

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

**ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO *A CONQUISTA DA
MATEMÁTICA* COM POTENCIAL PARA SEREM
DESENVOLVIDAS POR MEIO DA MODELAGEM
MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA CRÍTICA**

Marcelo Neth Enumo

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM**

**Campo Mourão,
2024**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO *A CONQUISTA DA MATEMÁTICA* COM
POTENCIAL PARA SEREM DESENVOLVIDAS POR MEIO DA MODELAGEM
MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Marcelo Neth Enumo

Orientador: Prof. Dr. Amauri Jersi Ceolim
Coorientador: Prof. Dr. Rosefran Adriano
Gonçales Cibotto

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa:
*Conhecimento, linguagens e práticas formativas em
Educação Matemática*, como parte dos requisitos
necessários à obtenção do título de Mestre em
Educação Matemática.

Campo Mourão - PR
Outubro de 2024

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Enumo, Marcelo Neth
ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO A CONQUISTA DA
MATEMÁTICA COM POTENCIAL PARA SEREM DESENVOLVIDAS
POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA
DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA / Marcelo Neth
Enumo. -- Campo Mourão-PR, 2024.
100 f.

Orientador: Amauri Jersi Ceolim.
Coorientador: Rosefran Adriano Gonçalves Cibotto.

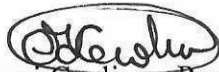
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) --
Universidade Estadual do Paraná, 2024.

1. Modelagem Matemática. 2. Educação Matemática
Crítica. 3. Livro Didático de Matemática. 4. Anos
Finais do Ensino Fundamental. I - Ceolim, Amauri
Jersi (orient). II - Cibotto, Rosefran Adriano
Gonçalves (coorient). III - Título.

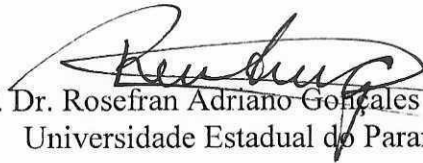
Marcelo Neth Enumo

ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO *A CONQUISTA DA MATEMÁTICA* COM
POTENCIAL PARA SEREM DESENVOLVIDAS POR MEIO DA MODELAGEM
MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

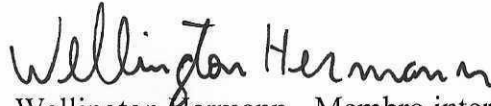
Comissão Examinadora:



Prof. Dr. Amauri Jersi Ceolim – Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Prof. Dr. Rosefran Adriano Gonçalves Cibotto - Coorientador
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR



Prof. Dr. Wellington Hermann - Membro interno da Banca
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR



Prof. Dr. Ademir Pereira Júnior - Membro externo da Banca
Fundação Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Mandaguari - FAFIMAN

Resultado: APROVADO

Campo Mourão - PR
Outubro de 2024

Aos meus pais, irmãos, esposa, filha e orientadores, dedico esta pesquisa. Vossa presença durante esta jornada tornou tudo mais fácil. A vocês, gratidão eterna!

AGRADECIMENTOS

Quero expressar gratidão a toda minha família. Aos meus pais, Adalberto Enumo e Iria Alzira Neth Enumo, por sempre estarem me apoiando na busca do conhecimento, serem incentivadores de todos os meus sonhos e compreenderem meus momentos de ausência. Ao meu irmão Adalberto Enumo Junior, por ser fonte de apoio e inspiração.

Ao meu orientador professor Amauri Jersi Ceolim, e ao meu coorientador professor Rosefran Adriano Gonçalves Cibotto, por toda sabedoria e paciência que demonstraram comigo durante todo o processo, por ter me acolhido e acreditado em mim, pelos olhares críticos e cuidadosos que tiveram pela minha pesquisa, por compartilharem seus conhecimentos a cada apontamento realizado para que eu conseguisse finalizar este trabalho e atingir o objetivo esperado. Colaborando não só com esta pesquisa, mas também com minha formação profissional e pessoal, a minha sincera gratidão.

Gratidão também ao Grupo de Pesquisa em Relação com o Saber e Educação Matemática – ReSEMat, em especial ao professor Wellington Hermann, pelas discussões e sugestões realizadas, cujos apontamentos contribuíram para o enriquecimento desta dissertação. Sou muito grato a todos vocês.

À minha banca de qualificação, professores Ademir Pereira Junior, Wellington Hermann, João Henrique Lorin e Emerson Tortola, pelas valiosas contribuições, com as quais pude avançar na direção do objetivo proposto.

Agradeço aos amigos e colegas de curso que nos últimos dois anos me incentivaram e apoiaram neste processo desafiador.

À minha esposa Ana Paula Izumida Martins, pelo carinho, cuidado e preocupação redobrado que teve com a nossa família, principalmente durante o período que estive ausente, cursando as disciplinas do mestrado e no desenvolvimento desta pesquisa.

À minha filha Cecília Izumida Neth Enumo, pelo amor incondicional que transmite, tornando o mundo um lugar melhor.

Este trabalho é dedicado a todos vocês, que de alguma forma contribuíram para que este sonho se tornasse realidade.

Muito obrigado, por fazerem parte desta conquista!

RESUMO

Esta é uma pesquisa de caráter qualitativo de natureza bibliográfica, cujo objetivo geral é analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC). Para isso, foram investigadas as atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livro didático *A conquista da matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018), no quadriênio de 2020 a 2023. E para esse propósito, as atividades contidas na respectiva coleção, foram analisadas, selecionadas e organizadas de acordo com as concepções da EMC, proposta por Skovsmose. A perspectiva adotada para a MM é embasada nas concepções de Ademir Donizeti Caldeira, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa e Jussara de Loiola Araújo, autores que investigam a MM sob a perspectiva crítica. Para organização e análise dos dados foi utilizada a Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiuzzi. A seleção das atividades ocorreu a partir da leitura de todas as atividades contidas nos quatro volumes da coleção investigada, analisando, se apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Os resultados indicam que a coleção analisada possui um total de 2.874 atividades, das quais 161 apresentam potencial para serem desenvolvidas sob a luz da teoria em estudo. Essas atividades permitem estabelecer conexões entre fatos ou dados reais, incluindo temas não matemáticos que podem estar relacionados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais, ambientais, educacionais, discussões democráticas e outras questões que estimulam o debate e desenvolvem a autonomia dos alunos ao investigarem os temas. Como resultado, foram criadas três categorias de análise: Categoria I - *Discussões relacionadas ao tema*; Categoria II - *Resolução das atividades*; e Categoria III - *Validação e Socialização das atividades*. Dessa forma, após uma análise crítica, foi possível identificar em diferentes capítulos e seções dos quatro volumes da coleção investigada, uma quantidade de atividades que apresentam potencial e podem ser desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Educação Matemática Crítica. Livro Didático de Matemática. Anos Finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This is a bibliographic and qualitative research which aims to analyse activities presented in didactic books from the *A conquista da matemática* (in English *Mathematics conquer*) collection. The books are addressed to Brazilian Elementary School and the activities can be realized through Mathematical Modelling (MM) and under the Critical Mathematics Education (CME) perspective. In order to achieve the research objective, activities from the four volumes of the book collection published between 2020 and 2023, written by José Ruy Giobanni Júnior and Benedicto Castrucci (2018), were investigated. The activities were analysed, selected and organized according to the conceptions of CME, proposed by Skovsmose. The MM perspective adopted in this research is based on Ademir Donizeti Caldeira, Dionísio Burak, Jonei Cerqueira Barbosa and Jussara de Loiola Araújo and their critical approach to MM. The organization and selection of data in according. Text and Discourse Analysis, from Moraes and Galiuzzi. The activities selection was made after reading all activities from the books belonging to the investigated collection in a way to verify if they could be developed through MM and CME. The results of the research show that there are 2.874 activities in the collection, of which 161 can be done according to the theory here studied. Those activities enable connections between real facts or data, including non-mathematic themes, that can be social, political, economic, cultural, environmental, educational, democratic discussion and others that stimulate the debate and the student's autonomy. As a result, it was created three analysis categories: Category I – *Discussion related to the theme*; Category II – *Activities solving*; Category III – *Activities validating and socializing*. After critical analysis, it was possible to verify, in different chapters and sections from the analysed books amount of activities that can be solved through MM and CME.

Keywords: Mathematical Modelling. Critical Mathematics Education. Mathematics Textbook. Final Years of Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema da Modelagem baseada em Caldeira (1998)	39
Figura 2 - Capas do LDM do 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais	46
Figura 3 - Capa do LDM do 6º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	50
Figura 4 - Capa do LDM do 7º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	50
Figura 5 - Capa do LDM do 8º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	51
Figura 6 - Capa do LDM do 9º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental.....	51

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem	23
Quadro 2 - O aluno e o professor nos casos de Modelagem	37
Quadro 3 - Os boxes e as Demandas	48
Quadro 4 - As seções e as Demandas	49
Quadro 5 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC	56
Quadro 6 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC	56
Quadro 7 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC	57
Quadro 8 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC	57
Quadro 9 - Quantidade total de atividades por série dos quatro volumes selecionadas e que apresentam potencial.....	58
Quadro 10 - Quantidade de fragmentos organizados por série/ano.....	61
Quadro 11 - Categorias e Unidades de Significado.....	Erro! Indicador não definido.

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
EMC	Educação Matemática Crítica
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GTR	Grupo de Trabalho em Rede
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LDM	Livro Didático de Matemática
MEC	Ministério da Educação
MM	Modelagem Matemática
NRE	Núcleo Regional de Educação
PDE	Programa de Desenvolvimento Educacional
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PRPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PSS	Processo Seletivo Simplificado
PUC	Pontifícia Universidade Católica
QPM	Quadro Próprio do Magistério
RPEM	Revista Paranaense de Educação Matemática
ReSEMat	Grupo de Pesquisa em Relação com o Saber e Educação Matemática
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SEED	Secretaria de Educação do Estado do Paraná
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	12
1 INTRODUÇÃO	15
2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA	19
2.1 Educação Matemática Crítica, segundo Ole Skovsmose.....	19
3 A MODELAGEM MATEMÁTICA	33
3.1 A Modelagem Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica	33
4 CONHECENDO OS QUATRO VOLUMES DA OBRA INVESTIGADA	43
4.1 Uma breve comparação entre a coleção investigada e a nova coleção	43
4.2 Como aconteceu a escolha da coleção investigada	43
4.3 Apresentando os quatro volumes do livro didático investigada.....	46
5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	53
5.1 A metodologia adotada na pesquisa	53
5.2 Como ocorreu a seleção das atividades contidas na coleção investigada	54
5.3 Análise Textual Discursiva e o movimento de desconstrução do <i>corpus</i>	59
6 ANÁLISE DOS DADOS	66
6.1 Primeira Categoria: <i>Discussões relacionadas ao tema</i>	66
6.2 Segunda Categoria: <i>Resolução das atividades</i>	77
6.3 Terceira Categoria: <i>Validação e Socialização das atividades</i>	86
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
REFERÊNCIAS	97

APRESENTAÇÃO

Quando criança, das aulas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, recordo-me de ter que decorar a tabuada com as professoras Zilda, Maria, Marcia e Eliane. Nos Anos Finais do Ensino Fundamental, o professor Mauro passava atividades na lousa e deveres de casa do tipo: Calcule e Resolva, além de termos que resolver questões práticas do livro didático que envolviam expressões numéricas complexas. Com a ajuda desse educador, consegui superar os desafios para resolver tais questões. Em meio a essa realidade, meu interesse pela Matemática foi despertado.

No Ensino Médio, escolhi fazer o curso técnico em contabilidade, porém, tive que estudar no período noturno, pois precisava ajudar nas despesas de casa. Com determinação, não me deixava abater pelo cansaço e aproveitava cada momento em sala de aula. O professor Luiz, conhecido como Luiz da Matemática, percebeu meu potencial e me motivou a seguir em frente com os estudos, inspirando-me a cursar Matemática. Após concluir o Ensino Médio, iniciei a graduação em Matemática, me formando em dezembro de 2001, realizando um dos meus sonhos.

Em fevereiro de 2002, fiz uma entrevista na única escola particular de Paiçandu - PR. A diretora, que também era professora de Matemática, me ofereceu uma turma da 7ª série para lecionar, aceitei sem hesitar. Nesse mesmo dia, os alunos estavam resolvendo exercícios de expressões numéricas e a diretora pediu para eu identificar as dificuldades de cada um. Resolvi os exercícios na lousa, comentando seus erros. Curiosamente, eram os mesmos tipos de exercícios que eu tinha dificuldade em resolver, mas que aprendi a gostar graças ao professor Mauro. Desde então, nunca mais parei de lecionar.

Atualmente, leciono aulas de matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio utilizando livros didáticos. Com o passar do tempo, percebi que a prática de resolver listas prévias de exercícios pré-definidos permanece praticamente a mesma há mais de três décadas e está presente em grande quantidade nos materiais didáticos de matemática. De acordo com Caldeira (2009), esse tipo de ensino segue uma perspectiva cheia de regras e convenções, onde os alunos não participam do processo, predominando uma prática reprodutivista. Método que não incentiva o debate nem desenvolve a autonomia dos alunos, elementos fundamentais para que eles reflitam criticamente sobre a presença da Matemática nas benfeitorias ou problemas sociais.

Diante desse cenário, surgiu o interesse em analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, adotada pela Secretaria do Estado do

Paraná (SEED) e distribuída às escolas Públicas do Estado e se elas tinham o potencial para serem adaptadas à vida cotidiana dos alunos.

Em 2008 participei do primeiro Grupo de Trabalho em Rede (GTR¹), que fazia parte do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE²). Até então, o PDE³ era uma política pública que promovia o diálogo entre os professores do Ensino Superior e da Educação Básica, por meio de atividades teórico-práticas orientadas. Foi durante o curso do GTR, ministrado por uma professora do PDE, que tive minhas primeiras experiências com Modelagem Matemática, em um projeto sobre a obesidade, com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Apesar de ser um curso excelente, ele não ofereceu aos professores de matemática a oportunidade de desenvolver práticas envolvendo a Modelagem.

Assim que concluí o curso do GTR, decidi aprofundar meus estudos em Modelagem, pois, percebi uma oportunidade de realizar uma pesquisa nessa área para enriquecer minhas práticas pedagógicas. Por essa razão, comecei a participar de cursos oferecidos pelo Núcleo Regional de Educação (NRE) de Maringá, ministrados pelo Prof. Dr. Ademir Pereira Júnior, com o objetivo de aprimorar meus conhecimentos sobre Modelagem Matemática.

Durante um desses cursos, ouvi falar sobre o Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR, e decidi inscrever-me no programa. O mestrado, reconhecido pela CAPES em 2018, e com a primeira turma iniciando em 2019, tem uma abordagem centrada no Ensino de Matemática e é voltado para professores que trabalham em instituições educativas. Com o interesse em analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, foi que, em março de 2021, me aproximei do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da UNESPAR, *campus* de Campo Mourão, onde cursei duas disciplinas como aluno não regular.

Em março de 2022, ao iniciar meu mestrado, manifestei grande interesse em pesquisar temas relacionados à Modelagem Matemática (MM). Sob a orientação do Prof. Dr. Amauri

¹ Mais informações sobre o Grupo de Trabalho em Rede (GTR). Disponível em: <https://appsindicato.org.br/?p=11361/>. Acesso em: 06 ago. 2024.

² O programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) foi iniciado em 2003 e oficializado pela Lei nº 103 de 2004, pelo ex-governador Roberto Requião, visando a formação continuada de professores para melhorar o ensino e aprendizagem nas escolas públicas estaduais da Educação Básica. O programa dura dois anos, foi direcionado para professores do Quadro Próprio do Magistério (QPM), nível II, classes 8 a 11, da tabela de salários do Plano de carreira. Os professores ingressavam no PDE com 100% da carga horária no primeiro ano e 25% no segundo ano, sendo necessário criar um plano de trabalho prático para usar na escola e discutir as produções em grupos virtuais, chamados Grupo de Trabalho em Rede (GTR), com o professor PDE. Títulos de Mestrado ou Doutorado eram considerados para a certificação do PDE. No entanto, em 2017, os governadores Beto Richa e Ratinho Júnior encerraram o direito dos professores de se afastarem para fazer o curso, desmotivando os professores.

³ Mais informações sobre o Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Disponível em: <https://www.nre.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1008>. Acesso em: 06 ago. 2024.

Jersi Ceolim e do Prof. Dr. Rosefran Adriano Gonçalves Cibotto, juntamente com o Grupo de Pesquisas em Relação com o Saber e Educação Matemática (ReSEMat), tive meu primeiro contato com a Educação Matemática Crítica (EMC).

É por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC) que pretendemos analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos adotada pela SEED e distribuída às escolas Públicas do Estado do Paraná, no quadriênio de 2020 a 2023, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem sob uma perspectiva crítica. O foco é que a abordagem seja construída a partir de fatos e/ou dados reais, incluindo temas não matemáticos da realidade, escolhidos pelos alunos reunidos em grupos, de forma que as questões da EMC embasem o desenvolvimento das atividades contidas na coleção, por meio de investigações.

Portanto, essa pesquisa tem como objetivo analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC). Sendo assim, analisa-se as atividades da coleção pesquisada que podem ser desenvolvidas por meio da MM sob uma perspectiva crítica. Dessa forma, a abordagem crítica, que envolve investigação com o objetivo de promover a reflexão, torna as aulas de Matemática mais dinâmicas, vivas e significativas.

1 INTRODUÇÃO

Para o educador Paulo Freire (1996), não existe ensino sem aprendizagem, educar alguém é um processo dialógico, um intercâmbio contínuo. Nessa relação de ensino e aprendizagem⁴, educador e educando trocam de papéis continuamente: o educando aprende ao mesmo tempo em que ensina, e o educador ensina e aprende com o outro. Seguindo essa concepção, Freire (1970), nos indica que o diálogo ocorre por meio do pensamento crítico e, ao mesmo tempo, cria esse pensamento. A comunicação entre os sujeitos é estabelecida mediante diálogo e, sem ele, não há educação real (educação crítica).

Logo, o diálogo possibilita que os alunos criem temas que podem ser desenvolvidos por meio de investigação. Esses temas podem estar, naturalmente, ligados às situações do dia a dia dos alunos, de forma que as coisas da vida se tornam gradualmente coisas da Matemática.

Dentre os diferentes conceitos de Modelagem Matemática encontrados no contexto da Educação Matemática, existem aqueles que podem ser categorizados ou classificados segundo uma perspectiva crítica. Esses conceitos preocupam-se principalmente com os aspectos ambiental, social, político, econômico, dentre outros que estimulam o debate. Para Barbosa (2004b, p. 4), “uma das maneiras de desenvolver atividades de Modelagem é por meio da tematização de situações descritas em reportagens de jornais. Por vezes, podemos selecionar matérias que descrevem alguma questão atual, formularmos um problema e desafiar os alunos a resolvê-lo”.

De acordo com Skovsmose (2008), a inspiração teórica para a educação crítica provém de diversas fontes, mais especificamente da noção de diálogo apresentada por Paulo Freire como um processo educacional emancipatório. Assim, a educação crítica não deve ser transmitida por meio de palestras ministradas pelo professor, mas sim baseada em diálogos e discussões, para que os alunos possam aprender de acordo com seus interesses.

Então, quando essas ideias são desenvolvidas em grupo, podem ser utilizadas como uma ferramenta para incentivar o diálogo, encorajando os estudantes a questionarem, explorarem e

⁴ A expressão ‘ensino-aprendizagem’ geralmente se refere a um processo integrado em que o ensino e a aprendizagem são vistos como partes interligadas de uma mesma atividade educacional. Neste contexto, o foco está na relação dinâmica entre o que é ensinado e o que é aprendido, enfatizando a interação e a colaboração entre professor e aluno. A expressão ‘ensino e aprendizagem’ pode ser vista como uma menção separada a duas atividades distintas, embora relacionadas. Aqui, ‘ensino’ se refere à ação de transmitir conhecimento, habilidades ou informações, enquanto ‘aprendizagem’ se refere ao processo pelo qual o aluno adquire e internaliza esse conhecimento.

propor soluções para problemas do seu dia a dia, ao mesmo tempo que os incentivam a compreender melhor o mundo por meio da Matemática.

O problema surge quando a matemática é apresentada aos alunos apenas através da exposição oral do professor e da resolução de exercícios. Ao folhear as páginas e examinar as atividades contidas nos quatro volumes da coleção investigada, é possível notar muitos exercícios pré-formulados, que não estimulam a capacidade de questionar e debater dos estudantes.

Skovsmose (2014), afirma que “[...] essa aprendizagem materializa-se numa *obediência cega a ordens*. Observe o estilo da redação das questões: ‘Simplifique a expressão...!’, ‘Resolva a equação...!’, ‘Encontre o x tal que...’, ‘Calcule quanto Pedro economizaria se...!’” (p. 18, grifo do autor). Exercícios no qual o professor tem a função de verificar se os alunos acertam ou não a solução, que mais parecem estar destinados à repetição e à memorização. Segundo o autor, esse tipo de exercício “[...] cumpre um propósito que pouco tem a ver com entender matemática – quando estudantes completam o longo processo de formação, com seus mais de 10 mil exercícios resolvidos” (Skovsmose, 2014, p. 18).

Uma das maneiras de fugir das extensas listas de exercícios presentes nos livros didáticos, particularmente nos quatro volumes da coleção em questão, é criar Cenários para investigação que convidem os estudantes a explorarem essas atividades. É importante que os Cenários para investigação não sejam explorados através de uma lista de exercícios, mas sim de um roteiro de aprendizagem, no qual os alunos têm a oportunidade de investigar, dar conselhos, apontar direções, formular perguntas, solicitar ajuda e tomar decisões.

Por isso, surgiram questionamentos em relação à coleção de livros didáticos que o autor desta pesquisa utiliza para ensinar Matemática em suas aulas, material didático fornecido pela Secretaria de Educação do Paraná (SEED) e distribuído às escolas Públicas do Estado para serem utilizados no quadriênio de 2020 a 2023.

Dessa forma, definiu-se a direção desta pesquisa, que tem como objetivo geral: Analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC).

A ideia de analisar as atividades da coleção mencionada é fundamentada nas obras do professor Ole Skovsmose (2000; 2001; 2008; 2014). Como base teórica temos, Araújo (2004; 2007; 2009), Barbosa (2001a; 2001b; 2004a; 2004b; 2008), Burak (1992; 2004; 2005a; 2005b; 2008; 2010) e Caldeira (2001; 2009; 2013; 2021), autores que buscam por meio da MM, contemplar ideias sob a perspectiva da EMC.

Conforme apontam Ceolim e Caldeira (2013, p. 1), a partir da teoria de Skovsmose, que têm o objetivo de debater três perspectivas de pesquisadores brasileiros: Barbosa, Caldeira e Araújo. Esses autores foram selecionados por terem publicado artigos sobre Modelagem Matemática nos Anais do 11º Congresso Internacional de Educação Matemática - ICME (2008), classificados sob uma perspectiva sociocrítica. Com base na concepção de Modelagem Matemática e comparando-a com o trabalho teórico dos autores mencionados e com as ideias de Burak, identificamos similaridades com a Educação Matemática Crítica (EMC) proposta por Skovsmose. Isso nos permite abordar a MM de forma crítica, auxiliando na compreensão de uma ou mais temas relacionados à vida cotidiana dos estudantes.

A estrutura desta dissertação é composta por cinco capítulos.

No capítulo 1, exploramos as dimensões da Educação Matemática, guiados pela Educação Matemática Crítica (EMC). Para isso, nos baseamos nas concepções de Skovsmose (2000; 2001; 2008; 2014). Igualmente, nos respaldamos em pesquisadores brasileiros como Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio. E apresentamos discussões sobre temas relacionados à Educação Matemática Crítica, incluindo: Cenários para investigação ou Ambientes de aprendizagem; Zona de Conforto e Zona de Risco; Desafios da Reflexão; Matemática em Ação; Materacia; e Democracia.

No Capítulo 2, exploramos as concepções de Modelagem Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Além disso, analisamos seu potencial no Ensino da Matemática, seguindo as ideias de quatro pesquisadores brasileiros: Araújo, Barbosa, Burak e Caldeira, que estabelecem conexões claras por meio da Modelagem sob uma perspectiva crítica proposta por Skovsmose.

No Capítulo 3, realizamos uma análise da obra em estudo, fazendo uma breve comparação entre a coleção investigada e a nova coleção. Explicamos como ocorreu a escolha da obra investigada e apresentamos em detalhes os quatro volumes investigados.

Após as descrições e embasamentos teóricos nos Capítulos 1 e 2, a análise da obra em foco, no Capítulo 3, os aspectos metodológicos desta pesquisa foram detalhadamente descritos e explicados no Capítulo 4. Neste capítulo, explicamos o processo de seleção das atividades contidas no material didático. Além disso, abordamos a Análise Textual Discursiva (ATD), que se destaca pela desconstrução do *corpus* da pesquisa, sugerida por Moraes e Galiuzzi (2011). Descrevemos como as atividades foram selecionadas, organizadas e categorizadas, com base em seu potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

No Capítulo 5, apresentamos a análise dos dados, na qual as categorias emergiram a partir das unidades de significado formadas pelos processos de fragmentação e unitarização do

corpus desta pesquisa. Como resultado, três categorias de análise foram construídas: Categoria I – *Discussões relacionadas ao tema*; Categoria II - *Resolução das atividades*; Categoria III - *Validação e Socialização das atividades*.

No qual a primeira categoria, *Discussões relacionadas ao tema*, tem o potencial de despertar o interesse, a curiosidade e a preocupação dos estudantes em relação ao seu dia a dia e da sua comunidade. Logo, a sala de aula é um ambiente agradável e propício para conversas e discussões sobre os temas de forma democrática. Isso contribui para que os alunos sejam mais independentes e, em certas ocasiões, atuem de forma a melhorar suas vidas e/ou da sua comunidade. Com isso, os fragmentos apresentados nesta categoria possibilitam que os alunos desenvolvam temas ou problemas não matemáticos do dia a dia através da investigação por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Na segunda categoria, *Resolução das atividades*, explicamos que os computadores, gráficos e tabelas, ajudam os alunos a desenvolverem as atividades. Estes recursos auxiliam no ensino e aprendizagem de Matemática de uma forma mais dinâmica, tornando o aprendizado mais agradável e incentivando os alunos a pesquisarem temas de seu interesse. De acordo com Skovsmose (2008, p. 87), “[...] isso seria entendido como um tipo de ruptura da ordem definida pela lógica do mundo dos exercícios”. Uma das maneiras de conseguir isso, é provocar um debate com/entre a turma. Dessa forma, os fragmentos apresentados nesta categoria auxiliam os estudantes a tomarem decisões e realizarem ações, ao desenvolverem as atividades, o que os torna mais autônomos, capazes e responsáveis por mudanças sociais.

Na terceira categoria, *Validação e Socialização das atividades*, os estudantes têm a oportunidade de validar e compartilhar a resolução de suas atividades com os colegas e professores. Dessa forma, os estudantes podem melhorar muitas coisas no dia a dia usando teorias. Os fragmentos desta categoria possibilitam que os alunos ou grupos tenham maior autonomia para socializar ou divulgar as soluções ou resultados alcançados. É importante lembrar que, para ser considerada uma atividade com potencial, deve ser desenvolvida por meio da MM sob uma perspectiva crítica.

No sexto e último Capítulo, foram apresentadas as Considerações Finais com alguns resultados e reflexões a respeito da pesquisa que foi desenvolvida. Por fim, apresentaremos a lista de referências bibliográficas usada nesta pesquisa.

