRA, L. C. P. de. **Aprendizagens no empreendimento:** estudo do raciocínio proporcional. 2014. 207 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

OLIVEIRA, L. M. C. P.; CYRINO, M.C.C.T. Ações de uma formadora no desenvolvimento da agência profissional de professoras de uma Comunidade de Prática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, p. 513-538, 2019.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *In:* ProfMat *98*, **Actas [...].** Lisboa: APM. p. 27-44, 1998.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

ROCHA, M. R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de trabalhos que investigaram contextos de formação de professores em Comunidades de Prática. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 16, p. 67-78, jan./jun. 2017.

SERRAZINA, L. M Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. **Educação e Matemática:** revista da associação de Professores de Matemática. Lisboa, p.13-16, out./dez. 2018.

SOWDER, J.T. The mathematical education and development of teachers. *In*: LESTER, F. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**, V. 1. Reston: NCTM, p.157-224, 2007.

SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TINTI, D.S; MANRIQUE, A.L. Mapeamento de pesquisas sobre aprendizagem docente em Comunidades de Prática constituídas no OBEDUC. **Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n1, p.186-203, jan./abr. 2017.

WENGER, E. **Communities of Practice*:*** Learning, Meaning, And Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E.; McDERMOTT, R.; SNYDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE DE RESOLUÇÃO DE TAREFAS QUE ENVOLVEM PENSAMENTO ALGÉBRICO NA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES: o que se tornou ponto de enfoque?

Resumo

O objetivo deste artigo é discutir os pontos de enfoque de processos de negociação de significados de professoras que ensinam Matemática, no contexto de uma comunidade de prática, na análise de resolução de tarefas que envolvem o pensamento algébrico. Este estudo, de caráter qualitativo e cunho interpretativo-intervencionista, foi realizado a partir de informações coletadas em um contexto de formação continuada, com um grupo de professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI). Os resultados revelam que os pontos de enfoque dos processos de negociações de significados mobilizados pelas professoras estiveram associados: às *perspectivas de pensamento algébrico identificadas na exploração de tarefas e às estratégias de resolução mobilizadas na exploração de tarefas envolvendo Pensamento Algébrico.* Conclui-se que a negociação de significados na exploração de tarefas, em contextos de formação continuada de professores, é promotora de aprendizagens profissionais para PEMAI.

Palavras–chave: Formação continuada. Professores que ensinam Matemática nos anos iniciais. Processos de negociação de significados. Pensamento algébrico.

3.1 Introdução

A aprendizagem profissional de professores que ensinam Matemática, em contextos de formação na perspectiva de Comunidades de Prática – CoPs, têm sido objeto de investigações no campo da Educação Matemática (BALDINI; OLIVEIRA; CYRINO, 2017; CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; 2018; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; ESTEVAM; CYRINO, 2019; FIORENTINI, 2009; NAGY, 2013; ROCHA, 2013; TINTI; MANRIQUE, 2017).

Lave e Wenger (1991) consideram *significado, prática, comunidade e identidade* como componentes da aprendizagem em uma CoP. A perspectiva de aprendizagem nesses contextos formativos se difere dos modelos de “cursos” costumeiramente utilizados na formação continuada de professores, por colocar o professor como protagonista de sua aprendizagem a partir de processos de negociação de significados.

Ao negociar significados em espaços formativos, os professores partilham experiências, rotinas, repertórios que são profícuos para a sua aprendizagem e para a constituição de identidades que se definem por meio do seu engajamento na CoP (CYRINO; CALDEIRA, 2011). A aprendizagem é vista como um “processo de negociação de significados, que ocorre no contexto da experiência cotidiana de participação no mundo" por meio do engajamento na prática social (ESTEVAM; CYRINO, 2019, p. 229).

Neste estudo, discutimos os pontos de enfoque de processos de negociações de significados de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental – PEMAI, na análise de resolução de tarefas que envolveram o pensamento algébrico.

Nas próximas seções, discutiremos o processo de negociação de significados como promotor de aprendizagem profissional de professores em CoPs, as perspectivas de pensamento algébrico, a exploração de tarefas na formação de professores, os procedimentos metodológicos e os resultados evidenciados pelos pontos de enfoque das negociações acerca dos aspectos de compreensão sobre o trabalho com pensamento algébrico nos anos iniciais.

3.2 O processo de negociação de significados como promotor de aprendizagem profissional em contextos de formação continuada

Ao assumir a aprendizagem como um processo que ocorre em contextos de participação social, pesquisas têm se debruçado a investigar o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática em contextos formativos que privilegiam o seu protagonismo (ANDRÉ, 2010; CYRINO, 2016; FIORENTINI, 2009; IMBERNÓN, 2009; NÓVOA, 1991; 2008; PONTE, 1998). Estevam e Cyrino (2019) consideram que, sendo assim, a aprendizagem está relacionada à participação em grupos e à prática desses grupos em um contexto social.

Espaços formativos nos moldes de grupos de estudos têm se tornado promissores para aprendizagens de professores, ao oportunizarem momentos para compartilhar vivências entre pares, valorizando os saberes docentes (COSTA, 2004; TARDIF, 2002).

A formação de professores na perspectiva das Comunidades de Prática – CoPs – permite, por meio dos processos de negociações de significados, vivenciar experiências compartilhadas de participação, pertencimento e compromisso mútuo na aprendizagem entre pares (BALDINI, 2014; CALDEIRA, 2010; CYRINO, 2009; 2016; ESTEVAM; CYRINO, 2019; NAGY, 2013; OLIVEIRA, 2014; ROCHA; CYRINO, 2019; TINTI; MANRIQUE, 2017).

Assim sendo, as CoPs privilegiam a promoção de:

> aprendizagens coletivas, respeitando as individualidades, a autonomia dos membros para negociar, decidir e se responsabilizar pela articulação dos empreendimentos, além de espaços para falar, ouvir, ser ouvido, narrar experiências e ampliar repertórios partilhados. (CYRINO, 2018, p.4)

Na dinâmica da CoP, a experiência de compartilhar repertórios ocorre na prática. Wenger (1998) propõe três dimensões da prática de uma CoP: o ***engajamento mútuo,*** que favorece as interações no grupo e o compromisso com a própria aprendizagem e com a aprendizagem do outro; o ***empreendimento articulado,*** que pressupõe assumir a responsabilidade coletiva pela tomada de decisões sobre as ações do grupo; e o ***repertório compartilhado,*** que permite negociar diferentes interpretações de ações e significados que são reificados pelos participantes.

Essas dimensões possibilitam os processos de negociação de significados, pois, ao produzir significados, ampliamos, redirecionamos, reinterpretamos, modificamos, rejeitamos ou confirmamos histórias de significados, num processo de dar e receber, de influenciar e ser influenciado, de modo dinâmico, nas relações com o outro e com o mundo (WENGER, 1998). As mudanças de posicionamentos fazem parte da trajetória de aprendizagens dos participantes de uma comunidade e envolvem a capacidade de experimentar o mundo e se engajar de forma significativa (CYRINO; CALDEIRA, 2011).

Os modos de aprender envolvem os modos de pertencer, para que a participação seja legitimada no processo de se tornar membro da comunidade. As histórias de significados se tornam histórias de aprendizagens compartilhadas e abarcam a combinação dos processos de ***participação*** e ***reificação*** (CYRINO; CALDEIRA, 2011).

O processo de ***participação*** abrange o engajamento em empreendimentos sociais, "[...] um processo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Além disso, envolve nossa pessoa, nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais" (WENGER, 1998, p. 56). A participação em comunidades sociais molda nossas experiências e nos transforma no contexto das nossas formas de afiliação a várias comunidades, compondo nossas identidades (CYRINO; CALDEIRA, 2011).

Corroboramos Cyrino (2018, p. 5), ao destacar que a aprendizagem não se restringe a um único grupo ou comunidade.

> No processo de negociação de significados são constituídas diferentes trajetórias de aprendizagem dentro das diferentes comunidades das quais participamos, ao desempenhar diferentes papéis, executar ações, estabelecer relações, adaptando as diferentes formas de participação que constituem a identidade por meio dos nexos de multifiliação. (WENGER, 1998, p.56)

O processo de ***reificação*** considera a conversão de aspectos abstratos em "coisas" reais, ao projetar nossos significados no mundo (ESTEVAM; CYRINO, 2019). Trata-se de processos como "[...] fazer, desenhar, representar, nomear, codificar, descrever, perceber, interpretar, utilizar, codificar e reestruturar" (WENGER, 1998, p. 59). Por meio da *reificação,* formamos nossa experiência "solidificada". Tal qual Cyrino e Caldeira (2011), entendemos que, ao interagirmos, deixamos marcas no mundo físico, que mais adiante podem se reintegrar em novas *reificaçõe*s, em novos momentos de negociações de significados, assumindo uma variedade de formas, reconhecidos como pontos de enfoque dos significados produzidos.

Os processos de *participação* e *reificação* supõem uma dualidade, tendo em vista que não são opostos, mas se complementam na interação e na experiência de negociar significados na prática, como mecanismos para a aprendizagem (CYRINO, 2009).

3.3 Pensamento algébrico na Educação Básica: algumas perspectivas

Ponte (2008) destaca o desenvolvimento do conhecimento matemático e o conhecimento sobre o ensino da Matemática como elementos fundamentais para a formação do professor que ensina Matemática –PEM. Este fator se torna ainda mais desafiador para o professor advindo dos cursos de graduação em Pedagogia, tendo em vista o aspecto generalista dessa formação inicial, em que a ênfase se concentra em aspectos didático-metodológicos da prática pedagógica.

Portanto, reafirmamos a importância de espaços formativos (em especial de formação continuada de professores) que possibilitem discussões e aprendizagens acerca dos conhecimentos necessários para ensinar Matemática, que neste estudo estão vinculados à compreensão do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Caldeira (2010, p. 36) reitera a importância de oportunizar aos professores em processo de formação discutir as "formas de atribuir significados à Álgebra no contexto do ensino e questões relacionadas à quando e como ensinar Álgebra no ensino básico". Isso porque, segundo ela, tradicionalmente o ensino de Álgebra nas escolas tem sido associado ao uso de símbolos e operações, e a aprendizagem se limitado à memorização de regras para manipulação simbólica.

Na busca de compreender aspectos relacionados ao ensino da Álgebra, alguns autores discutem a relevância do pensamento algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; KIERAN, 2007; LINS, 1992; 1994; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; SQUALLI, 2000). Nacarato e Custódio (2018) ressaltam que Álgebra e pensamento algébrico são "indissociáveis e complementares", na medida em que o pensamento algébrico permite ao estudante generalizar e abstrair relações, regras e estruturas ao manipular a linguagem algébrica. Salientam, ainda, que a constituição do pensamento algébrico pressupõe "um trabalho contínuo que, por meio de diferentes formas de exploração, vai se tornando complexo, à medida que as tarefas matemáticas e os conceitos também se tornam complexos" (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p.14).

Ao fazer a distinção entre Álgebra e pensamento algébrico, Squalli (2000) defende a Álgebra como "um tipo de atividade matemática", que envolve, por exemplo, a construção e a interpretação de modelos algébricos, a manipulação de expressões algébricas, seguindo regras predefinidas e a elaboração e a aplicação de estruturas e procedimentos de resolução. Já o pensamento algébrico envolve "um conjunto de habilidades intelectuais que intervém nessas atividades" (SQUALLI, 2000, p. 277).

Lins (1992, 1994) considera o pensamento algébrico como um modo de *produzir significado* para a Álgebra. Desse modo, ele evidencia aspectos relacionados a *pensar aritmeticamente,* ao considerar que os "objetos com os quais se está a trabalhar são exclusivamente números, operações aritméticas e uma relação de igualdade" (LINS, 1994, p. 30). Cyrino e Oliveira (2011, p.101) enfatizam que é no "bojo da linguagem aritmética que o pensamento algébrico emerge nas suas primeiras características". Outro aspecto destacado por Lins (1992, 1994) diz respeito a *pensar analiticamente,* em que o pensamento algébrico se caracteriza "como um método de procura das verdades onde o desconhecido é tratado como conhecido" (LINS, 1992, p.16). Significa dizer que os "números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos e as incógnitas são tratadas exatamente como se fossem dados" (LINS, 1994, p. 30).

Blanton e Kaput (2005) utilizam a expressão raciocínio algébrico como sinônimo de pensamento algébrico, quando ocorre um processo em que os alunos "generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares, estabelecem essas generalizações por meio de argumentação, e as expressam de uma maneira cada vez mais formal e apropriada à sua idade" (BLANTON; KAPUT, 2005, p.413). Estes autores defendem que o raciocínio algébrico pode assumir várias formas, incluindo, por exemplo, o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada) e a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional).

Kieran (2007, p. 07) destaca que a Álgebra não é "apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras". Assim, a Álgebra não pode ser vista apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas. Dentre estas, as situações de generalização são consideradas um exemplo, uma vez que é necessário pensar sobre as relações envolvidas no processo de identificação de padrões e regras de formação.

Por fim, Ponte, Branco e Matos (2009) realçam vertentes fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para os autores, os aspectos em torno dessa perspectiva estão relacionados a *representar,* por meio de processos de ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais e traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objetos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; a *raciocinar,* de modo a relacionar (em particular, analisar propriedades), generalizar e agir sobre essas generalizações, revelando compreensão das regras por meio da dedução e do aspecto relacionado; e a *resolver problemas e modelar situações,* ao usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Neste estudo, assumimos a perspectiva proposta por Cyrino e Oliveira (2011, p.103), ao definirem pensamento algébrico como "um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos".

Ratificamos Nacarato e Custódio (2018, p.16), ao enfatizarem que, de forma sintética, os estudos propostos pelos autores apresentados sinalizam que "a introdução da Álgebra desde o início da escolarização precisa ser compreendida como o desenvolvimento de um modo de pensar que antecede o uso da linguagem algébrica", apontando para o desenvolvimento de um modo de pensar algebricamente.

Compactuamos com Kaput (1999), ao indicar alguns fatores que implicam a significância de pensar possibilidades para o ensino da Álgebra na Educação Básica, dentre os quais: começar cedo, a partir de conhecimentos informais dos estudantes; integrar a aprendizagem da Álgebra à aprendizagem de outros conhecimentos matemáticos, como a Aritmética por exemplo; incluir diferentes estratégias para desenvolver o pensamento algébrico; partir de competências linguísticas naturais dos estudantes e do seu nível cognitivo; e encorajar uma aprendizagem ativa ao estabelecer relações.

A estes fatores, acrescentamos a necessidade de propostas de formação de professores, que colaborem para o seu desenvolvimento profissional, de modo a promover aprendizagens para ensinar conhecimentos matemáticos, em especial, associados ao ensino de Álgebra e ao desenvolvimento do pensamento algébrico, como veremos na próxima seção:

3.4 Exploração de tarefas envolvendo pensamento algébrico na formação de professores

Tendo em vista a proposição de ações em contextos formativos de professores que ensinam Matemática, na perspectiva das CoPs, trazemos nesta seção a discussão acerca de empreendimentos envolvendo a exploração de tarefas relacionadas ao pensamento algébrico que foram potenciais para aprendizagens profissionais.

Neste estudo, assim como Jesus (2011), assumimos as tarefas de ensino como toda e qualquer ação que tenha o potencial de levar o indivíduo a realizar uma atividade[1]. Cyrino e Jesus (2014) reiteram que, ao planejar as aulas, é comum que o professor selecione tarefas com base em conteúdos trabalhados ou presentes, por exemplo, em livros didáticos. Contudo, é preciso ter cuidado para que as tarefas não se tornem apenas "listas de exercícios, nas quais o trabalho dos estudantes se limita a resolvê-las de forma mecânica" (CYRINO; JESUS, 2014, p. 753).

Jesus (2011) enfatiza que, para uma tarefa se tornar promissora para a aprendizagem, é essencial ser uma atividade que os alunos se sintam estimulados a realizá-la, que eles sintam um motivo para aprender.

> O motivo, a necessidade do professor é ensinar. O motivo, a necessidade do aluno é aprender, ou seja, o aluno só aprende se existir motivo para aprender, se sentir necessidade de aprender. Desse modo é importante que o professor estabeleça vínculos entre os conhecimentos prévios dos alunos e os novos conhecimentos matemáticos a serem trabalhados. Para isso é necessário conhecer os interesses, as motivações, o comportamento, as habilidades, e necessidades dos alunos. (CYRINO, 2002, p. 1)

Para além dos conteúdos que devem ser mobilizados pelas tarefas, sua realização envolve também processos cognitivos relacionados a compreensão, estratégias e procedimentos de resolução e validação (JESUS, 2011). O professor, ao selecionar as tarefas, precisa analisar as potencialidades delas, levar em conta que as tarefas nas quais os estudantes se engajam serão uma oportunidade para eles aprenderem Matemática (STEIN *et al.*, 2009). Cumpre, ainda, que o professor tenha claros os objetivos de aprendizagem que se pretende alcançar e os diferentes níveis de demanda cognitiva[2] que envolvem sua resolução. As tarefas

---

[1] As tarefas por si próprias não constituem uma atividade, pois entendemos que esta surge após a manifestação de uma necessidade ou motivo para aprender (LEONTIEV, 1975).

[2] As demandas cognitivas das tarefas de ensino de Matemática estão relacionadas com o nível de aprendizagem dos estudantes, a saber, tarefas com baixo nível de demanda cognitiva, como as que envolvem memorização e procedimentos sem conexão de significados; e tarefas com alto nível de demanda cognitiva, como as que envolvem procedimentos com conexão de significados e fazer matemática, que considera a compreensão da natureza dos conceitos e procedimentos matemáticos (STEIN *et al.*, 2009).

propostas para os estudantes tanto podem pedir que se realize um procedimento memorizado, quanto exigir que se pense conceitualmente, estabelecendo conexões com significados matemáticos.

A exploração de tarefas desafiadoras pode favorecer aprendizagens, também em espaços formativos de professores que ensinam Matemática, uma vez que promovem processos de negociação de significados. Nesta investigação, as tarefas propostas, a partir dos empreendimentos articulados pela CoP-PEMAI, foram analisadas com base nos pontos de enfoque de processos de negociação de significados relacionados a identificação de perspectivas de pensamento algébrico e estratégias de resolução mobilizadas pelas PEMAI como veremos na seção de análise dos resultados.

3.5 Procedimentos metodológicos e contexto de investigação

Com o intuito de investigar o que se tornou ponto de enfoque nos processos de negociação de significados durante a resolução de tarefas que envolvem o pensamento algébrico em contexto de formação continuada, o presente estudo[1] investigou um grupo de dez professoras que atuam na Rede Municipal de Ensino de Maringá-Pr. A fim de preservar suas identidades, elas estarão nominadas ao longo deste estudo com os seguintes códigos[2]: AI, A2, A3, C1, E1, J1, N1, R1, T1 e V1.

Os encontros do grupo foram coordenados pela primeira autora (FC)[3] deste artigo juntamente com outra pesquisadora (FM)[4], licenciada em Matemática, ambas integrantes do *Grupo de estudos e pesquisas sobre formação de professores que ensinam Matemática* (Gepefopem).

O grupo se reuniu quinzenalmente, durante os meses de agosto a novembro de 2019, totalizando dez encontros, sempre após o horário de trabalho das professoras. Os encontros aconteceram em uma escola, de uma região do município, que abrangia outras dez instituições[5].

[1]Foi apresentado um projeto de Formação Continuada, autorizado pela Secretaria Municipal de Educação e aprovado pelo Comitê de Ética da UNESPAR.
[2]Os códigos se referem às letras iniciais dos nomes reais das professoras participantes que assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE, de acordo com as normas do comitê de Ética da UNESPAR.
[3]Pesquisadora licenciada em Pedagogia, vinculada ao PRPGEM/UNESPAR.
[4]Mayara Cristina Sugigan – Pesquisadora licenciada em Matemática, vinculada ao PECEM/UEL.
[5]O município de Maringá possuía na época, um total de 52 escolas que atendiam os anos iniciais do Ensino Fundamental. A opção por convidar professoras de instituições de uma mesma região favoreceu o deslocamento para a escola onde aconteciam os encontros. Dentre as dez escolas que receberam o convite, apenas seis tiveram professoras inscritas.

Devido às ações desenvolvidas e ao engajamento das professoras, o grupo se caracterizou como uma CoP, sendo nomeado como Comunidade de Prática de Professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais/CoP-PEMAI.