2 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Neste capítulo, apresentamos as dimensões crítica da Educação Matemática, orientadas pela Educação Matemática Crítica (EMC). Para isso, nos baseamos nas ideias de Ole Skovsmose (2000; 2001; 2008; 2014) e apoiamos em pesquisadores brasileiros como Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio. Skovsmose (2001) afirma que a EMC se concentra nos aspectos sociais e políticos da Educação Matemática, com suas discussões focadas na democracia. Da perspectiva crítica da pedagogia Matemática, o diálogo e a democracia são elementos fundamentais para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Em seguida, tratamos de assuntos sob a perspectiva da EMC, preocupações relacionadas à Educação Matemática, que foram abordadas na seção a seguir.

2.1 Educação Matemática Crítica, segundo Ole Skovsmose

De acordo com Skovsmose (2008), a educação crítica surgiu no final dos anos 1960, inspirada pelos movimentos estudantis, como o de 1968, que estava fortemente associado ao Ensino Superior. Esses movimentos promoviam reações contra o chamado currículo conduzido pelos professores e contra as supostas neutralidade e objetividade da ciência. Como resultado, para promover a justiça e a igualdade social, os estudantes deveriam ter voz ativa nas decisões sobre o que seria estudado, e uma forma de estabelecer essa abordagem era adotar uma educação baseada em problemas e projetos.

Inicialmente, a revolução estudantil atingiu as áreas de ciências humanas e sociais, mas rapidamente se tornou popular, assumindo um caráter interdisciplinar ligado à análise de problemas. Dessa forma, a abordagem crítica também influenciou o Ensino de Matemática e ciências. Foi assim que, na década de 1980, financiada pelo governo dinamarquês, do qual participou o pesquisador Ole Skovsmose, surgiu a Educação Matemática Crítica (EMC).

Como Skovsmose (2008; 2014) esclarece, de modo geral, a EMC pode ser considerada a expressão das preocupações sobre os papéis que a Educação Matemática exerce na sociedade. Para ele, o termo *crítica*, que está ligado à Matemática neste contexto, tem a ver com a investigação das condições para se obter o conhecimento. Segundo o Dicionário Básico de

Filosofia, de Japiassú e Marcondes (2001, p. 46), “o termo *crítica*, que vem do grego *Kritiké*, é entendido como a arte de julgar e analisar⁵”.

Certamente há muitas maneiras de expressar inquietações, logo, apresentaremos alguns conceitos de tais preocupações, em particular os que estão relacionados com a Educação Matemática. É por meio dessas concepções que pretendemos investigar essas preocupações à luz da EMC, que podem manifestar-se de diferentes formas e termos, que serão debatidas neste capítulo.

De acordo com Skovsmose (2001), a ideia mais geral é que, para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve:

[...] discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa. Uma educação crítica não pode ser um simples prolongamento da relação social existente. Não pode ser um acessório das desigualdades que prevalecem na sociedade. (Skovsmose, 2001, p. 101).

Desse modo, o professor Ole Skovsmose enxergou na EMC uma resposta às grandes incertezas, não apenas algo definido por metas e procedimentos, mas sim uma Educação direcionada para a justiça social em um mundo complexo, globalizado e cheio de guetos. Então, se conseguirmos identificar a Matemática que experimentamos em nosso dia a dia, logo, ofereceremos aos estudantes a oportunidade de participarem do processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Skovsmose (2008, p. 15), “[...] geralmente, o livro didático representa as condições tradicionais da prática de sala de aula. Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula”. Isso significa que a importância das atividades não é debatida durante as aulas de Matemática, além de partir do pressuposto de que na resolução dos exercícios existe apenas uma resposta correta.

Mas, e se um estudante ou professor decidisse levantar alguma questão ou um debate sobre o que está sendo estudado no livro didático, o que aconteceria?

Skovsmose (2008, p. 87) afirma que “[...] isso seria entendido como um tipo de ruptura da ordem definida pela lógica do mundo dos exercícios”. Sendo assim, uma forma de alcançar essa ruptura seria expor ou provocar um debate entre os estudantes, a fim de que se organizem em grupos e realizem as atividades com potencial para serem desenvolvidas por meio da MM

⁵ Para conferir tal informação, consultar o Dicionário básico de filosofia (2001). Disponível em: https://raycydio.yolasite.com/resources/dicionario_de_filosofia_japiassu.pdf. Acesso em: 27 ago. 2023.

sob a perspectiva da EMC. Essas atividades devem trazer fatos ou dados reais, abordar temas de caráter interdisciplinares e serem desenvolvidas por meio de investigação.

Em um dos diálogos entre Freire e Guimarães (1982), Paulo Freire afirma que, em lugar de “[...] partir com uma exposição que funcionasse como desafio ao grupo de estudantes, eu começo conversando com o grupo. E a gente começa sempre a conversa fazendo uma tentativa de compreensão crítica da prática de cada um” (Freire; Guimarães, 1982, p. 116). É a fim de compreender as necessidades e preocupações de cada estudante, tanto dentro quanto fora da escola, pode-se iniciar um diálogo, que pode ser discutido, anotado e devolvido posteriormente, num movimento constante, com o objetivo de refletir criticamente, uma experiência que pode ser desenvolvida entre todos os participantes do grupo.

Por essa razão, apresentamos alguns conceitos dos quais buscamos articular certas preocupações a respeito da Educação Matemática. “É por meio da formulação de tais preocupações que pretende-se elucidar a Educação Matemática Crítica” (Skovsmose, 2014, p. 10-11).

Preocupações que podem se manifestar de várias formas e termos, tratados pela EMC, como: Cenários para investigação ou Ambientes de aprendizagem; Zona de Conforto e Zona de Risco; Desafios da Reflexão; Matemática em Ação; Materacia; e Democracia.

Seguindo esse propósito, o primeiro conceito que abordamos está relacionado com os *Cenários para investigação*, também chamado por Skovsmose (2000; 2008; 2014) de *Ambientes de aprendizagem*.

De acordo com Skovsmose (2014, p. 45), “um dos principais desafios da Educação Matemática é proporcionar aos alunos uma aprendizagem mais significativa”. Apesar disso, o autor faz a seguinte nota, quem já esteve em uma sala de aula sabe como isso pode ser difícil, pois não existem receitas prontas, fórmulas mágicas ou passos infalíveis. No entanto, isso não deve ser motivo para desânimo.

Neste contexto, os educadores podem buscar uma Educação Matemática mais significativa, explorando temas além do ensino tradicional, por meio de investigação. É claro que essa abordagem não é a solução definitiva, mas uma das possíveis soluções para romper com o paradigma dos exercícios, abarrotados nos materiais didáticos, em especial, na coleção de livros didáticos que estamos analisando.

Para explorar essas análises com mais profundidade, Skovsmose (2014) apresenta os *Cenários para investigação*⁶. Para o autor, um *Cenário para investigação* é,

⁶ Para conferir tal ideia, ver Skovsmose (2014, p.45-57).

Um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem. Ao contrário da bateria de exercícios tão características do ensino tradicional de Matemática, que se apresenta como uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos cenários para investigação não são tão bem-demarcadas. Há diversos modos de explorar o terreno e suas trilhas. Há momentos de prosseguir com vagar e cautela, e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece. (Skovsmose, 2014, p. 45).

Quando os alunos são apresentados a um Cenário para investigação, um universo de interpretações e significados se abre diante deles. Atividades que envolvem pesquisa tendem a ser assim, representando uma mudança significativa em relação ao ensino tradicional de Matemática, que geralmente se concentra em uma série de exercícios pré-definidos.

Para Skovsmose (2008), quase que na totalidade, as aulas e os exercícios dos livros didáticos de Matemática seguem o seguinte modelo:

A apresentação é baseada no livro-texto adotado, e os alunos são incumbidos de estudar uma parte específica desse livro-texto para a aula seguinte. Em seguida, os alunos resolvem alguns exercícios. Eles podem trabalhar individualmente ou em grupo. O professor discute com eles problemas específicos desses exercícios – normalmente os alunos têm de fazê-los em casa. Por fim, parte da aula é dedicada à supervisão do trabalho dos alunos, feito pelo professor. Os resultados dos exercícios feitos em casa são analisados, e algumas dificuldades podem ser sanadas no quadro-negro. Os alunos são inquiridos sobre os métodos que usaram para resolver os exercícios. Se na aula precedente tiver se destacado alguma ideia matemática, como uma demonstração por exemplo, então o professor deve conferir se o aluno é capaz de reproduzi-la. De fato, saber repetir a demonstração é um elemento central da tradição matemática escolar, [...]. (Skovsmose, 2008, p. 85-86).

Realizar uma pesquisa é uma experiência completamente diferente das listas de exercícios, pois demanda o interesse, compromisso e o envolvimento dos estudantes-pesquisadores, instigando-os a refletir sobre temas e questão do seu dia a dia e de sua comunidade. Dessa forma, a aprendizagem os conduz diretamente ao conceito de pesquisa e investigação.

Skovsmose (2008) enfatiza que,

um Cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se...?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. O “Por que isto?” do professor representa um desafio, e os “Sim, por que isto...?” dos alunos indicam que eles estão encarando o desafio e que estão em busca de explicações. Quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo. (Skovsmose, 2008, p. 21).

Por essa razão, temos a opção de convidar os alunos, mas, jamais obrigá-los, a participar das atividades relacionadas a um Cenário para investigação. É sempre incerto se o convite será aceito ou não pelo estudante. Eles podem se encantar com a proposta ou simplesmente não demonstrar interesse, pois existem vários fatores em jogo, assim, alguns alunos podem aprovar a ideia enquanto outros não. O que pode funcionar perfeitamente como Cenário para

investigação para um grupo de estudantes em uma situação, pode não ser atrativa para outro grupo de alunos. Se um cenário pode sustentar uma abordagem de investigação é uma questão empírica, determinada pelas práticas dos envolvidos.

As práticas de investigação em sala de aula, baseadas em Cenários para investigação diferem marcadamente de prática baseada em exercícios. A diferença entre eles está relacionada à referenciação, que visa fazer com que os alunos produzam significados para atividades e conceitos matemáticos.

Como sugere Skovsmose (2000), “[...] o movimento entre os diferentes ambientes possíveis de aprendizagem e a ênfase especial no Cenário para investigação causarão um grau elevado de incerteza. A meu ver, a incerteza não deve ser eliminada. O desafio é enfrentá-la” (Skovsmose, 2000, p. 17). Por isso, ao analisarmos as atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC, somos capazes de transitar pelos diferentes Ambientes de aprendizagem.

As atividades de Matemática podem possuir três tipos de referências, de acordo com Skovsmose (2008), ao que ele denomina de Ambientes de aprendizagem, e são possíveis da seguinte forma: Em primeiro lugar, *referência à matemática pura*, que são atividades Matemáticas que podem estar relacionadas à Matemática e somente a ela. Em segundo lugar, *referência à semirrealidade*, em que é possível referir-se a uma semirrealidade, não é a realidade que realmente percebemos, mas uma realidade fictícia, digamos, construída pelo autor de um livro didático de Matemática. E finalmente a terceira, *referência à vida real*, em que os alunos e professores podem trabalhar com atividades relacionadas à vida real dos estudantes.

Por meio da combinação entre os dois paradigmas de prática de sala de aula e os tipos de referências que as atividades podem abordar, Skovsmose (2008) define os seis tipos de Ambientes de aprendizagem, como podemos observar a seguir no Quadro 1.

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências à uma semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2008, p. 23)

A partir dessa matriz, destacam-se seis Ambientes de aprendizagem, compostos por duas colunas, que fazem referência a dois paradigmas: o paradigma do exercício e o paradigma dos Cenários para investigação. Além disso, a matriz também é formada por três linhas, que indicam as referências ou contextos em que as atividades sugeridas são apresentadas aos alunos: referência à Matemática pura, que se refere apenas a problemas matemáticos não contextualizados; referência à semirrealidade, onde um cenário fictício ou imaginário é inserido

em uma situação Matemática específica; ou referência à realidade, quando se refere a temas ou propostas com fatos e/ou dados reais.

Dada a matriz, tentaremos esclarecer o que são os ambientes de aprendizagem e seus diferentes tipos sugeridos nesta matriz. E para esse fim, nos basearemos no primeiro capítulo do livro *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica* de Ole Skovsmose (2008).

O ambiente do tipo (1) é constituído por exercícios no contexto da matemática pura, com resolução direta. Livros didáticos como o que estamos analisando, está repleto de exercícios desse tipo. O ambiente do tipo (2) é constituído por problemas presentes na matemática pura, porém, esses problemas envolvem investigação de números e figuras geométricas.

O ambiente do tipo (3) é constituído por exercícios com referência à semirrealidade, apresentam situações fictícias utilizadas para a criação de atividades, em que toda a informação é exata e verdadeira. O ambiente do tipo (4) também é composto por situações semirreais, em que apresentam casos fictícios, porém, essas situações por meio de investigação convidam os alunos a fazerem explicações e explorações e podem ser construídos com ou sem a ajuda de computadores.

Atividades baseadas na realidade oferecem um ambiente de aprendizagem do tipo (5), pois todos os diagramas utilizados são compostos por situações da vida real, oferecendo uma condição distinta para a comunicação entre os alunos e o professor, uma vez que agora faz sentido debater e questionar a informação dada pela atividade. Entretanto, as atividades ainda estão estabelecidas no paradigma do exercício.

Sem dúvida, é possível desenvolver um Cenário para investigação mais realista, a qual pode ser desenvolvida no Ambiente de aprendizagem do tipo (6), que é formada por situações da vida real, onde as referências são reais e que são abordadas por uma perspectiva aberta, a qual se torna possível à investigação. Assim, os estudantes podem produzir diferentes conceitos e significados para as atividades, realizando cálculos relacionados a situações do seu dia a dia ou de sua comunidade. Logo, o pressuposto de que há uma, e somente uma resposta correta, não faz mais sentido.

A reflexão crítica sobre a Matemática e MM ganha novo significado à medida que os alunos começam a explorar situações do seu cotidiano, situações reais. Dessa forma o Cenário para investigação se apresenta como um novo Ambiente de aprendizagem e, conseqüentemente, os estudantes se tornam responsáveis pelo processo de investigação.

Skovsmose (2008) considera que “uma boa parte da Educação Matemática está alternando os ambientes (1) e (3). Nesse sentido, o paradigma do exercício oferece uma

fundamentação assentada na ‘tradição’ da Educação Matemática” (Skovsmose, 2008, p. 31). Ele observa que estudos em Educação Matemática têm exposto um cenário desolador sobre o que passa na sala de aula tradicional. No entanto, o autor acha importante que “[...] os desafios sejam organizados em termos dos Ambientes de aprendizagem de tipos (2) e (4), além do tipo (6). Não defende que o ambiente (6) seja a única alternativa ao paradigma do exercício” (Skovsmose, 2008, p. 31).

Portanto, “na perspectiva do professor, deixar os ambientes do tipo (1) e (3) significa sair de uma zona de conforto e entrar em uma *zona de risco*” (Skovsmose, 2014, p. 63, grifo do autor). É nesse instante, que podemos imaginar os Ambientes de aprendizagem dos tipos (5) e (6), estabelecendo uma relação para criar pequenos animais, considerando diferentes formas. Com os Cenários para investigação, buscam-se explorar possibilidades no contexto educacional, especialmente aqueles que fogem das práticas tradicionais de ensino.

Isso nos conduz à discussão de temas como pesquisa, zona de conforto e zona de risco, que criam espaços para novas oportunidades. Conceitos que serão abordados na próxima expressão de preocupação.

O segundo conceito que abordamos está relacionado com a *Zona de conforto* e *Zona de risco*. De acordo com Skovsmose (2014), consiste no fato de os professores de Matemática deixarem o contexto da Matemática pura e o paradigma de exercícios, significa sair da sua Zona de Conforto e entrarem em uma Zona de Risco. Por isso, trabalhar com situações que determinem investigação cria-se muitas dúvidas, de modo que os docentes podem sentir-se inseguros a respeito de como resolver um ou mais temas ou atividades⁷.

Para compreender melhor esses desafios, discutiremos as ideias desenvolvidas e apresentadas por Mirian Godoy Penteado sobre os termos descritos acima, em seus estudos acerca de experiências dos professores, em que destaca que eles não podem permanecer em uma zona de conforto, garantidos pelas aulas tradicionais e pelas rotinas educacionais. As ideias de Zona de Conforto e Zona de Risco, descritas por Borba e Penteado (2001), são entendidas como:

A zona de conforto é uma situação vivida pelo professor na qual quase tudo é previsível, conhecido e controlável em suas aulas. Na zona de risco, por sua vez, imperam a imprevisibilidade e a incerteza, o surgimento de situações inesperadas é uma constante e o professor deve estar preparado para enfrentá-las. (Borba; Penteado, 2001, p. 54).

⁷ Para conferir tal ideia, ver Skovsmose (2014, p. 63).

Seguindo esse ponto de vista de mundo real, a perspectiva da EMC tem como pressupostos romper as barreiras metodológicas e técnicas pedagógicas de se ensinar Matemática. Com esse propósito, são apresentados os Cenários para investigação, que justamente procura quebrar esses paradigmas de exercícios e sair da Zona de conforto, possibilitando a abertura de espaços de possibilidades para se explorar práticas que fogem aos métodos tradicionais de ensino.

Incorporar a MM na escola, exige que o professor saia da sua Zona de Conforto e caminhe para uma Zona de Risco, que de acordo com Skovsmose (2008),

[...] Trabalhos com projetos e abordagens temáticas têm sido considerados uma resposta emblemática aos desafios educacionais lançados pela educação crítica. Considero que uma nova Educação Matemática Crítica deve buscar possibilidades educacionais (e não propagar respostas prontas). Toda prática nova traz incertezas. (Skovsmose, 2008, p. 49).

Desse modo, “[...] não deve ser objeto educativo recuar de uma zona de risco. Segurança e previsibilidade podem estar associadas à zona de conforto, enquanto novas oportunidades de aprendizagem podem estar associadas à zona de risco” (Skovsmose, 2008, p. 49).

Consequentemente, proporciona aos estudantes e professores novos Ambientes de aprendizagem, conduzindo-os para um paradigma de investigação e serem capazes de explorar todas as possibilidades educacionais que estão associadas à Zona de risco, pois, riscos trazem novas possibilidades de reflexão. E a noção de reflexão é importante para qualquer tipo de abordagem conectada com a EMC.

Seguindo esse propósito, o terceiro conceito que abordamos está relacionado com os *Desafios da Reflexão*. Skovsmose (2008) assegura que não é fácil definir reflexão, desse modo, desenvolve-se essa noção com respeito apenas à aprendizagem e à Matemática. Então, em vez de abordar possíveis significados de reflexão, tratamos aquilo que pode servir como objeto de reflexão, mais especificamente ações⁸.

As ações podem assumir muitas formas, assim, podemos considerar que atividades sociais e profissionais carregam consigo um acúmulo de ações. Por Matemática em ação, podemos dizer as atividades do cotidiano, que podem incluir a Matemática como parte integrante delas, e tais práticas do dia a dia relacionadas a ela, que podem levar à reflexão.

Para Skovsmose (2008), os “*procedimentos mecanizados* podem ser vistos como ações, mas, por serem *mecânicos*, aparentam ser não-humanos e, conseqüentemente, isentos de qualquer tipo de reflexão” (Skovsmose, 2008, p. 52).

⁸ Para conferir tal ideia, ver Skovsmose (2008, p. 51-73).

Aulas que não levam em consideração as necessidades dos estudantes, não requerem envolvimento e práticas por parte deles. É comum ver alunos fazendo exercícios como se fossem obrigados a realizá-los, ignorando o processo de ensino e aprendizagem e submetendo-se à lógica da escola comandada pelos professores e pelos livros didáticos. O autor também destaca que “[...] o procedimento mecânico é uma condição humana e, como tal, é também uma criação passível de questionamento” (Skovsmose, 2008, p. 56).

Então, precisamos pensar na especialização envolvida na prática dessas atividades, o que nos faz pensar que os métodos mecanizados não precisam ser questionados. Uma maneira de fazer isso seria repensar o emprego extensivo de exercícios. Este é um aspecto definidor desta tradição e, para muitos, os exercícios matemáticos representam a essência da Matemática. Nos quais, os exercícios servem como um teste constante de aprendizagem do aluno e o aspecto disciplinar parecem estar associados a eles.

O importante é que os Cenários para investigação não sejam explorados com base numa lista de exercícios. Em vez disso, a investigação acontece por meio de um roteiro de aprendizagem, onde os alunos têm a oportunidade de dar conselhos, apontar a direção, fazer perguntas, pedir ajuda e tomar decisões. Deve-se lembrar de que são os estudantes que seguem o roteiro de aprendizagem, e não os professores ou autores de livros didáticos, que muitas vezes definem o roteiro antecipadamente na forma de exercícios, sem ter tempo ou capacidade de escolha.

Sugerir um cenário de aprendizagem é uma forma de incentivar a reflexão. Os alunos têm a oportunidade de pensar os métodos matemáticos a partir de uma perspectiva diferente daquela utilizada para realizar os exercícios. Podem também ser estabelecidas situações de investigação com o objetivo de promover a reflexão sobre a utilização da Matemática e os seus feitos no contexto da vida real. Assim, um cenário para investigação, pode levar os alunos a assumirem a responsabilidade pelo seu próprio processo de ensino e aprendizagem.

Para Skovsmose (2014, p. 92), “a reflexão é importante na educação. Tudo o que pode ser ensinado e aprendido pode ser submetido à reflexão”. O autor enfatiza que as dimensões sociais e políticas da reflexão pode se tornar uma expressão de preocupações e ser parte integrante de atividades cotidianas dos estudantes.

Skovsmose (2014, p. 93) afirma que, a reflexão é “[...] uma ideia que não se deixa capturar por definições simplistas, mas é preciso realizar um esforço de entendimento a respeito dessa ideia para conseguirmos entender algumas preocupações da Educação Matemática Crítica”. Contudo, é essencial um esforço para compreender este conceito e assimilar algumas das preocupações da EMC. Sendo assim, a reflexão sem intenções não tem sentido, então,

precisamos refletir sobre os aspectos de toda forma de ação. Portanto, “toda forma de ação exige reflexão, o que vale também para a Matemática em ação” (Skovsmose, 2014, p. 12).

O quarto conceito que tratamos está relacionada com a *Matemática em Ação*.

Para Skovsmose (2008), essa é uma ideia que se volta para os papéis sociais da Matemática, assim, desenvolveu a noção de Matemática em ação, que é um desdobramento da ideia do poder formatador da Matemática. Na qual, “[...] a ideia central é que muitas coisas podem ser realizadas quando a Matemática está em jogo” (Skovsmose, 2008, p. 12). E tais ações, representam avanços tecnológicos, métodos econômicos, automação de processos e gerenciamento, tomada de decisões que são parte integrante de nossa rotina diária.

É por isso que muitos descrevem a Matemática como uma linguagem científica complexa. No entanto, a teoria dos atos de fala e a teoria do discurso produziram ideias radicalmente diferentes sobre o propósito das línguas. Desse modo, a Matemática corresponde à ação. Que segundo Foucault (1989, 1994 *apud* Skovsmose, 2008, p. 112), “estabeleceu uma ligação entre conhecimento e poder”. Foucault ofereceu muitos exemplos de tal conexão, mas não mencionou como o conhecimento científico e matemático está relacionado ao poder.

Dessa forma, várias observações podem ser feitas sobre a Matemática em ação⁹. Skovsmose (2008, p. 113), considera que “[...] a Matemática em ação é um espaço paradigmático para discutir estruturas de conhecimentos e poder na sociedade atual”.

Com isso, Araújo (2007), justifica a importância de uma EMC, em que:

[...] se preocupa com a formação matemática dos alunos não apenas para instrumentalizá-los matematicamente, mas também para fazê-los refletir sobre a presença da Matemática na sociedade, seja em benfeitorias ou em problemas sociais, e reagir contra as situações críticas que a Matemática ajudou a construir. (Araújo, 2007, p. 33-34).

A MM baseada na EMC desempenha um papel importante na discussão sobre o papel da Matemática na sociedade. Isto dá aos alunos a oportunidade de vivenciar a Matemática. Não apenas discussões sobre conteúdos matemáticos, mas também realizarem debates sobre Economia, Sociologia, Geografia e outras áreas, dependendo da disciplina que escolherem estudar.

Portanto, “Matemática em ação significa ação, e, como qualquer forma de ação requer reflexão. Ações podem ser perigosas, corajosas, arriscadas, inofensivas, benevolentes, meritórias etc. E, do mesmo modo, ações baseadas em Matemática também pode ser assim” (Skovsmose, 2014, p. 89). Desse modo, a reflexão crítica é necessária, e a investigação se torna

⁹ Verificar essas sete observações em (Skovsmose, 2008, p. 113).

um desafio importante para tudo o que está relacionado com a Matemática. Logo, conhecimento e poder interpenetram-se, e no centro deste processo vemos a Matemática em ação.

O quinto conceito que tratamos está relacionado com a *Materacia*. De acordo com as publicações de Skovsmose (2000; 2001; 2008; 2014), o significado do termo *materacia*¹⁰ está ligado ao Ensino da Matemática, que também está relacionado ao termo *literacia*¹¹ utilizado por Paulo Freire, onde alerta que ser alfabetizado não é suficiente para produzir sentido e interpretar uma leitura. Por isso, discutiremos a importância da aplicação e seus conceitos na Educação Matemática, sob a perspectiva da EMC.

Skovsmose (2000), destaca que a Educação Matemática Crítica se concentra no desenvolvimento da *materacia*, que amplia os conceitos de *literacia* proposta por Paulo Freire. O objetivo não é apenas desenvolver habilidades matemáticas, mas também incentivar a participação crítica dos alunos/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais etc. Nesse sentido, dirige-se uma crítica tanto à Matemática em si quanto ao seu uso na sociedade, além de se preocupar com seu ensino e aprendizagem.

Dessa maneira, a Educação Matemática Crítica tem como objetivo o progresso da Educação Matemática para promover a democracia e isso significa que temas abordados nas aulas de Matemática também devem exibir características democráticas. Assim, a Matemática não deve ser apenas ensinada e aprendida como um assunto ou disciplina isolada, pois a Matemática em si é um assunto que demanda reflexão, por fazer parte de nossas estruturas tecnológicas, econômicas e políticas, e a partir disso, desempenha várias funções. Portanto, ao apresentar e introduzir os conceitos de *literacia*, *materacia* e *tecnocracia* e ao incentivar novas perspectivas, busca-se enriquecer o currículo com novas ideias, relacionando-as a perspectiva crítica.

A qualidade da educação não será determinada apenas pelos conteúdos que os professores ensinam ou pelo aprendizado dos estudantes. Então, é possível notar que o desgastado paradigma dos exercícios centrado no ensino tradicional e evidenciado por avaliações falhas, não é mais sustentável. Assim, a educação deve ensinar os alunos a usar habilidades de comunicação e análise, que são fundamentais para que possam exercer todos os direitos e deveres como cidadãos.

Os conceitos de *literacia*, *materacia* e *tecnocracia* sugeridos por D'Ambrosio (2005a, 2005b), são definidos da seguinte forma:

¹⁰ Também utilizado por Skovsmose (2007) como “matemacia”.

¹¹ Também utilizado como “letramento”.

- **LITERACIA:** refere-se à habilidade de processar informações escritas e faladas, englobando a leitura, escrita, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia e internet do cotidiano [Instrumentos Comunicativos] (2005a, p. 66).
- **MATERACIA:** consiste na capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, propor e utilizar modelos e simulações na vida diária, e elaborar abstrações sobre representações da realidade [Instrumentos Analíticos] ou [Instrumentos Intelectuais] (2005b, p. 119).
- **TECNORACIA:** diz respeito à habilidade de usar e combinar instrumentos, tanto simples quanto complexos, incluindo o próprio corpo, avaliando suas possibilidades, limitações e adequação as diferentes necessidades e situações [Instrumentos Materiais] (2005a, p. 67).