Após as professoras terem desenvolvido o Empreendimento 1 - *Resolução de tarefas envolvendo o pensamento algébrico* (1.º e 2.º encontros), elas se envolveram no Empreendimento 2 - *Estudo e discussão de um recorte sobre perspectivas de pensamento algébrico com base na literatura* (BLANTON; KAPUT, 2005; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; KIERAN, 2007; LINS,1992, 1994; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Em seguida, analisaram suas resoluções produzidas no Empreendimento 1, tendo em conta o Empreendimento 2, o que resultou no Empreendimento 3 - *Classificar e caracterizar as demandas cognitivas das tarefas exploradas e identificar as perspectivas de pensamento algébrico presentes nas tarefas.* No desenvolvimento do Empreendimento 3, elas negociaram significados a respeito de suas estratégias de resoluções em pequenos grupos e, na sequência, socializaram as discussões no grande grupo.

A presente investigação assumiu um caráter qualitativo com características da pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), uma vez que as pesquisadoras atuaram também como formadoras, intervindo no processo, promovendo discussões, levantando questionamentos e hipóteses que evidenciassem as práticas expressas durante as discussões dos membros da CoP.

Para a coleta de informações, utilizamos como instrumentos: os registros escritos das participantes da CoP-PEMAI, compostos por: resoluções das tarefas desenvolvidas pelas professoras no decorrer dos encontros e por suas anotações em seus respectivos Diário de Bordo[1], além de anotações do Diário de Campo da pesquisadora; gravações em áudios dos encontros compostas por discussões nos pequenos grupos e discussões coletivas.

A partir das gravações em áudio, foi possível identificar episódios que foram transcritos e utilizados na análise, na busca de identificar indícios de pontos de enfoque dos processos de negociação de significados que se evidenciaram como promotores de aprendizagens das professoras.

Para apresentar os resultados, os excertos dos episódios, relacionados às gravações em áudio, estão organizados com o código correspondente à PEMAI e à data do encontro. Os registros escritos são seguidos pela identificação da professora e pela data de sua produção.

---

[1]O Diário de Bordo, chamado pelas professoras de "caderninho", foi proposto pelas pesquisadoras, no intuito de que, ao final de cada encontro, fossem registrados ali impressões, dúvidas, questionamentos, de maneira individualizada. A partir da leitura dessas informações, era possível propor novos encaminhamentos para os encontros da CoP-PEMAI.

No processo de análise dos dados, valemo-nos de aspectos da análise interpretativa (ERICKSON, 1986) constituída por cinco etapas. Na primeira etapa, analisamos detalhadamente as discussões gravadas em áudio de cada grupo, no decorrer de cada encontro, buscando indícios que evidenciassem os pontos de enfoque dos processos negociações de significados, acerca dos aspectos sobre a compreensão do pensamento algébrico na exploração de tarefas.

Na etapa dois, debruçamo-nos na análise seletiva de episódios em que tais processos se mostrassem mais evidentes, bem como a frequência em que os aspectos analisados se repetiam durante a dinâmica da CoP-PEMAI. Na terceira etapa, focalizamos a atenção nos registros escritos, a fim de procurar aspectos comuns aos já identificados nas discussões dos episódios gravados em áudio.

Posteriormente, distinguimos similaridades presentes nos episódios analisados e nos registros escritos, para agrupá-los em unidades de análise que evidenciassem os pontos de enfoque das negociações de significados acerca da compreensão sobre pensamento algébrico na exploração das tarefas pelas participantes da CoP-PEMAI. Enfim, na etapa cinco, com base na literatura (CALDEIRA, 2010; ESTEVAM; CYRINO, 2019; NAGY, 2013), discutimos o que se tornou ponto de enfoque nos processos de negociação de significados presentes na dinâmica da CoP-PEMAI que serão descritos e analisados na próxima seção.

3.6 Pontos de enfoque dos processos de negociação de significados sobre as resoluções de tarefas acerca do pensamento algébrico

No terceiro encontro da CoP-PEMAI, as professoras negociaram significados a respeito de suas resoluções produzidas na exploração de tarefas que envolveram pensamento algébrico no 1.º encontro (Empreendimento 1). Os pontos de enfoque identificados nesse processo de negociação de significados foram relacionados a: *perspectivas de pensamento algébrico,* abordadas no Empreendimento 2 (Estudo e discussão de um recorte sobre perspectivas de pensamento algébrico com base na literatura); e *estratégias de resolução mobilizadas na exploração de tarefas envolvendo pensamento algébrico.*

Nesta seção, apresentaremos episódios de negociações de significados que nos permitiram identificar esses pontos de enfoque.

3.6.1 Perspectivas de pensamento algébrico identificadas na análise das resoluções de tarefas

No Empreendimento 3, durante as negociações de significados, as PEMAI demonstraram, em um primeiro momento, situações de conflito, ao buscar identificar as perspectivas de pensamento algébrico mobilizadas em suas resoluções.

Quadro 3.1: Episódio 1: Análise global da resolução das tarefas do Empreendimento 1

E1: Ficou mais claro! [...] primeiro [quando] *fizemos as "atividades"* [tarefas], *foi um conflito muito grande. Tinham atividades que as colegas fizeram mais tranquilamente, outras já complicaram um pouquinho, mas chegamos nos mesmos resultados [...] então na hora de confrontar, às vezes nós confundimos. Se era sequenciação, se não era, se era generalização. Alguns elementos* [perspectivas] *valem para todos* [tarefas] *outros já não [...]. (*24/09/2019)   *A1: Aqui, eu até anotei, achei que o Lins conseguiu colocar aquilo que a gente viu nas atividades [tarefas] que nós desenvolvemos, que a gente poderia classificar elas aqui dentro desses pensar aritmeticamente, pensar internamente, pensar analiticamente. Todos são pensamento algébrico, mas cada um com sua característica. [...]. (10/09/2019)*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 1 (Quadro 3.1), a PEMAI-E1 explica o modo como percebeu a sua participação e a das colegas no Empreendimento 3, se referindo a situações de *conflito*, ao ficar em dúvida sobre a perspectiva de pensamento algébrico presente nas tarefas exploradas no Empreendimento 1. Também demonstra situações de *confronto,* ao negociar os significados atribuídos, e de *confusão*, ao tentar identificar aspectos do pensamento algébrico envolvidos nas tarefas exploradas no Empreendimento 1. Já a PEMAI-A1 identifica algumas perspectivas de pensamento algébrico que se apresentaram como pontos de enfoque na negociação do pequeno grupo e conclui que cada tarefa pode apresentar aspectos do pensamento algébrico diversos, de acordo com as características inerentes a cada uma.

Dando continuidade à análise das resoluções, no Episódio 2 (Quadro 3.2) sobre a análise da resolução da tarefa *"Quantos doces há na caixa?"*[1] (Anexo I), as PEMAI negociam significados a respeito da *igualdade*, identificando também aspectos relativos a *comparação*, *análise, validação* e *incógnita.*

Quadro 3.2: Episódio 2: Negociações sobre a compreensão sobre pensamento algébrico na exploração da tarefa "Quantos doces há na caixa?" – 24/09/2019

FC: O que vocês pontuaram que tem de pensamento algébrico nessa tarefa?   *A1: Eu fui percebendo assim [...] está falando de* ***igualdade****, porque fala exatamente a mesma quantidade. Também faz a* ***comparação,*** *porque eu tenho que comparar o que um tinha, o outro tinha e fazer a* ***análise*** *do todo [...].*   *E1: A* ***comparação*** *nós colocamos [...] Colocamos* ***incógnita*** *e* ***validação*** *[...] você vai* ***refutar*** *ou* ***confirmar*** *aqueles aspectos que você estava procurando [...] e a* ***incógnita*** *[...] porque quando ele fala que está dentro da caixa, que está escondido, então é um X, não sabemos qual é o número que está lá dentro [...].*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

[1]A tarefa "Quantos doces há na caixa?", foi analisada no capítulo2, com foco na negociação de significados como elemento da prática da CoP-PEMAI, na qual as professoras negociaram aspectos acerca do pensamento algébrico relacionados as relações entre Álgebra e Aritmética.

No processo de negociação, estabelecido no Episódio 2 (Quadro 3.2), observamos a interação que ocorre entre as PEMAI, ao confirmarem e validarem a reificação apresentada pela colega sobre o aspecto da *igualdade* presente na tarefa. A PEMAI E-1 reafirma também considerar aspectos relacionados à *comparação* e, em seguida, apresenta uma nova reificação a partir da anterior, ao acrescentar aspectos relacionados a *incógnita*, por exemplo. Estevam e Cyrino (2019) discutem os processos de negociação de significados, de modo que a *participação* ocorre a partir "das relações com o outro" e, na *reificação,* há a possibilidade de "projetar nossos significados no mundo".

Tais significados ganham sentido na prática da CoP-PEMAI e são projetados pelas professoras por meio de expressões vinculadas às perspectivas de pensamento algébrico que passam gradativamente a fazer parte do vocabulário das PEMAI, ao enunciarem suas reificações, como *igualdade, comparação, análise, validação* e *incógnita.*

A seguir, apresentaremos as negociações acerca das perspectivas de pensamento algébrico que se tornaram pontos de enfoque durante os episódios analisados.

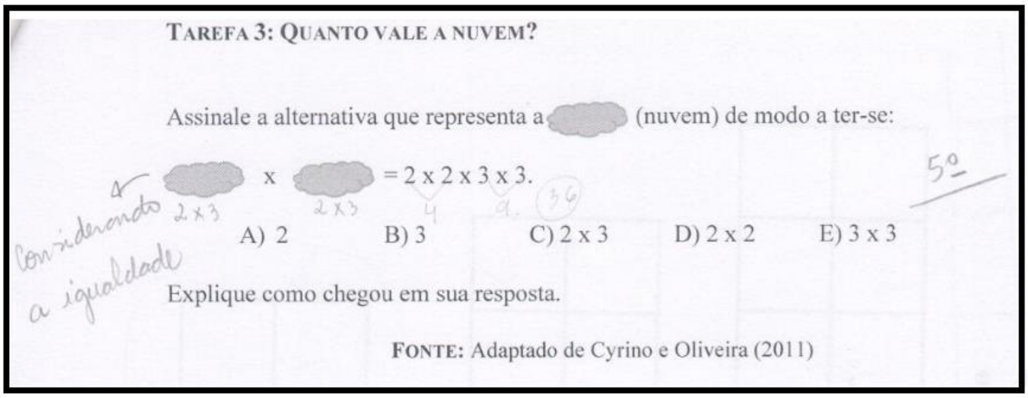
3.6.1.1 Aritmética Generalizada: exploração da tarefa "Quanto vale a nuvem?"

Blanton e Kaput (2005) consideram a Aritmética Generalizada como uma perspectiva de pensamento algébrico em que ocorre um processo no qual os alunos fazem o uso da Aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações.

No Episódio 3 (Quadro 3.3), apresentamos as negociações de significados que ocorreram durante a socialização no grande grupo sobre a resolução da tarefa "*Quanto vale a nuvem*?" (Anexo IV). Baseadas nas propriedades aritméticas das operações, já conhecidas por elas, as PEMAI produzem reificações sobre aspectos acerca do pensamento algébrico negociadas durante a participação na discussão sobre a resolução da tarefa no pequeno grupo.

Na Figura 3.1, observamos o registro da resolução realizada pela PEMAI-A-1, a partir das reificações negociadas por ela e pelas colegas.

Figura 3.1: Registro da resolução da tarefa *"Quanto vale a nuvem?"* - PEMAI - A1 – 10/09/2019



TAREFA 3: QUANTO VALE A NUVEM?

Assinale a alternativa que representa a (nuvem) de modo a ter-se:

x = 2 x 2 x 3 x 3.

2x3 2x3 4 9 (36)

A) 2 B) 3 C) 2 x 3 D) 2 x 2 E) 3 x 3

Considerando a igualdade

5º

Explique como chegou em sua resposta.

FONTE: Adaptado de Cyrino e Oliveira (2011)

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

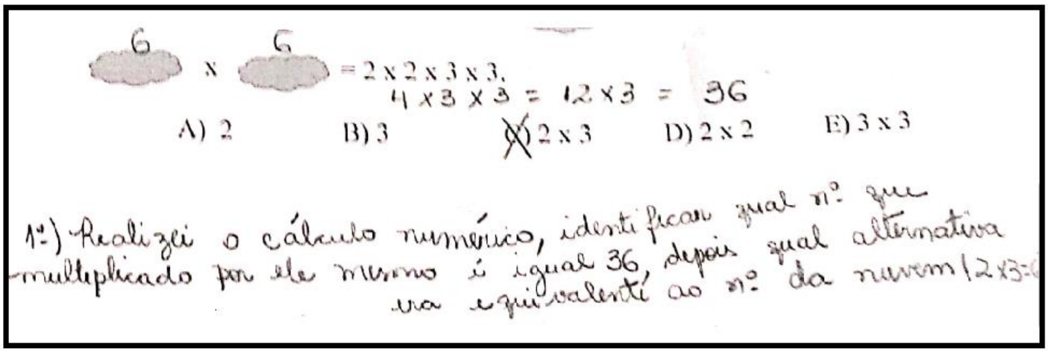
Quadro 3.3: Episódio 3: Reificações negociadas – Tarefa *"Quanto vale a nuvem?"* - 10/09/2019

A1: Para mim, deu 2x3 o valor de cada nuvem, da 6, 6 vezes 6, 36. [...]. Você não fez aqui?! Não deu 36? [Refere-se à operação 2x2x3x3] *Isso não é uma igualdade? Então aqui qual que, 2x2 dá 4, então você vai por uma nuvem vale 4 e a outra, vale 9?* *T1: 2x2, 4, 4x3, 12, 12x3, 36* [Realiza a operação 2x2x3x3]. *Então que número que eu vou colocar aqui, que ele, vezes ele, vai dar 36? Vai ser 2x3. Porque 2x3, 6 e 6x6, dá 36.)* *A1: Primeiro fizemos o cálculo numérico, depois eu pensei, se eu já sabia que aqui deu 36, então eu tinha que pensar um número aqui, que ele, vezes ele desse 36, então 6x6, então depois achamos o equivalente.* *C1: Porque 6 vezes 6 vai dar o mesmo resultado que se eu fizer essa operação de multiplicação. É como se fosse uma equação que você tem que igualar ela.* *J1: É faz sentido... pensando no resultado. Que aqui daria a mesma coisa que aqui* [refere-se a ambos os lados da igualdade]. A nuvem é o "x", sabe o "x" e "y"?! Esse, vezes esse, que é igual...

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No excerto apresentado no Episódio 3 (Quadro 3.3), a PEMAI - A1 realiza algumas reificações relacionadas à ideia de equivalência presente na tarefa, validadas e reificadas na interação com a PEMAI-T1, que realiza o registro da resolução com base nas propriedades aritméticas da multiplicação (Figura 3.2)

Figura 3.2: Registro da resolução da tarefa *"Quanto vale a nuvem?"*- PEMAI-T1 - 10/09/2019



6 x 6 = 2 x 2 x 3 x 3.

4 x 3 x 3 = 12 x 3 = 36

A) 2 B) 3 ~~C)~~ 2 x 3 D) 2 x 2 E) 3 x 3

1º) Realizei o cálculo numérico, identificar qual nº que multiplicado por ele mesmo é igual 36, depois qual alternativa era equivalente ao nº da nuvem (2x3=

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

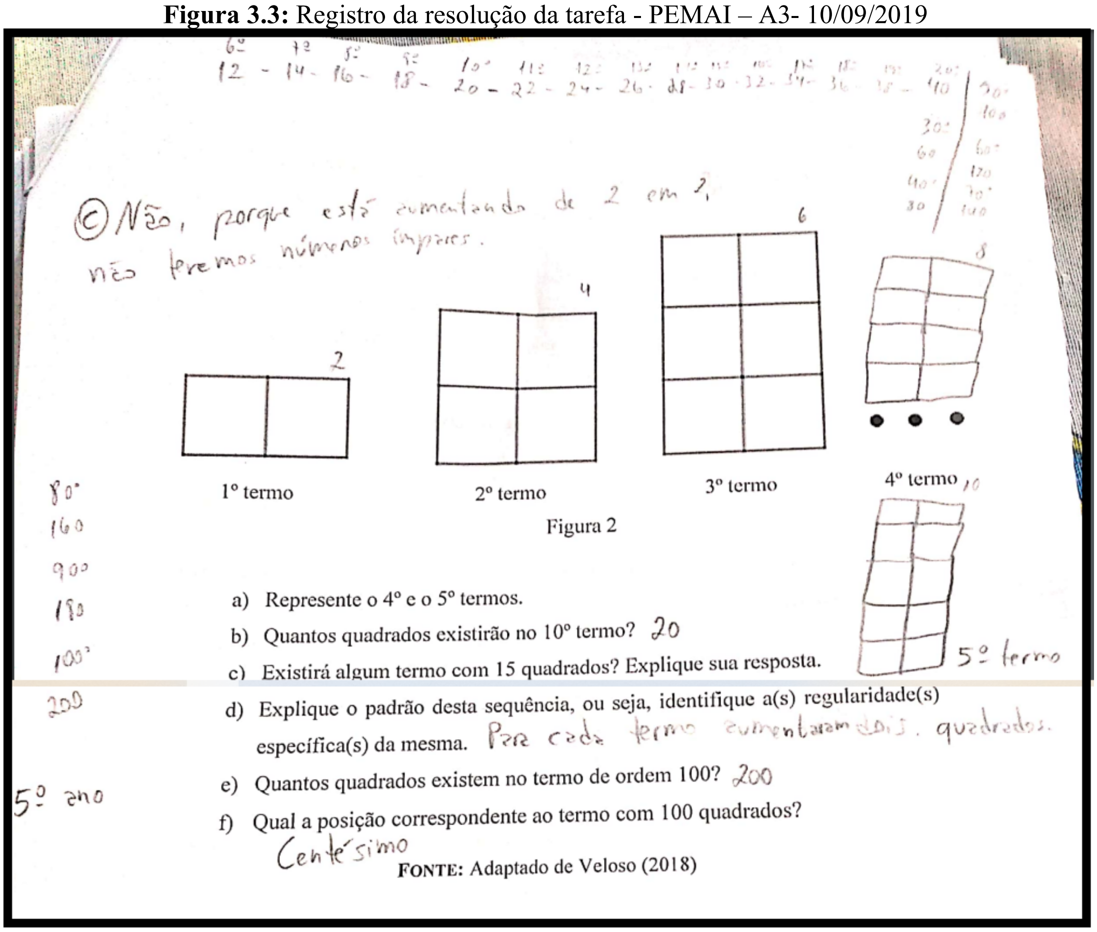
Na sequência, as PEMAI- C1 e J1 do mesmo modo produzem reificações sobre a resolução da tarefa explorada com base em aspectos aritméticos, ao buscar estabelecer relações de equivalência a partir das propriedades associativa e comutativa das operações, além de operar com a ideia da incógnita, ao tentar atribuir o valor desconhecido da nuvem.

As PEMAI operam com uma situação particular, baseadas nas propriedades multiplicativas já conhecidas por elas e, por meio das argumentações promovidas pelas reificações, estabelecem gradativamente princípios de generalização mais próximos da Álgebra formal.

3.6.1.2 Generalização de padrões: exploração da tarefa "Sequência de quadrados"

Ao desenvolver o empreendimento de exploração da tarefa *"Sequência de quadrados"* (Anexo V), inferimos que as PEMAI produziram reificações que mobilizaram aspectos do pensamento algébrico, relacionados à *generalização de padrões*. Na Figura 3.3, observamos o registro da resolução da tarefa realizado pela PEMAI – A3, a partir das discussões do pequeno grupo, apresentadas no Episódio 4 (Quadro 3.4), em que ocorre a tentativa de estabelecer relações entre os termos da sequência de quadradinhos apresentada na tarefa e de identificar o padrão utilizado, buscando a generalização.

Figura 3.3: Registro da resolução da tarefa - PEMAI – A3- 10/09/2019


12 - 14 - 16 - 18 - 20 - 22 - 24 - 26 - 28 - 30 - 32 - 34 - 36 - 38 - 40

c) Não, porque está aumentando de 2 em 2, não teremos números ímpares.