Skovsmose (2014) procura esclarecer que a discussão sobre *materacia*¹² está relacionada à questão de como capacitar os alunos a enfrentar desafios diversos em diferentes contextos. Um ponto essencial para a Educação Matemática Crítica é desenvolver a responsabilidade social, particularmente para grupos de alunos marginalizados. Assim, podemos considerar a Matemática dos vendedores ambulantes; a Matemática das crianças de rua; e a Matemática aplicada na agricultura. Neste contexto, os alunos têm a chance de experimentar a Matemática na forma prática, o que requer exploração de conteúdos matemáticos em conexão com outras áreas do conhecimento, como economia, sociologia, geografia, ecologia ou outras disciplinas.

Skovsmose (2000) enfatiza que a *materacia* é fundamental em abordagens como os Cenários para investigação, que se caracterizam por serem propostas abertas à mudança. No entanto, a simples elaboração de uma problematização aberta não é suficiente para configurar um Cenário para investigação. Este depende, fundamentalmente, da relação estabelecida entre o professor, os alunos e a investigação.

Para o desenvolvimento da *materacia*, “[...] referências à vida real parecem ser necessárias para estabelecer uma reflexão detalhada sobre a maneira como a Matemática pode operar em nossa sociedade. Um sujeito crítico é também um sujeito reflexivo” (Skovsmose, 2008, p. 39). Perspectiva a desenvolver uma Educação Matemática que faça parte das preocupações com a democracia.

O sexto e último conceito que abordamos está relacionado com a *Democracia*. Skovsmose (2001) nos explica que:

¹² Para conferir a ideia de *materacia*, ver Skovsmose (2014, p. 105).

A democracia não caracteriza apenas estruturas institucionais da sociedade com relação às distribuições de direitos e deveres. Democracia também tem a ver com a existência de uma competência na sociedade, e são alguns desses aspectos não institucionais da democracia que queremos discutir em relação à educação matemática. (Skovsmose, 2001, p. 37).

Logo, a educação deve ser orientada para problemas, ou seja, direcionada para temas ou situações fora da sala de aula. Dessa perspectiva, a Educação Matemática deve ser relacionada ao conceito de democracia, focando nos problemas democráticos em uma sociedade altamente tecnológica e globalizada (Skovsmose, 2001). O autor também destaca que os ambientes tradicionais colocam os professores e o livro didático em um papel particularmente autoritário. E enfatiza a importância da participação dos alunos no processo educacional. Os professores e os alunos devem manter certas reflexões em relação aos conteúdos, especialmente os conteúdos tradicionais, que não desenvolvem o pensamento crítico dos estudantes. Isto significa que o envolvimento e engajamento crítico também devem ser incluídos na educação.

Seguindo essa perspectiva e com o objetivo de analisar e apresentar atividades com potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva crítica, reforçamos que essas atividades, contidas na coleção do livro didático analisado, sirvam como ferramenta para democracia.

Os professores devem ser capazes de compreender a funcionalidade das aplicações da matemática. Por exemplo, precisam entender como decisões políticas, sociais, econômicas, ambientais, dentre outras, são influenciadas pelos processos de construção de modelos matemáticos, e como estas situações ou temas podem ser desenvolvidos no cotidiano dos estudantes ou de sua comunidade por meio da MM sob uma perspectiva da EMC.

Por isso, nossa pesquisa tem o interesse em analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC).

Sendo assim, Skovsmose (2001, p. 45), destaca os aspectos principais de um material de ensino e aprendizagem que tenta estar de acordo com os argumentos social de democracia, sendo eles:

- 1) O material tem a ver com um modelo matemático real.
- 2) O modelo tem a ver com atividades sociais importantes na sociedade.
- 3) O material desenvolve um entendimento do conteúdo matemático do modelo, mas esse conhecimento, mais técnico, não é a meta. A meta é desenvolver um *insight* sobre as

hipóteses integradas ao modelo, e assim desenvolver um entendimento dos processos (por exemplo, processos de decisão) na sociedade.

Com isso, o autor afirma que materiais de ensino e aprendizagem assim caracterizados são chamados de materiais de ensino e aprendizagem libertadores. No entanto, o material didático não precisa assumir a forma de um livro-texto específico, mas pode ser qualquer recurso que aborde e discutam temas ou situações de ensino e aprendizagem que sejam libertadores.

3 A MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, examinamos algumas concepções acerca da Modelagem Matemática, destacando quatro pesquisadores brasileiros: Jussara de Loiola Araújo, Jonei Cerqueira Barbosa, Dionísio Burak e Ademir Donizeti Caldeira, que foram escolhidos devido às suas pesquisas na área de Modelagem Matemática (MM) que se alinham com a Educação Matemática Crítica (EMC), proposta por Skovsmose.

3.1 A Modelagem Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica

Nas tendências em Modelagem sob a formação das concepções críticas, Kaiser-Messmer (1991, p. 83-92 *apud* Barbosa, 2001a, p. 3), aponta duas visões gerais da Modelagem: a pragmática e a científica. A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno das aplicações, eliminando os conteúdos matemáticos que não têm aplicabilidade em áreas não-matemáticas. “Os tópicos matemáticos ensinados na escola devem ser aqueles que são úteis para sociedade” (*ibid.*, p. 84). A corrente científica, por outro lado, busca estabelecer conexões com outras áreas a partir da própria Matemática. “Ela considera a ciência matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar matemática, a qual não pode ser abandonada” (*ibid.*, p. 85). Em resumo, a corrente pragmática concentra-se nos aspectos externos da matemática, enquanto a científica foca nos internos. Logo, o ponto central permanece na Matemática e em sua capacidade de resolver problemas de outras áreas.

No entanto, as correntes pragmática e científica se limitam ao conhecimento matemático e tecnológico, demonstrando pouco interesse pelo conhecimento reflexivo. Diante dessa limitação, Kaiser-Messmer (1991) propõe uma terceira corrente, a qual denominou de sociocrítica, nessa perspectiva, “[...] as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a Matemática desenvolve na sociedade contemporânea. Nem matemática nem Modelagem são ‘fins’, mas sim ‘meios’ para questionar a realidade vivida” (*apud* Barbosa, 2001a, p. 4).

Isso não implica que os alunos desenvolvam análises complexas sobre a Matemática no contexto social, mas sim que a Modelagem tem potencial de gerar algum nível de crítica. Dessa forma, Barbosa (2001a), destaca, “[...] o que chamamos de corrente sócio-crítica de Modelagem sublinha que as atividades devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social” (Barbosa, 2001a, p. 5).

Por isso, tanto alunos quanto professores podem debater temas ou situações do seu cotidiano ou de sua comunidade, que apresentam potencial para serem desenvolvidas ou transformadas em temas matemáticos. E para alcançar esse objetivo, a abordagem se baseia prioritariamente nas obras de Paulo Freire, Ubiratan D'Ambrosio e Ole Skovsmose. Seguindo essa perspectiva crítica, esta pesquisa também se alinha e conecta às ideias de pesquisadores como Araújo, Barbosa, Burak e Caldeira, que desenvolvem trabalhos utilizando a MM sob a perspectiva da EMC.

Conseqüentemente, a natureza desse processo envolve a atitude do professor, que, além de se dedicar à reflexão e à pesquisa, também deve incluir esses aspectos como método de desenvolvimento curricular. Os educadores devem estar preparados para pensar, orientar, supervisionar e apoiar ideias para a realização de pesquisas de campo (etnografia), em que o professor, com o auxílio do livro didático, possa potencializar as atividades a serem desenvolvidas por meio da Modelagem sob uma perspectiva crítica. Com isso, permite-se identificar temas ou situações que possam ser retiradas da vida cotidiana dos alunos ou de sua comunidade.

Em vista disso, Burak (2005a) aponta que “a Modelagem Matemática, ao eleger o interesse do aluno como princípio, rompe com a forma usual de se deflagrar o processo de ensino” (Burak, 2005a, p. 43).

Seguindo esse propósito, Caldeira (2009) destaca que:

O conhecimento matemático adotado pela cultura escolar incorporado pelos pressupostos da Modelagem Matemática, não mais simplesmente como um método de ensino-aprendizagem, mas como uma concepção de educação matemática que incorpore proposições matemáticas advindas das interações sociais, levando em consideração, também, aspectos da cultura matemática não escolar, deverá fazer com que o estudante perceba a necessidade do enfrentamento da sua realidade, lutar contra ela se necessário for; romper com determinadas amarras e com as adaptações a que comumente estão acostumados a lidar. Esse enfrentamento vai se dar não somente pela nova racionalidade, mas também e, principalmente, pela sua participação ativa em sala de aula. Problematizar, elaborar suas próprias perguntas, desenvolver por meio da pesquisa, refletir e tirar suas próprias conclusões – pressupostos básicos dessa perspectiva de Modelagem Matemática. (Caldeira, 2009, p. 38).

Araujo e Barbosa (2005) explicam, de maneira geral, que para o desenvolvimento das atividades com MM, é necessário que o professor faça um convite aos alunos, o qual deve ser aceito por eles. Em seguida, solicita-se que os estudantes reflitam sobre temas relevantes para que haja debates e estudos nas aulas de Matemática. Pode acontecer de surgirem três, quatro ou cinco temas diferentes na mesma turma. Então, os estudantes são organizados em grupos, que terão que escolher um ou mais temas dentre os que foram propostos pelos participantes para investigação. Para resolver essa situação, os próprios alunos organizados em grupos de 3 até 6

integrantes, devem decidir qual ou quais temas, dentre os propostos por eles ou pelo professor, devem ser pesquisados. Assim, adota-se o consenso de escolha do tema entre os próprios alunos.

Uma vez escolhido o tema, os grupos precisarão pesquisar sobre o assunto a ser desenvolvido por meio da Modelagem. Essa pesquisa pode ser realizada dentro da sala (se for um tema simples), ou fora dela, (se o tema for mais complexo). Finalmente, a apresentação dos grupos, pode ser feita de forma escrita ou oral para toda a turma. Esse processo pode levar dias, semanas ou até meses.

Diante disso, “podemos perceber aqui a ideia que perpassa todas as perspectivas – descrever um fenômeno matematicamente – mas a participação do aluno na escolha desse fenômeno é tida como primordial” (Araújo, 2004, p. 3).

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), é nesse momento que devemos agir com cautela, visto que “[...] não devemos, nesses casos, fazer uma votação. Uma votação corre o risco de alienar aquele grupo cujo tema acabou ‘perdendo’ no voto: e os alunos desse grupo podem se desestimular no momento de fazer, efetivamente, o trabalho” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p, 49).

Por essas razões, Araújo (2004; 2007), Barbosa (2004a; 2004b; 2008), Caldeira (2001; 2009; 2013) e Burak (1992; 2004), enfatizam a importância de considerar os contextos e os fatores dos ambientes que os alunos trazem para o espaço escolar, sejam eles social, cultural, político, econômico, ambiental, ético, educacional, dentre outros.

Porém, estas questões sempre levam certo tempo para serem discutidas democraticamente, porque a MM funciona inversamente aos métodos tradicionais de ensinar matemática, pois os professores trabalham com questões sociais em que os alunos estão vivendo e é nessa realidade que os estudantes estão inseridos, que vão construindo temas para serem matematizadas em sala de aula, ou fora dela.

Portanto, existem diversas maneiras de entender uma atividade de MM, cujo desenvolvimento enfatiza diferentes etapas, casos ou momentos.

Então, para que os professores possam compreender as diferentes concepções sobre como desenvolver atividades por meio da MM, destacaremos alguns autores que as incentivam e que serão apresentados detalhadamente a seguir.

Caldeira e Meyer (2001, p. 162), destacam que, embora existam muitas definições da dinâmica de MM, todas elas incluem a formulação da questão, em que a postura crítica se revela ao selecionar os aspectos essenciais de cada problema, e, posteriormente, incluí-los no modelo

matemático. Esta formulação inclui criar a questão e explicar como ela é expressa em uma linguagem matemática, ou seja, a atividade Matemática, propriamente dita.

Vale destacar que ao incorporar a MM no ensino, os educadores têm a oportunidade de mostrar aos alunos como os conceitos matemáticos são utilizados para entender e solucionar problemas do cotidiano. Isso não apenas torna a Matemática mais interessante, mas também destaca sua aplicabilidade em situações diversas.

Mas afinal, por que tudo isso?

Porque nós professores trabalhamos primordialmente com pessoas. Diferentemente de matemáticos, cujos problemas já vêm prontos para ser resolvidos e, mesmo que haja preocupação com o ensino, não há a mesma preocupação com a aprendizagem pelo sujeito aluno. (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 49).

Na sequência, apresentamos alguns pesquisadores e obras que utilizam a MM sob a perspectiva crítica. Essas estruturas diferem-se de acordo com cada autor, favorecendo diferentes possibilidades de atividades, que podem ser desenvolvidas de acordo com a necessidade do tema pesquisado. Algumas dessas estruturas podem ser destacadas como: “três casos” (Barbosa, 2001a), “cinco etapas” (Burak, 2004), e “cinco momentos” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021), que serão apresentadas a seguir.

Barbosa (2001a; 2004a), apresenta uma sistematização teórica das práticas, em que o autor as denomina níveis de Modelagem, os quais prefere falar em regiões de possibilidades, que simplesmente chamou de ‘casos’, como a possibilidade para desenvolver a Modelagem em sala de aula em termos curriculares, sendo eles:

No *Caso 1*, o professor apresenta o problema de forma adequada, cabendo aos alunos a investigação. Neste caso, não há necessidade de os alunos saírem da sala de aula para coletar novos dados, pois a atividade não é muito extensa. No *Caso 2*, os estudantes enfrentam atividades de investigação que requer a saída da sala de aula para a coleta de dados. O professor é responsável pela formulação do problema inicial, enquanto os alunos são responsáveis pela coleta de dados e para investigação do tema. Por fim, no *Caso 3*, a pesquisa que se desenvolve a partir de um ou mais temas, que podem ser escolhidos pelos professores ou pelos alunos. A formulação do problema, a coleta de dados e a resolução das atividades são de responsabilidade exclusiva dos alunos, cabendo ao professor apenas oferecer orientações.

Do Caso 1 para o 3, “a responsabilidade do professor sobre a condução das atividades vai sendo mais compartilhada com os alunos. Os casos não são prescritivos, mas, [...] trata-se da idealização de um conjunto de práticas correntes na comunidade” (Barbosa, 2004a, p. 5). Como podemos verificar, os três Casos de Barbosa, ilustram a flexibilidade da Modelagem Matemática nos diversos contextos escolares, como pode ser verificado no Quadro 2.

Quadro 1 - O aluno e o professor nos casos de Modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004a, p. 5)

Assim, em determinados momentos, pode acontecer de as atividades demandarem menos tempo para serem investigadas, como no Caso 1, em que o professor apresenta uma atividade com as informações necessárias sua resolução, deixando aos alunos o processo de matematização. Nesse caso, não é necessário que os estudantes saiam da sala de aula para buscar dados, pois toda a pesquisa se desenvolve a partir da(s) atividade(s) oferecida(s) pelo professor.

Em outros momentos, podem ser propostas atividades ou temas que demandam mais tempo para serem investigados, como no Caso 2 e 3, que se diferencia do primeiro. Nesses casos, o problema inicial pode ser sugerido(s) e/ou escolhido(s) pelo professor ou pelos alunos, e a formulação das atividades, a coleta de dados e a resolução das mesmas são de responsabilidade dos alunos, que se envolvem na investigação, problematização e matematização do tema por meio da MM. Logo, essas atividades têm potencial para serem desenvolvidas da maneira que os professores julgarem mais adequada, por isso, os estudos baseados nessa perspectiva tornam-se mais atraentes. No entanto, é importante enfatizar a perspectiva crítica dessas ações e considerar as situações reais por trás delas.

Burak (2004) sugere cinco etapas para desenvolver atividades com a Modelagem Matemática, essas etapas são: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento do(s) problema(s); 4) Resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) Análise crítica da(s) solução(ões). Estas etapas são apresentadas em ordem, mas os professores devem lembrar que elas são apenas um dos caminhos que podem ser seguidos durante o desenvolvimento da(s) atividade(s), conforme elas avançam. Isto indica que elas não são estáticas e podem ser modificadas de acordo com o planejamento ou currículo proposto.

1) *Escolha do tema* – momento em que o professor apresenta aos alunos um ou mais temas que sejam de interesse dos alunos, ou os próprios alunos podem sugerir um ou mais temas, os mais variados, e não necessita ter ligação com a Matemática ou conteúdos matemáticos, mas com o desejo que os alunos têm de pesquisar. E ao professor cabe o papel de mediador das atividades. 2) *Pesquisa exploratória* – escolhido o tema a ser pesquisado, os alunos devem procurar literaturas que contenham informações sobre o que pesquisar. A

pesquisa pode ser bibliográfica ou de campo, fonte rica de informações para realizar as atividades de Modelagem. 3) *Levantamento dos problemas* – com os materiais da pesquisa em mãos, o professor deve estimular os alunos a pesquisar sobre tudo que tenha relação com a Matemática, podendo elaborar problemas simples ou complexos com possibilidades de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, sempre com ajuda do professor, que não se isenta do processo, tornando-se mediador das atividades. 4) *Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema* – nesta etapa, os problemas levantados são resolvidos com o auxílio do conteúdo matemático, aplicado de uma maneira acessível. Depois, o conteúdo será organizado, fazendo um caminho inverso dos métodos tradicionais, pois, primeiramente, levantam-se as questões retiradas do cotidiano, para depois buscar a resposta. 5) *Análise crítica das soluções* – marcado pela criticidade, não apenas da Matemática, mas de outros aspectos, como resoluções apresentadas, que são resolvidas matematicamente em situações reais, de interesse do grupo ou de sua comunidade.

Nessa perspectiva, os trabalhos desenvolvidos por meio da MM, tornam-se mais dinâmicos e atrativos, pois despertam o interesse pela investigação, uma vez que proporciona maior autonomia aos alunos para pesquisarem temas de seu interesse ou da comunidade.

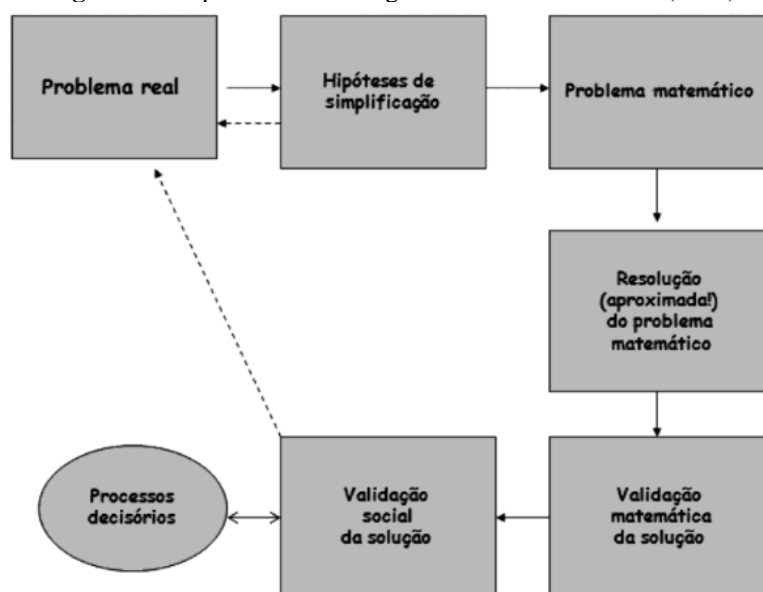
Em relação a Ademir Donizeti Caldeira, não encontramos momentos definidos exclusivamente por este autor, no entanto, de acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), a Modelagem Matemática caracteriza-se por três passos principais: “o da *formulação*, o do estudo de *resolução* (ou, em muitos casos – aliás, a maioria – o de *resolução aproximada*) e o de *avaliação*” (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021, p. 16, grifo dos autores).

Para Caldeira (2009), a Modelagem diferencia-se do que os formalistas constituíram chamar de ensino tradicional, que segue uma perspectiva cheia de regras e convenções, dos quais os alunos não participam do processo, predominando uma prática reprodutivista. No qual o estudante,

[...] ouve e repete, sempre, independentemente dos aspectos culturais e dos valores que estão embutidos nesses conhecimentos, criando, dessa maneira, uma forma de opressão. Na perspectiva da Modelagem Matemática, como método, o estudante vê tais regras e convenções serem ‘aplicadas’ a contextos da sua realidade, favorecendo uma maior participação aos estudantes no processo educacional. (Caldeira, 2009, p. 45).

Para Caldeira (1998), a Modelagem Matemática pode ser esquematizada de acordo com a Figura 1.

Figura 1 - Esquema da Modelagem baseada em Caldeira (1998)



Fonte: Caldeira (1998, p. 109, adaptado de Burghes e Borrie, 1981).

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 28) existem cinco momentos para desenvolver o processo de Modelagem, são eles: 1) Determinar a situação; 2) Simplificar as hipóteses da situação; 3) Resolver o problema matemático recorrente; 4) Validar as soluções Matemáticas de acordo com a questão real; 5) Definir a tomada de decisão com base nos resultados. Os autores também destacam que, durante a realização de uma aplicação de Modelagem Matemática, os momentos podem ocorrer de forma independente, porém, deve estar conectada às bases desses cinco momentos.

1) *Determinar a situação* – a Modelagem requer a compreensão de problemas do mundo real, desde que seja importante para os estudantes ou para a comunidade escolar. 2) *Simplificar as hipóteses da situação* – Depois da escolha do tema ou nomeá-lo, a Modelagem requer a simplificação das hipóteses, ou seja, desenvolvê-la de forma que facilite a resolução Matemática, em um nível que os estudantes possam entender. 3) *Resolver o problema matemático recorrente* – nesta etapa, a(s) atividade(s) Matemática(s) deve(m) ser adaptada a faixa etária e de aprendizagem dos estudantes. 4) *Validar as soluções Matemáticas de acordo com a questão real* – Os dados provenientes da(s) atividade(s) Matemática(s) requerem, na maioria das vezes, aproximação algorítmica que se aplicam ao mundo matemático. Isto permite identificar aspectos relevantes do objeto de pesquisa. Investigar e analisar a atividade, contribui para sua validação. 5) *Definir a tomada de decisão com base nos resultados* – neste ponto, além de validar o problema matemático, é necessário garantir a correção e a validade da solução obtida com base no problema que gerou a questão Matemática.

No entanto, as atividades apresentadas na escola frequentemente têm pouca conexão com a realidade e, muitas vezes, não são investigadas de forma significativa. Na verdade, muitas atividades não têm impacto na vida cotidiana dos alunos ou em sua comunidade. “[...] Em suma, a tradição matemática escolar surge como uma combinação de apresentação do professor, alunos resolvendo exercícios e supervisão do trabalho dos alunos pelo professor” (Skovsmose, 2008, p. 86).

Isto significa que, estamos acostumados a resolver atividades de Matemática em categorias como exercícios cognitivos, sendo um programa repetitivo e exigente. E para fugir desses métodos tradicionais de ensino, Araújo (2004) aponta que, “a Modelagem Matemática, quando fundamentada pela Educação Matemática Crítica, pode proporcionar ricos momentos de discussões sobre o papel da Matemática na sociedade” (Araújo, 2004, p.10).

Igualmente relatado por Burak (2010), no qual,

Consideramos inevitável sim, a própria mudança no mundo, os novos desafios, o surgimento das novas tecnologias de comunicação e da informação e, sobretudo pelos inevitáveis desafios colocados aos professores da Educação Básica na condução da formação dos nossos estudantes. Não sabemos que matemática eles usarão daqui a alguns anos, mas temos a certeza de que deverão tomar decisões, ter autonomia e ser capazes de se tornarem responsáveis por grandes transformações no âmbito da sociedade. (Burak, 2010, p. 18).

Pode não ser possível encontrar todas as explicações, mas, a possibilidade de descobrir novos caminhos para analisar se as atividades da coleção de livro didático abordada apresentam esse potencial.

Para Araújo (2007), em termos gerais, a MM é uma forma de aplicar a Matemática à realidade. E sua utilização é para, “[...] resolver problemas da realidade ou mesmo colaborar na construção de uma sociedade ‘mais confortável’. Em outras palavras, dada alguma situação real, a Matemática pode ser utilizada nessa situação” (Araújo, 2007, p. 33).

E igualmente descrito por Skovsmose (2001), da seguinte forma:

Os exercícios são formulados por uma autoridade externa à sala de aula. Isto significa que a justificativa da relevância dos exercícios não é parte da aula de Matemática em si mesma. Além disso, a premissa central do paradigma do exercício é que existe uma, e somente uma, resposta correta. (Skovsmose, 2001, p. 16).

Por serem desenvolvidos por autor(es) de livro didático, que não participam do dia a dia dos alunos ou de sua comunidade, os exercícios são elaborados e resolvidos pelos estudantes tendo como retorno uma única resposta correta, que raramente faz relação com a Matemática do mundo real dos educandos. A Modelagem Matemática destaca-se por investigar temas ou situações reais da vida cotidiana dos estudantes. E como sugere Barbosa (2004a, p. 2), “[...] para dar conta desse propósito, deve-se tomar as práticas correntes de Modelagem como objeto

de crítica”. O autor ainda destaca que a “[...] Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, o que parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas” (Barbosa, 2004a, p. 2).

Isto é demonstrado pelo crescente número de edições de livros, revistas, artigos e eventos que inspiram e estimulam pesquisadores e educadores que atuam ou desejam atuar na área da Educação Matemática.

Bem como podemos constatar nas edições publicadas pela Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM)¹³, da Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, campus de Campo Mourão, na edição especial: *Educação Matemática Crítica*¹⁴, v. 6, n. 12 (2017), publicada em dezembro de 2020, nas quais apresentam o renomado pesquisador Ole Skovsmose e seus colaboradores, bem como artigos científicos que destacam a Modelagem Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica, no qual “[...] têm sido expressa através de noções gerais como autonomia, liberdade e justiça social. Além disso, noções mais particulares têm sido aplicadas como a matemática em ação, a matemacia, e a leitura e escrita do mundo com a matemática” (Skovsmose, 2017, p. 18-19). Medidas semelhantes podem ser aplicadas para caracterizar a Educação Matemática voltada para a justiça social.

Do mesmo modo, na edição: *Modelagem Matemática no contexto da sala de aula*¹⁵, v. 10, n. 23 (2021), publicada em dezembro de 2021. Publicação esta, que homenageia nosso saudoso Ubiratan D’Ambrosio, pesquisador que tanto inspirou, e ainda continua inspirando, professores e pesquisadores e que sempre deixou clara a importância da Modelagem estar presente nas salas de aula de Matemática.

Semelhantemente, a publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)¹⁶, *Educação Matemática Crítica [livro eletrônico]: Múltiplas Possibilidades na Formação de Professores que Ensinam Matemática*, 1. ed. Brasília, DF: SBEM Nacional, 2022.

¹³ Consulta a Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM). Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/issue/archive>. Acesso em: 27 ago. 2023.

¹⁴ Consultar edição: *Educação Matemática Crítica*, publicada pela Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM). Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/issue/view/311>. Acesso em: 27 ago. 2023.

¹⁵ Consultar edição: *Modelagem Matemática no contexto da sala de aula*, publicada pela Revista Paranaense de Educação Matemática (RPEM). Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/issue/view/344>. Acesso em: 27 ago. 2023.