1º termo 2º termo 3º termo 4º termo 5º termo

Figura 2

a) Represente o 4º e o 5º termos.

b) Quantos quadrados existirão no 10º termo? 20

c) Existirá algum termo com 15 quadrados? Explique sua resposta.

d) Explique o padrão desta sequência, ou seja, identifique a(s) regularidade(s) específica(s) da mesma. Para cada termo aumentaram dois quadrados.

e) Quantos quadrados existem no termo de ordem 100? 200

f) Qual a posição correspondente ao termo com 100 quadrados? Centésimo

5º ano

FONTE: Adaptado de Veloso (2018)

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Quadro 3.4: Episódio 4: Negociações acerca da identificação da regularidade – 20/08/2019.

J1: Você pensou igual eu?! Aqui vai aumentar sempre 2! 2, 4, 6, 8, 10. Aqui vai ser 20, no décimo termo. *A3: Não vai ter com quinze! Porque está aumentando de dois em...* *J1: Porque ele aumenta de dois em dois, não é?! No sexto vai ter 12, no sétimo 14, no oitavo 16, no nono 18, no décimo 20, porque é de dois em dois, cada termo você aumenta dois. Eu pensei assim, porque cada vez que você vai aumentando o termo, você aumenta de dois em dois. Eu pensei assim, se no primeiro termo tem 2, quando eu chegar no cem... eu tinha pensado diferente, eu tinha multiplicado o 2 por 100, vais dar 200 quadradinhos!* *FC: Se continuar resolvendo seguindo essa regularidade, essa lógica do termo com o quadradinho daria certo.* *T1: Dá! O cinco vai ser 10, o dez vai ser 20, é o dobro. O número de quadrados é o dobro... Se for pensar o décimo termo é 20, o vigésimo vai ser 40, se for ver [*realiza algumas contas*] é 200, mesmo, é 200 não é?!*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

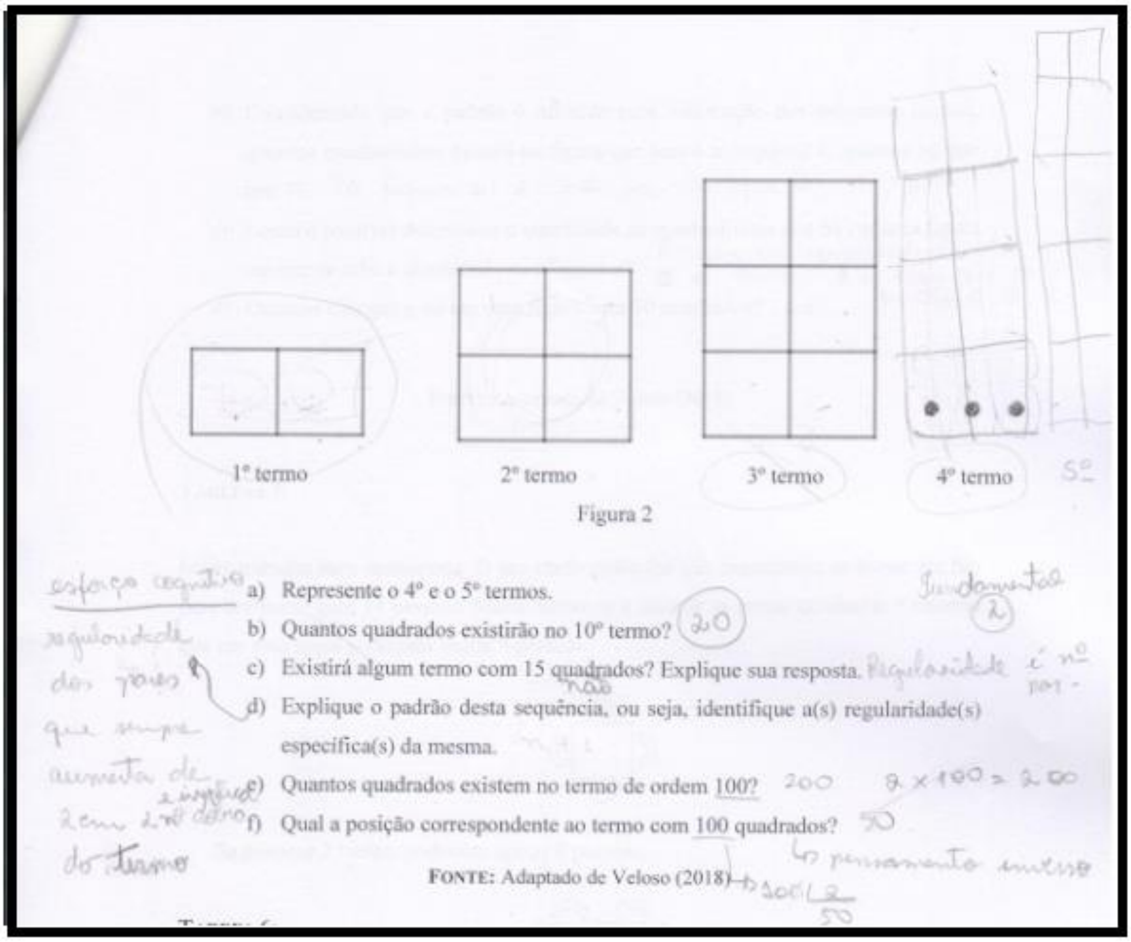
No processo de negociação de significados presente no Episódio 4 (Quadro 3.4), inferimos que as PEMAI produziram reificações sobre a regularidade presente na sequência, uma vez que concluem que a relação entre a posição do termo da sequência e a quantidade de quadrados é uma relação de *dobro*, que é válida para todas as demais situações (termos da sequência). Na continuidade das negociações, no Episódio 5 (Quadro 3.5), as reificações produzidas pela participação no pequeno grupo mobilizam aspectos do pensamento algébrico acerca da generalização de padrões presente na tarefa, posteriormente registradas pela PEMAI-A1, na Figura 3.4.

Quadro 3.5: Episódio 5: Negociações acerca da generalização de padrões – 20/08/2019

J1: Mas o dobro que eu entendi, é o dobro da quantidade de quadrinhos por termo. Cada termo tem 2 quadrinhos, se eu tenho cem termos eu tenho 200 quadrinhos. Porque a hora que você chega aqui, 80 tem 160, então cem vai ter quanto, 200. *N1: O 20º termo vai dar 40, porque é o padrão, a regularidade.* *A1:Porque é duas vezes, ele é sempre o dobro...* *FM: A partir desse raciocínio de vocês, se eu der qualquer número vocês conseguem sabem me dizer qualquer quantidade de quadradinhos que tem?* *A1: Quantos quadradinhos vão ter?! Então, por exemplo, quantos quadrados existem no termo de ordem 100, nesse padrão, vão ter 200!* *FM: E se eu pedir ao contrário, se eu der um total de quadradinhos, vocês conseguem me dizer qual o termo?* *N1: A regularidade de 100 quadrados, vou ter 50* [a posição do termo] *A1: O raciocínio é o que ele representa, eu multiplico o dobro, ou eu divido pela metade.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 3.4: Registro da resolução da tarefa - PEMAI – A1- 10/09/2019



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Na análise dos episódios apresentados, deduzimos que as PEMAI produziram reificações acerca da perspectiva de pensamento algébrico envolvendo a *generalização de padrões*, corroborando Kieran (2007, p. 5), ao afirmar que operar com Álgebra consiste também na "atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras". Enfatizamos ainda a importância do processo de *participação* das PEMAI e das formadoras, argumentando e validando as reificações produzidas e compartilhadas na exploração da tarefa. Sobre o processo de participação, Caldeira e Cyrino (2011) relatam que o grau de envolvimento com a prática da comunidade determina as relações de compromisso entre os membros, por meio das reificações que constituem os repertórios compartilhados.

Desse modo, inferimos que os processos de participação e reificação foram mobilizados na dinâmica da CoP-PEMAI, na medida em que as professoras interagiam entre si, buscando validar suas hipóteses de resolução e argumentos enunciados.

3.6.2 Estratégias de resolução mobilizadas na exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico

Nesta seção apresentamos episódios em que as PEMAI negociam possibilidades de representação para as resoluções da tarefa *"Quantos apertos de mão*?". As discussões negociadas envolvem pontos de enfoque que apresentam indícios de reificações produzidas na socialização das discussões realizadas no grande grupo.

3.6.2.1 Representação por esquemas

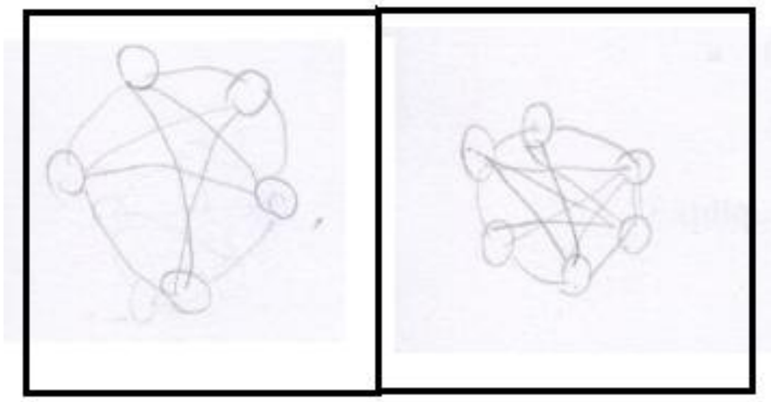
Na continuidade das discussões realizadas na dinâmica da CoP-PEMAI, as professoras participantes negociam as compreensões acerca da resolução da tarefa *"Quantos apertos de mão?"* (Anexo VI*)*, como apresentado no Episódio 6 (Quadro 3.6). Na sequência, registram as estratégias de resolução utilizadas por meio de representações por esquemas, como ilustrado (Figura 3.5, Figura 3.6 e Figura 3.7).

Quadro 3.6: Episódio 6: Negociações acerca das compreensões da resolução da tarefa *"Quantos apertos de mão?"* –20/08/2019

N1: Se chegar mais uma [pessoa]*, eu tenho 1, 2, 3, 4, 5. Só que ela vai ter que cumprimentar 5* [os apertos que já *tinham] ...Então 6, 7, 8, 9* [os apertos que serão dados com a chegada de mais uma pessoa].   *T1: Todas as pessoas do grupo vão cumprimentar-se, não é 2, vai ser mais, sabe por quê?! Eu cumprimentei você e cumprimentei ela, já são dois e você já me cumprimentou, você não cumprimentou ela, então 3, e você já me cumprimentou e cumprimentou ela.*   *V1: A primeira chega e aperta três vezes, três mãos, a outra pessoa vai apertar 2, porque eu já apertei a mão dela, a seguinte vai, um aperto de mão!*   *T1: Então 3 com 2 com 1, é igual 6.*   *V1:Então, seis apertos porque essa daqui* [a última pessoa*] já apertou a mão de todas então ela não vai precisar apertar a mão de ninguém.*   *J1: A ideia é a mesma, mas são três pessoas. Então quando eu chego e aperto a mão da C1(*PEMAI*) e da V1 (*PEMAI*). Quando eu aperto a dela, ela já apertou a minha. Então aqui deu 2. Então vai dar 2 no primeiro e vai dar 1 no segundo. E a C1 aperta a mão da V1, mais 1, são 3 com três pessoas.*   *FM: Então registra isso que você falou, 4 pessoas é igual a quantos apertos?*

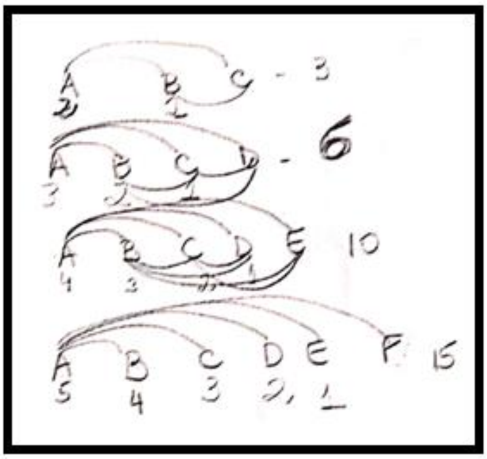
Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 3.5: Registro individual da resolução da tarefa - PEMAI – NI- 20/08/2019



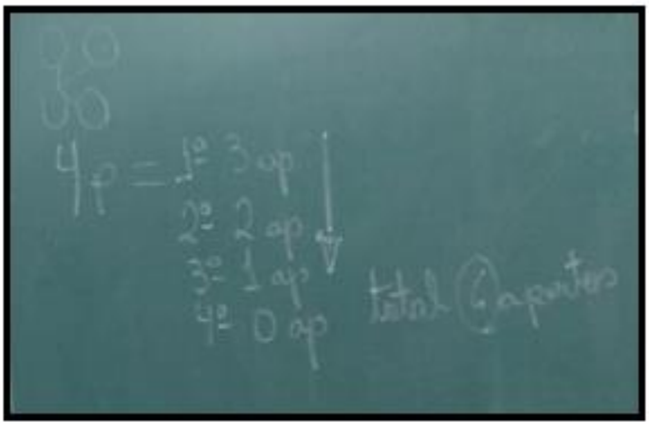
Fonte**:** Dados da pesquisa, 2021.

Figura 3.6: Registro individual da resolução da tarefa - PEMAI – TI- 20/08/2019



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 3.7: Socialização do registro da resolução da tarefa no quadro - PEMAI – VI- 20/08/2019

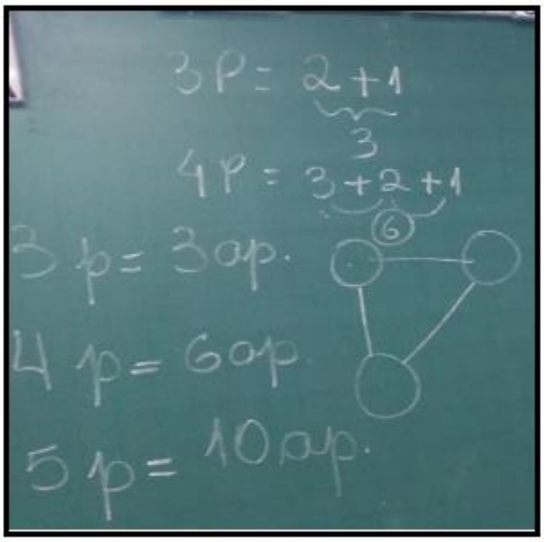


Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Observamos nos registros das resoluções apresentados na, Figura 3.5, Figura 3.6 e Figura 3.7, que cada PEMAI faz uso de uma estratégia de representação para a resolução da tarefa, tentando demonstrar suas compreensões que foram negociadas no Episódio 6 (Quadro 3.6).

Na continuidade das negociações sobre as resoluções da tarefa, a PEMAI J1 propõe outro esquema para representação (Figura 3.8) e conclui que sua estratégia segue o mesmo raciocínio apresentado pela PEMAI-V1.

Figura 3.8: Socialização da estratégia de resolução da tarefa - PEMAI – JI- 10/09/2019



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao analisar os excertos dos episódios envolvendo as negociações sobre a resolução da tarefa *"Quantos apertos de mão?",* juntamente com os registros escritos das estratégias de resoluções utilizadas pelas PEMAI, inferimos que foram produzidas reificações acerca das diferentes estratégias utilizadas na representação para a resolução da tarefa explorada, que foram socializadas e validadas no processo de participação na CoP-PEMAI. Percebemos que as representações registradas pelas PEMAI procuraram reproduzir inicialmente a linguagem natural, enunciada no momento da explicação da resolução. No entanto, gradativamente as reificações produzidas passaram a sinalizar indícios de formalização da linguagem algébrica, como veremos a seguir.

3.6.2.2 Representação com indícios de formalização da linguagem algébrica

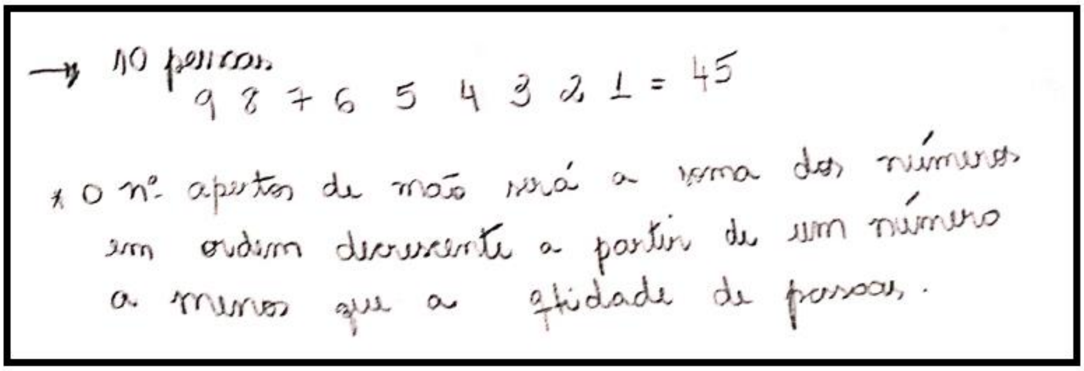
Ponte, Branco e Matos (2009) discutem a vertente *representar* como uma perspectiva para o desenvolvimento do pensamento algébrico, na qual são utilizadas estratégias de resolução envolvendo representações com símbolos no uso de convenções algébricas, como vemos no Episódio 7 (Quadro 3.7).

Quadro 3.7: Episódio 7: Negociações com indícios de formalização algébrica I –PEMAI – T1 - 20/08/2019

FM: Será que conseguimos estabelecer um padrão, uma regra? Para falar assim, tem 20 pessoas, quantos apertos de mão? Sem precisar ficar desenhando?
T1: Eu fiz um texto para explicar isso que você perguntou. Porque se fosse um número qualquer, então pensando se fossem 10 pessoas, quantos apertos de mão seriam? 45 apertos de mão, como que cheguei nisso?! Olhando as resoluções do 3, do 6 [apertos]*, eu descobri que a soma do total de apertos de mãos, vai ser sempre a soma da quantidade de pessoas, uma pessoa a menos do total, então, por exemplo eu quero saber para 10 pessoas, quantos apertos de mãos serão, eu tenho que somar 9+8+7+6+5+4+3+2+1*
3 P = 2+1= 3 apertos
4P = 3+2+1=5 apertos
5P= 4+3+2+1= 10 apertos
Então,
10 P= 9+8+7+6+5+4+3+2+1= 45 apertos
Eu sei que algebricamente deve ter outro meio!

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

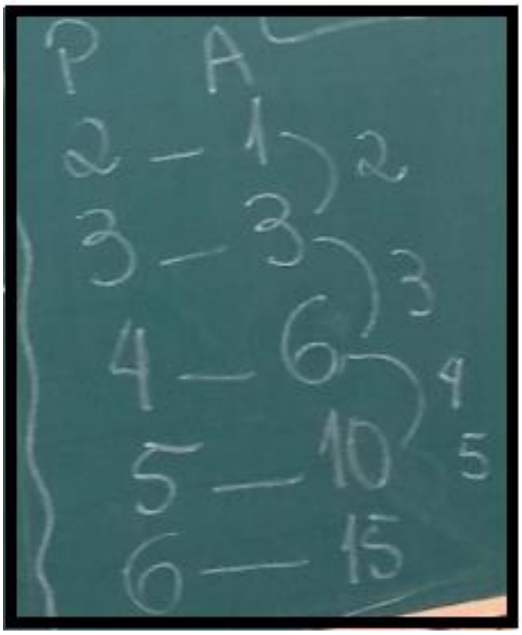
Figura 3.9: Socialização da resolução da tarefa no quadro - PEMAI – TI- 10/09/2019



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

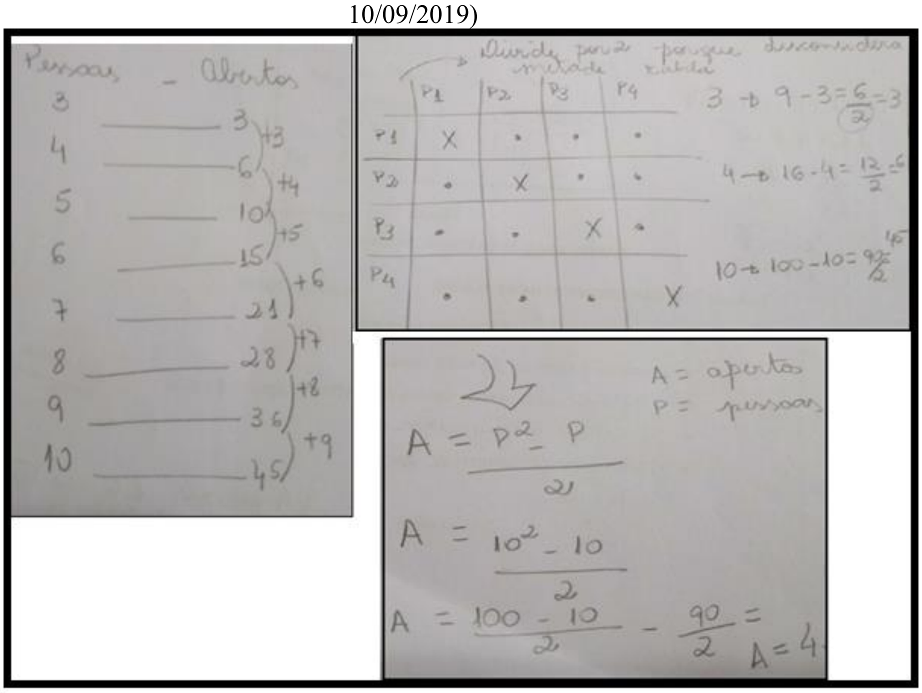
A partir das negociações sobre as resoluções da tarefa, após identificarem a regularidade do padrão e produzirem reificações sobre as estratégias de representação, a formadora instiga as PEMAI a produzirem novas reificações envolvendo uma possível regra de formação, na tentativa de fazer uma generalização. A formadora representa no quadro uma relação estabelecida, de acordo com as reificações produzidas pelas PEMAI, como apresentado nos registros escritos das Figura 3.9 e Figura 3.10.

Figura 3.10: Registro da resolução no quadro - FM- 10/09/2019



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 3.11: Registro realizado com base nas reificações produzidas pela CoP-PEMAI (PEMAI- T1- 10/09/2019)



Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

A Figura 3.11 mostra o registro individual da PEMAI-T1, a partir da representação utilizada pela formadora, também com base nas reificações produzidas pelas PEMAI. Ao serem instigadas a negociarem possíveis estratégias de resolução com indícios de formalização algébrica, atribuem um símbolo para “Aperto” (A) e Pessoas (P). Embasadas na relação estabelecida, as PEMAI, juntamente com a formadora, identificam a regra de formação “$A= (P^2 - P): 2$” como uma expressão possível de generalização para a resolução da tarefa.

Na exploração da tarefa *“Quantos doces há na caixa?”,* também foi possível observar indícios da representação algébrica formal nas resoluções das PEMAI. No Episódio 8 (Quadro 3.8), a PEMAI-T1 produz uma reificação com ênfase nas propriedades aritméticas que são reificadas pela PEMAI –E1 com uma representação em que faz o uso do ***x*** para expressar o seu raciocínio.

Quadro 3.8: Episódio 8: Negociações com indícios de formalização algébrica II – 10/09/2019

T1: Então, o que eu já sei. Aqui eu tenho um tanto mais 1. Aqui eu tenho um tanto mais 3. Esse tanto aqui dessa caixa e dessa tem que ser igual. E eu tenho mais uma informação que o total de tudo é 24. Então, o que nós fizemos, partimos da quantidade que nós já sabíamos. Então, 1 com 3 são 4. Os que estão fora. Lá daquele total de 24 bombons, nós já tiramos os 4, sobraram 20. Então, tem 0 nessa caixa e 10 nessa caixa. 10 + 1= 11 e 10 + 3= 13, no total 24. *E1: Porque se a gente for fazer (X + 1) + (X+ 3) = 24. Mas aí, quando a gente começa a isolar o X, ele vai ficar 2X.* $2X + (1 +3) = 24$ $2X + 4 = 24$ $2X = 24 – 4$ $2X = 20$ $X= 20 : 2$ $X=10$

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao analisar os episódios apesentados e os registros das resoluções das tarefas exploradas, inferimos que durante o processo de negociação de significados que permeou a dinâmica da CoP-PEMAI, foram produzidas reificações com indícios de formalização, de modo que as participantes passaram a ampliar seus repertórios fazendo uso de uma linguagem algébrica.

Na próxima seção faremos uma breve discussão sobre os resultados apresentados.

3.7 Pontos de enfoque mobilizados acerca dos processos de negociação de significados na exploração de tarefas sobre o pensamento algébrico

As negociações de significados promovidas na exploração das tarefas, apresentadas nos episódios descritos neste estudo, envolveram processos de *participação* e *reificação* (ESTEVAM; CYRINO, 2019; ROCHA, 2013). Considerar tais processos como um movimento de pensar e repensar ações, estratégias, compreensões, possibilidades, hipóteses e tentativas, nos permitem identificar indícios sobre a mobilização de aspectos do pensamento algébrico que se tornaram pontos de enfoque durante a exploração de tarefas na dinâmica da CoP-PEMAI.

Os episódios e os registros escritos desvelam elementos que oferecem indícios de aprendizagem das PEMAI, perpassando pelas compreensões negociadas acerca das perspectivas de pensamento algébrico (BLANTON; KAPUT, 2005; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; KIERAN, 2007; LINS, 1992, 1994; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009) e de diferentes estratégias de representação de suas resoluções.

Inferimos que durante a exploração das tarefas propostas, as PEMAI produziram outras reificações a partir das que traziam antes da participação na CoP-PEMAI, e a cada nova reificação novos conhecimentos foram mobilizados como podemos perceber nos relatos apresentados no registro dos Diários de Bordo (Quadro 3.9).

Quadro 3.9: Reificações sobre aprendizagens negociadas pelas PEMAI

N1: Descobri que não é mágica e sim interpretação das informações e dos dados apresentados. Assim, vamos revendo o que já está "consolidado" e "desconstruindo" o que tínhamos como verdade absoluta, pois percebemos de onde surgiu cada equação, expressão ou resultado". (Diário de Bordo, 31/10/2019) *R1: A forma como foram resolvidas as atividades* [tarefas] *em grupos e o pensamento diferenciado para se chegar ao mesmo resultado me levou a pensar: apesar de a Matemática ser uma ciência exata, não existe uma única forma para se chegar ao resultado". (*Diário de Bordo, 29/08/2019)

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Sobre as estratégias mobilizadas para resolução das tarefas, inferimos que as PEMAI produziram reificações quanto aos modos de representar o raciocínio utilizado. No início, os registros eram mais próximos a possíveis representações que seriam produzidas por estudantes dos anos iniciais. Porém, gradativamente, as representações foram sendo negociadas, por meio das reificações, até que o grupo passou a produzir em suas resoluções, representações com indícios mais formais da linguagem algébrica, própria dos anos posteriores de escolarização.

A partir da negociação de significados presentes nos episódios apresentados, notamos a constituição de repertórios com compreensões acerca das perspectivas de pensamento algébrico e possíveis estratégias de resoluções, que foram reificados pela participação na CoP-PEMAI, promovendo importantes aprendizagens acerca do trabalho de PEMAI nas aulas de Matemática.

Tais aprendizagens levaram as PEMAI a considerar a importância de o professor que ensina Matemática conhecer os conteúdos com os quais irá trabalhar, para além da etapa na qual ministra suas aulas, bem como conhecer possíveis estratégias para representar os modos de raciocínios dos estudantes.

3.8 Considerações finais

No presente estudo, apresentamos os pontos de enfoque de processos de negociações de significados acerca da exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico, compartilhados na prática da CoP-PEMAI. Os episódios analisados sugerem que os processos de participação, por meio do compromisso e do engajamento das PEMAI, na realização dos empreendimentos propostos acerca da exploração de tarefas, e das reificações, produzidas nos momentos de discussões nos pequenos grupos e nos grandes grupos, foram essenciais para desencadear mecanismos de compreensão dos aspectos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais.

Dentre os resultados evidenciados, inferimos que a identificação de pontos de enfoque sobre as perspectivas de pensamento algébrico, mobilizadas na exploração das tarefas e as possibilidades de representação negociadas durante as resoluções, ao mesmo tempo que promoveu a aprendizagens dos membros da CoP-PEMAI as tornou autoconfiantes como professoras que ensinam Matemática.

As aprendizagens puderam ser percebidas quando houve o compartilhamento de seus repertórios e, gradativamente, os elementos da linguagem algébrica formal, como incógnita, equivalência, padrões e generalização, passaram a fazer parte de seus vocabulários. Identificar as perspectivas de pensamento algébrico viabilizou às PEMAI, estabelecer relações com conceitos que já estavam habitualmente acostumadas a explorar nas aulas de Matemática, como as propriedades aritméticas, por exemplo. As PEMAI vislumbraram ainda estratégias de resolução possíveis de serem exploradas com seus alunos, por meio de representações diversas das resoluções com destaque aos esquemas e representações com indícios de formalização algébrica.

Em vista disso, consideramos que os processos de negociação de significados que ocorrem em espaços formativos na perspectiva das CoPs configuram-se como extremamente promissores para a aprendizagem de PEMAI, contribuindo, consequentemente, para o seu desenvolvimento profissional por meio de atitudes de engajamento, compromisso e protagonismo de sua própria formação.

3.9 Referências

ANDRÉ, M. Formação de Professoras: a Constituição de um Campo de Estudos. **Dossiê Educação,** Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

BALDINI, L.A.F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do software GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L.A.F.; OLIVEIRA, J.C.R.; CYRINO, M.C.C.T. Comunidade de prática de formação de professores que ensinam matemática: constituição, energia e cultivo. **Revemat**, São Paulo, v.14, n.16, p. 55-66, jan./jun.2017.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Componente Curricular de Matemática. 2018.

CALDEIRA, J.S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

COSTA, N.M.L. A formação contínua de professores – novas tendências e novos caminhos. **Holos**, Ano 20, p.63-75, dez. 2004

CYRINO M.C.C.T. A prática pedagógica do professor em sala de aula. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**,** 2002, Foz do Iguaçu. **Anais [...[.** Foz do Iguaçu, UNIOESTE, 2002. CDROM.

CYRINO, M. C. C. T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. In I. L. Batista; R. F. Salvi (org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática: um perfil de pesquisas.** Londrina: EDUEL, 2009, p. 95-110.

CYRINO. M.C.CT. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. **Bolema: Boletim de Educação Matemática (On-line)**, v. 30, p. 165-187, 2016.

CYRINO, M.C.C.T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de professores que ensinam matemática e de investigadores. **RENCIMA**, v.9, n. 6, p.-1-17, 2018.

CYRINO, M. C. de C. T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401, 2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação,** Bauru, SP, v.20, n.3, p.751-764, 2014.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In:* WITTROCK. M. C. (ed.), **Handbook of research on teaching.** Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T. Condicionantes de aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática em contextos de Comunidades de Prática. **Alexandria** (UFSC), v. 12, p. 227-253, maio 2019.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H.M. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de professores de matemática. **RENCIMA**, v.9, p.32-51, 2018.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. *In*: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, p. 233-255, 2009.

IMBERNON, F. **Formação permanente do professor**. Novas tendências. São Paulo: Cortez, 2009.

JESUS, C.C. **Análise crítica de tarefas matemáticas:** um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. *In*: FENNEMA, E.; ROMBERG, T.A. (eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, n. 1, 2007.

LAVE, J; WENGER, E. **Situated learning:** Legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, 1975.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) - School of Education, University of Nothingam, UK: 1992..

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 - 39. 1994.

NACARATO, A.M; CUSTÓDIO, I. A. (orgs.) **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática. Brasília: SBEM, 2018.

NAGY, M. C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 197 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

NÓVOA, A. Concepções e práticas da formação contínua de professores: *In*: NÓVOA A. (org.). **Formação contínua de professores:** realidade e perspectivas. Portugal: Universidade de Aveiro, 1991.

NÓVOA, António. **O regresso dos professores**. Livro da conferência Desenvolvimento profissional de professores para a qualidade e para a equidade da aprendizagem ao longo da vida. Lisboa: Ministério de Educação, 2008.

OLIVEIRA, L. C. P. de. **Aprendizagens no empreendimento:** estudo do raciocínio proporcional. 2014. 207 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *In*: PROFMAT *98*. **Actas [...].** Lisboa: APM, p. 27-44, 1998.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

ROCHA, M.R., **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013

ROCHA, M. R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

SQUALLI, Hassani. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

STEIN, M. K. *et al*. **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook for professional development. New York: Teachers College Press, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TINTI, D.S; MANRIQUE, A.L. Mapeamento de pesquisas sobre aprendizagem docente em Comunidades de Prática constituídas no OBEDUC. **Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n.1, p.186-203, jan./abr.2017.

WENGER, E. **Communities of Practice: Learning, meaning and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

CAPÍTULO 4

EXPLORAÇÃO DE TAREFAS QUE ENVOLVEM O PENSAMENTO ALGÉBRICO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORAS QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Resumo: Este estudo tem como objetivo analisar aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados por professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, no empreendimento de exploração de tarefas em um contexto de formação continuada. Os dados dessa investigação qualitativa de cunho interpretativo foram coletados durante as discussões ocorridas no contexto de um grupo de estudos, em formação continuada, que se constituiu como uma Comunidade de Prática. Os resultados apontam tanto para a mobilização de aspectos do pensamento algébrico, associados *à generalização, ao pensamento funcional, à atribuição de significados aos objetos da Álgebra* e aos modos de abordá-los em sala de aula, bem como para o movimento de *(re)pensar a dinâmica de exploração de tarefas na prática docente.* Conclui-se que empreendimentos envolvendo a exploração de tarefas, em contextos de formação continuada de professores, é uma ação promissora para a mobilização de conhecimento e para a aprendizagem docente, na medida em que possibilita compartilhar experiências, negociar significados e refletir sobre sua prática docente.

Palavras-chave: Formação continuada. Exploração de tarefas matemáticas. Pensamento algébrico nos anos iniciais. Prática docente

4.1 Introdução

A constituição de espaços de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (PEMAI), na perspectiva de grupos de estudos em Comunidades de Prática - CoPs, tem sido recorrente no campo da Educação Matemática. Tais espaços têm promovido aprendizagens profissionais[1], na medida em que possibilitam momentos para compartilhar práticas e repertórios a respeito do exercício da docência.

A aprendizagem matemática de professores que atuam neste nível de ensino se torna relevante em espaços de formação continuada, tendo em vista que, em sua maioria, esses professores têm sua formação inicial em Pedagogia, cuja organização curricular apresenta uma carga horária incipiente para o trabalho com essa área do conhecimento. Na perspectiva da Teoria Social da Aprendizagem (LAVE; WENGER, 1991), as CoPs se constituem espaços formativos em que se considera a negociação de significados como aspecto inerente do

[1]Ver estudos do Gepefopem – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática (http://www.uel.br/grupo-estudo/gepefopem/artigos.html).

processo de aprendizagem. Esses espaços formativos, cujas práticas envolvem engajamento em empreendimentos articulados, partilha de repertórios e compromisso mútuo dos professores em formação, promovem o seu protagonismo e, por conseguinte, o seu desenvolvimento profissional.

O envolvimento dos professores em formação, em empreendimentos definidos e negociados por eles, que se articulam em torno de objetivos comuns, é um campo fértil para sua aprendizagem. Para Rocha e Cyrino (2019, p. 173), os empreendimentos se configuram como "um conjunto de ações articuladas a serem desenvolvidas, construídas por meio de um processo de negociação dos participantes e não a partir de um acordo estático, com a finalidade de alcançar um determinado fim". Desse modo, no contexto das CoPs, os membros da comunidade são imersos em situações nas quais as decisões acerca de encaminhamentos e ações a serem desenvolvidas são negociadas e articuladas coletivamente.

Em vista disso, a temática em torno do pensamento algébrico foi negociada entre as participantes da CoP-PEMAI (Comunidade de prática de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais) por considerarem que, ao conhecerem aspectos matemáticos envolvidos nessa temática, assim como as relações existentes entre os objetos da Álgebra e as possibilidades metodológicas para seu ensino, estariam mais bem preparadas para sua prática docente, principalmente por conta das alterações curriculares ocorridas nos últimos anos.

Os empreendimentos que exploram tarefas matemáticas em contextos formativos têm se mostrado promissores para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática (CYRINO; JESUS, 2014; ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2018; JESUS; CYRINO; OLIVEIRA, 2018). Em especial nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os professores, ao se depararem com a tarefa de ensinar Matemática, não se sentem suficientemente preparados, por causa da sua frágil formação inicial e de sua própria escolarização, tendendo, assim, muitas vezes, a reproduzir estratégias de ensino que eles próprios vivenciaram quando estudantes.

No presente estudo, propusemo-nos a analisar aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados por PEMAI no empreendimento de exploração de tarefas, em contexto de formação continuada.

Nas próximas seções, apresentaremos alguns aspectos do pensamento algébrico, com base em Blanton e Kaput (2005) e Cyrino e Oliveira (2011) e as possibilidades de trabalho com o empreendimento exploração de tarefas, bem como a importância de discutir os modos de realizar este trabalho nos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas implicações para a prática docente. Indicaremos ainda os procedimentos metodológicos da investigação e a análise e a discussão dos resultados com o intuito de identificar aspectos do pensamento algébrico que foram mobilizados pelas participantes no contexto investigado durante o empreendimento exploração de tarefas.

4.2 Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Para além da exploração de números, medidas e geometria, campos estes que de certo modo já se fazem mais presentes no cotidiano das salas de aula nesta etapa de ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o trabalho especificamente com o pensamento algébrico tem sido alvo de discussões recentes no campo das pesquisas em Educação Matemática no Brasil ganhando ênfase com a implementação da Base Nacional Comum Curricular[1]- BNCC (BRASIL, 2018).

Até então, o ensino da Álgebra, de forma sistematizada, estava contemplado com maior recorrência nas propostas curriculares voltadas para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, com ênfase no ensino de equações, fórmulas e linguagem simbólica.

Considerando que o ensino da Álgebra nos anos iniciais não deva ser entendido de modo reducionista, dada a sua amplitude e importância, torna-se necessário que haja um trabalho voltado para exploração do pensamento algébrico. Conhecer os aspectos matemáticos envolvidos, as relações existentes entre os objetos da Álgebra e as possibilidades metodológicas para o ensino destes conteúdos se torna fundamental para o exercício da prática docente, em especial do professor que ensina Matemática nesta etapa de ensino.

O trabalho com o pensamento algébrico ou raciocínio algébrico tem sido amplamente debatido por autores, como Carraher e Schliemann (2007), Kaput (2007), Lins (1992, 1994), Squalli (2000). Neste estudo, optamos em discutir as perspectivas de Blanton e Kaput (2005), e Cyrino e Oliveira (2011), por entender que elas sustentam as discussões que emergiram no âmbito da CoP-PEMAI, investigada neste estudo.

Blanton e Kaput (2005, p. 413), ao tratarem dos aspectos matemáticos importantes de serem explorados nos anos iniciais de escolarização, fazem uso do termo "raciocínio algébrico" e o definem como:

[1]A BNCC é um documento norteador para elaboração das propostas curriculares de todo o país. Além das Unidades Temáticas Números, Grandezas e Medidas, Geometria e Tratamento da Informação, já presentes em documentos anteriores como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNS 1998, a BNCC, incorporou o estudo de Álgebra como conteúdo a ser trabalhado desde os anos iniciais.

> um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade. (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413),

Para estes autores, tais generalizações podem ser expressas por palavras e símbolos, com base em observações de padrões e relações funcionais, assumindo várias formas. Essas observações levam à *generalização de padrões* e à descrição de relações que envolvem o *pensamento funcional*. Como exemplos de generalização de padrões, há aqueles que podem "ser expressos a partir de representações geométricas e numéricas, obtidas por meio de sequências de figuras, de regularidades numéricas, de situações desconhecidas a partir de dados conhecidos, bem como por meio da abstração de sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações" (CALDEIRA, 2010, p. 50). A generalização de relações funcionais, que promovem o pensamento funcional, pode ser obtida por meio da correspondência entre quantidades e sua respectiva representação simbólica, de relações recursivas e da formulação de regras para descrever determinadas relações, existentes entre duas grandezas particulares, por meio de uma lei de formação capaz de indicar tal correspondência.

Na ótica de Cyrino e Oliveira (2011, p. 103), o pensamento algébrico é assumido como um "modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização desses objetos". Visto isso, é importante que o trabalho com tarefas matemáticas, que oportunizem o desenvolvimento do pensamento algébrico, seja realizado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que os estudantes se encontram num processo inicial de desenvolvimento do pensamento abstrato, da observação das propriedades das operações, da atribuição de significados às manipulações algébricas. Um exemplo seriam as tarefas que têm por objetivo a construção de um modelo, para expressar a generalização, que seja validado como estratégias para resolver problemas. Neste percurso, os estudantes podem inferir hipóteses de resolução, atribuir significados expressos por meio de argumentos e justificativas sobre seus modos de raciocínio.