¹⁶ Disponível em: www.sbembrasil.org.br. Acesso em: 27 ago. 2023.

E do Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro (SP). Na edição: v. 26, n. 43 (2012)¹⁷, publicada em agosto de 2013.

Portanto, as concepções de Modelagem apresentadas pelos autores mencionados neste capítulo envolvem a discussão de problemas reais e o uso da Matemática para entendê-los, de modo que o aluno se torna um participante ativo no desenvolvimento das atividades contidas no material didático investigado. Isso não se limita apenas à aquisição de conteúdos matemáticos, mas também à compreensão da relevância desses conteúdos no processo de tomada de decisões em seu contexto social ou comunitário.

¹⁷ Disponível em: v. 26 n. 43 (2012) | Bolema - Boletim de Educação Matemática (unesp.br). Acesso em: 27 ago. 2023.

4 CONHECENDO OS QUATRO VOLUMES DA OBRA INVESTIGADA

Neste capítulo, apresentamos os quatro volumes da coleção analisada, bem como uma discussão sobre as razões que levaram à seleção da obra e à decisão de investigá-la, analisando-a como um todo. Além disso, abordamos como ocorreu a escolha da coleção, suas fases ou etapas envolvidas na seleção, organização e análise das atividades contidas na coleção que apresentam potencial e que farão parte do *corpus* da pesquisa.

4.1 Uma breve comparação entre a coleção investigada e a nova coleção

É importante destacar que esta coleção abrange dois quadriênios, o primeiro quadriênio delimitado entre 2020 e 2023¹⁸, assim, seu uso foi concluído no ano passado. Apesar disso, a coleção foi novamente escolhida para ser utilizada no próximo quadriênio, que se estende de 2024 a 2027¹⁹. Por isso, mesmo após o autor da pesquisa ter concluído o Mestrado, a coleção permanecerá em uso por mais quatro anos.

Entretanto, em virtude do falecimento do segundo autor Benedicto Castrucci, a nova obra escolhida sofreu algumas mudanças, entre as quais o nome do livro e dos autores. Passando de *A conquista da matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, para *A conquista matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior. Também houve algumas alterações quanto às atividades, boxes e seções da nova coleção, os quais optamos por não analisar neste momento, em razão da pesquisa estar em andamento, decidimos realizar a investigação e análise apenas da coleção do primeiro quadriênio.

4.2 Como aconteceu a escolha da coleção investigada

Escolhemos esta coleção de livros didáticos por ter sido selecionada na avaliação pedagógica pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2020. O PNLD é o mais antigo dos programas destinados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da

¹⁸ Livro Didático do Professor, *A conquista da matemática – PNLD 2020*. Disponível em: <https://pnld2020.ftd.com.br/colecao/a-conquista-da-matematica/>. Acesso em: 23 set. 2023.

¹⁹ Livro Didático do Professor, *A conquista matemática – PNLD 2024*. Disponível em: <https://pnld.ftd.com.br/pnld-2024/colecao-a-conquista-matematica-pnld-2024/>. Acesso em: 17 mai. 2024.

Rede Pública de Ensino, tendo sido criado em 1985 pelo Governo Federal e aprovado pelo Ministério da Educação (MEC). Além disso, a coleção está em conformidade com as diretrizes estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Os livros didáticos devem estar em consonância com o projeto político-pedagógico da escola, ao aluno e ao professor, assim como, à realidade sociocultural das instituições. Por isso, a responsabilidade de analisar e escolher adequadamente os livros didáticos a serem utilizados no quadriênio nas escolas é tarefa exclusiva dos professores.

Depois da apreciação de todos os exemplares dos livros didáticos enviados pelas editoras aos professores de Matemática e para as escolas, a equipe diretiva solicitar aos educadores da disciplina em questão, uma lista contendo três obras, com os nomes dos respectivos autores, para ser entregue ao Núcleo Regional de Educação (NRE)²⁰ de Maringá.

Em seguida, a diretora do Colégio Cívico-Militar Vercindes Gerotto dos Reis, localizado no município de Paiçandu - PR, local onde o autor desta pesquisa leciona, enviou uma lista com as três coleções ao NRE de Maringá e, a pedido do referido Núcleo de Educação, deveria ser selecionado um professor de Matemática QPM por escola para participar de uma reunião. O professor que desenvolve esta pesquisa de Mestrado, Marcelo Neth Enumo, foi escolhido pelo Colégio para participar de um debate para escolha do material didático que seria utilizado no próximo quadriênio.

Nesta reunião, após muitas apreciações, observações e conversas entre os professores da disciplina de Matemática, dentre as três obras que foram selecionadas e enviadas ao Núcleo de Educação, foram apresentadas duas opções na escolha, pois, caso não fosse possível a compra da primeira opção, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), envia as instituições de ensino, a segunda coleção escolhida. Portanto, a escolha da segunda opção deve ser tão criteriosa quanto à primeira.

A primeira opção escolhida no NRE de Maringá, foi a coleção do livro didático *A conquista da matemática* dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de José Rui Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018).

O mesmo procedimento foi realizado nos 32 Núcleos do Estado do Paraná, sendo eles: Apucarana, Área Metropolitana Norte, Área Metropolitana Sul, Assis Chateaubriand, Campo Mourão, Cascavel, Cianorte, Cornélio Procópio, Curitiba, Dois Vizinhos, Foz do Iguaçu,

²⁰ Além das 32 cidades sedes dos NREs, poderão ter acesso a seus municípios de abrangência. Disponível em: <http://www.comunidade.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=112#abrefecha>. Acesso em: 03 abr. 2023.

Francisco Beltrão, Goioerê, Guarapuava, Ibaiti, Irati, Ivaiporã, Jacarezinho, Laranjeiras do Sul, Loanda, Londrina, Maringá, Paranaguá, Paranaíba, Pato Branco, Pitanga, Ponta Grossa, Telêmaco Borba, Toledo, Umuarama, União da Vitória e Wenceslau Braz.

A coleção do livro didático *A conquista da matemática* foi escolhida democraticamente pelos professores dos Núcleos de Educação mencionados. Posteriormente, adotada pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED) e distribuído às escolas Públicas do Estado para serem utilizados no quadriênio de 2020 a 2023.

Entre outras obras que poderiam ser analisadas, essa foi escolhida por fazer parte da seleção do livro didático no Estado do Paraná pela SEED, assim, participa ativamente do processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, representando de fato o tema ou situações levantadas e que iremos nos aprofundar sobre MM na perspectiva da EMC.

Para enriquecer a pesquisa com mais detalhes, estabelecemos contato com o representante comercial da editora FTD no Paraná, o Senhor André R. Mantovani²¹. Ele prontamente respondeu às nossas solicitações, enviando mensagens através do aplicativo WhatsApp. Ao representante, esclarecemos que estávamos desenvolvendo uma pesquisa sobre uma das coleções de livro didático da FTD e desejávamos saber se ele poderia fornecer a seguinte informação: quais estados, além do Paraná, utilizam o livro didático *A conquista da matemática*?

Destacou que era uma boa pergunta, mas que não poderia responder. O representante nos informou que os funcionários da Editora FTD de Curitiba, têm o resultado apenas aos quais os compete. Sendo que abrangem os Estados de Santa Catarina e Paraná, e nos apontou que não são todos os estados que fazem a unificação do material didático, como é feito no Estado do Paraná. E deu alguns Exemplos, como os Estados do Rio Grande do Sul e Santa Catarina, que não fazem essa unificação. E disse, também, que compete aos municípios que ainda têm escolas de Anos Finais do Ensino Fundamental, a unificação da escolha dos exemplares. E comentou que a melhor maneira para obtermos essa informação, seria pelo site do FNDE, porque são eles que delegam para FTD o pedido das escolas.

Entretanto, fizemos buscas no site do FNDE e não conseguimos obter tais informações.

²¹ Contato do Senhor André R. Mantovani. Disponível em: https://www.linkedin.com/in/andr%C3%A9-r-mantovani-b8b340123/?trk=public_profile_browsemap&originalSubdomain=br. Acesso em: 12 mar. 2024.

4.3 Apresentando os quatro volumes do livro didático investigada

Para ajudar os professores na orientação do processo de ensino e aprendizagem dos Anos Finais do Ensino Fundamental, alguns guias foram criados no livro didático do professor, para que os professores possam encontrar algumas dicas e conceitos básicos para seus trabalhos e atividades diárias.

Desse modo, apresentaremos os principais capítulos e as seções apresentadas na obra por José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018), autores da coleção de livros didáticos que estamos investigando. Observamos que, os autores apresentam os mesmos caminhos e conceitos a serem seguidos nos capítulos e nas seções, para todos os quatro volumes da coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD-2020). Material de ensino adotado pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED) e que foi distribuído às escolas Públicas do Estado para serem utilizados no quadriênio de 2020 a 2023.

Entretanto, a única alteração encontrada foi quanto aos conteúdos abordados, pois, os conteúdos diferenciam-se de acordo com a série e a faixa etária.

A seguir, cada coleção foi ilustrada com uma capa para apresentar o livro aos professores e ajudá-los a identificar facilmente cada obra descrita, com cada coleção das séries: 6º, 7º, 8º e 9º ano, da coleção *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de José Ruy Giovanni Junior e Benedicto Castrucci, editado pela, - 4. ed. – São Paulo: FTD, 2018. Sendo apresentada na Figura 2, onde estão as capas do Livro Didático de Matemática (LDM), dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Figura 1 - Capas do LDM do 6º, 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental Anos Finais



Fonte: O autor

Após identificar os dados das obras aprovadas no PNLD 2020, serão descritos os principais tópicos da obra. Sendo eles:

Currículo dos autores, este tópico aparece na primeira página e na página 1 dos volumes, onde os autores deixam em destaque o nome do livro *A conquista da matemática*, a série estudada, sendo: 6º, 7º, 8º, e 9º anos. Em seguida, fazem um breve resumo de seus currículos. Sendo, José Ruy Giovanni Júnior é Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professor e assessor de Matemática em escolas de Ensino Fundamental e Médio desde 1995. Benedicto Castrucci (falecido em São Paulo, 02 de janeiro de 1995), era Bacharel e licenciado em Ciências Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Foi professor de Matemática da Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) e da Universidade de São Paulo (USP), como também, professor de Matemática em escolas Públicas e Privadas dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Considerações sobre o Ensino de Matemática, neste capítulo, os autores destacam que “a Matemática não reside apenas no trabalho com os números e as operações; ela vai além. Devemos considerar toda a amplitude que essa área de conhecimento pode oferecer à formação do indivíduo” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. VII, Apresentação). Para esse propósito, eles apresentam algumas alternativas como: a Modelagem, Resolução de Problemas e Tecnologias Digitais. Como a Modelagem é fruto de nossa pesquisa, em nossa análise, não encontramos no guia os conceitos básicos de Modelagem Matemática, somente informações superficiais acerca desse tema, apenas nas orientações para o professor, e mesmo assim, os autores não descrevem o que é Modelagem Matemática e nem como deve ser utilizada nas aulas de Matemática.

Uma Visão Interdisciplinar e os Temas Contemporâneos, estes temas visam promover a difusão de valores fundamentais aos interesses sociais. Sendo eles: direito da criança e do adolescente; educação para o trânsito; educação ambiental; educação alimentar e nutricional; processo de envelhecimento, respeito e valorização do idoso; educação em direitos humanos; educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira africana e indígena; saúde; vida familiar e social; educação para o consumo; educação financeira e fiscal; trabalho; ciência e tecnologia; diversidade cultural. Sendo que a grande maioria e porque não dizer todos esses assuntos incluem temas não matemáticos que vão ao encontro com nossa pesquisa, pois esses temas têm relação direta com a EMC, e podem ser potencializados por meio da MM.

Avaliação, neste capítulo é essencial compreender como os alunos lidam com o conhecimento, quais são suas habilidades, as dificuldades que apresentam e as necessidades individuais para assim, traçarmos uma rota de superação dos desafios e avanços em suas conquistas. Para alcançar esse objetivo, apresentamos a MM, pois ela motiva os alunos a

pesquisarem sobre os temas que lhes são atraentes e, assim, desenvolver o processo de matematização. Logo, os autores destacam que “a avaliação não pode ser considerada um momento isolado no processo de ensino e aprendizagem nem se resumir a uma prova” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. XXIX, Apresentação).

Conhecendo a Obra, neste capítulo, os autores afirmam que no livro do aluno, cada livro é dividido em unidades, e cada unidade é organizada em capítulos. Sendo que, o subtópico as *Aberturas de Unidades*, proporcionam o momento de entrada no grande tema que será tratado. Em cada volume, a unidade é introduzida por uma abertura que traz: I) uma imagem (ilustração, fotografia ou infográfico) – relacionada com temas que serão estudados ao longo do capítulo e cujo objetivo é instigar os alunos a uma discussão inicial; II) algumas questões – para contextualizar os alunos no assunto da unidade e mobilizar conhecimentos anteriores.

Os capítulos, neste subtópico, os autores destacam que, em cada capítulo, os alunos contarão com diferentes explorações e recursos, dentre os quais textos, imagens e atividades. Ao longo de cada capítulo, podem ser encontrados seções e boxes que buscam favorecer compreensões, aprofundamentos e articulações (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. XXXI, Apresentação).

Esta obra é dividida em duas partes: os *Boxes e as Seções*. Nos Boxes, os alunos encontrarão a sistematização ou a formalização de algum conceito explorado no capítulo. No entanto, a obra não segue uma sequência clara que facilite a compreensão do que são os Boxes ou as Seções. Portanto, procuramos separá-los em quadros que favoreçam o entendimento de acordo com a demanda de cada tema, conforme apresentados nos Quadros 3 e 4. Esses aspectos também serão abordados no Capítulo 4, na seção 4.2, sendo apresentados nos Quadros 5, 6, 7 e 8, que analisam as atividades da coleção de livros didáticos investigada.

Quadro 1 - Os boxes e as Demandas

BOXES	Demanda de cada tema
Pense e responda	Neste boxe, foram apresentadas questões que buscam mobilizar conhecimentos e promover reflexões e/ou investigações acerca dos assuntos a serem explorados ou previamente vistos.
Um novo olhar	Possibilita ao aluno retomar os conhecimentos explorados na abertura das unidades e perceber, por exemplo, as habilidades já desenvolvidas e as que precisam ser desenvolvidas.
Saiba que	Neste boxe, os alunos encontrarão um texto curto que fornecerá uma dica interessante ou um recado importante.
Nós	Aqui, o aluno encontrará alguns textos e questões que podem promover articulações com outros conceitos para além da Matemática. Este boxe poderá proporcionar reflexões sobre valores. Propõe-se que seja realizada em dupla, trios ou grupos.

Fonte: José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018, p. XXXI, Apresentação).

Na sequência foram apresentadas as seções, sendo demonstradas no Quadro 4.

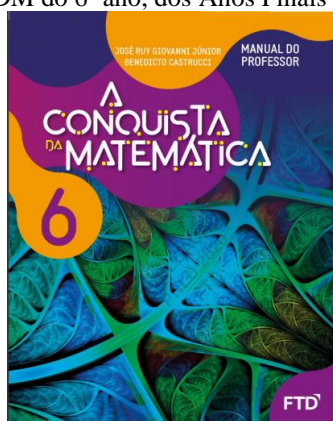
Quadro 2 - As seções e as Demandas

SEÇÕES	Demanda de cada tema
Atividades	Nesta seção, os alunos encontrarão diferentes atividades que foram dispostas em ordem crescente de complexidade para facilitar a visualização e a conferência. Eventualmente, surgirão atividades que desafiam os alunos. Os exercícios apresentados são variados e visam à prática do conteúdo aprendido. Por vezes você se deparará com exercícios mais desafiadores, inclusive o de elaborar seus próprios exercícios e compartilhá-los com seus colegas.
Fórum	Esta seção traz questões que podem favorecer o debate e permitir a troca e o compartilhamento de ideias e conhecimentos, fazendo com que os alunos pratiquem o desenvolvimento de estratégias de argumentação. As propostas podem ou não ser realizadas <i>on-line</i> , caso a escola possua uma ferramenta desse tipo ou você opte por usar uma ferramenta de uso livre na internet, criando um grupo fechado.
Descubra mais	Uma seção contendo sugestões de livros e <i>links</i> para o aluno consultar informações complementares.
Educação financeira	Nesta seção, os alunos encontrarão temas como hábitos conscientes de consumo, controle de gastos, economia, entre outros. A partir de leituras e reflexões, serão estimulados a ver e rever suas ações e atitudes ligadas ao consumo e a lidar com o dinheiro.
Por toda parte	É uma seção que apresenta textos, imagens, gráficos, tabelas e atividades numeradas que podem permitir ao aluno uma maior contextualização dos assuntos e explorações realizadas na unidade.
Para quem quer mais	Esta seção busca estabelecer um diálogo entre tópicos de Matemática e de outras disciplinas ou áreas do conhecimento.
Tratamento de informação	Nesta seção, que reúne propostas de trabalho com temas associados à probabilidade e estatística, os alunos encontrarão textos, imagens, gráficos, tabelas e atividades numeradas, sempre buscando a contextualização desses temas.
Tecnologias	Explicita como usar ferramentas tecnológicas na resolução de problemas ou questões matemáticas.
Retomando o que aprendeu	Nesta seção, os alunos serão convidados a revisitar os conteúdos explorados na unidade para que possam perceber conquistas e identificar possíveis dúvidas.
Atualidades em foco	Aqui, os alunos encontrarão atividades que podem permitir articulações entre os temas contemporâneos e as competências gerais e específicas apresentadas na BNCC.
Respostas	No final do livro estão todas as respostas das atividades propostas.

Fonte: José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018, p. XXXI, Apresentação).

Quadros de Conteúdos e Habilidades da Obra, nesta seção foram disponibilizados quadros com a divisão dos conteúdos de cada série: 6º, 7º, 8º e 9º ano, sendo indicado: a Unidade; os Principais Conteúdos Abordados; e as Habilidades da BNCC Trabalhadas na Unidade. Sendo que as Unidades e os Conteúdos serão apresentados detalhadamente série a série, logo adiante. Para finalizar, as Unidades e os principais conteúdos abordados, sendo que os conteúdos se diferenciam para cada série e faixa etária.

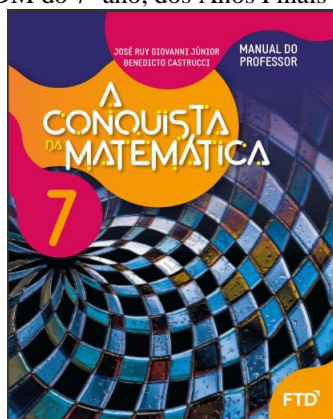
Figura 2 - Capa do LDM do 6º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental



Fonte: O autor

Sendo que para o 6º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, os principais conteúdos abordados são: Unidade 1 - Sistema de numeração. Unidade 2 – Cálculos com números naturais. Unidade 3 – Figuras geométricas. Unidade 4 – Múltiplos e divisores. Unidade 5 – A forma fracionária dos números racionais. Unidade 6 – A forma decimal dos números racionais. Unidade 7 – Ângulos e polígonos. Unidade 8 – Comprimento e Área. Unidade 9 – Massa, Volume e Capacidade.

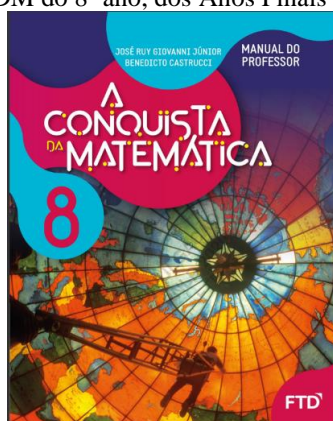
Figura 3 - Capa do LDM do 7º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental



Fonte: O autor

Sendo que para o 7º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, os principais conteúdos abordados são: Unidade 1 – Números naturais e Operações. Unidade 2 – O conjunto dos números inteiros. Unidade 3 – Transformações geométricas e Simetria. Unidade 4 – O conjunto dos números racionais. Unidade 5 – Linguagem algébrica e Equações. Unidade 6 – Figuras geométricas planas. Unidade 7 – Grandezas proporcionais. Unidade 8 – Porcentagem, Probabilidade e Estatística. Unidade 9 – Área e Volume.

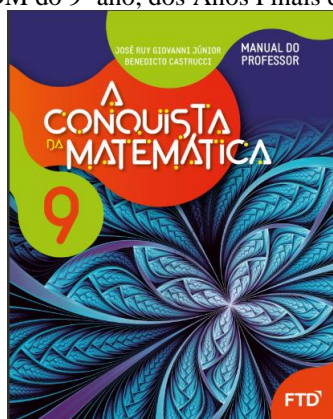
Figura 4 - Capa do LDM do 8º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental



Fonte: O autor

Sendo que para o 8º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, os principais conteúdos abordados são: Unidade 1 – Números racionais. Unidade 2 – Potências, Raízes e Números reais. Unidade 3 – Ângulos e Triângulos. Unidade 4 – Expressões e Cálculo algébrico. Unidade 5 – Equações. Unidade 6 – Polígonos e Transformações no plano. Unidade 7 – Contagem, Probabilidade e Estatística. Unidade 8 – Área, Volume e Capacidade. Unidade 9 – Estudo de grandezas.

Figura 5 - Capa do LDM do 9º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental



Fonte: O autor

Para o 9º ano, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, os principais conteúdos abordados são: Unidade 1 – Números reais, Potências e Radicais. Unidade 2 – Produtos notáveis e Fatoração. Unidade 3 – Equações do 2º grau. Unidade 4 – Relações entre ângulos. Unidade 5 – Proporção e Semelhança. Unidade 6 – Porcentagem, Probabilidade e Estatística. Unidade 7 – Relações métricas no triângulo retângulo e na Circunferência. Unidade 8 – Figuras planas, Espaciais e Vistas. Unidade 9 – Função.

Ao concluir a descrição dos Boxes e Seções da obra investigada, percebemos que o processo de ensino e aprendizagem dos alunos funciona como uma ponte entre seu papel de

cidadão e sua interação com o mundo em que vive. Afinal, “[...] não queremos formar uma pessoa que apenas saiba, mas que, com seus conhecimentos, possa estabelecer relações com o mundo ao seu redor e fazer intervenções e modificações em seu ambiente de maneira consciente, responsável e eficiente” (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. VII, Apresentação).

5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos a natureza desta pesquisa, seus contextos e os procedimentos metodológicos adotados. Além disso, descrevemos como ocorreu a seleção das atividades que apresentam potencial, contidas nos quatro volumes da coleção investigada, bem como as fases ou etapas envolvidas na organização e análise das atividades que farão parte do *corpus* desta pesquisa.

5.1 A metodologia adotada na pesquisa

De acordo com Flick (2009), a definição da abordagem metodológica a ser utilizada no desenvolvimento da pesquisa deve estar vinculada ao tema e à questão central da pesquisa. Por isso, o método deve adequar-se ao tema que o pesquisador se propôs investigar.

Seguindo esse propósito, nossa pesquisa adota uma metodologia de cunho qualitativo de natureza bibliográfica.

Segundo D'Ambrosio (2012), a pesquisa qualitativa “[...] é muitas vezes chamada etnográfica, ou participante, ou inquisitiva, ou naturalística. Em todas essas nomenclaturas, o essencial é o mesmo: a pesquisa é focada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural” (D'Ambrosio, 2012, p. 93). O autor deixa em evidência que nesse tipo de pesquisa, para se abordar uma questão, o principal é que a questão envolva seres humanos.

Para Moraes e Galiazzi (2011), a pesquisa qualitativa concentra-se cada vez mais em análises textuais. Seja partindo de textos e literaturas existentes ou realizando análise por meio de entrevistas e observações. Por isso, quando o pesquisador se propõe a utilizar a pesquisa qualitativa, ele “[...] pretende aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga a partir de uma análise rigorosa e criteriosa desse tipo de informação. [...] a intenção é a compreensão, reconstruir conhecimento existentes sobre os temas investigados” (Moraes; Galiazzi, 2011, p. 11).

Segundo Gil (2002), a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em:

[...] material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Boa parte dos estudos exploratórios pode ser definida como pesquisas bibliográficas. As pesquisas sobre ideologias, bem como aquelas que se propõem à análise das diversas posições acerca de um problema, também costumam ser desenvolvidas quase exclusivamente mediante fontes bibliográficas. (Gil, 2002, p. 44).

O autor ressalta que nem sempre é clara a distinção entre pesquisa bibliográfica e documental, já que, as fontes bibliográficas são apenas documentos impressos destinados a um público específico. Além do mais, boa parte das fontes usadas nas pesquisas documentais, como jornais, boletins e folhetos, pode ser tratada como fontes bibliográficas. (Gil, 2002).

Por esses motivos, uma metodologia de pesquisa deve ser escolhida a partir de objetivos que possam ocasionar respostas às inquietações. Sendo assim, essas metodologias permitirão responder o objetivo geral desta pesquisa, que é: Analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC).

E para que isso ocorra, a coleta dos dados foi realizada a partir das atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos, que foram selecionadas por apresentarem potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

A próxima seção descreve como foi realizada a seleção das atividades contidas nos quatro volumes do material didático investigado, que apresenta potencial e farão parte do *corpus* de análise desta pesquisa.

5.2 Como ocorreu a seleção das atividades contidas na coleção investigada

Após uma rápida análise em um dos livros da coleção investigada, percebemos que havia uma quantidade considerável de atividades com potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob uma perspectiva crítica. No entanto, decidimos não as desenvolver junto aos estudantes em sala de aula. Em vez disso, mantivemos nosso foco na seleção e análise das atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos, adotados pela Secretaria de Educação do Estado do Paraná (SEED) e distribuídos às escolas Públicas do Estado para serem utilizados no quadriênio de 2020 a 2023.

Dado que a coleção analisada apresenta uma quantidade considerável de atividades que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC, isso justifica sua inclusão para compor o *corpus*²² desta pesquisa.

²² De acordo com Moraes e Galiazzi (2011), “O ‘corpus’ da análise textual, sua matéria-prima, é constituído essencialmente de produções textuais. [...] São vistos como produtos que expressam discursos sobre fenômenos e que podem ser lidos, descritos e interpretados, correspondendo a uma multiplicidade de sentidos que a partir deles podem ser construídos” (Moraes; Galiazzi, 2011, p. 16).

No entanto, para que essas atividades sejam consideradas uma atividade com potencial é necessário que apresentem:

1) *Fatos ou dados reais* - As atividades devem abordar temas ou situações da vida real dos alunos ou de sua comunidade.

2) *Temas de caráter não matemáticos* - Se destacam por abordar temas ou situações do mundo real, incluindo situações não matemáticas ou problemas não matemáticos voltados para assuntos interdisciplinares. Isso não impede que sejam abordados temas matemáticos.

3) *Investigação* - As explorações são conduzidas por meio de um plano de ensino no qual os estudantes têm a chance de sugerir caminhos, formular questionamentos, solicitar ajuda, tomar decisões, dentre outras atividades que estimulam o hábito de lidar com situações desconhecidas, rompendo com os métodos tradicionais de ensinar Matemática.

Como forma de validação acerca das atividades que apresentam potencial, foi realizada a leitura de todas as atividades contidas nos quatro volumes de livro didático *A conquista da matemática*, que resultou em um total de 2.874 (duas mil oitocentas e setenta e quatro) atividades. Sendo que: o livro didático do 6º ano contém 755 (setecentas e cinquenta e cinco) atividades; o livro didático do 7º ano contém 738 (setecentas e trinta e oito) atividades; o livro didático do 8º ano contém 680 (seiscentas e oitenta) atividades; e o livro didático do 9º ano contém 701 (setecentas e uma) atividades.