Para além da atribuição de significados aos objetos da Álgebra, faz-se essencial pensar também sobre os modos como os estudantes compreendem e operam com os elementos algébricos e as relações existentes entre eles.

A mobilização de aspectos do pensamento algébrico, a partir da exploração de tarefas matemáticas em contextos formativos, acarreta importantes implicações para a prática docente, como veremos na próxima seção.

4.3 Exploração de tarefas matemáticas na formação de professores e implicações para a prática docente

A exploração de tarefas matemáticas, como um empreendimento articulado na prática de uma CoP, envolve um conjunto de ações desenvolvidas na dinâmica do processo formativo que visam favorecer aprendizagens profissionais para ensinar Matemática, tais como resolução das tarefas, discussão das resoluções, elaboração e seleção de tarefas, discussões das implicações de exploração das tarefas para a prática docente.

Cyrino e Jesus (2014) sinalizam que, ao analisar tarefas sob diversas perspectivas, como sua natureza, características, estratégias de resolução e nível de demanda cognitiva[1], o professor tem a oportunidade de selecionar aquelas que mais se adequem aos objetivos de ensino. Cabe ao professor priorizar tarefas desafiadoras, que estimulem os estudantes a estabelecer conexões com significados e conceitos matemáticos, ou seja, que proporcionem um ambiente de aprendizagem nas aulas de Matemática.

Em relação à seleção e à elaboração de tarefas, Steele (2001, p. 42) salienta que “nenhuma outra decisão do professor toma um impacto tão grande nas oportunidades de os alunos aprenderem e na sua percepção do que é Matemática”. Sendo assim, uma tarefa com objetivos definidos permite o engajamento dos estudantes e a articulação dos conteúdos a serem ministrados pelo professor.

Jesus (2011), com base em Stein (2009) e Stein e Smith (1998), aponta três argumentos sobre a importância do papel da tarefa e sua resolução nos processos de ensino e de: o engajamento dos alunos; a conexão dos objetivos com a aprendizagem; e a estimulação de diferentes modos de raciocínio.

Ao explorar tarefas com potencial para a aprendizagem Matemática dos estudantes, em especial em relação ao pensamento algébrico, em contextos formativos, como proporcionado pela CoP-PEMAI, as professoras tiveram a oportunidade de repensar sobre suas práticas, vislumbrar outras possibilidades de trabalho em sala de aula, como veremos nas próximas seções. A seguir detalhamos os procedimentos metodológicos utilizados na realização desta investigação no contexto da CoP-PEMAI.

[1]De acordo com Stein e Smith (1998), o nível de demanda cognitiva de uma tarefa depende do nível de complexidade de pensamento envolvido em seu procedimento de resolução, podendo envolver desde a memorização até a realização de conexões com significados diversos.

4.4 O movimento da CoP-PEMAI e o delineamento da investigação

Neste estudo, dedicamo-nos a investigar aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados por um grupo de PEMAI, no contexto de uma Comunidade de Prática - CoP no empreendimento de exploração de tarefas.

A CoP-PEMAI, assim nominada nesta investigação, foi constituída por dez professoras que atuavam em escolas da rede municipal de ensino de Maringá. A fim de preservar suas identidades[1], elas estarão nominadas ao longo deste estudo com os seguintes códigos[2]: AI, A2, A3, C1, E1, J1, N1, R1, T1 e V1. As formadoras[3] estão identificadas com as siglas FC e FM.

Os encontros ocorreram quinzenalmente, fora da jornada de trabalho das participantes, em uma das escolas de atuação das professoras participantes, de agosto a novembro do ano de 2019, totalizando dez encontros de quatro horas cada um. Durante o desenvolvimento dos encontros da CoP-PEMAI foram realizadas várias ações que constituíram cada empreendimento. Na presente investigação, analisamos o empreendimento "Exploração de Tarefas". As ações que compuseram esse empreendimento envolveram: análise, resolução e discussão de tarefas em pequenos grupos, a socialização das resoluções e discussão no grande grupo, a seleção de tarefas com potencial para o ensino da Álgebra para serem exploradas nos anos iniciais e os relatos sobre a proposição dessas tarefas em sala de aula.

Após as professoras terem realizado, nos primeiros encontros, uma aproximação com a resolução de tarefas, seguida da discussão de perspectivas do pensamento algébrico com base na literatura[4], foi sugerido que, no segundo momento, realizassem uma pesquisa e a seleção de tarefas com potencial algébrico para serem exploradas com seus alunos. De posse do material coletado pelas PEMAI, as formadoras organizaram listas contendo de quatro a cinco tarefas, considerando diferentes níveis de demanda cognitiva (STEIN, 2009). Na sequência, cada pequeno grupo ficou responsável pela resolução de uma das listas. No encontro posterior, realizou-se a troca de listas entre os grupos para que pudessem comparar e discutir as resoluções que, por fim, foram socializadas no grande grupo.

[1]De acordo com as normas do comitê de ética da UNESPAR.

[2]Os códigos se referem às letras iniciais dos nomes reais das professoras participantes.

[3]Primeira autora deste artigo e Mayara Cristina Sugigan, integrantes do GEPEFOPEM. Mayara é licenciada em Matemática. Este fato possibilitou ampliar as discussões, traçando um panorama do ensino da Álgebra para além dos anos iniciais, de modo que as professoras pudessem perceber o percurso do pensamento algébrico ao longo de todo o Ensino Fundamental.

[4](BLANTON; KAPUT, 2005; CYRINO; OLIVEIRA, 2011; KIERAN, 2007; LEE, 2001; LINS, 1992, 1994; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

A presente investigação assumiu um caráter qualitativo com características da pesquisa-intervenção (KRAINER, 2003), tendo em vista que as pesquisadoras atuaram também como formadoras, intervindo no processo, promovendo discussões e levantando questionamentos acerca da importância do trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais.

A coleta de informações, contou com os registros escritos das participantes da CoP-PEMAI compostos por resoluções das tarefas, Diários de Bordo[1] e o Diário de Campo da pesquisadora, e gravações em áudio dos encontros, compostas por discussões nos pequenos grupos e discussões coletivas desencadeadas pela socialização das discussões no pequeno grupo.

Com base nas gravações em áudio, foi possível identificar episódios, que foram transcritos e utilizados para discutir o percurso da CoP-PEMAI na articulação do empreendimento de exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico.

No processo de análise dos dados, utilizamos aspectos da análise interpretativa (ERICKSON, 1986), constituídos por cinco etapas. Na primeira etapa, realizamos uma análise detalhada das discussões gravadas em áudio de cada grupo, no decorrer de cada encontro, buscando indícios de aspectos do pensamento algébrico, mobilizados durante o desenvolvimento do empreendimento de exploração de tarefas.

Na etapa dois, debruçamo-nos na análise seletiva de episódios em que tais aspectos se mostraram mais evidentes, bem como a frequência em que se repetiam durante o processo de articulação do empreendimento. Na terceira etapa, focalizamos a atenção nos registros escritos, a fim de buscar aspectos comuns aos já identificados nas discussões dos episódios gravados em áudio.

Posteriormente, identificamos similaridades presentes nos episódios analisados e nos registros escritos, com o intuito de agrupá-los em tópicos que caracterizassem os aspectos do pensamento algébrico e da prática docente, mobilizados no empreendimento exploração de tarefas na CoP-PEMAI. Enfim, na etapa cinco, com base na literatura Blanton e Kaput (2005) e Cyrino e Oliveira (2011), procedemos à discussão dos resultados descritos e analisados na próxima seção.

[1]O Diário de Bordo, chamado pelas professoras de "caderninho", foi proposto pelas pesquisadoras, no intuito de que ao final de cada encontro, fossem registrados impressões, dúvidas, questionamentos, de maneira individualizada. A partir da leitura dessas informações era possível propor novos encaminhamentos para os encontros da CoP-PEMAI.

4.5 Empreendimento exploração de tarefas: aspectos mobilizados

Na primeira parte desta seção, descrevemos e analisamos aspectos do pensamento algébrico, mobilizados na CoP-PEMAI no empreendimento exploração de tarefas, nomeadamente *a generalização,* o *pensamento funcional* e a *atribuição de significados aos objetos da Álgebra*, e reflexões a respeito da utilização dessas tarefas em sala de aula. Em seguida, analisamos o impacto desse empreendimento para a prática docente, de acordo com o relato das PEMAI.

4.5.1 Aspectos do pensamento algébrico

4.5.1.1 Generalização

O aspecto do pensamento algébrico relacionado á *generalização* foi mobilizado na exploração de tarefas envolvendo sequências e regularidades. A seguir apresentaremos episódios que ilustram a discussão compartilhada pelas participantes da CoP-PEMAI, durante a resolução da tarefa "*Sequência Geométrica*" (Anexo VII).

Após discutirem a resolução da tarefa nos pequenos grupos, as PEMAI socializaram suas discussões no grande grupo, buscando identificar uma regra de formação, em que fosse possível estabelecer algum tipo de generalização como vemos no Quadro 4.1 .

Quadro 4.1: Identificação da regra de formação - Episódio 1 - 22/10/2019

FM: E como você fez para saber o 48º termo? *A1: Nós falamos que os triângulos representam os números ímpares e os círculos os pares. De acordo com isso foi fácil determinar. [...]* *FC: Vocês compreenderam a resolução do grupo? Elas chegaram há um padrão, podemos dizer assim (regra de formação). Elas observaram então, que os triângulos são sempre ímpares e os círculos são sempre pares, e dessa forma elas conseguiram identificar o 48º elemento, como poderiam também identificar por exemplo o 124º.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 1 (Quadro 4.1), as PEMAI relataram uma regularidade para a sequência de figuras geométricas, de modo a construir uma *regra de formação* em que fosse possível *generalizar.* Durante a resolução, perceberam a existência de uma relação entre a posição do termo e o elemento (figura) da sequência, e estabeleceram, assim, uma regra que levou à *generalização*: a posição do triângulo sempre será um termo de número ímpar, e a posição do círculo sempre será um termo de número par. Dessa forma, as PEMAI concluíram ser possível, pautadas na regra de formação estabelecida na resolução, identificar qualquer outro termo da sequência.

As professoras perceberam, então, que poderiam prever resultados desconhecidos tendo em conta os resultados já conhecidos, ou seja, qualquer termo desconhecido poderia ser identificado a partir da generalização envolvida na aplicação da regra. Para Kaput (2007), o aspecto da generalização é visto, por meio da formalização de uma regra, como um modo de justificar a aplicação de um caso particular em outras situações nas quais a mesma regra seja válida. Ao observarem a repetição do padrão e a regularidade presente na sequência, as PEMAI estabeleceram, portanto, as relações necessárias para formar a regra de generalização.

No caso da tarefa "*Sequência Geométrica",* para que fosse possível estabelecer tal regra, foi necessário, ainda, recorrer a conhecimentos prévios dos conceitos de par ou ímpar, por exemplo, como podemos observar no Episódio 2 (Quadro 4.2), no qual, para além dos aspectos matemáticos envolvidos na exploração da tarefa, as PEMAI também discutiram as possibilidades de proposição de tarefas envolvendo o aspecto da generalização com seus alunos em sala de aula.

Quadro 4.2: Possibilidades de exploração de tarefas envolvendo aspectos de generalização em sala de aula - Episódio 2 – 22/10/2019

FC: E essa tarefa seria possível trabalhar com os alunos dos Anos Iniciais? *J1: Talvez a partir do segundo ano. Eu começaria com desenhos na sequência.* *FM: É uma tarefa que mobiliza o pensamento algébrico? No segundo ano daria para generalizar [a regra /padrão]?* *N1: Sim.* *A1: Não sei não…! Talvez se tiver o corte etário.* *J1: Talvez no início os alunos iriam resolver com o apoio do desenho.* *FM: É preciso ter primeiro claro a noção de par e ímpar.* *FC: Esse é o trabalho de mediação do professor, até onde se consegue avançar.* *A1: Sim é preciso ir chamando a atenção da criança, após o desenho começa enumerar [os termos].*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Ao serem indagadas pelas formadoras sobre *a possibilidade de explorar tarefas* envolvendo o aspecto da generalização com os alunos dos anos iniciais, as PEMAI levantaram questões relacionadas à faixa-etária dos estudantes para realização da tarefa. Inferimos que, ao utilizarem em seu discurso expressões como "talvez" e "não sei não", demonstraram de certo modo estarem inseguras sobre a possibilidade de resolução da tarefa por alunos menores. Durante a discussão, relataram *possíveis estratégias* que os alunos utilizariam na resolução, como desenhar e recorrer aos conceitos prévios de par e ímpar. As PEMAI concluíram que o processo de generalização do padrão se torna possível, na medida em que o professor realiza um trabalho de *mediação dos modos de pensar de seus alunos*, avançando assim para a mobilização dos aspectos constitutivos do pensamento algébrico. Tal mediação ocorre, como ressaltado por Blanton e Kaput (2005, p. 413), num processo discursivo de argumentação, de modo que o estudante tenha a possibilidade de expressar-se "cada vez mais, em caminhos formais à sua idade".

4.5.1.2 Pensamento funcional

Na exploração da tarefa *"Sequência de Bolinhas"* (Anexo VII), para além da identificação de regularidades e de padrões em sequências, as PEMAI mobilizaram o pensamento funcional. A busca por uma regra de formação e da generalização envolveu um nível de demanda cognitiva mais elevado, quando comparado à tarefa *"Sequência Geométrica"*.

No Episódio 3 (Quadro 4.3), as PEMAI discutiram a resolução da tarefa no grande grupo e buscaram identificar padrões que se repetiam nas diferentes sequências dadas pelo enunciado da tarefa, a fim de elaborar uma regra de formação.

Quadro 4.3: Identificação de padrões nas sequências - Episódio 3 – 22/10/2019

V1: Do 1º para o 2º aumentaram 2 bolinhas, do 2º para o 3º, aumentaram 3, do 3º para o 4º, 4, certo!? E do 4º para o 5º aumentaram 5 bolinhas. Seguindo essa sequência de aumentar sempre 1 bolinha a mais, o próximo termo tem 21 bolinhas. [Observação realizada para a partir da sequência de triângulos] *FM: Então, o próximo termo é o 6º, deu 21 porque aumentou 6 bolinhas.* *FC: E o próximo termo da sequência de quadrado?* *V1: Do 1º para o 2º aumenta 3, do 2º para o 3º, aumenta 5, do 3º para o 4º aumenta 7, isso? Sempre 2 bolinhas a mais, e então vai dar 23. […]* *A1: Não, 25, o próximo termo!?* *FC: Se desenhar 25 bolinhas forma o quadrado?* *J1: É base ao quadrado! A regra.* *FM: Número da base ao quadrado? E a sequência pentagonal?* *J1: Esse é mais difícil!* *V1: Esse eu fiz com desenho.* *FM: E a alternativa "B"? Escreva os quatro primeiros números quadrados em forma de potência de expoente 2: -Qual o sétimo número quadrado? E qual o décimo?* *A1: Nós fizemos, 2 elevado ao quadrado, 3 elevado ao quadrado, 4 elevado ao quadrado….* *FM: Então, 7 elevado ao quadrado?* *A1: 49* *FM: Dez elevado ao quadrado igual ...* *A1: 100* *FM: Todas fizeram assim? Alguém fez diferente?* [Repostas afirmativas]. *FM: Letra C: Escreva uma regra para representar qualquer número quadrado.* *A1: Base, vezes ela mesma…* *FC: Então se eu quiser saber quantas bolinhas, tem no quadrado com a base 50?* *FM: Registra no quadro: Base, vezes ela mesma que é igual a ($b \times b = b^2$), b nós estamos chamando de base. Deixar explícito o significado do b.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

A discussão em torno da exploração da tarefa *"Sequência de bolinhas"* proporcionou que as PEMAI identificassem diferentes níveis de demanda cognitiva envolvidos em suas resoluções, como pode ser observado no relato das tentativas de estabelecerem a regra de formação para os números quadrados (Quadro 4.4) e triangulares (Quadro 4.5). As PEMAI identificaram os padrões presentes nas sequências e compreenderam a regra de formação para a sequência de quadrados, por exemplo, estabelecendo uma relação funcional entre a posição da figura e a regularidade presente na sequência, tendo em conta a regra "quantidade de bolinhas da base ao quadrado”, sendo possível, desta forma, estabelecer uma lei de formação, para encontrar qualquer outro termo desconhecido.

Já para a sequência pentagonal, as PEMAI relataram a necessidade de desenhar a sequência para identificar o termo seguinte, não conseguindo naquele momento estabelecer uma regra de formação. Por fim, na exploração da sequência triangular, as PEMAI identificaram o padrão presente no aspecto recursivo da sequência, em que foi necessário considerar o termo anterior, para buscar uma regularidade em relação à quantidade de bolinhas que iam sendo acrescentadas de um termo para o outro. Isso exigiu uma demanda cognitiva mais elevada, quando comparada com a regra da quantidade de bolinhas do quadrado, na tentativa de identificar uma regra de formação na qual fosse possível estabelecer a generalização por meio de uma relação funcional, como observamos no raciocínio explicitado pela PEMAI-A1, no episódio a seguir (Quadro 4.4).

Quadro 4.4: Identificação do padrão – Sequência de números triangulares - Episódio 4 – 22/10/2019

FM: Escreva uma regra que represente o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais. *A1: Nessa tarefa [...] qual foi o pensamento que eu fui percebendo, aquele mesmo raciocínio da tarefa do aperto de mão.* *FC: Alguém conseguiu também estabelecer essa relação da sequência de triângulos com a tarefa do aperto de mão?* *A1: Lembra que no aperto de mão tinha uma fórmula?* *FM: Por que você fez essa relação?* *A1: Porque se vocês perceberem no triângulo [...], eu coloquei assim: o termo que estou procurando é o termo anterior mais o termo que estou dizendo. Por exemplo, o 4º termo não tem 10 bolinhas? O 5º termo não tem, aquele tanto de bolinhas mais o termo? Repete o termo anterior, mais o número do termo que estou querendo. […] eu tenho que saber o termo anterior, se eu não souber o termo anterior não tem como, esse foi o raciocínio.* *Então se eu estou dizendo aqui, […] se eu quero saber o 5º termo, se eu sei que no 5º termo é o número de bolinhas é sempre o número do termo mais o termo anterior, o que eu fui fazendo a relação.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 4 (Quadro 4.4), a PEMAI-A1 disse ter procurado estabelecer uma relação com o raciocínio utilizado pelo grupo durante a resolução da tarefa *“Quantos apertos de mão?”*[1] explorada em encontros anteriores. Ao explicitar seu raciocínio, a PEMAI *buscou similaridades entre as estratégias de resolução* já conhecidas por elas e a possibilidade de empregar os mesmos modos de raciocínio na nova tarefa a ser resolvida. Ao observar as *relações recursivas* existentes entre os termos da sequência, a PEMAI-A1 identificou que, para estabelecer a quantidade de bolinhas de um termo, é preciso conhecer o número/posição do termo na qual se quer definir a quantidade de bolinhas e a quantidade de bolinhas já

[1] A tarefa *“Quantos apertos de mão?”* foi explorada nos encontros da CoP-PEMAI e analisada mais detalhadamente no Capítulo “Análise da resolução de tarefas que envolvem pensamento algébrico na formação continuada de professores: o que tornou ponto de enfoque?” que consta desta dissertação.

conhecidas no termo anterior. Como essa relação já era conhecida por elas, por ocasião da exploração da tarefa *"Quantos apertos de mão?",* as PEMAI avançaram na discussão com o objetivo de estabelecer a regra de formação que possibilitasse a generalização, também no caso da sequência de números triangulares, como vemos na continuidade do relato da PEMAI - A1, no Episódio 5 (Quadro 4.5).

Quadro 4.5*:* Regra de formação explicitada pela PEMAI -A1 – Episódio 5- 22/10/2019.

A1:O 5º termo tem 5, mais as 10 bolinhas do 4º termo [...] se você somar aqui o 5º termo irá dar igual na relação dos "apertos de mão" [...] mas lá na fórmula [construída coletivamente pelo grupo] lembra que nós fizemos uma tabela que dividia por 2 e que tinha o número de bolinhas que elimina uma coluna aqui. O que aconteceu em casa [tentando resolver] *não dava certo meu pensamento, porque se eu não soubesse o número de bolinhas do termo anterior eu não conseguia chegar no próximo termo. [...] quando eu aplicava a fórmula não dava certo: Número de apertos [A] era igual apertos ao quadrado menos número de apertos [NA] dividido por 2 (NA= A² – NA:2), mas se eu aplicar nessa tarefa, mesmo sendo o mesmo raciocínio não dava certo. Vamos aplicar aqui, com o 5º termo: cinco ao quadrado menos 5 dividido por 2, da 25 – 5, que vai dar 20 dividido por 2, 10. E dava o número de bolinhas do termo anterior, mas por que se o raciocínio é o mesmo?* *A1:Hoje com a FM e FC, nós pensamos que dá para fazer de um outro jeito. [...], se eu fizer o número de bolinhas é igual, número do termo do triângulo ao quadrado mais 5* [posição do termo], *dividido por 2, vamos pegar o (25+ 5) : 2 = 30: 2=15. Mas porque neste eu aumento e nos apertos de mão eu diminuía, sendo que a relação é a mesma?* *A2: Nos apertos de mão eu não cumprimento eu mesmo, por isso diminuía…* *A1: Quando eu aumentava uma pessoa, não quer dizer que aumentava a proporcionalidade dos apertos, diminuía, por isso que era menos, e aqui* [triângulos] *quando estou aumentando o número de termos, vai ampliando. Então por isso, o mesmo raciocínio, mas a fórmula estava com problema no sinal.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 5 (Quadro 4.5), os argumentos explicitados pela PEMAI-A1 levaram as demais professoras a mobilizarem o raciocínio já conhecido por elas, tentando aplicar a mesma regra de formação, no caso da fórmula utilizada para resolução da tarefa *"Quantos apertos de mão"*, para a resolução da "*sequência de números triangulares"*. No entanto, a PEMAI -A1 ficou intrigada pelo fato de que, apesar do raciocínio e das relações envolvidas entre os termos serem as mesmas, a fórmula deduzida na ocasião da exploração da tarefa *"Quantos apertos de mão"* não era validada para a resolução da tarefa *"Sequência de bolinhas"*. A partir das inferências e dos questionamentos levantados pelas formadoras, as PEMAI perceberam a existência de um raciocínio inverso envolvido na resolução das duas tarefas, concluindo que, para a resolução da tarefa *"Quantos apertos de mão?",* seria necessário subtrair, enquanto na *sequência com números triangulares,* a ação a ser realizada seria de adicionar.

Do ponto de vista da perspectiva de pensamento algébrico de Blanton e Kaput (2005), inferimos que as PEMAI mobilizaram o pensamento funcional, ao relacionarem os termos envolvidos na sequência explorada. Ao mobilizarem conhecimentos anteriores, as PEMAI tentaram aplicar o mesmo raciocínio já utilizado em outras situações, a fim de validar suas resoluções e estabelecer uma possível generalização. A partir das interações proporcionadas por meio das hipóteses levantadas pelas formadoras, as PEMAI demonstraram compreender aspectos do pensamento algébrico, desencadeados pela tarefa e produziram conclusões coletivamente, como podemos observar no Episódio 6 (Quadro 4.6).

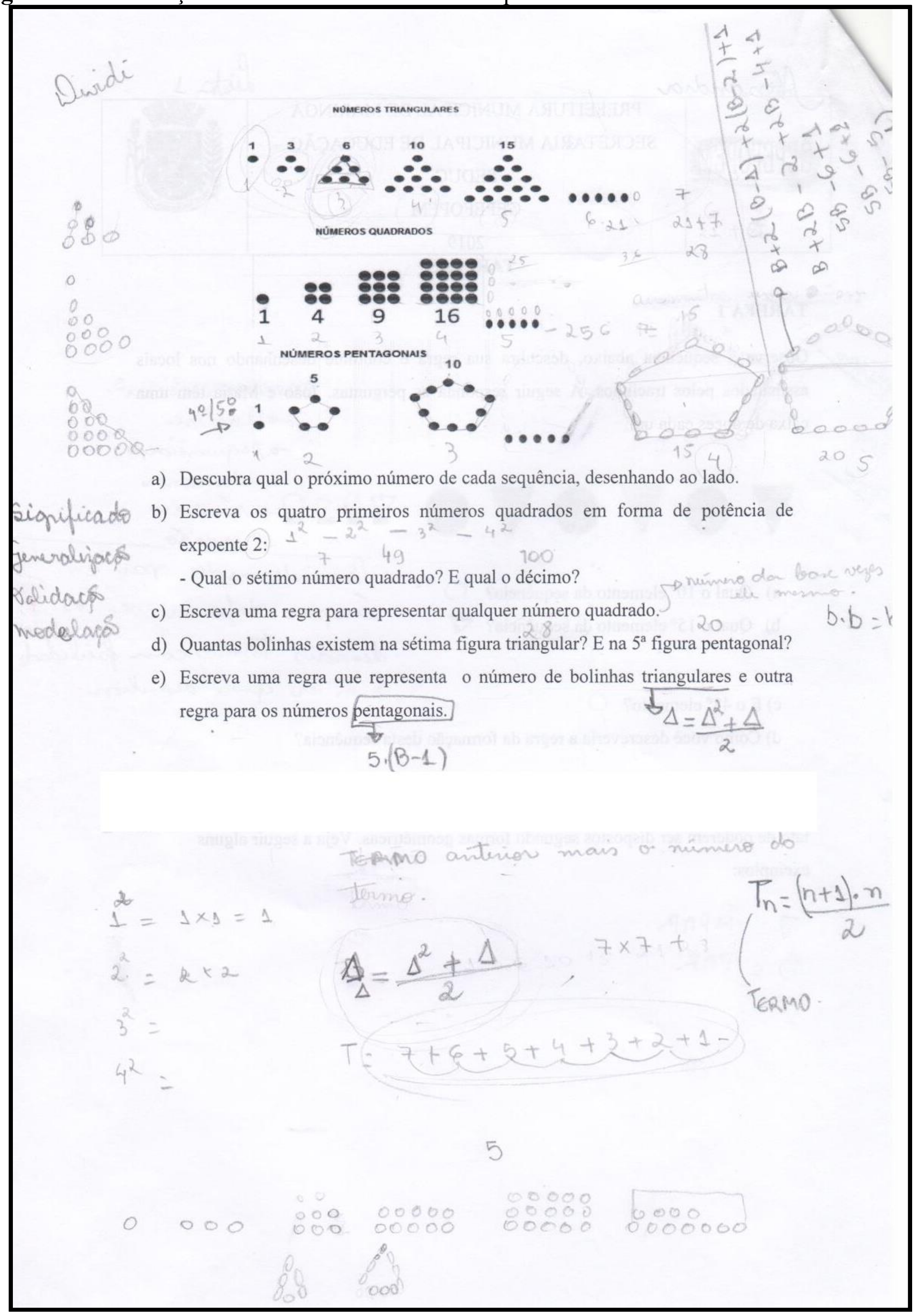
Quadro 4.6: Relação funcional estabelecida pela CoP-PEMAI – Episódio 6 - 22/10/2019

FM: Eu comecei a dispor as bolinhas de outra forma para tentar encontrar outra relação. Eu fui pelo desenho […] para tentarmos formar um retângulo, para ver se conseguíamos encontrar alguma relação. […] e a partir daqui estava tentando buscar uma relação que pudéssemos deduzir, uma generalização para sabermos sem depender do termo anterior. […] *Então tentamos construir a relação com os números retangulares. Porque no outro [apertos de mão] nós desprezávamos a diagonal, porque não apertamos nossa mão, e nesse eu quero considerar a diagonal por isso eu somo. Posso tentar fazer pelo cálculo da área do retângulo, base vezes altura (b x a), [...] mas não quero saber a área total, só quero saber dos triângulos. Nesse caso eu tenho a base que é 3 x 2 que é a altura. Eu tenho o resultado de 6, mas não tenho 6 bolinhas nessa posição eu tenho 3.* *Se eu dividir 6 por 2 eu tenho a quantidade de bolinhas. Aqui de novo se eu fizer 4 que é minha base, vezes minha altura que é 3, isso dá 12, mas não tenho 12 bolinhas aqui, tenho 6, que é o mesmo que dividir por 2 porque não quero a outra metade, e o mesmo irá acontecer com os outros, aqui a base 5 x a altura 4 é 20, dividido pro 2 eu tenho o número 10 que é a quantidade de bolinhas.* *Partindo dessa regularidade será que consigo generalizar para encontrar uma fórmula que para qualquer número do termo eu consigo determinar o número de bolinhas que terá? […] será que consigo encontrar uma relação da base, altura e número do termo?* *Sem desenhar qual seria o 5º termo?* *J1: 6 x 5 dá 30, divide por 2* *FM: Se eu quisesse o 100 (termo)* *A1: 101 vezes 100* *J1: Que vai dar 10 100* *FM: Esse valor dividido por 2, 5 050. É o número de bolinhas que eu teria na posição 100. Então o que está acontecendo? Qual o padrão que a gente observa?* *A1: O termo que eu quero...* *FM: E como eu chamo esse termo? […] para eu descobrir o número de bolinhas […] na posição tanto...ele vai ser igual a que?* *A1: Ao número do termo, mais 1, vezes o termo dividido por 2.* $Tn = \frac{(n+1).n}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 6 (Quadro 4.6), a formadora buscou ratificar as relações estabelecidas pelas PEMAI e os modos de raciocínios explicitados por elas, que resultaram na mobilização de aspectos do pensamento algébrico, com evidências ao pensamento funcional, presentes na exploração da tarefa. A Figura 4.1 ilustra o registro escrito da PEMAI-A1, em que é possível visualizar o percurso da resolução da tarefa desde as discussões realizadas no pequeno grupo até as generalizações negociadas e validadas pelo grande grupo.

Figura 4.1: Resolução da PEMAI -A1- Tarefa “Sequência de bolinhas” – 22/10/2019


NÚMEROS TRIANGULARES

1 3 6 10 15

NÚMEROS QUADRADOS

1 4 9 16

NÚMEROS PENTAGONAIS

1 5 10

a) Descubra qual o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado.

b) Escreva os quatro primeiros números quadrados em forma de potência de expoente 2:

- Qual o sétimo número quadrado? E qual o décimo?

c) Escreva uma regra para representar qualquer número quadrado.

d) Quantas bolinhas existem na sétima figura triangular? E na 5ª figura pentagonal?

e) Escreva uma regra que representa o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Os registros escritos das resoluções das tarefas foram um importante instrumento para coleta das informações, isso porque, por meio deles observamos os pontos convergentes entre as discussões realizadas no decorrer dos encontros e a forma como as PEMAI se utilizaram dessa ferramenta para também expressar seus modos de raciocínio, suas hipóteses, as relações e as generalizações expressas pelo grupo.

4.5.1.3 Atribuição de significados aos objetos da Álgebra

Para discutir o aspecto do pensamento algébrico, relacionado à *atribuição de significados aos objetos da Álgebra,* analisamos a exploração da tarefa *"Bolas e* camisetas" (Anexo IX) e trechos de relatos das PEMAI nos Diários de Bordo, em que observamos os *significados atribuídos por elas aos modos de ensinar*.

A tarefa foi explorada em um dos encontros da CoP-PEMAI e, posteriormente, a PEMAI-J1 propôs em sala de aula com alunos na faixa-etária de 8 anos de idade. No Episódio 7 (Quadro 4.7), a PEMAI-J1 socializou com o grande grupo as estratégias de resolução utilizadas por seus alunos, os modos de raciocínio mobilizados e os significados que eles atribuíram aos elementos presentes na tarefa e aos objetos da Álgebra.

Quadro 4.7: Atribuição de significados aos elementos que compõem a tarefa – Episódio 7 – PEMAI- J1

J1: Se o total é 50, a primeira coisa que eles [estudantes] *fazem é: esse* [camiseta] *custa 25 e esse* [bola] *25. São dois produtos, dividi, é 25. [...] Mas veja que é a mesma camiseta e aqui é mesma bola* [embaixo]*, então custa o mesmo valor, então como deu 120? Eles foram tentando, foram tentando, até chegarem na conclusão que a camiseta custava 30 e a bola 20. Por quê?* *FC: Por tentativa e erro...* *J1: Por que a bola é menor, por que a bola é mais barato [...] mas me mostra, porque tem que dar então 120. Ela* [estudante] *veio no quadro e fez que esse era 30 e esse era 30, dava 60. E esse era 20, esse era 20, esse era 20. Também dava 60 e dava 120. Uma outra aluna falou que não, que a bola era mais cara, porque as bolas são de marca. Então a bola era 30. Então, mostra para mim igual a colega mostrou. Ela veio e fez, mas não dava o valor, passava. Então, não pode ser o valor que você colocou. E se eu falasse para vocês que comprei 5 camisetas e comprei 8 bolas. Como iríamos fazer?*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No Episódio 7 (Quadro 4.7), a PEMAI-J1 relatou que os alunos atribuíram significados aos elementos envolvidos na tarefa, buscando identificar, num primeiro momento, por tentativa e erro, os valores desconhecidos (incógnita) da camiseta e da bola. No processo de atribuir significados aos objetos os quais estavam operando, inicialmente os alunos procuraram estabelecer relações não matemáticas para formular suas hipóteses, como o tamanho do produto ou a sua marca, por exemplo. No entanto, conforme a professora os foi questionando sobre a coerência de suas hipóteses, eles sentiram a necessidade de estabelecer relações matemáticas entre os valores dos produtos para validar suas hipóteses que foram testadas pelo grupo com a mediação da professora.

No Episódio 8 (Quadro 4.8), a PEMAI-J1 deu sequência ao relato da exploração da tarefa, quando convidou os alunos a atribuírem significados aos objetos matemáticos (objetos da Álgebra) com os quais estavam operando, e acabaram, de modo intuitivo, realizando a transposição da linguagem natural para uma linguagem algébrica, por meio da utilização de símbolos na representação do raciocínio mobilizado.

Quadro 4.8: Atribuição de significados aos objetos da Álgebra – Episódio 8 – PEMAI – J1

A gente já sabe que a bola vale quanto? [...] Mas a gente vai ficar escrevendo bola, como eu posso abreviar, trocar isso por alguma coisa. "Faz um desenho". Mas toda vez vou ter que desenhar? Então coloca o C para camiseta. Então 1C custa 30. E a bola? Coloca o B da bola. E agora, como vou fazer uma conta: "É só somar". [...] Vamos ver se dá certo aqui então. Quantas camisetas eu tenho? Tenho 2 camisetas, mais 3 bolas.2C + 3B. E como eu resolvo isso. Como eu vou falar 2 camisetas. "Faz de vezes" 2 x 30 + 3 x 20. *Mas que confusão como vamos resolver isso?" Como poderíamos resolver para separar isso para resolver. "Faz um traço embaixo" [...] "põe aquele negocinho assim, não sei como chama...", coloca para eu ver... isso chama parênteses, pode ser! E agora, [...] como vamos resolver isso? "Primeiro a gente resolve esse e depois soma com esse". Mas como? "Duas vezes 30 vai dar 60 e soma com três vezes o 20 que dá 60. Então vimos que deu certo. E testamos com outras quantias, e se fossem 8 bolas, 5 camisetas.* *Eu fui perguntando. Foi tudo com ideia deles. Eu sabia que eu queria que eles falassem que eram letras. Mas eu queria que eles entendessem. C da camiseta, se fosse outro produto poderíamos usar outra letra.*

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

A PEMAI-J1, ao socializar com as demais participantes da CoP-PEMAI a experiência vivenciada em sala de aula com seus alunos, proporcionou discussões que levaram as colegas a perceberem, também, a importância sobre os modos de conduzir a exploração das tarefas com estudantes dos anos iniciais.

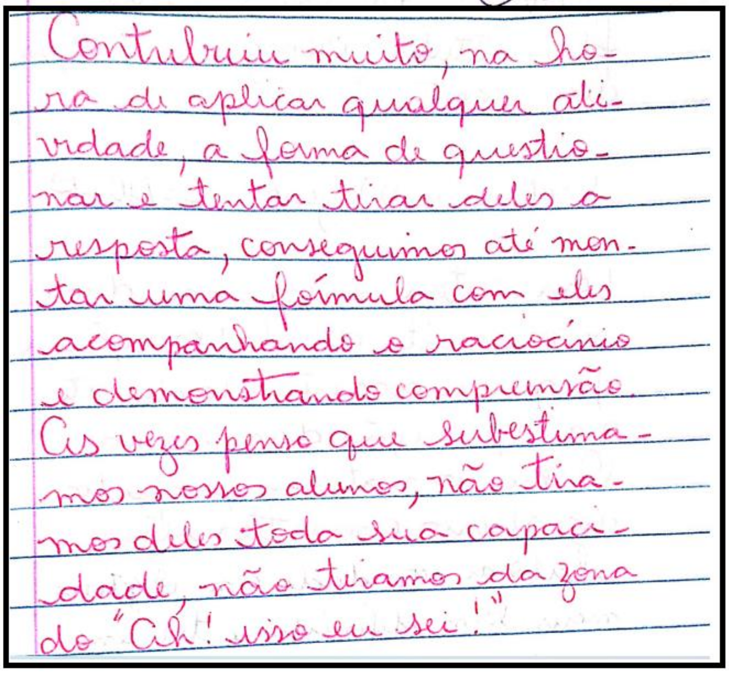
As PEMAI reconheceram a relevância de dar a oportunidade aos alunos de compreender o processo de resolução realizado, atribuindo significados matemáticos, que dão sentido às suas estratégias e aos modos de raciocínio. Na tarefa explorada, os significados matemáticos estavam associados a significados atribuídos aos objetos da Álgebra como incógnita e símbolos, por exemplo.

Na próxima seção, evidenciaremos o impacto do empreendimento "Exploração de Tarefas", envolvendo o pensamento algébrico para a prática das PEMAI em sala de aula.

4.5.2 Impacto para a prática docente

Esta seção traz excertos dos registros realizados pelas PEMAI em seus Diários de Bordo, nos quais elas compartilham um (re)pensar em sua prática docente, após a exploração das tarefas, a respeito dos modos de ensinar Matemática para além dos aspectos envolvendo o pensamento algébrico.

Figura 4.2: Contribuição da exploração de tarefas para a prática em sala de aula – PEMAI – J1 – 24/09/2019


Contribuiu muito, na ho-
ra di aplicar qualquer ati-
vidade, a forma de questio-
nar e tentar tirar deles a
resposta, conseguimos até mon-
tar uma fórmula com eles
acompanhando o raciocínio
e demonstrando compreensão.
Às vezes penso que subestima-
mos nossos alunos, não tira-
mos deles toda sua capaci-
dade, não tiramos da zona
do "Ah! isso eu sei!"

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No relato apresentado na Figura 4.2, a PEMAI-J1 enfatizou a contribuição da exploração de tarefas nos encontros da CoP-PEMAI, quanto aos modos de conduzir a proposição das tarefas em sala de aula, questionando argumentos, considerando as estratégias de resolução e hipóteses levantados pelos estudantes e suas compreensões. Ao questionar os alunos sem dar a resposta a eles, podemos inferir que as PEMAI passaram a motivá-los a compartilharem seu raciocínio, sem subestimá-los. Parece que elas perceberam que é possível trabalhar com tarefas com uma demanda cognitiva mais elevada para além de tarefas de memorização, por exemplo.

Sobre a participação no processo de formação promovido pela CoP-PEMAI, as PEMAI relataram as modificações ocorridas em sua prática docente, decorrentes do empreendimento resolução de tarefas, envolvendo o pensamento algébrico (Figura 4.3, Figura 4.4 e Figura 4.5).

Figura 4.3: Modificações na prática docente – PEMAI – J1 – 25/10/2019

Com certeza, mudanças desde
o momento da elaboração e
pesquisa das atividades até
na aplicação das mesmas.
Olhar os materiais propostos
aos alunos com outros olhos,
elaborar atividades com objetivos
mais bem definidos e ter em
mente que o aluno é capaz e
tirar dele o seu máximo. O
fato de compartilharmos e ouvir-
mos experiências das colegas nos
traz certo alívio nas dificul-
dades e nos dá mais seguran-
ça nas nossas práticas.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

No relato apresentado na Figura 4.3 a PEMAI-J1 destacou que, a partir de sua participação na CoP-PEMAI, ela se empenhou em buscar selecionar, elaborar e propor tarefas, com objetivos mais claros, e passou a considerar a importância das resoluções dos alunos e seus modos de raciocínio, enfim sua prática foi modificada. A professora salientou ainda o aspecto positivo em relação aos momentos de compartilhar experiências vivenciadas, proporcionados pela participação na CoP. Na Figura 4.4 e Figura 4.5, as PEMAI A1 e N1 relataram a importância de mobilizar o raciocínio aluno, ao explorar tarefas.