Vale ressaltar que algumas dessas atividades são subdivididas em itens, por exemplo, itens a, b e c, da atividade 3. Logo, esses itens não foram computados nesta pesquisa. Em seguida, foi realizada a seleção e organização destas atividades em tabelas, sendo apresentadas nos Quadros 5, 6, 7 e 8.

A seleção das atividades ocorreu a partir de minuciosas buscas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos investigada, examinando página por página e analisando uma atividade de cada vez. Analisamos se apresentavam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC, de acordo com a série e a faixa etária. Ao mesmo tempo, foram criadas tabelas para melhor visualização das atividades contidas no material didático, sendo organizadas da seguinte forma: Unidade, Conteúdos Abordados, Capítulo, Página(s), Boxe ou Seção e as Atividades com Potencial.

A seguir, apresentamos essa seleção e a organização das atividades contidas nos quatro volumes de livros didáticos do 6º, 7º, 8º e 9º anos, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, conforme pode ser verificado nos Quadros abaixo.

Quadro 1 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC

Livro do 6º ano – dos Anos Finais do Ensino Fundamental					
Unidade	Conteúdos Abordados	Capítulo	Página(s)	Boxe ou Seção	Atividades com potencial
1	Sistemas de numeração	1	14	Pense e responda	1, 2 e 3
		2	25	Tratamento da informação	8 e 9e
			28	Atividades	2b e 3
			29	Por toda parte	3
2	Cálculos com Números Naturais	2	47	Tratamento da informação	3c
		5	64	Por toda parte	1, 2, 3, 4 e 5
			65	Educação Financeira	1, 2 e 3
6	75	Atualidade em foco	1, 2, 3 e 4		
3	Figuras Geométricas	3	97	Tratamento da informação	7 e 8
4	Múltiplos e Divisores	1	104	Fórum	1
		2	110	Nós	1
		3	116-117	da informação	5
5	A Forma Fracionária dos Números Racionais	8	166-167	Tratamento da informação	1 e 2
6	A Forma Decimal dos Números Racionais	-	170	Abertura de unidade	4
		5	191	Atividades	7f
			199	Atualidade em foco	2, 3, 4 e 5
7	Ângulos e Polígonos	4	217	Tratamento da informação	2
8	Comprimento e Área	-	234	Abertura de unidade	4
		3	246	Nós	1
9	Massa, Volume e Capacidade	-	258	Abertura de unidade	2 e 3
		1	264	Fórum	1 e 3
		3	273	Tratamento da informação	1, 2 e 3
			276-277	Atualidade em foco	2, 3 e 6
Total					47

Fonte: O autor

Quadro 2 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC

Livro do 7º ano – dos Anos Finais do Ensino Fundamental					
Unidade	Conteúdos Abordados	Capítulo	Página(s)	Boxe ou Seção	Atividades com potencial
1	Números Naturais e Operações	2	18	Atividades	6
		3	27	Tratamento da informação	6 e 7d
2	O Conjunto dos Números Inteiros	5	47	Nós	1 e 2
		12	73	Tratamento da informação	2
3	Transformações Geométricas e Simétricas	2	97	Atualidade em foco	1, 2 e 3
4	O Conjunto dos Número Racionais	4	114	Nós	1
		6	123	Educação financeira	2
5	Linguagem Algébrica e Equações	5	145	Por toda parte	1c
		8	157	Nós	1 e 2
			161	Tratamento da informação	1ª
6	Figuras Geométricas Planas	6	195	Tratamento da informação	1 e 2
			199	Atualidade em foco	1, 2, 3, 4 e 5
7	Grandezas Proporcionais	3	225	Nós	1 e 2
			226	Fórum	1 e 2
			231	Educação financeira	1d
8		1	240	Fórum	1

	Porcentagem, Probabilidade e Estatística	3	249	Por toda parte	1f e 1g
		4	253	Atividades	5
			257	Um novo olhar	2 e 3
9	Área e Volume	1	266	Por toda parte	3
		2	273	Tratamento da informação	4a, 4b e 4c
			277	Atualidades em foco	1, 2 e 3
Total					40

Fonte: O autor

Quadro 3 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC

Livro do 8º ano – dos Anos Finais do Ensino Fundamental					
Unidade	Conteúdos Abordados	Capítulo	Página(s)	Boxe ou Seção	Atividades com potencial
1	Números Racionais	-	12	Abertura de unidade	1, 2 e 3
		3	20	Nós	1 e 2
			22	Por toda parte	3
			28	Educação financeira	3a, 3b, 3c, 3d e 3e
		4	36	Retomando o que aprendeu	8
3	Ângulos e Triângulos	5	94-95	Atualidades em foco	1, 2, 3, 4 e 5
4	Expressões e Cálculo Algébrico	4	117	Por toda parte	1d
		5	131	Tratamento da informação	5 e 6
6	Polígonos e Transformações no Plano	7	199	Atualidade em foco	1, 3a, 3b, 3c e 3d
7	Contagem, Probabilidade e Estatística	5	225	Atividades	1a e 1b
8	Área, Volume e Capacidade	-	230	Abertura de unidade	2
		1	233	Nós	1
		3	245	Tratamento da informação	2
9	Estudo de Grandezas	2	256	Fórum	1 e 2
		5	273	Tratamento da informação	2a
			276-277	Atualidade em foco	2, 3, 4a, 4b e 5
Total					38

Fonte: O autor

Quadro 4 - Atividades selecionadas que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC

Livro do 9º ano – dos Anos Finais do Ensino Fundamental					
Unidade	Conteúdos Abordados	Capítulo	Página(s)	Boxe ou Seção	Atividades com potencial
1	Números Reais, Potências e Radicais	3	27	Atividades	10
			32	Nós	1
			34	Por toda parte	1
2	Produtos Notáveis e Fatoração	1	68	Fórum	1
		2	83	Tratamento da informação	3
3	Equações do 2º grau	4	116-117	Atualidade em foco	1, 2, 3, 4 e 6
5	Proporção e Semelhança	2	155	Nós	1
		3	159	Nós	1
6	Porcentagem, Probabilidade e Estatística	-	175	Abertura de unidade	1, 2 e 3
		1	178	Atividades	9
		4	191	Tecnologias	2
			193	Retomando o que aprendeu	9

		6	194-195	Atualidade em foco	1, 3 e 4
8	Figuras Planas, Espaciais e Vistas	-	223	Abertura de unidade	1
		1	234	Tratamento da informação	1 e 2
9	Função	2	254	Nós	1 e 2
			259	Tratamento da informação	1, 2, 3 e 4
		3	270	Fórum	1
			277	Atualidades em foco	1, 2, 3, 4 a e 4b
Total					36

Fonte: O autor

Das 2.874 (duas mil oitocentas e setenta e quatro) atividades contidas nos quatro volumes da coleção investigada, 161 (cento e sessenta e uma) foram selecionadas para serem analisadas, pois apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. São consideradas atividades com potencial por apresentarem fatos ou dados reais, incluindo temas não matemáticos, e que propiciem investigação. A distribuição das atividades selecionadas foi estabelecida da seguinte forma: 47 (quarenta e sete) do 6º ano; 40 (quarenta) do 7º ano; 38 (trinta e oito) do 8º ano; e 36 (trinta e seis) do 9º ano.

No Quadro 9, estão sintetizados os dados dos quatro quadros anteriores, apresentando a quantidade total de atividades contidas nos quatro volumes da coleção investigada, separadas por série/ano, assim como a quantidade de atividades que foram selecionadas para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Quadro 5 - Quantidade total de atividades por série dos quatro volumes selecionadas e que apresentam potencial

Série	Quantidade de atividades nos quatro volumes da coleção	Quantidade de atividades selecionadas
6º ano	755	47
7º ano	738	40
8º ano	680	38
9º ano	701	36
Total	2874	161

Fonte: O autor

Dessa forma, as 161 (cento e sessenta e uma) atividades selecionadas e que apresentam potencial farão parte do *corpus* da pesquisa. Conseqüentemente, serão submetidas ao processo de *fragmentação, unitarização e categorização*.

Com isso, a próxima seção descreve as fases ou ciclos envolvidos na organização e análise das atividades selecionadas e que farão parte do *corpus* desta pesquisa.

5.3 Análise Textual Discursiva e o movimento de desconstrução do *corpus*

Uma análise textual concentra-se em um conjunto de documentos denominado *corpus*. Esse *corpus* destaca-se por ser a fonte de informações da pesquisa e, para obtenção de resultados válidos e confiáveis, requer uma seleção e delimitação rigorosa. Por esse motivo, é preciso destacar que o processo de análise dos textos é um processo exigente e trabalhoso. No entanto, essa exigência possibilita atingir o rigor e a qualidade esperada de uma análise qualitativa.

Os dados coletados na pesquisa, que são as atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, foram analisados de acordo com os princípios da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiuzzi (2011), que consiste em uma metodologia de análise aplicada a pesquisas de natureza qualitativa. Seu emprego implica no atendimento rigoroso de três movimentos: 1) desmontagem dos textos ou fragmentação do *corpus* e a *unitarização*; 2) estabelecimento de relações entre os elementos unitários e a *categorização*; 3) intensa impregnação dos materiais analisados possibilitando uma nova compreensão do todo, o *metatexto*.

Para isso, Moraes e Galiuzzi (2011), organiza os argumentos em quatro focos, sendo os três primeiros um ciclo, no qual se constituem como elementos principais, que consiste em:

- 1 - *Desmontagem dos textos*: denominado processo de *unitarização*, consiste em examinar os textos em detalhes, em seguida fragmentá-los para identificar as unidades relacionadas aos fenômenos estudados.
- 2 - *Estabelecimento de relações*: denominado processo de *categorização*, envolve construir relações entre as unidades de base, construindo relações entre elas e classificá-las para compreender como podem formar conjuntos mais complexos, chamados de *categorias*.
- 3 - *Captando o novo emergente*: é a intensa impregnação dos materiais da análise, possibilitando uma nova compreensão do todo. O investimento na comunicação, crítica e validação, constituem o último elemento do ciclo de análise, o *metatexto*. Que representa a compreensão de uma nova combinação de elementos construídos ao longo dos passos anteriores. (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 11-12, grifos dos autores).

Após a leitura e seleção das atividades contidas nos livros didáticos investigados, de acordo com Moraes e Galiuzzi (2011), inicia-se o processo de fragmentação detalhada dos textos, com o objetivo de “atingir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 11).

A fase 1 da análise, consiste no processo de desconstrução dos textos, também chamado de *fragmentação* do *corpus* da pesquisa, a *unitarização*, ou seja, a retirada dos fragmentos com real potencial a partir de um mesmo texto, em nosso caso as atividades contidas na coleção de livros didáticos, em seguida, fragmentá-las para constituir as unidades de significado. Para isso

foi realizada a leitura das 161 (cento e sessenta e uma) atividades que apresentam potencial, de forma rigorosa e criteriosa, para identificar as ideias mais gerais do *corpus*.

Nesta pesquisa, a *fragmentação* e a *unitarização* ocorreram com a leitura aprofundada das atividades que foram selecionadas nos quatro volumes do material didático investigado, visando sua desconstrução e interpretação criteriosa. Esses fragmentos contribuíram para a construção de novos significados para o fenômeno educacional em questão. As atividades selecionadas foram lidas repetidas vezes para serem fragmentadas. Durante esse processo de leitura e releitura, os fragmentos selecionados foram se modificando de acordo com novos entendimentos. A partir desse processo, emergiram fatores relacionados ao problema da pesquisa que apresentam ideias comuns. Dessa desconstrução dos textos é que surgem as *Unidades de Significado*²³.

De acordo com Moraes e Galiuzzi (2011, p. 18), “é o próprio pesquisador quem decide em que medida fragmentará seus textos, podendo daí resultar unidades de análise de maior ou menor amplitude”. Nessa pesquisa, cada atividade selecionada foi copiada para o MS-Excel, dando início a desmontagem dos textos. Selecionamos os fragmentos, efetuamos suas codificações e os organizamos. Em alguns fragmentos, realizamos complementações a respeito do contexto da atividade. Essas inserções foram feitas entre colchetes visando à melhor compreensão.

Outra opção metodológica desta pesquisa foi colocar em *itálico*, trechos mais fundamentais que destacam e unem os fragmentos com a unidade de significado. Devido à grande quantidade de fragmentos, num total de 299 (duzentos e noventa e nove) que foram selecionados nos quatro volumes dos livros didáticos, optamos por apresentar nas análises apenas alguns deles. Utilizamos como critério a seleção de fragmentos distribuídos pelos quatro volumes da coleção.

Para determinar a origem de cada fragmento, o código foi constituído do seguinte modo: iniciais de cada série/ano para identificar o livro (L6, L7, L8 e L9), número da página, o número da atividade, seguido pelo número do fragmento daquela atividade. Exemplo: L8.P75.A2.3 (Livro didático do 8º ano do Ensino Fundamental, da página 75, atividade 2, fragmento 3).

Como mencionado anteriormente, a fragmentação das atividades do *corpus* resultou em 299 (duzentos e noventa e nove) fragmentos. Durante as apresentações das atividades, foram selecionados 94 (noventa e quatro) fragmentos no livro didático do 6º ano; no livro didático do 7º ano, 69 (sessenta e nove) fragmentos foram selecionados; no livro didático do 8º ano, 68

²³ Moraes e Galiuzzi (2011) também as denominam de *Unidades de Análise* ou de *Sentido*.

(sessenta e oito) fragmentos foram selecionados; e no livro didático do 9º ano, 68 (sessenta e oito) fragmentos foram selecionados.

O Quadro 10 sintetiza a quantidade de atividades selecionadas por série/ano e o número de fragmentos encontrados após o processo de *fragmentação* do *corpus* da pesquisa.

Quadro 6 - Quantidade de fragmentos organizados por série/ano

Série	Quantidade de atividades selecionadas	Quantidade de fragmentos
6º ano	47	94
7º ano	40	69
8º ano	38	68
9º ano	36	68
Total	161	299

Fonte: O autor

Segundo Moraes e Galiuzzi (2011), “[...] daí nos movemos para tratar do ‘corpus’ da análise textual, atingindo, a partir disso, o cerne desse primeiro elemento da análise, que é a desconstrução e unitarização dos textos do ‘corpus’” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 13).

Após a codificação de todos os fragmentos que compõem o *corpus* desta pesquisa, iniciou-se o processo de unitarização, que constitui em atribuir um nome ou título para cada unidade de significado. Em seguida, os fragmentos que expressam ideias comuns foram agrupados. Esses fragmentos, quando agrupados, possibilitam a construção de unidades de significados mais gerais. Logo, cada unidade foi nomeada ou intitulada conforme as ideias comuns.

De acordo com Moraes e Galiuzzi (2011), a unitarização é um processo que:

[...] produz desordem a partir de um conjunto de textos ordenados. Torna caótico o que era ordenado. Nesse espaço uma nova ordem pode constituir-se às custas da desordem. O estabelecimento de novas relações entre os elementos unitários de base possibilita a construção de uma nova ordem, representando uma nova compreensão em relação aos fenômenos investigados. (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 21).

As unidades de significado foram formadas a partir dos fragmentos, e cada unidade recebeu um nome. Isso permitiu novos insights sobre o fenômeno em estudo por meio da organização do material analisado. (Moraes; Galiuzzi, 2011).

No segundo movimento da ATD, processo que estabelece relações entre os elementos unitários, denominado de *categorização*, que consiste na categorização dos fragmentos, na construção de novas compreensões em relação aos fenômenos investigados.

Moraes e Galiuzzi (2011) nos apontam que “a categorização é um processo de comparação constante entre as unidades definidas no momento inicial da análise, levando o agrupamento de elementos semelhantes. Conjuntos de elementos de significação próximos constituem as categorias” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 22). Neste caso, é importante que o

pesquisador saiba a todo o momento, quais as unidades deram origem a cada unidade de significado, utilizando-se de códigos que identifique. Assim, as categorias surgem quando prestamos atenção e focamos na integração de ideias que são encontradas nos *fragmentos* do *corpus*. Em outras palavras, quando as ideias são baseadas no conhecimento ou conceitos da teoria do pesquisador.

O movimento relacionado ao *estabelecimento de relações* ou *categorização* é o processo de agrupamento de itens semelhantes por meio de comparações constantes entre as unidades definidas no início da análise. E a partir dessas combinações de elementos linguísticos adjacentes, forma-se as categorias, nos quais se destacam por reunir o que é comum.

Segundo Moraes e Galiuzzi (2011, p. 75), a categorização,

[...] corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informações da pesquisa, concretizados por comparação e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjunto de elementos que possuem algo em comum. A categorização constitui um processo de classificação em que elementos de base – as unidades de significado – são organizados e ordenados em conjuntos lógicos abstratos, possibilitando o início de um processo de teorização em relação aos fenômenos investigados. (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 75).

Moraes e Galiuzzi (2011) expõem dois métodos para chegar às categorias: o método dedutivo e o método indutivo. O primeiro consiste em “construir categorias antes mesmo de examinar o ‘corpus’, [...] que constituem as categorias ‘a priori’” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 23). O segundo, o método indutivo, caracteriza-se “[...] por produzir as categorias a partir das unidades de significado construídas desde o ‘corpus’” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 23).

Para desenvolver as categorias desta pesquisa, utilizamos uma abordagem indutiva, derivada do *corpus* da pesquisa. Sendo assim,

O método indutivo implica produzir as categorias a partir das unidades de análise construídas desde o ‘corpus’. Por um processo de comparar e contrastar constante entre as unidades de análise, o pesquisador vai organizando conjuntos de elementos semelhantes, geralmente com base em seu conhecimento tácito. (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 24).

Os autores também defendem que “[...] as categorias produzidas por intuição originam-se de inspirações repentinas, ‘insights’, que se apresentam ao pesquisador a partir de uma intensa impregnação nos dados relacionados aos fenômenos” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 24). Contudo, o método indutivo requer certo grau de conhecimento que permita uma nova compreensão do fenômeno investigado. Como podemos verificar no Quadro 11, após a fragmentação e a criação de concepção das *unidades de significado*, dispostas logo abaixo.

Quadro 11 - Categorias e Unidades de Significado

Cód. / Unidade de Significado	Descrição Explicativa da Unidade de Significado	Fragmentos
<i>Categoria I - Discussões relacionadas ao tema</i>		
U1: Escolha do tema pelos alunos ou grupos	São fragmentos que se destacam pelo fato dos alunos individualmente ou agrupados terem autonomia na escolha do(s) tema(s)	L6.P14.A2.1; L6.P217.A2.2; L6.P273.A1.2; L7.P253.A5.3; L8.P225.A1.3; L8.P225.A1.6; L9.P193.A9.1
U2: Pesquisa de campo ou exploratória	São apresentados os fragmentos nos quais os alunos são convidados a realizarem pesquisas de campo ou exploratória relacionadas ao tema da atividade	L6.P25.A8.2; L6.P25.A9.1; L6.P28.A3.1; L6.P29.A3.2; L6.P64.A5.2; L6.P97.A7.1; L6.P97.A8.2; L6.P104.A1.1; L6.P117.A5.2; L6.P166.A1.1; L6.P167.A2.2; L6.P191.A7.1; L6.P246.A1.1; L6.P258.A2.1; L6.P264.A1.1; L6.P264.A3.2; L6.P273.A1.3; L6.P276.A3.2; L6.P277.A6.2; L7.P27.A6.1; L7.P47.A2.1; L7.P73.A2.2; L7.P97.A2.1; L7.P145.A1.2; L7.P157.A1.1; L7.P195.A2.1; L7.P199.A4.1; L7.P226.A2.1; L7.P249.A1.1; L7.P253.A5.2; L7.P266.A3.1; L7.P273.A4.1; L7.P277.A2.1; L7.P277.A3.1; L8.P22.A3.1; L8.P94.A1.3; L8.P95.A3.1; L8.P199.A3.2; L8.P225.A1.2; L8.P225.A1.5; L8.P245.A2.1; L8.P256.A2.2; L8.P277.A3.3; L9.P34.A1.1; L9.P116.A3.2; L9.P116.A4.2; L9.P116.A6.2; L9.P191.A2.1; L9.P193.A9.2; L9.P194.A2.2; L9.P194.A4.1; L9.P254.A1.1; L9.P254.A2.3; L9.P270.A1.1; L9.P277.A4.1; L9.P277.A4.2; L9.P277.A4.3
U3: Coleta de dados ou registro de informações	São fragmentos em que os alunos participam da coleta dos dados ou das informações para o desenvolvimento da atividade	L6.P28.A2.1; L6.P28.A2.2; L6.P64.A1.1; L6.P117.A5.3; L6.P258.A1.1; L7.P18.A6.1; L7.P123.A2.1; L7.P123.A2.2; L7.P161.A1.1; L7.P195.A2.1; L7.P231.A1.1; L7.P273.A4.2; L7.P273.A4.3; L8.P22.A3.2; L8.P199.A3.3; L8.P230.A2.1; L8.P273.A2.1; L8.P273.A2.2; L9.P34.A1.3; L9.P175.A2.1; L9.P175.A3.1; L9.P191.A2.2; L9.P234.A1.1
U4: Temas ligados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais, ambientais, dentre outras que estimulam o debate	São fragmentos que evidenciam aspectos relacionados a questões ambientais, cultural, econômica, política, social dentre outras que estimulam o debate	L6.P29.A3.3; L6.P64.A5.3; L6.P75.A3.4; L6.P75.A3.5; L6.P104.A1.2; L6.P110.A1.1; L6.P166.A1.2; L6.P167.A2.3; L6.P199.A2.1; L6.P234.A4.1; L6.P234.A4.2; L6.P264.A3.1; L6.P276.A2.1; L6.P277.A6.3; L7.P47.A1.1; L7.P97.A2.2; L7.P157.A2.1; L7.P199.A1.1; L7.P199.A2.1; L7.P225.A1.2; L7.P225.A2.1; L7.P226.A1.1; L7.P226.A2.2; L7.P266.A3.2; L7.P277.A1.2; L8.P12.A3.2; L8.P20.A1.1; L8.P20.A2.1; L8.P28.A3.6; L8.P233.A1.1; L8.P256.A1.2; L8.P256.A2.2; L8.P277.A3.1; L9.P27.A10.1; L9.P34.A1.2; L9.P83.A3.1; L9.P116.A1.1; L9.P116.A6.3; L9.P159.A1.1; L9.P175.A1.2; L9.P194.A1.1; L9.P259.A1.1; L9.P270.A1.3
<i>Categoria II - Resolução das atividades</i>		
U5: Potencial dos recursos tecnológicos	São fragmentos em que os recursos tecnológicos são utilizados para resolver atividades	L6.P25.A8.5; L7.P27.A6.2; L8.P36.A8.2; L8.P94.A1.1; L8.P95.A3.2; L9.P191.A2.2; L9.P223.A1.2
U6: Conversas, debates ou discussões realizadas em grupos e o professor	São fragmentos que apresentam conversas, debates ou discussões acerca das atividades a serem realizadas em grupos e o professor	L6.P14.A1.1; L6.P14.A3.1; L6.P47.A3.2; L6.P64.A5.1; L6.P276.A2.2; L7.P27.A7.1; L7.P97.A1.3; L7.P97.A2.3; L7.P225.A1.1; L7.P277.A1.1; L8.P28.A3.1; L8.P95.A4.1; L8.P131.A5.1; L8.P199.A1.2; L8.P199.A3.1; L8.P256.A1.1; L8.P277.A2.2; L9.P32.A1.2; L9.P68.A1.2; L9.P159.A1.2; L9.P175.A1.1; L9.P191.A2.3; L9.P223.A1.1; L9.P254.A2.4; L9.P270.A1.2
U7: Reflexões críticas em prol da resolução das atividades	São fragmentos que evidenciam aspectos relacionados as reflexões críticas em prol da resolução das atividades	L6.P28.A2.4; L6.P47.A3.1; L6.P64.A4.1; L6.P75.A1.1; L6.P75.A2.1; L6.P75.A2.2; L6.P75.A3.3; L6.P75.A4.1; L6.P97.A8.1; L6.P104.A1.3; L6.P170.A4.1; L6.P199.A3.1; L6.P199.A4.1; L6.P246.A1.3; L6.P258.A2.2; L7.P27.A7.2; L7.P73.A2.4; L7.P97.A1.1; L7.P97.A1.2; L7.P114.A1.1; L7.P114.A1.2; L7.P195.A1.1; L7.P195.A1.2; L7.P199.A3.1;

		L7.P249.A1.2; L7.P257.A2.1; L7.P257.A3.1; L8.P12.A1.1; L8.P12.A2.2; L8.P12.A3.1; L8.P28.A3.2; L8.P28.A3.3; L8.P28.A3.4; L8.P28.A3.7; L8.P199.A1.1; L8.P199.A3.8; L8.P277.A2.1; L8.P277.A4.1; L8.P277.A4.2; L8.P277.A4.3; L9.P32.A1.1; L9.P68.A1.1; L9.P116.A2.1; L9.P159.A1.3; L9.P194.A3.1; L9.P277.A1.1; L9.P277.A4.4
U8: Atividades desenvolvidas em grupos	São fragmentos que apresentam as atividades que possam ser desenvolvidas em grupos	L6.P25.A8.1; L6.P29.A3.1; L6.P65.A1.1; L6.P117.A5.1; L6.P167.A2.1; L6.P199.A5.1; L6.P217.A2.1; L6.P246.A1.2; L6.P273.A1.1; L6.P276.A3.1; L6.P277.A6.1; L7.P73.A2.1; L7.P97.A3.1; L7.P145.A1.1; L7.P199.A5.1; L7.P240.A1.1; L7.P253.A5.1; L7.P277.A3.2; L8.P36.A8.1; L8.P36.A8.3; L8.P36.A8.4; L8.P94.A1.2; L8.P95.A2.1; L8.P95.A5.1; L8.P117.A4.1; L8.P117.A4.2; L8.P225.A1.1; L8.P277.A3.2; L9.P27.A10.2; L9.P116.A3.1; L9.P116.A4.1; L9.P116.A6.1; L9.P178.A9.1; L9.P194.A2.1; L9.P259.A2.1; L9.P277.A3.1
Categoria III - Validação e Socialização das atividades		
U9: Validação das soluções ou resultados encontrados pelos alunos ou grupos	São fragmentos que se destacam pela validação das soluções ou resultados encontrados pelos alunos ou grupos	L6.P25.A8.3; L6.P65.A2.1; L6.P65.A2.2; L6.P170.A4.2; L6.P199.A5.2; L6.P199.A5.3; L8.P20.A1.2; L8.P131.A6.2; L8.P199.A3.4; L8.P199.A3.5; L8.P199.A3.7; L8.P225.A1.8; L9.P34.A1.4; L9.P155.A1.1; L9.P234.A2.1; L9.P254.A2.2; L9.P254.A2.5; L9.P259.A3.1; L9.P259.A4.1; L9.P259.A4.2; L9.P277.A2.1
U10: Socialização e/ou divulgação dos resultados ou soluções das atividades	São fragmentos que se destacam pela socialização e/ou divulgação das soluções ou resultados das atividades desenvolvidas em sala de aula, na escola ou na comunidade	L6.P25.A9.2; L6.P65.A3.1; L6.P75.A3.1; L6.P75.A4.2; L6.P117.A5.4; L6.P217.A2.3; L6.P273.A2.1; L6.P273.A3.1; L6.P276.A3.3; L6.P277.A6.4; L6.P277.A6.5; L6.P277.A6.6; L7.P73.A2.3; L7.P97.A2.4; L7.P123.A2.3; L7.P199.A5.2; L7.P240.A1.2; L7.P249.A1.3; L7.P253.A5.4; L7.P277.A3.4; L8.P95.A5.2; L8.P131.A6.1; L8.P199.A3.6; L8.P225.A1.4; L8.P225.A1.7; L9.P175.A1.3; L9.P193.A9.4; L9.P223.A1.3; L9.P277.A3.2

Fonte: O autor

O terceiro movimento da ATD corresponde ao momento de captação do novo emergente com a elaboração do *metatexto*, o que possibilita a compreensão das categorias criadas nas etapas anteriores. Além de agrupar itens semelhantes, a classificação também envolve nomear e identificar os componentes com mais precisão durante a construção. Também cria um elemento organizado do *metatexto* que se pretende escrever. Estes geram definições e interpretações que podem ser usadas para revelar novos conhecimentos que podem ser analisados. (Moraes; Galiuzzi, 2011).