Figura 4.4: Importância de proporcionar a mobilização do raciocínio – PEMAI – A1 – 11/11/2019

... Também foi importante para
que possamos dar a devida im-
portância para o raciocínio até
chegar ao resultado e a necessida
de de oportunizarmos que os alunos
exponham seu raciocínio, isto é,
expliquem como pensaram.

Enfim o fato é que precisamos
estimular nossos alunos a desde
cedo analisar uma situação proble-
ma sem a preocupação de um
cálculo, estimular eles a montar
um esquema, explicar o pensa-
mento e compartilhar com o grupo.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

Figura 4.5: Potencial das tarefas envolvendo o pensamento algébrico – PEMAI – N1 – 11/11/2019

Nossos encontros, posso di
zer e até afirmar que
nos tira da zona de
conforto e passamos a
observar os detalhes e até
que ponto tenho o pen-
samento algébrico em de
terminada atividade. Assim,
consigo atribuir mais significa-
do nas atividades.
Saber elaborar as perguntas
de forma que os alunos
possam expressar suas hipóteses.
Descobrir que não é má-
gica e sim interpretação das
informações e dos dados apre
sentados.

Fonte: Dados da pesquisa, 2021.

A partir da análise dos relatos e das resoluções das PEMAI, inferimos que o desenvolvimento do empreendimento de exploração de tarefas propiciou importantes ganhos para a prática docente delas, em relação ao trabalho com aspectos do pensamento algébrico nos anos iniciais, tendo em vista que elas passaram a considerar possíveis estratégias de resolução e prever modos de raciocínios que poderiam ser mobilizados por elas e, por conseguinte, por seus alunos.

Na próxima seção, faremos uma breve discussão sobre os resultados apresentados.

4.6 Exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico e a prática docente

A exploração de tarefas viabilizou às PEMAI mobilizar diferentes aspectos, associados às perspectivas do pensamento algébrico e de como abordá-los em sala de aula, nomeadamente a generalização, o pensamento funcional e a atribuição de significados aos objetos da Álgebra, assim como (re)pensar o trabalho com tarefas em sua prática docente.

As PEMAI identificaram padrões e regularidades expressas em tarefas envolvendo sequências geométricas, com o intuito de identificar regras de formação que pudessem determinar processos de generalização (BLANTON; KAPUT, 2005).

O pensamento funcional foi mobilizado, à medida que as professoras identificaram e descreveram relações recursivas (relação funcional) presentes em sequências geométricas, de sorte a estabelecer correspondências entre posição das figuras e quantidades (de bolinhas) expressando generalizações plausíveis de aplicação em outras situações similares. Ao observar a regularidade de padrões envolvida em tarefas que exploravam sequências, elas identificaram regras de formação que levaram a uma possível generalização. Nos episódios ilustrados, foi possível observar que as PEMAI estabeleceram relações entre as discussões e formas de raciocínio utilizadas em tarefas anteriores, nas quais elas buscaram, por meio da generalização de padrões já utilizados e por meio de argumentos convincentes, validar suas estratégias de resolução no contexto do grupo.

A atribuição de significados aos objetos da Álgebra (CYRINO; OLIVEIRA, 2011) foi avaliada pelas PEMAI como um aspecto importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico com estudantes dos anos iniciais. Dentre os aspectos desencadeados durante a exploração da tarefa, os resultados apontaram, por exemplo, para ações de determinar um elemento desconhecido e simbolizar os elementos envolvidos no enunciado da tarefa.

A experiência de explorar com os alunos tarefas que haviam sido discutidas pela CoP-PEMAI permitiu que as professoras vislumbrassem a possibilidade de utilizar em sala de aula a mesma dinâmica realizada no contexto da CoP-PEMAI, na qual a mobilização e a constituição de conhecimento ocorrem no processo de compartilhar modos de resolução das tarefas, levantando hipóteses, propondo estratégias e legitimando resultados, por meio de processos de negociação de significados.

Inferimos que o empreendimento de exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico, analisado neste estudo, foi uma estratégia significativa desenvolvida no contexto da CoP-PEMAI, tendo em vista as possibilidades de aprendizagens profissionais que permearam todo o processo formativo por meio de processos de negociação de significados.

4.7 Considerações finais

As análises realizadas neste estudo sugerem que o empreendimento exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico no contexto de formação continuada de PEMAI, na perspectiva das CoPs, pode ser considerado como uma ação promissora para as aprendizagens profissionais, em especial para professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente quanto a aspectos associados às perspectivas do pensamento algébrico e de como abordá-los em sala de aula, como discutimos nesta investigação.

Ressaltamos a pertinência de empreendimentos envolvendo a exploração de tarefas em contextos formativos na mobilização de conhecimentos e na aprendizagem docente, a partir de inferências e argumentos compartilhados e validados pelos membros da CoP-PEMAI.

As PEMAI tiveram a oportunidade de compartilhar repertórios e negociar significados em torno das discussões sobre as estratégias de resoluções das tarefas com potencial algébrico e, por conseguinte, mobilizar alguns conhecimentos e aprender outros que são fundamentais para desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, nomeadamente generalização, pensamento funcional e atribuição de significados aos objetos da Álgebra.

Destacamos o papel das formadoras no contexto da CoP-PEMAI, que, ao questionarem, incitarem, refutarem ou confrontarem os raciocínios expostos, sem desconsiderar as respostas das PEMAI., traçaram estratégias coletivas para encontrar possíveis modos de resolução, assumindo, assim, um papel importante nas aprendizagens delas.

O empreendimento desenvolvido pelas PEMAI, na exploração de tarefas com seus alunos, oportunizou que elas pudessem vivenciar as mesmas situações do contexto de formação em suas salas de aula. Em seus relatos nos Diários de Bordo, elas retrataram mudanças na dinâmica e nos modos de pensar o ensino de Matemática, para além de conteúdos envolvendo o pensamento algébrico. As PEMAI passaram a considerar a importância do planejamento de tarefas matemáticas que sejam promotoras do desenvolvimento do pensamento algébrico para os estudantes dos anos iniciais.

Ações promissoras para a mobilização de conhecimento e para aprendizagens profissionais, como as desenvolvidas pelas professoras participantes desta investigação, não se esgotam com este estudo, uma vez que a participação na CoP-PEMAI as colocou na posição de protagonistas do seu próprio desenvolvimento profissional, potencializando a busca por processos formativos que favoreçam e contribuam para este desenvolvimento.

4.8 Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Componente Curricular de Matemática. 2018

CALDEIRA, J.S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. *In*: LESTER, F. K. (ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação,** Bauru, SP, v.20, n.3, p.751-764, 2014.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching**. Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H.M. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de professores de matemática. **RENCIMA**, v.9, p.32-51, 2018.

JESUS, C.C. **Análise crítica de tarefas matemáticas; um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina: 2011.

JESUS, C. C.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa (On-line)**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 21-46, out. 2018.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, 1, p. 5-26, 2007.

KRAINER, K. Team, communities & networks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning:** Legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

KAPUT, James J. What is algebra? What is algebraic reasoning? *In*: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.). **Algebra in the early grades.** New York: Lawrence Erlbaum Associates; NCTM, 2007. p. 5-17.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: **ICMI STUDY CONFERENCE**, Melbourne (Austrália), 2001.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) - School of Education, University of Nothingam,, UK: 1992.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 - 39. 1994.

PONTE, J. P., BRANCO, N; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

ROCHA, M. R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

SQUALLI, H. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

STEELE, D.F. Vozes entusiasmadas de jovens matemáticos. **Educação e Matemática,** n. 62, p. 39-42, mar/abr. 2001.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. Mathematics Teaching in the Middle School, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K. *et al*. **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook forprofessional development. New York: Teachers College Press, 2009.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

"O monstro me paralisa exatamente porque não sei como ele funciona, como devo agir com relação a ele, não sei o que posso dizer dele, isto é, o único significado que consigo produzir para ele é exatamente este, 'não sei o que dizer'". (Lins, 2004)

Trago esse trecho, retirado do texto do professor Rômulo Lins, com base no livro *Pedagogia dos Monstros* (Da Silva, 2000)[1], para ilustrar os modos como nós, professores pedagogos que ensinam Matemática, muitas vezes olhamos ou olhávamos (no caso das PEMAI que participaram deste estudo) essa tal Matemática ao longo do nosso desenvolvimento profissional (IMBERNON (2009); GARCIA (2009); NÓVOA (2008;). Um verdadeiro "monstro"! Digo "nós" porque, como professora dos anos iniciais, esse "monstro" também por vezes me acompanhou. Não poderia deixar de registrar o quanto a minha participação, no contexto da CoP-PEMAI, possibilitou repensar não apenas, como pedagoga, "meus monstros" e a minha própria prática, como também, como formadora, que exerce a função de formadora de outros professores que ensinam Matemática.

As dificuldades em relação à Matemática Escolar, para muitos pedagogos perpassa por um histórico de escolarização e formação inicial deficitária. Isso resulta na insegurança para lidar com "esse monstro" nas aulas dos anos iniciais do Ensino Fundamental atingindo, consequentemente, os alunos, o que tende a se tornar um ciclo que perpetua essa ideia. No entanto, ao se deparar com um processo de formação continuada no contexto das Comunidades de Prática como foi delineado pela CoP-PEMAI, em que cada professora passou a se tornar protagonista de sua aprendizagem, os "monstros" aos poucos começaram a "ser domesticados", se tornando "monstros de estimação" (LINS, 2004), Aprender a lidar com o "monstro Matemática", compreender seu funcionamento, as relações existentes em seu domínio e a busca por produzir significados aos seus objetos, foram objetivos que cada uma das dez professoras que ensinam Matemática participantes dessa investigação, juntamente com as formadoras/pesquisadoras, se propôs a alcançar, durante os dez encontros realizados nos finais de tarde, início de noite, já cansadas após um dia de aulas com seus alunos.

---

[1]DA SILVA, T.T. A cultura dos monstros: sete teses. (2000)

Os elementos promotores da aprendizagem profissional foi a temática na qual nos debruçamos a investigar para responder à questão de investigação: “Que elementos promovem aprendizagens profissionais de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais -PEMAI em um contexto de formação continuada, durante o processo de negociação de significados, por meio de empreendimentos envolvendo o pensamento algébrico?”

Esta questão inicial originou três questões específicas que, alinhadas a seus respectivos objetivos, compuseram os capítulos / artigos do relatório de pesquisa no formato *multipaper*. Cada artigo, com sua questão e objetivo específico, foi delineado de forma articulada com o intuito de responder à problemática proposta, por meio da análise dos elementos que constituíram a prática da CoP-PEMAI, suas negociações e empreendimentos desenvolvidos na exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico.

Desde o primeiro encontro, a dinâmica assumida pela CoP-PEMAI em torno do domínio “Aprender e Ensinar o Pensamento Algébrico” viabilizou que cada participante ali engajada pudesse se valer dos elementos emergidos – ***as negociações de significados, o desenvolvimento de empreendimentos articulados e a comunicação*** –, que, por meio de repertórios articulados, contribuíram para as aprendizagens a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A cada encontro, a cada empreendimento negociado, a cada tarefa explorada, a cada discurso enunciado, a cada hipótese validada pelos pares, havia um misto de surpresa, desequilíbrio, receio e medo do tal “monstro”, um pensar “nada sei” ou “pouco sei”, e então “preciso saber mais”. Após o estado inicial de insegurança, um “posso saber mais” anunciava um clima de otimismo, autoconfiança e compromisso mútuo com a própria aprendizagem e com a aprendizagem do outro.

Com o intuito de responder à problemática delineada para a investigação, encontramos na Teoria da Aprendizagem Situada (LAVE; WENGER,1991) uma base sólida para sustentar a perspectiva de formação continuada de professores assumida por nós, em comunidades de prática, cujas características (domínio, comunidade e prática) se fizeram presentes na constituição da CoP-PEMAI, tendo em vista o protagonismo das professoras participantes no seu processo de aprendizagem.

Os primeiros elementos promotores de aprendizagens foram discutidos no artigo/capítulo 2 e se deram em torno das ***negociações*** (CYRINO; CALDEIRA, 2011), primeiro elemento da prática da CoP-PEMAI a ser analisado neste estudo. Tais negociações envolveram as *concepções de Álgebra e pensamento algébrico* e as aproximações e relações entre *Álgebra e Aritmética,* com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Durante o desenvolvimento dos empreendimentos, era usual as PEMAI partirem de suas concepções/experiências vivenciadas em seu processo de escolarização e em sua prática docente. Ao resolverem as tarefas e discutirem suas hipóteses, por exemplo, elas mobilizavam inicialmente conhecimentos relacionados à aritmética, no entanto, aos poucos, as aprendizagens as faziam perceber que estratégias de cunho algébrico também poderiam ser exploradas por elas e por seus alunos no desenvolvimento de tarefas.

As aprendizagens que ocorreram durante o processo de negociação de significados aconteceram por meio do desenvolvimento de ***empreendimentos*** (ROCHA, CYRINO, 2019), que foram articulados na dinâmica da prática da CoP-PEMAI, e se constituíram como o segundo elemento analisado. Dentre os empreendimentos desenvolvidos destacamos a *exploração de tarefas com potencial algébrico* por meio de resoluções no decorrer dos encontros e *seleção, planejamento e aplicação de tarefas em sala de aula*. As PEMAI ainda se depararam em vários momentos com empreendimentos relativos à necessidade de *tomada de decisões, resolução de conflitos* e *reflexões sobre a prática pedagógica e profissão docente.*

Ao longo do desenvolvimento dos empreendimentos, foi possível às PEMAI, ancoradas nas explorações negociadas no contexto formativo, mobilizar conhecimentos que lhes permitiram selecionar tarefas com potencial algébrico viáveis de serem propostas em sala de aula com seus alunos. Posteriormente, tal experiência foi socializada e discutida nos encontros da CoP-PEMAI, favorecendo novas aprendizagens quanto às possibilidades de exploração do pensamento algébrico nessa faixa-etária.

Um terceiro elemento que esteve presente na constituição da CoP-PEMAI, foi a **comunicação** (LINS, 1994; SERRAZINA, 2018), desencadeada pelos repertórios produzidos e compartilhados no contexto da prática da CoP-PEMAI. Dentre os repertórios compartilhados por meio da *Comunicação Oral* destacamos as *compreensões a respeito de ideias matemáticas envolvendo aspectos do pensamento algébrico*, a *articulação, justificação e validação de ideias que levaram as resoluções das tarefas* e *os questionamentos pertinentes às discussões visando dar sentido aos modos de raciocínio e relações estabelecidas*. Os resultados apontaram ainda para aspectos da *Comunicação Escrita,* como *representações simbólicas sobre as ideias matemáticas utilizadas na resolução das tarefas,* presentes nas resoluções das tarefas e nos registros dos Diários de Bordo das professoras.

Analisar o aspecto da *Comunicação* foi fundamental para que pudéssemos identificar as aprendizagens enunciadas em seus repertórios orais e registradas em suas resoluções das tarefas exploradas nos empreendimentos, ou, do mesmo modo, em seus Diários de Bordo.

Nos momentos de interação proporcionados pelas comunicações compartilhadas entre as PEMAI, e entre as PEMAI e as formadoras, foi possível estabelecer relações entre aprendizagens já alcançadas e a mobilização de novos conhecimentos, a partir de cada empreendimento negociado.

Identificamos elementos potencializadores de aprendizagens, ainda, no estudo apresentado no terceiro capítulo/ artigo que buscou analisar e discutir aspectos que foram negociados durante os empreendimentos envolvendo o pensamento algébrico. Com base na perspectiva das CoPs, a análise consistiu em identificar e discutir os pontos de enfoque do processo de negociação de significados por meio da *participação* e *reificação* (ESTEVAM, CYRINO, 2019), promotores de aprendizagens das PEMAI.

Foram analisados aspectos relacionados aos pontos de enfoque negociados sobre as *perspectivas de pensamento algébrico, identificadas na exploração das tarefas,* as quais enfatizaram mais a Aritmética Generalizada (BLANTON; KAPUT, 2005) e a Generalização de Padrões (BLANTON; KAPUT, 2005; KIERAN, 2007). Também foram pontos de enfoque negociados aspectos voltados para as *estratégias de resolução mobilizadas na exploração das tarefas envolvendo o pensamento algébrico*, com destaque para a *representação por esquemas* e *indícios de formalização* (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

As aprendizagens descritas nesse capítulo estão associadas às reificações negociadas pelas PEMAI, na tentativa de produzir significados aos objetos matemáticos com os quais estavam operando durante a resolução das tarefas, seja na dinâmica dos pequenos grupos, seja na socialização das discussões no grande grupo. A cada nova reificação, na busca de validar suas hipóteses, as PEMAI eram confrontadas sobre seus raciocínios e estratégias utilizadas, ora pelas colegas, ora pelas formadoras e ora por elas mesmas, num processo de constante aprendizagem.

A cada nova tarefa explorada surgia gradativamente, em seus repertórios, um *vocabulário próprio da linguagem algébrica fo*rmal, como por exemplo, incógnita, equivalência, padrões e generalização. O vocabulário que as PEMAI passaram a utilizar foi se tornando “carregado” de sentido e significado, à medida que buscavam *relação entre as tarefas que estavam realizando e o trabalho que poderiam desenvolver*, em sala de aula, com os alunos dos anos iniciais.

Por fim, no quarto capítulo/ artigo, a análise esteve voltada para a discussão dos aspectos matemáticos observados durante o desenvolvimento do empreendimento de exploração de tarefas envolvendo o pensamento algébrico, no contexto da CoP-PEMAI. Os resultados apontaram para aspectos voltados a *generalização* e ao *pensamento funcional*

(BLANTON; KAPUT, 2005) e à *atribuição de significados aos objetos da Álgebra* (CYRINO; OLIVEIRA, 2011), e aos modos de abordá-los em sala de aula, além de aspectos voltados para como *(re)pensar a dinâmica de exploração de tarefas na prática docente.*

Tendo em vista o percurso das aprendizagens que ocorreram na dinâmica da CoP-PEMAI, a partir das concepções iniciais para ensinar Álgebra, perpassando pelas perspectivas presentes na literatura a respeito do desenvolvimento do pensamento algébrico e as estratégias possíveis para o trabalho com estudantes dos anos iniciais, o capítulo ressalta as aprendizagens de caráter matemático, evidenciadas pelas PEMAI e o impacto da exploração de tarefas para a prática docente.

As professoras compreenderam a *importância de propor tarefas* que possibilitem aos alunos identificar as regras de formação por meio de relações funcionais que levem ao processo de generalização, atribuindo significados aos objetos da Álgebra e aos modos como tais objetos podem estar presentes no desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais. Perceberam ainda a continuidade do trabalho com o pensamento algébrico ao longo de todo o Ensino Fundamental e, posteriormente, no Ensino Médio.

Com esta investigação, foi possível concluir que espaços formativos na perspectiva das CoPs, em especial com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, são promissores para o desenvolvimento de aprendizagens profissionais. A CoP-PEMAI, se tornou um espaço para compartilhar aprendizagens, negociadas ao longo do desenvolvimento dos empreendimentos envolvendo a exploração de tarefas sobre o pensamento algébrico.

Propostas com ênfase no protagonismo docente e em seu desenvolvimento profissional são viáveis de serem implementadas em espaços formativos diversos, com diferentes conteúdos matemáticos, pois a contribuição da formação continuada nesta perspectiva se dá quando o professor tem a oportunidade de vivenciar situações didáticas promotoras de aprendizagens profissionais.

Almejamos que este estudo possibilite reflexões em torno da temática abordada e que contribua para desencadear outras ações tanto no campo da pesquisa, como em espaços formativos no âmbito escolar.

Referências

BLANTON, M.L.; KAPUT, J.J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

CYRINO, M.C.C.T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401,2011.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T. Condicionantes de aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática em contextos de Comunidades de Prática. **Alexandria** (UFSC), v. 12, p. 227-253, maio, 2019.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente dos professores**. São Paulo: Cortez, 2009.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, 1, 2007.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning:** Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LINS, R. C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 – 39. 1994.

LINS. R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. *In*: BICUDO, M.A.V; BORBA, M. C. Org. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92 - 120, 2004.

NÓVOA, A. **O regresso dos professores**. Livro da conferência Desenvolvimento Profissional de Professores para a Qualidade e para a Equidade da Aprendizagem ao longo da Vida. Lisboa: Ministério de Educação, 2008.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

ROCHA, M. R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

SERRAZINA, L. M Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. **Educação e Matemática:** revista da associação de Professores de Matemática. Lisboa, p.13-16, out./dez., 2018.

REFERÊNCIAS[1]

ANDRÉ, M. Formação de Professoras: a Constituição de um Campo de Estudos. **Dossiê Educação,** Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.

BALDINI, L.A.F. **Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do software GeoGebra**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BALDINI, L. A. F.; CYRINO, M. C. C. T. Elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na utilização do software Geogebra. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática,** n. 45, p. 184-204, mar. 2016.

BALDINI, L.A.F.; OLIVEIRA, J.C.R.; CYRINO, M.C.C.T. Comunidade de prática de formação de professores que ensinam matemática: constituição, energia e cultivo. **Revemat**, São Paulo, v.14, n.16, p. 55-66, jan./jun.2017.

BARBOSA, J.C. **Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática.** Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática. Campinas: Mercado de Letras, v. 1, p. 347-367, 2015.

BLANTON, M.L.; KAPUT, J.J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, nov. 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Ed. Porto, 1994.

BRASIL. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, 1996.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica,** 2001.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada,** 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Componente Curricular de Matemática, 2018

CALDEIRA, J.S. **Um estudo sobre o pensamento algébrico em uma Comunidade de Prática de formação de professores de Matemática.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, 2010.

CANAVARRO, A.P.O Pensamento algébrico na aprendizagem de Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. XVI, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Early algebra and algebraic reasoning. *In*: LESTER, F. K. (ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing, p. 669-705, 2007.

COSTA, N.M.L. A formação contínua de professores – novas tendências e novos caminhos. **Holos**, Ano 20, p.63-75, dez. 2004.

CYRINO M.C.C.T. A prática pedagógica do professor em sala de aula. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**,** 2002, Foz do Iguaçu. **Anais [...[.** Foz do Iguaçu, UNIOESTE, 2002. CDROM.

[1]Nesta seção apresentamos todas as referências utilizadas na Dissertação.

CYRINO, M.C.C.T. Comunidades de Prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de Matemática. *In:* BATISTA, I.L.; SALVI, R. F. (org.). **Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática:** um perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, p. 95-110, 2009.

CYRINO, M.C.C.T. Mathematics Teachers' Professional Identity Development in Communities of Practice: Reifications of Proportional Reasoning Teaching. **Bolema: Boletim de Educação Matemática (On-line)**, v. 30, p. 165-187, 2016.

CYRINO, M.C.C.T. Grupos de estudo e pesquisa e o movimento de professores que ensinam matemática e de investigadores. **RENCIMA**, v.9, n. 6, p.-1-17, 2018

CYRINO, M.C.C.T.; CALDEIRA, J. S. Processos de negociação de significados sobre pensamento algébrico em uma comunidade de prática de formação inicial de professores de Matemática. **Revista Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n.3, p. 373-401,2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciências e Educação,** Bauru, SP, V.20, n.3, p.751-764, 2014.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

DUCK, N.K; BECK, S.W. Education should consider alternative formats for the dissertation. **Education Researcher**, Washington, v. 28, n.3, p. 31-36, 1999.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. *In*: M. C. Wittrock (ed.). **Handbook of research on teaching** . Nova Iorque: MacMillan, p. 119-161, 1986.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T; OLIVEIRA, H.M. Desenvolvimento do conhecimento estatístico para ensinar a partir da análise de tarefas em uma comunidade de professores de matemática. **RENCIMA**, v.9, p.32-51, 2018.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M.C.C.T. Condicionantes de aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática em contextos de Comunidades de Prática. **Alexandria** (UFSC), v. 12, p. 227-253, maio 2019.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A.J.; RIBEIRO, M. Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento algébrico. **Perspectivas em Educação Matemática** (EFMS), Campo Grande, v. 11, n.25, p. 53 a 72, 2018.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. *In*: Fiorentini, D.; Grando, R. C.; Miskulin, R. G. S. (org.). **Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, p. 233-255, 2009.

GARCIA, M. C. Desenvolvimento Profissional: passado e futuro. **Sísifo – Revista das Ciências da Educaçã**o, n. 08, p. 7-22, jan./abr. 2009.

GARCIA, T. M. R. **Identidade Profissional de Professores de Matemática em uma Comunidade de Prática.** 2014. 164 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

IMBERNÓN, F. **Formação permanente dos professores**. São Paulo: Cortez, 2009.

JESUS, C.C. **Análise crítica de tarefas matemáticas:** um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

JESUS, C. C.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa (On-line)**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. 21-46, out. 2018.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. *In*: FENNEMA, E.; ROMBERG, T.A. (eds.), **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999.

KAPUT, James J. What is algebra? What is algebraic reasoning? *In*: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.). **Algebra in the early grades.** New York: Lawrence Erlbaum Associates; NCTM, 2007. p. 5-17.

KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante,** v. XVI, 1, p. 5-26, 2007.

KRAINER, K. Team, communities & networks**. Journal of Mathematics Teacher Education**, Netherlands, v. 6, n. 2, p. 93-105, jun. 2003.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated Learning:** Legitimate Peripheral Participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEE, L. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. *In*: **ICMI STUDY CONFERENCE**, Melbourne (Austrália), 2001.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, 1975.

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 330 f. Tese (Doctor of Philosophy) - School of Education, University of Nothingam, Nothingam, UK: 1992.

LINS, R.C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 7, n. 1, p. 29 - 39. 1994.

LINS. R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. *In*: BICUDO, M.A.V; BORBA, M. C. Org. **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92 - 120, 2004.

MIZUKAMI, M.G N. *et al*. **Escola e Aprendizagem da Docência**. São Carlos: Edufscar, 2002.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (orgs.). **O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática**.** Brasília: SBEM, 2018..

NAGY, M.C. **Trajetórias de aprendizagem de professoras que ensinam matemática em uma comunidade de prática**. 197 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

NÓVOA, A. Concepções e práticas da formação contínua de professores: *In*: NÓVOA, A. (org.). **Formação contínua de professores:** realidade e perspectivas. Portugal: Universidade de Aveiro, 1991

NÓVOA, A. **O regresso dos professores**. Livro da conferência. Desenvolvimento profissional de professores para a qualidade e para a equidade da aprendizagem ao longo da vida. Lisboa: Ministério de Educação, 2008.

OLIVEIRA, L.C.P. de. **Aprendizagens no empreendimento:** estudo do raciocínio proporcional. 2014. 207 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

OLIVEIRA, L.M.C.P.; CYRINO, M.C.C.T. Ações de uma formadora no desenvolvimento da agência profissional de professoras de uma Comunidade de Prática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, p. 513-538, 2019.

PRADA, L.E.A. **Formação participativa de docentes em serviço**. Taubaté: Cabral Editora Universitária, 1997.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. *In:* ProfMat *98*, **Actas [...].** Lisboa: APM. p. 27-44, 1998.

PONTE, J.P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico**. Lisboa: DGIDC, 2009.

ROCHA, M.R., **Empreendimentos de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013

ROCHA, M.R.; CYRINO, M.C.C.T. Elementos do contexto de uma comunidade de prática de professores de matemática na busca de aprender e ensinar frações. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 8, p. 169-189, 2019.

RODRIGUES, P. H.; CYRINO, M. C. C. T. Análise de trabalhos que investigaram contextos de formação de professores em Comunidades de Prática. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 16, p. 67-78, jan./jun. 2017.

SERRAZINA, L. M Comunicação matemática e aprendizagens essenciais. **Educação e Matemática:** revista da associação de Professores de Matemática. Lisboa, p.13-16, out./dez. 2018.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, California, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SOWDER, J.T. The mathematical education and development of teachers. *In*: LESTER, F. (ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**, V. 1. Reston: NCTM, p.157-224, 2007.

SQUALLI, H.. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducaction de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éduction. Université Laval, 2000.

STEELE, D.F. Vozes entusiasmadas de jovens matemáticos. **Educação e Matemática,** n. 62, p. 39-42, mar/abr. 2001.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. Mathematics **Teaching in the Middle School**, Reston, v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M.K. *et al.* **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook forprofessional development. New York: Teachers College Press, 2009.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

TINTI, D.S; MANRIQUE, A.L. Mapeamento de pesquisas sobre aprendizagem docente em Comunidades de Prática constituídas no OBEDUC**. Zetetiké,** Campinas, SP, v.25, n1, p.186-203, jan./abr.2017.

VELOSO, G. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental – Contributos para a formação continuada. *In*: Oficina de formação. Maringá: UEM, 2018.

WENGER, E. **Communities of Practice:** Learning, Meaning, And Identity. New York: Cambridge University Press, 1998.

WENGER, E., McDERMOTT, R.; SYNDER, W. **Cultivating Communities of Practice**. Boston: Harvard Business School Press, 2002.

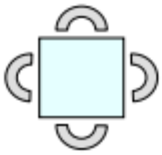
APÊNDICE

Apêndice I: Análise episódios de incidentes críticos

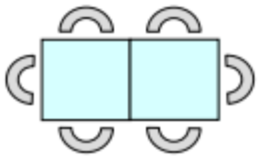
Contexto: Uma aula com estudantes do 6º ano do ensino fundamental.

TAREFA:

Marta trabalha num restaurante. O seu chefe pediu-lhe que organizasse as mesas em fila para um jantar com 14 pessoas. Marta começou a colocar as mesas e reparou que em uma mesa poderiam sentar 4 pessoas.



Se juntasse 2 mesas, poderiam sentar 6 pessoas.



a) Cada vez que ela adiciona outra mesa, quantas novas pessoas podem sentar-se à mesa?

b) Seguindo a mesma regra (disposição de mesas em fila), qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se se à mesa se Marta juntar 4 mesas? Explique como pensou.

c) Para que 14 pessoas possam sentar-se à mesa para o jantar, qual o número mínimo de mesas que Marta precisa juntar? Explique como pensou.

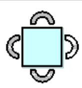
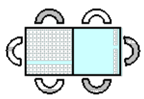
d) Consegue descobrir qual o número máximo de pessoas que podem sentar-se à mesa se Marta juntar 20 mesas? Explique como pensou.

e) O patrão de Marta disse que se ela organizar 15 mesas nessa disposição o número máximo de pessoas que podem sentar-se é 33 pessoas. Marta disse que isso não é possível. Por que razão Marta disse isso?

f) Se o patrão informar o número de mesas que devem ser alinhadas, como a Marta pode descobrir o número máximo de pessoas que podem sentar-se?

FONTE: adaptado de Paula, Boni e Pires (2014)

Episódio: Ao propor essa tarefa aos alunos, a professora observou que os alunos estavam com dificuldade de solicitou que eles preenchessem o seguinte quadro.

Mesas de Jantar	Mostrar como	Número de pessoas
1		4
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Ao preencher a linha de três mesas de jantar, a estudante Ana apresentou o seguinte registro:

4	2x3 + 4	10

Em um primeiro momento, a professora inferiu que Ana descreveu o fato de que haverá duas pessoas sentadas em cada mesa (lateral), num total de três mesas, mais duas pessoas nas pontas.

No entanto, ao analisar o restante da tabela a professora observou que essa descrição não se aplicava às outras linhas.

3	2x3 + 2	8
4	2x3 + 4	10
5	2x3 + 6	12
6	2x3 + 8	14
7	2x3 + 10	16

Cada vez que adicionamos outra mesa, quantas novas pessoas podem se juntar?

Mais duas pessoas.

Questões:

1- Qual seria o objetivo da professora ao propor o uso da tabela?
2- Que significados você atribui para o registro da Ana?
3- Que respostas podem ser atribuídas ao item?
4- f) da tarefa, tendo em conta os registros de Ana?
5- O que a professora deve fazer ao observar que o significado atribuído por Ana não é da forma como ela inferiu?
6- Que aspectos do pensamento algébrico estão envolvidos nesse episódio?

ANEXOS

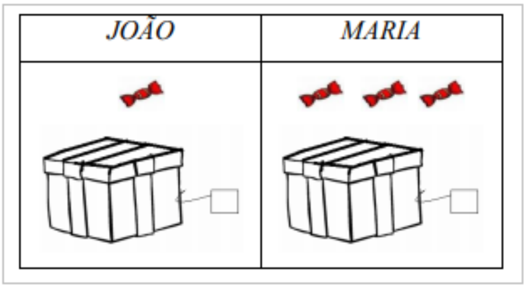
Anexo I – Tarefa: Quantos doces há na caixa?

TAREFA: QUANTOS DOCES HÁ NA CAIXA?

Leia atentamente cada item a seguir:

- João e Maria têm uma caixa de doces cada um.
- João tem uma caixa de doces e um doce em cima dela.
- Maria tem uma caixa de doces e três doces em cima dela.
- Nas duas caixas tem exatamente a mesma quantidade de doces.

Ao todo, João e Maria têm 24 doces. Escreva na etiqueta a quantidade de doces de cada caixa.



FONTE: Adaptado de Prestes, Germano e Ferreira, 2014.

Anexo II - Tarefa: Qual a idade?

TAREFA: Qual a idade?

- A idade do pai é o quádruplo da idade do filho. Daqui a 10 anos, a idade do pai será o dobro da idade.do filho. Qual a idade de cada um deles?

Fonte: Tarefa trazida pelas PEMAI

Anexo III - Tarefa: Sequência de números.

Tarefa: Sequência de números

Nestas questões, descubra quais são as regras que expressam a relação entre o número dito e o número respondido em cada questão. Represente cada uma delas com uma expressão, usando linguagem matemática:

Número dito	3	4	5	6	7	10
Número respondido	31	41	51	61	71	101

Resposta:____

Número dito	-3	-2	-1	0	1	2
Número respondido	2	3	4	5	6	7

Resposta:____

Número dito	-10	-5	-1	5	6	7
Número respondido	102	27	3	27	38	51

Resposta:____

Fonte: Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, 2019.

Anexo IV – Tarefa: Quanto vale a Nuvem?

TAREFA: QUANTO VALE A NUVEM?

Assinale a alternativa que representa a  (nuvem) de modo a ter-se:

 x  = 2 x 2 x 3 x 3.

A) 2 B) 3 C) 2 x 3 D) 2 x 2 E) 3 x 3

Explique como chegou em sua resposta.

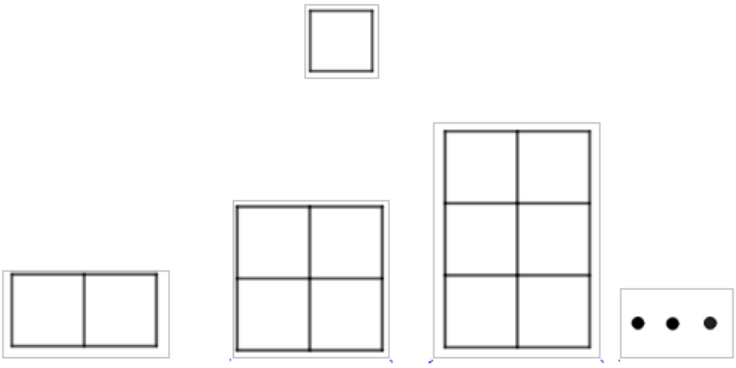
FONTE: Adaptado de Cyrino e Oliveira (2011)

Anexo V– Tarefa: Sequência de Quadrados

TAREFA SEQUÊNCIA DE QUADRADOS

As figuras a seguir representam os três primeiros termos de uma sequência infinita, cujo padrão é sugerido pela observação da figura 2. Cada termo da sequência é constituído por um agrupamento de quadrados congruentes.

Considere o quadrado unitário, como unidade de medida na construção das figuras a seguir.



1° termo 2° termo 3° termo 4° termo

a) Represente o 4° e o 5° termos.
b) Quantos quadrados existirão no 10° termo?
c) Existirá algum termo com 15 quadrados? Explique sua resposta.
d) Explique o padrão desta sequência, ou seja, identifique a(s) regularidade(s) especifica(s) da mesma.
e) Quantos quadrados existem no termo de ordem 100?
f) Qual a posição correspondente ao termo com 100 quadrados?

FONTE: Adaptado de Veloso (2018)

Anexo VI – Tarefa: Quantos apertos de Mão?

TAREFA: QUANTOS APERTOS DE MÃOS?

Todas as pessoas do seu grupo vão cumprimentar-se, dando um aperto de mão.

- Quantas pessoas tem no seu grupo?
- Quantos apertos de mão serão dados?
- Se chegar uma nova pessoa em seu grupo, quantos apertos de mão serão dados?
- E se chegar mais uma outra pessoa?
- Determine o número de apertos de mão em um grupo com um número qualquer de pessoas.

FONTE: Adaptado de Veloso, 2018.

Anexo VII: Tarefa: Sequência Geométrica

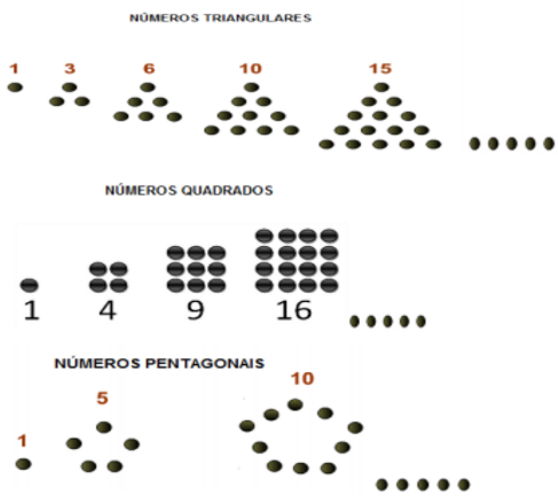
Observe a sequência abaixo, descubra sua regra e continue desenhando nos locais assinalados pelos tracinhos. A seguir responda as perguntas.

a) Qual o 10º elemento da sequência?
b) Qual o 15º elemento da sequência?
c) E o 48º elemento?
d) Como você descreveria a regra da formação desta sequência?

Fonte: Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, 2019.

Anexo VIII - Tarefa: Sequência de bolinhas

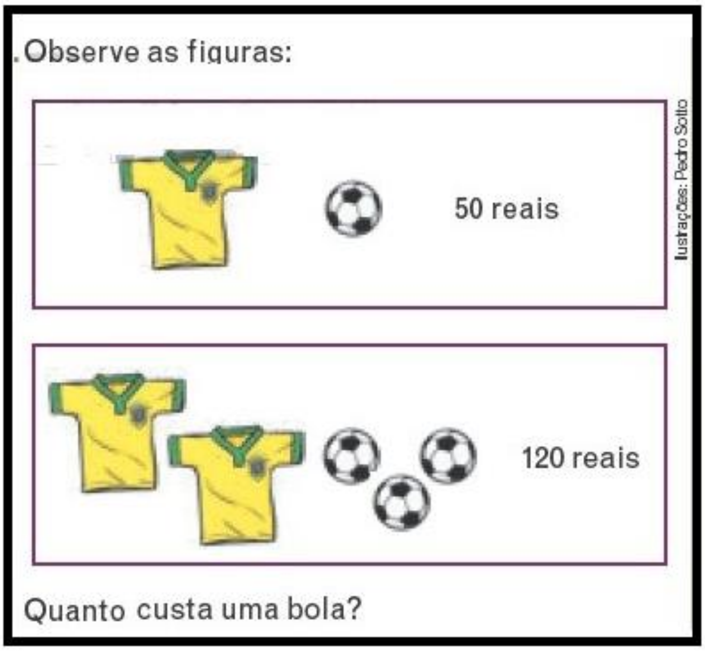
Os números são classificados de muitas maneiras. Alguns nomes vêm do fato de poderem ser dispostos segundo formas geométricas. Veja a seguir alguns exemplos:



a) Descubra qual o próximo número de cada sequência, desenhando ao lado.
b) Escreva os quatro primeiros números quadrados em forma de potência de expoente 2:
   - Qual o sétimo número quadrado? E qual o décimo?
c) Escreva uma regra para representar qualquer número quadrado.
d) Quantas bolinhas existem na sétima figura triangular? E na 5ª figura pentagonal?
e) Escreva uma regra que representa o número de bolinhas triangulares e outra regra para os números pentagonais.

Fonte: Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES, 2019.

Anexo IX - Tarefa: Bolas e camisetas



Fonte: Tarefa trazida pelas PEMAI