Para Moraes e Galiuzzi (2011, p. 32) “[...] os metatextos são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto um modo de compreensão e teorização dos fenômenos investigados”. Logo, o *metatexto*, trata-se de uma tentativa de compreensão mais abrangente da investigação, na qual buscamos encontrar novos significados, diferentes daqueles que já existem no texto original. Os autores ainda destacam que a ATD visa “[...] à construção de metatextos analíticos que expressem os sentidos lidos num conjunto de textos. A estrutura textual é construída por meio das categorias e subcategorias resultante da análise.” Portanto, o objetivo da ATD é,

[...] a produção de metatextos baseados nos textos do “corpus”. Esses metatextos, descritivos e interpretativos, mesmo sendo organizados a partir das unidades de significados e das categorias, não se constituem em simples montagens. Resultam de processos intuitivos e auto-organizados. [...] Dentro dessa perspectiva, um metatexto, mais do que apresentar as categorias construídas na análise, deve constituir-se a partir de algo importante que o pesquisador tem a dizer sobre o fenômeno que investigou, um argumento aglutinador construído a partir da impregnação com o fenômeno e que representa o elemento central da criação do pesquisador. (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 40-41).

Por isso, em busca de uma pesquisa relevante clara e rigorosa, muitos materiais iniciais são descartados. Isso porque é preciso levar compreensão dos fenômenos investigados para os interessados, mesmo que estes não tenham participado do processo de construção. Isso pode ser prontamente percebido, na grande quantidade de atividades que não foram selecionadas para compor o *corpus* desta pesquisa.

Sendo assim, “[...] a metáfora de ‘uma tempestade de luz’, procura mostrar como emergem as novas compreensões no processo analítico, atingindo-se novas formas de uma nova ordem por meio do caos e da desordem” (Moraes; Galiuzzi, 2011, p. 46).

Portanto, dentre as 161 (cento e sessenta e uma) atividades selecionadas, surgiram 299 (duzentos e noventa e nove) fragmentos que foram separados para serem realizada a unitarização, que se relacionam com o objetivo da pesquisa. Desse processo emergiram 3 Categorias, que receberam os seguintes nomes: Categoria I – *Discussões relacionadas ao tema*; Categoria II - *Resolução das atividades*; e Categoria III - *Validação e Socialização das atividades*.

No próximo capítulo, será feita a análise dos dados das três categorias que surgiram por meio da fragmentação, unitarização e codificação das atividades selecionadas e que fazem parte do *corpus* desta pesquisa.

6 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo apresentamos a análise dos dados à luz da Educação Matemática Crítica, tendo como *corpus* da pesquisa, as atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos investigado, e que foram selecionadas por apresentarem potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. As categorias surgiram a partir das unidades de significado formadas pelos processos de fragmentação e unitarização do *corpus*. Sendo assim, as próximas seções têm como objetivo apresentar a análise dos dados sob a perspectiva teórico-metodológica, relacionada às três categorias: Categoria I – *Discussões relacionadas ao tema*; Categoria II - *Resolução das atividades*; e Categoria III - *Validação e Socialização das atividades*.

6.1 Primeira Categoria: *Discussões relacionadas ao tema*

A primeira categoria: *Discussões relacionadas ao tema*, surgiu a partir das quatro unidades de significado: U1 - *Escolha do tema pelos alunos ou grupos*; U2 - *Pesquisa de campo ou exploratória*; U3 - *Coleta de dados ou registro de informações*; U4 - *Temas ligados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais, ambientais, dentre outras que estimulam o debate*.

A primeira análise será iniciada pela unidade U1 - *Escolha do tema pelos alunos ou grupos*. De acordo com Burak (2010, p. 19), “a escolha de um tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática, [...] parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos”.

Caldeira e Meyer (2001, p. 159) também reforçam, “[...] não é demais repetir que a escolha dos temas partiu dos alunos e de suas próprias preocupações. O professor de Matemática deve ter sempre presente que seus alunos têm saberes efetivos sobre suas comunidades, seus cotidianos, suas famílias, as suas histórias”.

Os fragmentos a seguir apontam que a escolha do tema ou temas deve ser feita pelos alunos, pelos grupos, ou pelo professor e que sejam relevantes para escola ou para a comunidade. Desde que os temas sugeridos sejam desenvolvidos por meio da MM sob uma perspectiva crítica.

L6.P14.A2.1: Faça no caderno *um quadro com pelo menos 10 situações do cotidiano*.

L6.P217.A2.2: *escolha um bioma e redija um texto sobre ele*.

L9.P193.A9.1: [...] *escolham um tema de interesse de vocês*.

L7.P253.A5.3: *Escolham um tema relevante para a comunidade escolar.*

L6.P273.A1.2: *escolham um tema que seja de interesse comum do grupo e importante para a sociedade.*

No conjunto de fragmentos apresentados, os trechos em itálico nos mostram que as atividades contidas e distribuídas na coleção permitem que a escolha de um ou mais temas sejam feitos pelos alunos ou grupos. Os temas podem ser variados, desde que envolvam fatos ou dados reais, como o próprio cotidiano do aluno, tais como a escolha de um bioma ou a escolha de temas que sejam de interesse comum do grupo e importante para sua comunidade ou sociedade.

O fragmento L6.P14.A2.1 sugere que os alunos ou grupos investiguem ‘*pelo menos 10 situações do cotidiano*’. A partir dessa condição ou preocupações, podem aparecer conversas, debates e discussões entre os alunos, podendo surgir temas para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Tanto os espaços físicos da escola, quanto os acontecimentos da comunidade, são exemplos de temas que podem ser escolhidos por eles para serem investigados interdisciplinarmente. Por isso, os temas capazes de vir a ser escolhidos pelos alunos ou grupos e que podem virem a ser retirados de diferentes fontes, como livros, revistas, jornais, internet e especialistas, e podem recair “[...] nos esportes, nas brincadeiras, nos serviços, nos temas atuais que as formas de comunicação possibilitam, como, por exemplo, corrupção, terremotos, desabamento, entre outros” (Burak, 2010, p. 19).

Essa metodologia concede maior autonomia aos alunos e vai ao encontro da concepção da MM sob a perspectiva da EMC, pois, fica a critério dos grupos de estudantes escolherem o tema, ou temas, de acordo com seus interesses, curiosidades ou para resolver atividades. Vale ressaltar que, todas as situações ou temas escolhidos, possam ser investigados pelos alunos, um tema de cada vez, separadamente, ou todos de uma única vez, desde que o professor tenha certa experiência com a Modelagem. E devem ser desenvolvidos com o auxílio do professor, que tem como papel, orientar seus alunos. (Barbosa, 2004a; Burak, 2010).

No fragmento L6.P217.A2.2: *escolha de um bioma*, este fragmento aponta a possibilidade de os alunos trabalharem em grupos com as atividades de MM abordando temas de caráter não matemáticos, mas, mesmo assim, envolvendo discussões sob a perspectiva da EMC. Com isso, os alunos têm a oportunidade de escolher um ou mais biomas para serem investigados, o que requer não somente discussões de conteúdo dentro da sala de aula. Nesse sentido, as coisas da vida tornam-se gradualmente coisas da Matemática.

Essa prática possibilita perceber que além da Matemática, é possível estudar temas ou assuntos interdisciplinares, como Economia, Sociologia, Geografia, Ecologia ou qualquer outra

área, de acordo com o tema escolhido para estudo. Além disso, essas discussões estão fundamentadas em fatos ou dados reais, o que requer um constante diálogo entre elas, considerando as situações reais e o cotidiano dos alunos, conforme pondera. (Araújo, 2004).

Os demais fragmentos destacam que os alunos em grupos ‘*escolham um tema*’, que sejam, L9.P193.A9.1: *de interesse dos alunos ou grupos*; L7.P253.A5.3: *relevante para a comunidade*; e L6.P273.A1.2: *de interesse comum do grupo e importante para a sociedade*.

Nesse bloco, fica claro que é possível explorar um ou mais temas por meio da MM sob a perspectiva da EMC, o que permite desenvolver atividades abertas que surgem do dia a dia dos alunos, permitindo ir além do que está prescrito nos livros didáticos. O processo de MM começa com as preocupações dos alunos, que podem escolher temas de caráter não matemáticos para serem desenvolvidos por eles em grupos, em sala de aula ou fora dela, fornecendo apoio para que alunos e professores possam debater, refletir, tomar decisões e, em alguns casos, agir. Isso torna possível que os temas discutidos em sala de aula entre os grupos sejam apresentados à comunidade, bem como apresentar os resultados alcançados pela turma, e a possibilidade de ações que possam resultar em soluções. (Caldeira, 2013).

Com isso, a formulação das atividades, a coleta de dados e a resolução das atividades, ficam aos cuidados dos alunos engajados na investigação, problematização e matematização de um ou mais temas para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, da forma como o professor achar mais adequado. “Mas, seja como for, quero sublinhar a perspectiva crítica nessas atividades e a consideração de situações, de fato, ‘reais’ como subjacentes a eles” (Barbosa, 2004a, p. 5).

Em relação aos temas que foram citados e outros que poderão surgir, ao serem desenvolvidos pelos alunos com a ajuda do professor, por meio da MM, destaca-se a importância de tratar os assuntos ligados aos temas que aparecerão de forma crítica.

Na análise da unidade U2 - *Pesquisa de campo ou exploratória*, após os alunos escolherem um ou mais temas para serem investigados, eles partem para a pesquisa de campo ou exploratória, no qual deve ser desenvolvida em grupo ou grupos, estabelecendo o que devem ou gostariam de pesquisar, contando sempre com auxílio do professor.

Sendo assim, os fragmentos abaixo se destacam por explorar um ou mais temas, incluindo temas de caráter não matemáticos, no qual é possível encontrar ricas contribuições para o debate dentro ou fora da sala de aula. São por meio dessas pesquisas de campo ou exploratória que as características da MM sob a perspectiva da EMC podem se destacar.

L7.P97.A2.1: *Faça uma pesquisa* [como devem ser descartadas as pilhas, as baterias de celular e demais componentes eletrônicos]

L6.P29.A3.2: *façam uma pesquisa* [sobre uma função importante que os rios tenham]

L6.P166.A1.1: *Faça uma pesquisa* sobre as regras eleitorais brasileiras atuais.
L8.P22.A3.1: *Faça uma pesquisa* [e descubra quantos biomas há no Brasil]
L9.P277.A4.3: *faça uma pesquisa* [descobrir qual a finalidade desses impostos]

No conjunto de fragmentos acima, os trechos em *itálico* seguido de complemento entre colchetes visam à melhor compreensão do contexto da atividade e nos mostram que essas atividades contidas e distribuídas na coleção investigada permitem que os alunos reunidos em grupos, em sala ou fora dela, realizem pesquisas de campo ou exploratória, ou então, pesquisem informações sobre diferentes situações. E para a elaboração dessas atividades, deve-se levar em conta os fenômenos em que esteja presente “[...] a vida da comunidade e as atividades da escola aí inseridas” (Caldeira; Meyer, 2001, p. 158).

Os fragmentos a seguir apontam que os alunos reunidos em grupos ‘*faça ou façam uma pesquisa*’, L7.P97.A2.1: *como devem ser descartados [...] os componentes eletrônicos*; L6.P29.A3.2: *sobre uma função importante que os rios tenham*; L6.P166.A1.1: *sobre as regras eleitorais brasileiras atuais*; L8.P22.A3.1: *biomas há no Brasil*; e L9.P277.A4.3: *qual a finalidade desses impostos*.

Logo, o fragmento ‘*como devem ser descartadas as pilhas, as baterias de celular e demais componentes eletrônicos*’, revela que os alunos reunidos em grupos podem desenvolver uma pesquisa de como descartar o lixo eletrônico de forma correta e sustentável. Para tal, deve seguir algumas sugestões simples e práticas. Pedir aos alunos, ou grupos, que façam uma pesquisa com as seguintes perguntas: O que é lixo eletrônico? Por que é importante descartar adequadamente o lixo eletrônico? Como descartar adequadamente o lixo eletrônico?

Os fragmentos desse bloco se destacam por apresentar potencial para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, pois a MM, “[...] favorece a ação investigativa como forma de conhecer, compreender e atuar naquela realidade” (Burak, 2004, p. 5). Dessa forma, os alunos, ao abordarem o tema ou os temas, devem ter conhecimento das diversas dimensões ou aspectos que compõem essa realidade.

Seguem outros fragmentos para serem analisados por meio da pesquisa de campo ou exploratória.

L6.P28.A3.1: *Pesquise modelos e preços de três carros.*
L6.P258.A2.1: *Pesquise o consumo de água* em algumas atividades cotidianas e estabeleça relações entre a quantidade de água de chuva armazenada e onde ela pode ser utilizada.
L7.P73.A2.3: *pesquise sobre esse assunto* [desperdício de alimentos no transporte e na distribuição]
L8.P199.A3.2: *Pesquise os valores unitários* desses produtos em diferentes estabelecimentos. [lista com 5 itens que você costuma consumir frequentemente; por exemplo, sucos, lanches, itens de higiene etc.]
L9.P194.A2.2: *pesquise informações* sobre os Órgãos de Proteção ao Idoso existentes no estado onde moram.

L9.P270.A1.1: *Pesquise* [quais são as vantagens e as dificuldades da produção de energia eólica]

L7.P253.A5.2: *planejar e realizar uma pesquisa.* [relevante para a comunidade escolar]

Esses fragmentos baseados no princípio ‘*pesquise ou pesquisem*’, se destacam pelo fato dos alunos planejarem e realizarem uma pesquisa de temas do seu dia a dia ou da sua comunidade que apresentem fatos ou dados reais, incluindo temas de caráter não matemáticos, que seja desenvolvido por meio de investigação. Alguns exemplos são, L6.P28.A3.1: *modelos e preços de três carros.*; L6.P258.A2.1: *o consumo de água*; L7.P73.A2.3: *desperdício de alimentos*; L8.P199.A3.2: *os valores unitários desses produtos*; L9.P194.A2.2: *informações*; e L9.P270.A1.1: *energia eólica*.

Os fragmentos anteriores se destacam por apresentarem potencial originarem uma proposta de MM sob a perspectiva da EMC, pois, é possível notar que a contextualização dos fragmentos, articulados com a interdisciplinaridade, abrange as relações entre os conteúdos da Matemática, suas aplicações em outras ciências e no dia a dia, segundo. (Barbosa, 2001b).

Como podemos observar no fragmento sobre o desperdício de alimentos, pode-se pedir aos alunos que se reúnam em grupos e desenvolvam uma pesquisa sobre o desperdício de alimentos em sua escola: Em uma semana? Um mês? Um ano? Em se tratando de conscientização, quantas famílias necessitadas poderiam ser beneficiadas com esse alimento? Essa metodologia concede maior autonomia aos alunos de realizarem a pesquisa, por meio de fatos ou dados reais, incluindo temas de caráter não matemáticos e, com o passar do tempo, diminuir o desperdício de alimentos.

No fragmento L7.P253.A5.2: *planejar e realizar uma pesquisa*, em que aparece a palavra ‘*planejar*’, no qual vai além das definições anteriores, que têm a função apenas de proporcionar a/uma pesquisa. Os estudantes, ao se tornarem responsáveis pelo planejamento da pesquisa, terão maior autonomia sobre ela, uma vez que caberá a eles a opção de escolha de uma ou mais temas, de acordo com seus interesses, curiosidade ou preocupações, para em seguida realizarem a pesquisa de campo ou exploratória.

Segundo Skovsmose (2014), os professores devem atuar como embaixadores da matemática, no sentido de “[...] criação de ambientes de aprendizagem atraentes, sejam livros-textos ou projetos curriculares, que abram um caminho direto para os alunos chegarem ao âmago da matéria e garantir que eles gostem de lá” (Skovsmose, 2014, p. 75). Esses cenários mais dinâmico e atraente despertam nos alunos maiores interesses na realização de pesquisas de campo ou exploratória, proporcionando maior autonomia aos alunos em pesquisarem temas de seu interesse ou para desenvolver atividades à luz da curiosidade.

Os componentes, da experiência de campo ou exploratória, são essenciais para o desenvolvimento das atividades, pois contribui na formação de pesquisadores que apresentam um comportamento mais atento, sensível e crítico a realidade na qual estão inseridos, conforme pondera. (Burak, 2004).

Dando sequência, a unidade U3 - *Coleta de dados ou registro de informações*, que ocorre após a escolha do tema e demonstra os dados vinculados diretamente às questões ou situações que possam apresentar melhorias na qualidade de vidas dos alunos ou de sua comunidade. Nesse momento, se inicia as discussões que servem como plano de fundo, para o trabalho de campo ou exploratória e, parte-se para serem desenvolvidos por meio da MM sob uma perspectiva crítica. (Caldeira, 1998).

Burak (1992, 2004), frisa o interesse dos participantes e o envolvimento dos grupos em buscar os dados referentes às atividades de MM e que esses procedimentos dão significado e desenvolvem a autonomia deles, de forma a torná-los agentes do processo de construção do conhecimento matemático. É a partir dos dados coletados, que as atividades selecionadas serão resolvidas. É justamente nesta fase que se constrói os modelos matemáticos que, embora simples, são ricos para a formação do pensamento matemático crítico.

Assim, os fragmentos a seguir demonstram que a obtenção de dados ou informações se torna cada vez mais relevante, uma vez que as situações que surgem podem fornecer orientações e servir como guia para o ensino e aprendizagem, sem a necessidade de primeiro ensinar conceitos matemáticos.

L6.P28.A2.1: *Consulte a conta de luz deste mês de sua casa.*

L6.P64.A1.1: *Em que região se encontra a maior população indígena?*

L7.P123.A2.3: *Anote para cada produto os tamanhos de embalagens e os respectivos preços.*

L7.P231.A1.1: *Faça [...] uma tabela [...] considerando seus gastos mensais.*

L8.P230.A2.1: *Você sabe como está a situação atual dos reservatórios de água da região onde você mora?*

L8.P273.A2.2: *Em média, quanto tempo (em horas) [...] brasileiros falam ao celular*

L9.P175.A2.1: *qual foi a inflação verificada no mês*

L9.P234.A1.1: *De quanto foi a produção estimada de grãos na região*

No grupo de fragmentos apresentados, os trechos selecionados nos mostram que as atividades contidas na coleção possuem potencial “[...] na busca de informações e coletas de dados e desenvolver autonomia para agir nas situações novas e desconhecidas” (Klüber; Burak, 2013, p. 38).

Os fragmentos, L6.P28.A2.1: *conta de luz*; L6.P64.A1.1: *população indígena*; L7.P123.A2.3: *tamanhos de embalagens e os respectivos preços*; L7.P231.A1.1: *seus gastos mensais*; L8.P230.A2.1: *situação dos reservatórios de água*; L8.P273.A2.2: *quanto tempo [...]*

brasileiros falam ao celular; L9.P175.A2.1: *inflação verificada no mês*; e L9.P234.A1.1: *produção estimada de grãos*. Destacam-se por apresentar potencial, uma vez que é possível notar que atividades do dia a dia carregam consigo possíveis significados de reflexão que podem ser aplicados com objeto de ação.

Assim, a Matemática em ação pode ser compreendida como as atividades cotidianas, que podem incluir a Matemática como parte integrante delas, e essas práticas cotidianas dos alunos ou da comunidade podem despertar reflexões. Todos os temas apresentados apresentam potencial para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, sendo passível de reflexão e ação, no qual destacamos o fragmento ‘*consulte a conta de luz deste mês de sua casa*’ e pedir aos alunos que tragam para sala de aula a conta de luz, a fim de que possam discutir e debater esse assunto.

Equipamentos que são movidos à energia elétrica acarretam gastos, tanto de energia quanto financeiramente, logo, pagamos por toda energia consumida. Então, se diminuirmos o uso desses aparelhos, automaticamente economizamos energia e dinheiro. E isso acontece no cotidiano dos alunos, todas as vezes que acendem uma lâmpada, tomam um banho, assistem TV etc. Com pesquisa, coleta de dados, e registro de informações sobre o consumo desses aparelhos pode-se demonstrar os gastos com energia elétrica em suas residências e as formas de controlar o desperdício e, conseqüentemente economizar energia e dinheiro. Além de poder analisar a eficiência do uso desses aparelhos que necessitam dessa energia, sua potência, tempo de uso e outros fatores. Lembrando que a geração de energia para o desempenho desses aparelhos provém basicamente das usinas hidrelétrica e termelétrica.

Seguindo essa metodologia, o professor pode dar continuidade ao fragmento ‘*conta de luz*’ e desenvolver outra proposta ‘*como está a situação dos reservatórios de água*’. Com isso, pode-se destacar porque fazer o monitoramento do nível dos reservatórios é tão importante, pois as hidrelétricas ainda são nossa fonte principal de energia. Dessa forma, a capacidade geradora de energia do país está diretamente relacionada ao nível dos reservatórios, preciosos para o funcionamento da economia e da vida.

Além desses fragmentos, outros que não foram citados ajudam a coletar informações que podem ensinar valores, atitudes e pensamento crítico. Contudo, a MM permite que os estudantes se tornem independentes e tenham um olhar atento e crítico sobre os temas pesquisados.

Assim como os fragmentos citados, há outros que também são possíveis desenvolver Cenários para investigação com um grau maior de realidade, proposto por Skovsmose (2001; 2008; 2014), conforme o Ambiente de aprendizagem do tipo 6, em que, as atividades são

desenvolvidas por meio de situações da vida real dos alunos. Isso quer dizer que, “[...] são eliminadas as autoridades que exercem seu poder no paradigma do exercício” (Skovsmose, 2008, p. 30).

Em virtude disso, a Educação Matemática pode assumir uma variedade de formas diferentes seja, por exemplo de projetos, abordagens temáticas, cenários para investigação ou processos dialógicos de investigação, que podem contribuir para a garantia não apenas de uma Educação Matemática voltada para a cidadania como também para a cidadania crítica.

Prosseguindo, faremos a análise da unidade U4 - *Temas ligados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais, ambientais, dentre outras que estimulam o debate*, logo, a Matemática é potencializada de diversas maneiras, uma delas é a possibilidade de aplicação na sociedade, e para que isso ocorra, não faltam exemplos para serem tematizados por meio do papel social da Matemática.

A base desse processo é a expectativa de que a Educação Matemática possa, de fato, impactar a ordem social, política, econômica, cultural, ambiental, dentre outras que estimulam o debate. E esse pensamento vai ao encontro da EMC, que é conscientizar os alunos sobre essas questões e, ao mesmo tempo, aplicar e desenvolver conceitos matemáticos que ajudam a entender os temas para em seguida solucioná-los. (Skovsmose, 2014).

Segundo Caldeira (2009, p. 43), “Assim, a epistemologia que sustenta os pressupostos da Modelagem Matemática, como concepção de Educação Matemática é aquela em que os conhecimentos estão sendo construídos pelos homens de acordo com seus interesses, sociais, políticos, econômicos e culturais”. Nesse sentido, tentar enxergar um novo conhecimento matemático não deve implicar em aceitá-lo passivamente, mas fazer com que tais conhecimentos possam conduzir o estudante a um lugar diferente de onde ele está.

Assim sendo, os fragmentos a seguir apontam que temas ligados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais, ambientais, dentre outras que estimulam o debate, tornam-se relevantes para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

L8.P233.A1.1: Além de enfeitar o ambiente, quais são os outros benefícios de se cultivar uma horta caseira?

L8.P20.A2.1: reciclagem do lixo na sua cidade.

L6.P234.A4.1: já tinha ouvido falar nos cinco Rs?

L6.P64.A5.3: quais podem ser os motivos de grande parte da população indígena do Brasil residir em centros urbanos

L9.P159.A1.1: os riscos de soltar balões são veiculadas em todo o território nacional.

L9.P270.A1.3: quais são as vantagens e as dificuldades da produção de energia eólica.

L7.P97.A2.2: como devem ser descartadas as pilhas, as baterias de celulares e demais componentes eletrônicos.

Os fragmentos apresentados podem trazer muitos temas para serem debatidos, outros podem trazer apenas uma abordagem, mesmo assim, não deixam de alinhar-se com a perspectiva da EMC, no qual, Paulo Freire enfatiza que a educação deve ser emancipadora. Assim os fragmentos que apresentam as características se alinham com as concepções de Skovsmose, Araújo, Barbosa, Burak e Caldeira sob uma perspectiva crítica, sendo eles, L8.P233.A1.1: *benefícios de se cultivar uma horta caseira?*; L8.P20.A2.1: *reciclagem do lixo.*; L6.P234.A4.1: *cinco Rs?*; L6.P64.A5.3: *população indígena do Brasil*; L9.P159.A1.1: *soltar balões*; L9.P270.A1.3: *energia eólica.*; e L7.P97.A2.2: *como devem ser descartadas [...] os componentes eletrônicos.*

Logo, esses fragmentos apresentam temas que têm potencial para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, pois, tratam de situações da vida real dos estudantes e elas podem “[...] acontecer dos modos mais variados, e atender aos mais diversos propósitos nos campos social, político, cultural e econômico” (Skovsmose, 2014, p. 11).

Isso pode ser verificado no fragmento ‘*quais são os benefícios de se cultivar uma horta caseira?*’, este fragmento tem potencial para ser desenvolvidos por meio da MM e relaciona-se com os pressupostos da EMC, pois desenvolve aspectos ligados a questões ambientais, sociais, culturais, econômicas, dentre outras que estimulam o debate. Além de reciclagem dos materiais e enfeitar o ambiente, é possível desenvolver um trabalho interdisciplinar.

Igualmente, as propostas poderiam ser desenvolvidas em conjunto com mais três fragmentos, por meio da MM sob a perspectiva da EMC, sendo eles, L8.P20.A2.1: *reciclagem do lixo*; L6.P234.A4.1: *cinco Rs*²⁴; e L7.P97.A2.2: *como devem ser descartadas*. Porque, destacam-se por apresentarem as mesmas características e podem desenvolver aspectos que dizem respeito a questões ambientais, sociais, culturais, econômicas, dentre outras.

É importante destacar o fragmento ‘*cinco Rs*’, que consiste em cinco palavras: repensar, recusar, reduzir, reutilizar e reciclar. Repensar: cada indivíduo deve refletir sobre suas ações em relação ao meio ambiente. Recusar: devemos pensar em adquirir apenas o que realmente necessitamos. Reduzir: diz respeito ao nosso comportamento consumista. Reutilizar: é possível reutilizar objetos que seriam descartados. Reciclar: trata-se de reaproveitar um produto para produzir outro. Logo, a educação ambiental ensina valores importantes relacionados à conservação do meio ambiente. Durante esse processo, devemos deixar claro que precisamos

²⁴ Mais informações sobre Educação ambiental e os 5 Rs. Disponível em: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/educacao-ambiental-os-5-rs.htm>. Acesso em: 24 fev. 2024.

cuidar da natureza e dos recursos naturais para que possamos usar e deixar disponíveis para as próximas gerações.

Portanto, além de reciclar os materiais, é possível desenvolver as atividades de forma interdisciplinar. Isso pode proporcionar momentos enriquecedores sobre o papel da Matemática na sociedade. (Araújo, 2004).

Estes fragmentos selecionados nos mostraram que, para a EMC, o objetivo da Educação Matemática não deve ser apenas desenvolver as capacidades de cálculo matemático, mas também incentivar a participação crítica dos alunos/cidadãos na sociedade, debatendo questões políticas, econômicas, ambientais, dentre outras, nas quais a Matemática é utilizada como suporte, conforme as condições de (Araújo, 2007).

O mesmo acontece nos próximos fragmentos, entretanto, com menor número de contextos a serem discutidos.

L6.P75.A3.5: Crianças e adolescentes fora da escola.

L8.P28.A3.6: Completar o orçamento doméstico.

L7.P47.A1.1: Você acha importante haver leis que vetam condutas discriminatórias?

L7.P199.A1.1: é importante existirem leis que asseguram os direitos dos idosos?

L6.P75.A3.4: mortalidade infantil.

L6.P277.A6.3: identificar os maiores problemas de trânsito existentes em sua cidade

L9.P116.A1.1: Entre as heranças da cultura afro-brasileira podemos destacar a música, a capoeira, a religião e a culinária. O que você sabe sobre cada uma dessas heranças?

L6.P199.A2.1: De acordo com o texto, 6% do desperdício de alimento mundial se encontra na América Latina e no Caribe

L7.P226.A2.2: sobre o estresse, suas causas e consequências e maneiras de como tratar esse problema no cotidiano

L9.P175.A1.2: O que você sabe sobre inflação?

O grupo de fragmentos apresentados, apresenta as mesmas características propostas por Freire (1970), porém, com menor número de contextos para serem debatidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, tais como, L6.P75.A3.5: *Crianças e adolescentes fora da escola*; L8.P28.A3.6: *orçamento doméstico*; L7.P47.A1.1: *leis que vetam condutas discriminatórias?*; L7.P199.A1.1: *leis que asseguram os direitos dos idosos?*; L6.P75.A3.4: *mortalidade infantil.*; L6.P277.A6.3: *problemas de trânsito existentes em sua cidade*; L9.P116.A1.1: *heranças da cultura afro-brasileira*; L6.P199.A2.1: *desperdício de alimento*; L7.P226.A2.2: *estresse, suas causas e consequências*; e L9.P175.A1.2: *inflação*.

De acordo com Klüber e Burak (2007), as discussões em sala indicam a possibilidades de melhorias sociais em áreas como a saúde, educação, segurança e transporte.

Assim, é possível destacar o potencial do fragmento '*problemas de trânsito existente em sua cidade*', este fragmento pode ser desenvolvido por meio da MM sob a perspectiva da EMC, como o tema ligado a questões do trânsito é abordado diariamente junto aos meios de

comunicação, como lentidão, congestionamento, acidentes e mortes causadas pelo trânsito. Com esse fragmento, também é possível desenvolver outra atividade relacionado ao fragmento ‘*estresse, suas causas e consequências*’, tema ligado a saúde mental, bem recorrentes nos dias de hoje, que pode ter relação direta com os problemas causados pelo trânsito. Ambos os temas foram sugeridos por Klüber e Burak (2007).

Como mencionado por Burak (2010), essa(s) situação(ões) “[...] implica em se valer de levantamento junto aos professores, alunos, corpo diretivo e administrativo da escola, demanda a busca de dados na internet, em sites [...], palestras sobre o assunto, visitar locais entre outros” (BURAK, 2010, p. 22). Barbosa (2001a, 2001b), destaca que existem jornais, revistas e sites que cobre e apresentam todos os dias muitos temas que podem ser investigados matematicamente, porém, falta coragem aos professores para desenvolver atividades que investiguem temas por meio da MM, sob a perspectiva da EMC.

De acordo com os autores citados acima, o professor junto aos seus alunos, poderia desenvolver uma atividade, retirando algumas matérias de canais de comunicação, como por exemplo, temas relacionados à lentidão, congestionamento e acidentes causados pelo trânsito. Dessa forma, poderiam debater com os alunos as seguintes situações: Quais os problemas de trânsito em frente ao colégio em que você estuda? Qual o nível de estresse causado por ele?

Assim, os alunos têm a oportunidade de debater temas e desenvolver atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Por isso, esses fragmentos têm potencial, pois apontam possibilidades para que os alunos analisem e investiguem situações do seu dia a dia e da sua comunidade. Também podem ser debatidas reportagens retiradas de revistas, jornais, internet ou com a ajuda de especialistas, desde que tragam fatos ou dados reais, incluindo temas de caráter não matemáticos e que sejam investigativos e abordados de forma crítica.

Segundo Araújo (2009), isso significa “[...] fazê-lo de tal forma que ele promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte [...].”

A relação da MM sob a perspectiva da EMC estava presente principalmente nas discussões em grupo, em que os alunos fazem o uso da democracia, da criticidade, da autonomia e, na maioria das situações, transformando a sua realidade, pois, não lida com situações fictícias, muito menos com o paradigma do exercício proposto por Skovsmose (2001; 2008), em que destaca que nos cenários de investigação, não existe uma, e somente uma, resposta correta, pois todo o processo da escolha do tema, à pesquisa, e à coleta de dados fica a responsabilidade do aluno, contando sempre com a ajuda do professor.

Portanto, essa categoria priorizou as discussões relacionadas ao tema e demonstrou que foi possível identificar atividades que poderiam gerar um ou mais temas, escolhidos pelos alunos, que podem ser desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Assuntos que devem partir do interesse, curiosidade e preocupação dos estudantes em relação ao seu cotidiano ou da sua comunidade. Os temas podem ser variados, desde que envolvam fatos ou dados reais, incluindo temas não matemáticos, desenvolvidos por meio de investigação, podendo ser retirados de revistas, jornais, internet e especialistas. E podem estar relacionados a questões sociais, políticas, econômicas, culturais e ambientais, bem como temas que estimulam o debate.

Dessa forma, é possível estudar temas interdisciplinares e desenvolver atividades que surgem no dia a dia dos estudantes. Isso possibilita ir além do que está prescrito nos livros didáticos, oferecendo maior autonomia aos alunos. Ao investigarem as atividades selecionadas na coleção, eles podem discutir, debater, refletir, tomar decisões e, em alguns casos, agir, contribuindo para a melhoria da qualidade de vida dos alunos ou da comunidade.

Além disso, os fragmentos que apresentamos podem gerar oportunidades de investigação por meio da MM sob a perspectiva da EMC, nelas, os alunos podem buscar fatos ou dados reais que os auxiliem a resolver temas de caráter não matemáticos por meio de investigações.

6.2 Segunda Categoria: *Resolução das atividades*

A segunda Categoria, *Resolução das atividades*, surgiu a partir das quatro unidades de significado: U5 – *Potencial dos recursos tecnológicos*; U6 – *Conversas, debates ou discussões realizadas em grupos e o professor*; U7 – *Reflexões críticas em prol da resolução das atividades*; e U8 – *Atividades desenvolvidas em grupos*.

A resolução das atividades é uma das etapas fundamentais do processo de MM, logo, as atividades elaboradas com base nas informações coletadas determinarão os temas a serem abordados e as soluções serão resolvidas com base nessas informações. De acordo com o tema escolhido, é possível aprender matemática usando as informações, os dados, e as ideias do professor ou dos grupos de alunos. Este momento é de extrema importância, pois favorece o estudo dos conceitos matemáticos que ganham significado. Nesta etapa, é possível e viável criar modelos matemáticos que, apesar de serem simplificados, são momentos privilegiados e enriquecedores para a formação do pensamento matemático crítico. (Burak, 2004).

Ao analisar os estudos de Barbosa (2001a), foi possível notar a relevância dos recursos tecnológicos, uma vez que, os estudantes em grupos, podem buscar dados ou informações para a realização de suas pesquisas, que podem ser desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Análise da unidade U5 – *Potencial dos recursos tecnológicos*. Logo após as discussões relacionadas ao tema, conforme descrito na primeira categoria, partimos para a resolução das atividades.

Os seguintes fragmentos indicam que os estudantes podem explorar os recursos tecnológicos, que podem ser encontrados e retirados da internet, desafiando os alunos a investigá-los e resolvê-los. (Barbosa, 2004b). Para realizar essa tarefa, podem ser usados programas comuns de computador, como as tabelas e os gráficos.

Sendo assim, antes de discutirmos sobre como e quando ‘*utilizar uma planilha eletrônica*’, aconselhamos que os alunos, em grupos, realizem uma pesquisa sobre o fragmento L8.P95.A3.2: *história da informática e do armazenamento digital*²⁵. Dessa forma, os alunos perceberão que, em um passado recente, a informática não era tão sofisticada e acessível quanto é hoje, mas foi sendo amplamente difundida ao longo do tempo.

Dando sequência, é possível notar nos fragmentos a indicação de ‘*utilizar ou utilize uma planilha eletrônica*’, para organizar, registrar e apresentar os dados ou resultados de uma pesquisa realizada pelos alunos. Percebe-se que esses fragmentos apresentam potencial para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, uma vez que proporcionam maior autonomia aos alunos para realizarem suas pesquisas. É importante destacar que essas atividades devem ser desenvolvidas sempre com o auxílio do professor.

L6.P25.A8.5: *utilize uma planilha eletrônica* para a organização e a apresentação dos dados em tabelas.

L7.P27.A6.2: *utilizar uma planilha eletrônica* para fazer o novo gráfico.

L8.P36.A8.2: *Utilize tabelas e gráficos* para compor a atividade [...] aconselhe o uso da calculadora ou de *uma planilha eletrônica*.

L9.P191.A2.2: *registre* esses dados em *uma planilha eletrônica* e construa o gráfico de barras correspondente.

L8.P95.A3.2: *história da informática e do armazenamento digital*,

L9.P223.A1.2: discutam a importância da impressão 3D.

Nesse conjunto de fragmentos, as atividades da coleção investigada sugerem que os alunos possam ser conduzidos ao laboratório de informática da escola para desenvolver atividades que envolvam pesquisas, usando as tecnologias de informação e comunicação.

²⁵ Para saber mais sobre a História do Armazenamento Digital, acessar o site: pplware.sapo.pt. Disponível em: <https://pplware.sapo.pt/internet/a-historia-do-armazenamento-digital/>. Acesso em: 24 fev. 2024.

Os fragmentos a seguir, apontam que os alunos em grupo ‘*Registrem ou Utilizem*’ L6.P25.A8.5: *uma planilha eletrônica*; L7.P27.A6.2: *planilha eletrônica para fazer o novo gráfico*; L8.P36.A8.2: *tabelas e gráficos para compor [...] uma planilha eletrônica*; L9.P191.A2.2: *em uma planilha eletrônica construa o gráfico*. Esses fragmentos apresentam potencial, visto que a tecnologia é importante na educação, pois, auxilia os alunos a entenderem os cálculos matemáticos, potencializando-os na compreensão da Matemática.

Esses recursos tecnológicos podem ser aplicados tanto em pesquisas quanto na criação e elaboração de gráficos e tabelas, como na análise dos dados obtidos após a pesquisa. Os principais aplicativos são: a planilha eletrônica (Calc), do pacote de software livre BrOffice.org, que está disponível para uso nas escolas estaduais do Paraná, e é utilizada para a criação de tabelas e gráficos. Bem como a planilha eletrônica (Excel) é um software da Microsoft que permite criar, editar e gerenciar planilhas, tabelas e gráficos. Com isso, é relevante destacar que o tempo da aula não seja limitado a 45 a 50 minutos, e que a internet, e a tecnologia sejam utilizadas para discutir fatos ou dados reais, através de temas de caráter não matemáticos por meio de investigações nas aulas de Matemática. (Caldeira, 2015).

Além dos softwares educativos, há outros tipos que abrangem uma ampla dimensão do mundo da tecnologia. O Excel, por exemplo, é uma ferramenta da Microsoft Office, capaz de resolver problemas matemáticos por meio de uma planilha eletrônica como matrizes e análises estatísticas descritivas por meio de dados de posição (média, moda, mediano) e dispersão (desvio padrão e coeficiente de variação), ainda promovem a confecção de gráficos e tabelas das análises exploradas nessa ferramenta, como destacados nos fragmentos acima, que se evidenciam por apresentar relevante potencial da sociedade tecnológica, e boa parte dessa construção é feita por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Além disso, o fragmento L9.P223.A1.2: importância da *impressão 3D*. Nesse fragmento a expressão ‘*impressão 3D*’, ultrapassa os limites do uso de uma planilha eletrônica para a criação de tabelas e gráficos.

Portanto, a utilização de mídia tecnológica pode engajar os alunos, promover a compreensão e expandir suas habilidades ao desenvolver atividades escolhidas por eles ou pelo professor. Os alunos podem usar softwares e aplicativos para aprender Matemática de forma interativa. Essas ferramentas os ajudam a entender conceitos por meio da MM sob a perspectiva da EMC, de forma mais prática e a usá-las em situações reais. Como sugerido por D’Ambrosio (2005a), que aponta a literacia como a capacidade de processar informações escritas e faladas, incluindo leitura, escrita, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia e internet na vida cotidiana.

Análise da unidade U6 – *Conversas, debates ou discussões realizadas em grupos e o professor*. Para Skovsmose (2008, p. 10), “A inspiração teórica para a educação crítica vem de diferentes fontes. Mas especificamente, a noção de diálogo, como proposta por Paulo Freire, tornou-se importante na caracterização de processos educacionais que têm um objetivo emancipatório”. Seguindo essa concepção, uma educação crítica não pode ser construída somente por aulas ministradas pelo professor, elas devem se basear em conversas, debates ou discussões, para que a aprendizagem seja orientada pelas curiosidades, interesses e/ou preocupações dos alunos, ou grupos, contanto sempre com auxílio do professor.

Freire e Guimarães (1982) salientam que, em vez de se iniciar a aula de forma expositiva e tradicional, é possível propor um desafio ao grupo ou grupos de estudantes, iniciando com uma conversa com a sala de aula. A conversa começa sempre com uma tentativa de compreensão crítica da prática de cada um. É tentando compreender as necessidades e preocupações de cada aluno, dentro e fora da escola que se pode iniciar um diálogo. É por meio dessas conversas, debates ou discussões, que aparecem temas que são anotados e depois desenvolvidos, num movimento constante em torno de um objetivo relacionado à reflexão crítica, uma experiência realmente dialógica que pode ser desenvolvida entre todos os participantes do grupo, pensando nessa ruptura dos métodos tradicionais de ensinar Matemática.

Os fragmentos que serão apresentados a seguir enfatizam que a resolução das atividades deve ser desenvolvida em grupo, por meio de ‘*conversas, debates ou discussões com um/seus colega(s)*’. A intenção é auxiliar os estudantes a compreenderem melhor a aplicação da Matemática usada na sociedade. A MM sob a perspectiva da EMC, também conhecida como sociocrítica, enfatiza que a participação crítica dos estudantes na sociedade pode ser desenvolvida através do diálogo. (Barbosa, 2003).

L6.P14.A1.1: *Converse com um colega sobre o assunto.* [Faça no caderno um quadro com pelo menos 10 situações do cotidiano...]

L7.P97.A1.3: *Converse com seus colegas sobre o assunto.* [você tem algum equipamento no qual são utilizados pilhas e baterias?]

L8.P95.A4.1: *Converse com os componentes do seu grupo* [sobre outras unidades de medida que usam os prefixos - kilo, mega, giga ou tera? Sabem o que essas palavras significam?]

L8.P199.A3.1: *Converse com seus colegas.* [Elabore uma lista com 5 itens que você costuma consumir frequentemente; por exemplo, sucos, lanches, itens de higiene etc.]

L8.P131.A5.1: *Debata com seus colegas de classe a importância desse trabalho.* A que ele se destina? [IBGE é o órgão, no Brasil, responsável pela coleta, pelo tratamento e armazenamento dos dados relativos à população brasileira.]

L9.P254.A2.4: *debata com seus colegas* [sobre o sistema de franquias proposto pelas empresas]

L7.P225.A1.1: *Discuta com seus colegas* [qual a importância de se fazer medições precisas de tempo]

L8.P28.A3.1: *Discuta com seus colegas* [as aplicações financeiras, dinheiro extra, aumentar a produtividade de um negócio, completar o orçamento doméstico e comprar um objeto]

L9.P68.A1.2: *Discuta com seus colegas.* [qual é a importância de fazer uma pesquisa de preços antes de realizar uma compra?]

Esse conjunto de fragmentos apresenta propostas de organização dos alunos em grupos, com um ou mais colegas, para que as atividades sejam desenvolvidas por meio de ‘*conversas, debates e/ou discussões*’. Dessa forma, os alunos têm maior autonomia ao desenvolver as atividades, o que significa fugir dos métodos tradicionais de Ensino de Matemática.

Esses fragmentos partem da hipótese de que os alunos, reunidos em grupos incluam ‘*conversas, debates ou discussões*’, tais como os fragmentos L6.P14.A1.1: *Converse com um colega*; L8.P95.A4.1: *Converse com os componentes do seu grupo*; L8.P199.A3.1: *Converse com seus colegas.*; L8.P131.A5.1: *Debata com seus colegas de classe*; L9.P254.A2.4: *debata com seus colegas*; L7.P225.A1.1: *Discuta com seus colegas*; L9.P68.A1.2: *Discuta com seus colegas.*

Os fragmentos demonstram um alinhamento com as ideias apresentadas por Freire (1970) em relação ao diálogo, fundamentais para o pensamento crítico, ao mesmo tempo em que criam essa ideia. O que significa uma ruptura as baterias de exercícios pré-formulados, encontrados em grande quantidade nos quatro volumes de livros didáticos que estamos analisando. Dessa forma, é possível concluir que essa ruptura, proporciona ambientes que fornecem recursos para a realização de investigações. Uma forma de alcançar essa ruptura seria expor ou provocar ‘*conversas, debates e/ou discussões*’ entre os estudantes ou grupos, sem elas, não há educação real, ‘educação crítica’. (Skovsmose, 2000, 2008).

O mesmo acontece nos próximos fragmentos, entretanto, as ‘*conversas, debates e/ou discussões*’, devem contar ‘*com o auxílio do professor*’. Sendo eles:

L6.P276.A2.2: *Dialogue com seus colegas e com o professor.* [sobre o Código de Trânsito Brasileiro]

L7.P97.A2.3: *Converse com seus colegas e professor* [juntos, elaborem uma campanha para mobilizar a comunidade escolar e a do bairro onde mora sobre a importância do descarte correto desses componentes.]

L7.P277.A1.1: *Discuta com os colegas e com o professor* [a importância de respeitar os diferentes costumes das pessoas, tanto no convívio familiar ou social]

L8.P277.A2.2: *Converse com seus colegas e com o professor.* [Você se considera uma pessoa tolerante?]

L9.P175.A1.1: *converse com os colegas e o professor* [sobre inflação e IPCA]

L9.P191.A2.3: *Converse com seu professor e seus responsáveis* [Faça uma pesquisa no quarteirão em que você mora (de casa em casa), perguntando a quantidade de moradores de cada casa]

Nos fragmentos anteriores, as ‘*conversas, debates e/ou discussões*’, que são realizadas com os colegas ou grupos, em conjunto, devem ser conduzidas com a ajuda ou auxílio do

‘professor’. Como se pode observar nos fragmentos L6.P276.A2.2: *Dialogue com seus colegas e com o professor.*; L7.P97.A2.3: *Converse com seus colegas e professor*; L7.P277.A1.1: *Discuta com os colegas e com o professor*; L8.P277.A2.2: *Converse com seus colegas e com o professor.*; L9.P191.A2: *Converse com seu professor e seus responsáveis*. Esses fragmentos, além de estabelecerem ‘*conversas, debates e/ou discussões*’, entre os colegas de classe reunidos em grupos, têm como aprendizado a resolução das atividades propostas pelos alunos ou professores, por meio de temas escolhidos por eles.

Portanto, esses dois blocos de fragmentos que enfatizam a resolução das atividades por meio de ‘*conversas, debates e/ou discussões*’, podem, em certas ocasiões, contar com a ajuda do ‘professor’. Isso está de acordo com o que Skovsmose (2008) questiona, mas e se um estudante ou professor decidir levantar um debate ou tema sobre o que está sendo estudado no livro didático? Desse modo, o que acabamos de verificar, seria visto ou entendido como uma ruptura com os métodos tradicionais de ensinar Matemática, e podem ser desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Na unidade U7 – *Reflexões críticas em prol da resolução das atividades*, o conjunto de fragmentos a seguir se destaca pelas características de como a MM é vista na perspectiva da EMC, e como é possível ir além do que é ensinado nos livros didáticos. Pesquisar sobre temas importantes para pensar e encontrar informações matemáticas que auxiliem nessas reflexões críticas em prol da resolução das atividades. Então, ao estudar a Matemática em ação, percebemos a necessidade de abordar a racionalidade Matemática de forma crítica. Com isso, a condição de disciplina pura perde significado, pois matemática em ação significa ação, e como qualquer outra forma de ação, requer reflexão. Por isso, é importante pensar em coisas que fazemos todos os dias, pois a vida diária exige decisões, ações e reflexões. (Skovsmose, 2014).

L6.P28.A2.4: O que você acha a respeito do *consumo de energia elétrica em sua casa*?

L6.P75.A1.1: Pensando nos *direitos descritos no ECA*, você acredita que seus direitos são respeitados?

L6.P170.A4.1: Sua família costuma *elaborar lista de compras*? [O que você acha desse procedimento?]

L6.P199.A4.1: Para você, é importante evitar o *desperdício de alimentos*? Por quê?

L7.P97.A1.1: Você tem algum *equipamento no qual são utilizadas pilhas ou baterias*?

L7.P199.A3.1: Você conhece outros *direitos dos idosos*? Se sim, quais?

L7.P257.A3.1: A porcentagem é importante em uma boa *organização financeira*?

L8.P12.A2.2: Qual é a *diferença entre comprar algo à vista e comprar a prazo*?

L8.P199.A1.1: A escola pode contribuir muito para a conscientização do *consumo responsável e sustentável*. [...] concorda com essa afirmação?

L8.P277.A4.1: No estado onde mora, *as pessoas são tolerantes e respeitam a diversidade nele existente*?

L9.P68.A1.1: Na sua opinião, qual é a *importância de fazer uma pesquisa de preços antes de realizar uma compra*?

L9.P277.A1.1: *Você concorda com a afirmação da ANEEL de que “com as bandeiras, a conta de luz ficou mais transparente e o consumidor tem a melhor informação, para usar a energia elétrica de forma mais eficiente, sem desperdícios”?*

Nesse bloco, os fragmentos são propostos de forma a envolver os estudantes na resolução das atividades. Com eles, os alunos podem levantar temas ou questões para realizar investigações, despertando o conhecimento crítico por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Assim, os fragmentos L6.P28.A2.4: *consumo de energia elétrica em sua casa?*; L6.P75.A1.1: *direitos descritos no ECA*; L6.P170.A4.1: *elaborar lista de compras?*; L6.P199.A4.1: *desperdício de alimentos?*; L7.P97.A1.1: *equipamento no qual são utilizadas pilhas ou baterias?*; L7.P199.A3.1: *direitos dos idosos?*; L7.P257.A3.1: *uma boa organização financeira?*; L8.P12.A2.2: *diferença entre comprar algo à vista e comprar a prazo?*; L8.P199.A1.1: *conscientização do consumo responsável e sustentável*; L8.P277.A4.1: *as pessoas são tolerantes*; L9.P68.A1.1: *a importância de fazer uma pesquisa de preços antes de realizar uma compra?*; L9.P277.A1.1: *Você concorda com a afirmação da ANEEL*.

Os fragmentos em questão sugerem a reflexão crítica dos estudantes, quando são convidados a resolverem as atividades, uma vez que a Matemática é indispensável para formular, aprofundar e detalhar uma variedade de ideias de ordem econômica, política e social. Dessa forma, pode ser usada como uma ferramenta para incentivar os alunos a pensarem de forma crítica na resolução das atividades.

Todos os fragmentos acima, bem como outros que não foram citados, proporcionam momentos de reflexão sobre o dia a dia dos alunos, o que os torna um Cenário para investigação, nos quais são desafiados a questionar fatos ou dados reais, com temas de caráter não matemáticos, através de investigação, por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Barbosa (2007) aponta que essas questões matemáticas não possuem regras pré-definidas, o que torna a resolução das atividades mais aberta, logo, incentiva as conversas, debates e/ou discussões entre os alunos nesse processo de reflexão, levando em consideração os fatores sociais dos alunos ou da sua comunidade.

Portanto a reflexão é de fundamental importância para a educação, tudo o que pode ser ensinado e aprendido pode ser discutido. O professor precisa se preocupar como os alunos estão realizando as atividades, de tal modo que a reflexão pode tornar-se uma expressão de preocupações, no qual parte de atividades cotidianas. Sendo assim, a reflexão é uma ideia que não se deixa levar por definições simplistas, mas é necessário realizar esforços para entender algumas preocupações. Logo, sua proposta é de “[...] possibilitar aos alunos vivenciarem uma situação em que a Matemática é acionada e, depois, refletir sobre a experiência. Procurar criar

situações em que os alunos fossem confrontados com questões [...] para tirar conclusões” (Skovsmose, 2014, p. 93).

Partimos para a análise da unidade U8 – *Atividades desenvolvidas em grupos*, que serão apresentados a seguir enfatizando que as atividades podem ser desenvolvidas em grupos, juntamente com os alunos e o professor.

Como é possível notar nos fragmentos ‘*Reúna-se com seus colegas; Junte-se em grupo; Crie um grupo com seus amigos; e Junte com seus colegas e professor*. Sendo assim, com base no conhecimento que cada aluno ou grupo tem sobre determinado assunto, é possível gerar temas para serem investigados por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Dessa forma, os estudantes têm mais autonomia para resolver as atividades, pois elas tornam-se mais dinâmicas, vivas e, conseqüentemente, mais relevantes quando são realizadas em grupo. De acordo com Skovsmose (2008), uma das formas de atingir essas práticas é expor ou provocar um debate com a classe, de modo que os estudantes possam se organizar em grupos.

L6.P199.A5.1: *Reúna-se com 3 colegas* [e, juntos, elaborem uma lista de propostas que poderiam minimizar o problema de desperdício [...]]

L6.P246.A1.2: *Reúna-se com os colegas* [para discutir por que é tão importante evitar o desmatamento das florestas.]

L6.P273.A1.1: *Reúna-se com seus colegas* [e escolham um tema que seja de interesse comum do grupo e importante para a sociedade, ...]

L6.P276.A3.1: *Reúna-se com dois colegas*, [e juntos, pesquisem os direitos e os deveres dos motoristas e pedestres;]

L7.P199.A5.1: *Reúna-se com um colega* [e, juntos, criem uma cartilha com informações que ajudem a sensibilizar a população sobre a importância de respeitar os direitos dos idosos.]

L9.P116.A3.1: *Reúna-se com três colegas* [e, juntos, pesquisem informações sobre os temas contemporâneos descritos na BNCC.]

L6.P167.A2.1: *Junte-se em grupo*, [e pesquisem, em seu município e em mais três municípios vizinhos, a proporção entre homens e mulheres ocupando o cargo de vereador em cada município.]

L6.P277.A6.1: *Em grupo*, [façam uma pesquisa para identificar os maiores problemas de trânsito existentes em sua cidade]

L8.P95.A5.1: *Em grupo*, concebam um aplicativo

L7.P73.A2.1: *Com um colega*, [pesquise sobre esse assunto: desperdício no transporte e na distribuição.]

L7.P97.A3.1: *Crie um grupo com seus amigos* e, utilizando materiais de descarte, criem uma obra artística e a exponha para a classe.

L7.P240.A1.1: *Com os colegas*, [elabore uma lista de perguntas que podem ser feitas no momento da compra de algum produto para ajudá-los a consumir de maneira consciente.]

L9.P277.A3.1: *Juntamente com seus colegas e professor*, [elabore um plano de ações que possa efetivar algumas das sugestões apresentadas pela turma]

O conjunto de fragmentos mencionados baseia-se na concepção de que os alunos ‘*Reúna-se com o colega ou colegas*’ para resolverem as atividades. Como podemos perceber nos seguintes fragmentos L6.P199.A5.1: *Reúna-se com 3 colegas*; L6.P246.A1.2: *Reúna-se com os colegas*; L6.P273.A1.1: *Reúna-se com seus colegas*; L6.P276.A3.1: *Reúna-se com dois*

colegas; L7.P199.A5.1: Reúna-se com um colega; L9.P116.A3.1: Reúna-se com três colegas. Como ressalta Burak (2004), o trabalho com Modelagem é baseado no interesse do grupo ou grupos em realizar as atividades de acordo com o tema ou temas escolhidos pelos alunos provenientes de seus interesses ou curiosidades, desde que os temas sejam desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Os outros fragmentos do bloco também apresentam as mesmas características, uma vez que os alunos em grupos podem desenvolver as atividades sobre a ideia de que os alunos ‘*Junte-se ou criem grupos com os colegas*’ e estejam dispostos a resolver as atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Assim como os fragmentos L6.P167.A2.1: *Junte-se em grupo*; L6.P277.A6.1: *Em grupo*; L8.P95.A5.1: *Em grupo*; L7.P73.A2.1: *Com um colega*; L7.P97.A3.1: *Crie um grupo com seus amigos*; L7.P240.A1.1: *Com os colegas*; L9.P277.A3.1: *Juntamente com seus colegas e professor.*

Nesses dois blocos de fragmento destaca-se por seu potencial seguir a concepção de Burak (2005b), no qual é importante ressaltar que, no trabalho em grupo, as dificuldades são discutidas com o professor, os encaminhamentos decididos entre os vários membros do grupo ajudam a superar as dificuldades encontradas, o que contribui para a percepção de uma nova postura na prática educativa. Esses vários papéis atribuídos à Matemática sob uma perspectiva crítica, mostra a sua importância nas várias atividades da vida cotidiana do ser humano. O autor também assegura que, partilhar o interesse do grupo ou grupos representa compartilhar o processo de ensino. O processo de ensino tem consequências para o processo de aprendizagem e revela uma nova postura do professor quando estimula a curiosidade ou preocupações dos grupos envolvidos, ao trabalhar com algo que eles apreciam e demonstram interesse, percebe-se um maior engajamento e atitudes mais positivas para lidar com possíveis obstáculos surgidos durante a resolução das atividades, aumentando significativamente as conexões emocionais entre professor/aluno e aluno/aluno.

E oferece uma maior interação durante o processo de ensino e aprendizagem, processo que se baseia no interesse do grupo ou grupos, uma vez que eles trabalham com aquilo que gostam; aquilo que tem significado para eles e, conseqüentemente, tornam-se responsáveis pelo processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, esses fatores estão de acordo com o que Skovsmose (2008) afirma, que o Cenário para investigação é um lugar onde os alunos podem formular perguntas e buscar explicações. Assim, os estudantes participam ativamente da exploração. Quando os alunos exploram e explicam, eles criam um novo ambiente de aprendizagem. Sendo assim, os alunos são os responsáveis pela investigação.

Foi possível notar, nesta categoria, que os recursos tecnológicos, tais como os programas de computadores e as planilhas eletrônicas, permitem a criação de gráficos e tabelas. Dessa forma, são opções para a resolver as atividades, pois auxiliam no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Nessa ideia, é importante que o grupo ou grupos estejam comprometidos em desenvolver as atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC, proporcionando assim, um aprendizado mais dinâmico, real e significativo. E devem basear-se em conversas, debates ou discussões em grupo, sempre contando com o auxílio do professor. Dessa forma, os alunos têm maior autonomia na resolução das atividades, uma vez que torna-se mais dinâmico, vivo e conseqüentemente mais significativo, pois, foge dos métodos tradicionais de ensinar Matemática. Uma das maneiras de atingir essa prática é por meio de uma exposição ou provocar um debate com a classe, de forma que os estudantes possam ser organizar em grupos. Isso torna possível que sejam criadas relações matemáticas, compreendidas e interpretadas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Além disso, os fragmentos selecionados e retirados das atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos investigados com potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. Isso torna possível que alunos e professores tomem decisões e, em determinados momentos, realizem ações, durante o processo de resolução das atividades, o que aumenta a autonomia dos alunos, tornando-os capazes e responsáveis por mudanças na sociedade.

6.3 Terceira Categoria: *Validação e Socialização das atividades*

A terceira Categoria, *Validação e Socialização das atividades*, surgiram a partir de duas unidades de significado: U9 – *Validação das soluções ou resultados encontrados pelos alunos ou grupos*; e U10 – *Socialização e/ou divulgação dos resultados ou soluções das atividades*.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), afirmam que, em geral, os problemas apresentados nas escolas não são validados porque têm pouco a ver com a realidade. Muitos problemas, na verdade, não se relacionam com o nosso cotidiano, ou seja, os livros didáticos ou o professor fornecem a equação e os estudantes a resolvem, isto é, estão acostumados a tratar os problemas como exercícios de reconhecimento, repetição, algoritmo e, eventualmente, problemas de aplicação. No entanto, a MM permite que o aluno, ao utilizar os resultados matemáticos relacionados a uma situação real para decidir o que fazer. Trabalha-se não só com problemas

matemáticos, mas com Modelagem, no qual o aluno é o sujeito do processo cognitivo, assim, o conteúdo matemático é importante nos processos decisórios em sociedade.

Na sequência, analisamos a unidade U9 – *Validação das soluções ou resultados encontrados pelos alunos ou grupos*, após a escolha do tema e a resolução das atividades, conforme descrito na primeira e segunda categoria, partimos para a validação e socialização das atividades selecionadas nos quatro volumes da coleção investigada.

Burak (1992, p. 65), explica que validar é verificar se a formulação, as equações ou outras relações matemáticas estão adequadas para a situação inicial. A matemática utilizada no modelo deve ser consistente e obedecer às regras da Matemática. Se um modelo for válido, pode ser uma análise para determinar se o modelo é adequado para o problema. Isso quer dizer que um problema pode ter soluções diferentes, em tempos diferentes, dependendo dos critérios do modelador ou do solucionador. A validação é importante porque o modelo é preditivo ou de decisão. O modelo pode ser usado em muitas situações parecidas. Em alguns casos, é necessária uma análise mais aprofundada das variáveis selecionadas. Essa reorientação gerará um novo modelo, que será submetido novamente à etapa de validação. (Burak, 1992, p. 181).

Com isso, os fragmentos apresentados enfatizam que as atividades podem ser analisadas e validadas de acordo com os dados obtidos pelos alunos ou grupos sob uma perspectiva crítica, conforme a nossa proposta de pesquisa. A intenção foi analisar e validar as atividades que apresentam potencial por meio da MM sob a perspectiva da EMC, de modo a estabelecer conexões com fatos ou dados reais, incluindo temas de caráter não matemáticos, desenvolvidos por meio de investigação.

L6.P25.A8.3: Ao final, *escreva sua conclusão* sobre a preferência da prática de esporte da sua classe.

L6.P65.A2.1: *Estime o valor da compra dos produtos* listados para, depois, verificar como foi sua estimativa.

L6.P65.A2.2: *Anote o valor pago em cada produto* para que, a cada compra, sua previsão de gastos seja mais próxima do gasto real.

L6.P170.A4.2: *O que você acha desse procedimento?* [Sua família costuma elaborar lista de compras?]

L6.P199.A5.2: [...] *elaborem uma lista de propostas* que poderiam minimizar o problema de desperdício

L6.P199.A5.3: *criem estratégias que permitam a efetivação das propostas* elaboradas pela turma.

L8.P20.A1.2: *algumas ações que podem ser adotadas* no dia a dia que evitam desperdício.

L8.P131.A6.2: *Destaque pontos como adequação aos dados*, facilidade de leitura, de comparação etc.

L8.P199.A3.4: *a diferença entre o maior e o menor valor encontrados* para o mesmo produto

L8.P199.A3.5: *descubra quanto você economizaria* se adquirisse esse produto no local onde se aplica o menor valor.

L8.P199.A3.7: [...] *descubram quanto a sala toda economizaria* se adotasse o hábito de pesquisar os preços para descobrir o local com a melhor oferta.

L8.P225.A1.8: *Não esqueçam de colocar a conclusão* de sua pesquisa
L9.P34.A1.4: *Compare os resultados e avalie a diferença entre os valores.*
L9.P155.A1.1: *Se a estimativa do IBGE se confirmar, qual será o perfil dos brasileiros a partir de 2050?*
L9.P234.A2.1: *Qual foi a região que teve a menor produção* de grãos estimada por essa pesquisa?
L9.P254.A2.2: [...] *comparação com outros países do mundo.* [Pesquise a qualidade de conexão à internet no Brasil...]
L9.P254.A2.5: *os possíveis efeitos desse tipo de cobrança.* [qualidade de conexão à internet no Brasil em comparação com outros países do mundo.]
L9.P259.A3.1: Dos alunos que frequentam o 9º ano do Ensino Fundamental pesquisados, *qual foi o local mais frequente em que adquiriram bebidas alcoólicas?*
L9.P259.A4.1: *As alunas pesquisadas* tiveram um consumo maior com amigos ou em mercado, loja, bar ou supermercado?
L9.P259.A4.2: *Com os pesquisados do sexo masculino,* o resultado foi o mesmo?
L9.P277.A2.1: *Em sua opinião, quais ações poderiam ser realizadas* para que, de fato, as pessoas passassem a utilizar de forma mais eficiente, sem desperdícios a energia elétrica?

É possível notar nesse bloco de fragmentos que os alunos são desafiados a ‘*escrever, estimar, anotar, elaborar, criar, destacar, diferenciar, comparar e opinar, sobre os seus procedimentos ou conclusões*’. Dessa forma é possível validar os resultados ou as soluções das atividades, como demonstrado nos seguintes fragmentos L6.P25.A8.3: *escreva sua conclusão*; L6.P65.A2.1: *Estime o valor da compra dos produtos*; L6.P65.A2.2: *Anote o valor pago em cada produto*; L6.P170.A4.2: *O que você acha desse procedimento?*; L6.P199.A5.2: [...] *elaborem uma lista de propostas*; L6.P199.A5.3: *criem estratégias que permitam a efetivação das propostas*; L8.P20.A1.2: *algumas ações que podem ser adotadas*; L8.P131.A6.2: *Destaque pontos como adequação aos dados*; L8.P199.A3.4: *a diferença entre o maior e o menor valor encontrados*; L8.P199.A3.5: *descubra quanto você economizaria*; L8.P199.A3.7: [...] *descubram quanto a sala toda economizaria*; L8.P225.A1.8: *Não esqueçam de colocar a conclusão*; L9.P34.A1.4: *Compare os resultados e avalie a diferença entre os valores*; L9.P155.A1.1: *Se a estimativa do IBGE se confirmar*; L9.P234.A2.1: *Qual foi a região que teve a menor produção*; L9.P254.A2.2: [...] *comparação com outros países do mundo*; L9.P254.A2.5: *os possíveis efeitos desse tipo de cobrança*; L9.P259.A3.1: *qual foi o local mais frequente em que adquiriram bebidas alcoólicas?*; L9.P259.A4.1: *As alunas pesquisadas*; L9.P259.A4.2: *Com os pesquisados do sexo masculino*; L9.P277.A2.1: *Em sua opinião, quais ações poderiam ser realizadas*.

De acordo com Burak (2010), a validação oferece a possibilidade de analisar e discutir a solução ou as soluções encontradas. Neste momento, analisamos as hipóteses apresentadas nos problemas. É possível estudar os aspectos matemáticos e não matemáticos relacionados ao tema em questão, de forma a avaliar a coerência e a consistência lógica das soluções encontradas. O autor destaca ainda ser uma etapa em que se discute com o grupo ou grupos os

cuidados com a linguagem, com as restrições que se fazem necessárias em muitas ocasiões. É nesse momento em que se fazem algumas justificativas, alguns procedimentos mais particulares. Também é um momento propício para se mostrar e, comentar as soluções empíricas e as mais formais, pois, muitas vezes, nessa fase de escolaridade se parte do empírico para o formal. Mostra-se a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimentos, enfim é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões.

Dessa forma, discutir as ações que surgem de uma constatação matemática ou não que resultou em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações e as repercussões em diversos níveis como familiar, comunitário e as relações possíveis sob diversos enfoques, são pontos de destaque para serem desenvolvidos por meio da MM sob a perspectiva da EMC. No espaço educativo essas situações devem merecer atenção, principalmente dos estudantes da Educação Básica.

Para Caldeira e Meyer (2001, p. 162), “[...] além da avaliação do resultado matemático para o problema estudado, faz-se necessária uma avaliação crítica da adequação dessa solução como resposta aos enseios da comunidade: seus problemas, sua vida, sua qualidade de vida, o seu ambiente”.

Portanto, o ambiente de aprendizagem de MM, baseado na validação dos resultados ou soluções, procura estabelecer relações interdisciplinares com outras áreas e com o dia a dia dos alunos. Dessa forma, chegamos à conclusão de que o desenvolvimento das atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC não é tão simples, uma vez que requer uma análise mais detalhada dos materiais didáticos, como as atividades que são criadas por autores de livros didáticos, consideradas como prontas e acabadas, cabendo ao professor verificar se estão corretas ou não. É nesse momento que é possível analisar com mais cuidado as atividades que podem ser desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. E se não for validado, é necessário um novo desenvolvimento para que seja validado.

Passamos à análise da unidade U10 – *Socialização e/ou divulgação dos resultados ou soluções das atividades*, no qual tem potencial para contribuir no desenvolvimento dos alunos na autonomia e no espírito crítico. Burak (2010, p. 25), afirma que é “uma etapa da formação em que a busca dos resultados seja com base em procedimentos e encaminhamentos que favoreçam e incentivem no estudante o pensar, o conjecturar, o experimentar e o refletir e mesmo ao errar”.

Os fragmentos que seguem se destacam pela possibilidade de serem socializados e/ou divulgados em sala de aula, na escola ou na comunidade. Assim como os fragmentos

‘*escreva(m), produza(m), redija(m), elabore(m) e/ou apresente(m), um relatório ou texto*’ que apresentam os resultados e/ou conclusões para a classe, na escola ou comunidade.

L6.P65.A3.1: *Escreva um texto para explicar.* [O que você aprendeu com essa atividade?]

L6.P117.A5.4: *Produzam um pequeno texto explicando* o motivo de terem escolhido o assunto a ser pesquisado, uma tabela com os dados coletados e o pictograma montado a partir desses dados.

L6.P217.A2.3: *redija um texto* sobre ele. [um bioma]

L7.P73.A2.3: *elabore um texto para apresentar as informações* que vocês descobrirem. [desperdício no transporte e na distribuição.]

L9.P193.A9.4: *Elaborem um pequeno texto explicando* as estratégias que vocês utilizaram para realizar a pesquisa. [tema de interesse de vocês]

L9.P223.A1.3: *Elabore um pequeno texto sobre as conclusões* de vocês.

L8.P225.A1.4: *escrevam um relatório com os resultados*, organizando-os em tabelas, gráficos de colunas de barras e gráficos de setores. [Escolham um objetivo, definam a população, a amostra e a variável.]

L8.P225.A1.7: *escrevam um relatório com os resultados*, organizando-os em tabelas, gráficos de colunas ou de barras e gráfico de setores. [Escolham um objetivo, definam a população, a amostra e a variável.]

L7.P253.A5.4: *apresentem um relatório* escrito, contendo tabelas e gráficos que ilustrem os resultados obtidos. [tema relevante para a comunidade escolar.]

L7.P249.A1.3: *apresente alguns hábitos* que ajudarão nessa redução de consumo.

L8.P95.A5.2: [...] *concebam um aplicativo e o apresentem* para a sala de aula. [Em grupo, concebam um aplicativo]

No conjunto de fragmentos mencionados, os trechos em itálico, acompanhados de um complemento entre colchete, visam compreender o contexto das atividades, são formas que os alunos têm de socializar e/ou divulgar os resultados das atividades, como ‘*escreva(m), produza(m), redija(m), elabore(m) e apresente(m), um relatório ou texto*’. Tais como destacam os seguintes fragmentos L6.P65.A3.1: *Escreva um texto para explicar.*; L6.P117.A5.4: *Produzam um pequeno texto explicando [...]*; L6.P217.A2.3: *redija um texto*; L7.P73.A2.3: *elabore um texto para apresentar as informações*; L9.P193.A9.4: *Elaborem um pequeno texto explicando*; L9.P223.A1.3: *Elabore um pequeno texto sobre as conclusões de vocês.* L8.P225.A1.4: *escrevam um relatório com os resultados*; L8.P225.A1.7: *escrevam um relatório com os resultados*; L7.P253.A5.4: *apresentem um relatório escrito*; L7.P249.A1.3: *apresente alguns hábitos*; L8.P95.A5.2: [...] *concebam um aplicativo e o apresentem para a sala de aula.*

Isso confere um significado maior ao contexto em questão, permitindo e favorecendo o estabelecimento de relações. Ainda há a possibilidade de uma dinâmica mais intensa no ensino, devido à ação e ao envolvimento do grupo na perspectiva da busca do conhecimento e da socialização desse conhecimento dentro do grupo. (Burak, 2005b).

Assim como os fragmentos ‘*elaborem(m), divulgue(m) e crie(m), uma cartilha ou material*’ de divulgação para a comunidade escolar, no bairro onde mora ou cidade.

L6.P75.A4.2: *Elabore uma campanha, um material de divulgação ou uma atividade para divulgar os direitos e deveres da criança e do adolescente.*

L6.P277.A6.4: *elaborem uma campanha de conscientização que ajude a diminuir esses problemas.*

L6.P277.A6.6: [...] *divulguem a campanha no bairro ou na cidade.*

L7.P97.A2.4: [...] *elaborem uma campanha para mobilizar a comunidade escolar e a do bairro onde mora sobre a importância do descarte correto desses componentes.*

L7.P199.A5.2: [...] *criem uma cartilha com informações que ajudem a sensibilizar a população sobre a importância de respeitar os direitos dos idosos.*

Esse conjunto de fragmentos apresenta a possibilidades de que os alunos socializem e/ou divulguem os resultados das atividades, como ‘*elaborem(m), divulgue(m) e crie(m), uma cartilha ou material*’ de divulgação para a comunidade escolar, no bairro onde mora ou cidade. Como pode ser observado nos fragmentos L6.P75.A4.2: *Elabore uma campanha, um material de divulgação ou uma atividade para divulgar*; L6.P277.A6.4: *elaborem uma campanha de conscientização*; L6.P277.A6.6: [...] *divulguem a campanha no bairro ou na cidade.*; L7.P97.A2.4: [...] *elaborem uma campanha para mobilizar a comunidade escolar e a do bairro onde mora*; L7.P199.A5.2: [...] *criem uma cartilha* [...].

Do mesmo modo, os fragmentos possibilitam que ‘*socialize(m) e/ou compartilhe(m), os dados e/ou resultados da pesquisa*’ com a turma, amigos, colegas e com o professor.

L6.P273.A2.1: *Socializem o resultado da pesquisa* (final do fluxograma) da maneira que julgarem mais oportuna (peça de teatro, música, campanha publicitária, relatório escrito etc.).

L6.P277.A6.5: *Socializem os dados obtidos com a turma*

L6.P273.A3.1: É interessante que *compartilhem as experiências com a turma*. [O grupo deve revisar os procedimentos adotados destacando o que poderia ser melhorado e o que deu certo.]

L7.P123.A2.3: *compartilhe com os amigos* as vantagens de compra que você encontrou.

L7.P277.A3.4: *compartilhe os dados com a turma*. [informações sobre a quantidade de homens e mulheres, ou outros dados que julgue interessante.]

L8.P199.A3.6: *Compartilhe suas descobertas* com os colegas e com o professor

L6.P276.A3.3: *apresentar os dados coletados*.

Nesse conjunto de fragmentos, os trechos em itálico, em um dos casos, seguido de um complemento entre colchete que visa compreender o contexto das atividades, possibilitando que os alunos socializem e/ou divulguem os resultados das atividades, como *socialize(m) e/ou compartilhe(m), os dados e/ou resultados da pesquisa*’ com a turma, amigos, colegas e com o professor. Como pode ser observado nos fragmentos L6.P273.A2.1: *Socializem o resultado da pesquisa*; L6.P277.A6.5: *Socializem os dados obtidos com a turma*; L6.P273.A3.1: [...] *compartilhem as experiências com a turma.*; L7.P123.A2.3: *compartilhe com os amigos*; L7.P277.A3.4: *compartilhe os dados com a turma.*; L8.P199.A3.6: *Compartilhe suas descobertas com os colegas e com o professor*; L6.P276.A3.3: *apresentar os dados coletados*.

Além das possibilidades descritas acima, no seguinte fragmento, os alunos ou grupos podem desenvolver mais ações, o que requer que eles ‘*elabore um plano de ações*’ para apresentar à turma, à escola ou à comunidade.

L9.P277.A3.2: *elabore um plano de ações* que possa efetivar algumas das sugestões apresentadas pela turma.

Esse fragmento possibilita que os alunos socializem e/ou divulguem os resultados, ‘*elabore um plano de ações*’ que possam ser apresentados à turma, escola ou comunidade. Como pode ser observado no fragmento L9.P277.A3.2: *elabore um plano de ações*. No qual aparece a palavra ‘*plano de ação*’, em que ela vai além das definições anteriores, que se limitam a ‘*socializar e/ou compartilhar os dados e/ou resultados da pesquisa*’ com a turma, amigos, colegas e professor.

Portanto, os estudantes assumem a responsabilidade de elaborar um plano de ação que pode ser desenvolvido na sala de aula, na escola ou na comunidade. Assim, os alunos ou grupos terão mais autonomia para socializar e/ou divulgar as soluções ou resultados das atividades desenvolvidas por eles. É importante lembrar que, para ser considerada uma atividade com potencial, deve-se desenvolver a MM sob a perspectiva da EMC.

Ao finalizarmos esta categoria, percebemos que, sob um olhar crítico, é possível validar e socializar as soluções ou resultados das atividades. Dessa forma, foi possível notar que os fragmentos, ou seja, as atividades selecionadas e ajustadas criticamente nos quatro volumes de livros didáticos, têm potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A motivação para analisar as atividades da coleção investigada surgiu da experiência de mais de vinte anos lecionando Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Ao folhear as páginas dos livros didáticos que utilizo em sala de aula, percebi que muitas das atividades permanecem inalteradas desde o tempo em que estudei no ginásio²⁶, quando os professores seguiam um currículo rígido e os exercícios eram abordados de maneira a obedecer regras. Como afirma Skovsmose (2014, p. 18), “Observe o estilo da redação das questões: ‘Simplifique a expressão...!’, ‘Resolva a equação...!’, ‘Encontre o x tal que...’, ‘Calcule quanto Pedro economizaria se...!’.” Exercícios que frequentemente levam à repetição e à memorização, com o professor assumindo a responsabilidade de verificar se os alunos acertaram ou não as respostas.

Foi por meio do mestrado que vi a possibilidade de realizar uma pesquisa na área da Educação Matemática, utilizando a Modelagem Matemática sob a perspectiva crítica. O objetivo geral da pesquisa foi analisar as atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da Modelagem Matemática (MM) sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica (EMC).

Para atingir esse objetivo, foi realizada a leitura de todas as 2.874 atividades contidas nos quatro volumes da coleção de livros didáticos *A conquista da matemática*, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci (2018), referente ao quadriênio de 2020 a 2023. Dentre essas atividades, foram selecionadas 161 atividades que apresentam potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC. De acordo com nosso critério, para que uma atividade seja considerada com tendo potencial, é necessário que apresente fatos ou dados reais, aborde temas de caráter não matemático quanto matemático e seja desenvolvida por meio de investigação.

Skovsmose (2000), sustenta que os livros didáticos de Matemática refletem as condições tradicionais de ensino, uma vez que os exercícios são elaborados por especialistas que não estão presentes na sala de aula. Portanto, é essencial incluir situações investigativas nas discussões em sala, alinhadas à EMC. O autor sugere a criação de seis ambientes de aprendizagem, no qual, apenas o ambiente de aprendizagem do tipo (6) é aplicável à nossa pesquisa, pois envolve

²⁶ Segundo o Dicionário informal, Ginásio é o lugar destinado ao Ensino Fundamental. Disponível em: <https://www.dicionarioinformal.com.br/diferenca-entre/col%C3%A9gio/gin%C3%A1sio/>. Acesso em: 09 nov. 2024.

atividades que fazem referência à realidade e permitem ser desenvolvidas de forma aberta, a partir de situações da vida real dos alunos, possibilitando investigação. Além disso, as atividades devem oferecer autonomia aos estudantes, conforme exemplificado nos casos 2 e 3 sugeridos por Barbosa (2004a).

Compreendemos que as atividades selecionadas têm potencial para serem desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC, se concentra no desenvolvimento da *materacia*, proposta por D'Ambrosio, que visa não apenas desenvolver habilidades matemáticas, mas também incentivar a participação crítica dos alunos/cidadãos na sociedade, discutindo questões sociais, políticas, econômicas e ambientais, dentre outras que estimulam o debate.

As atividades selecionadas nos quatro volumes de livros didáticos compõem nosso *corpus* de pesquisa, que foi desconstruído, fragmentado e codificado. Dessa forma, surgiram unidades de significado, que foram organizadas em categorias. Como resultado, três categorias foram construídas: Categoria I - *Discussões relacionadas ao tema*; Categoria II - *Resolução das atividades*; e Categoria III - *Validação e Socialização das atividades*.

Na primeira categoria, *Discussões relacionadas ao tema*, os temas abordados podem ser retirados dos livros didáticos de Matemática, bem como de revistas, jornais, internet e especialistas, devendo despertar o interesse, a curiosidade e a preocupação dos estudantes em relação ao seu dia a dia e de sua comunidade. A sala de aula se torna um espaço aberto e propício para conversas e discussões democráticas, contribuindo para que os alunos se tornem mais autônomos, capazes de discutir, refletir, tomar decisões, e em certas ocasiões, agir para melhorar sua vida ou as de sua comunidade. Além disso, os fragmentos apresentados podem ajudar os alunos a resolver temas ou problemas não matemáticos do dia a dia através de investigação por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Na segunda categoria, *Resolução das atividades*, observamos que os recursos tecnológicos, como programas de computadores, gráficos e tabelas, auxiliam os alunos no desenvolvimento das atividades. Esses recursos tornam o aprendizado mais dinâmico e atraente, despertando o interesse dos alunos pela investigação e proporcionando autonomia ao pesquisarem temas de seu interesse, curiosidade ou preocupação. Para Skovsmose (2008, p. 87), “[...] isso seria entendido como um tipo de ruptura da ordem definida pela lógica do mundo dos exercícios”. Uma maneira de atingir essa prática é por meio de exposições ou debates em sala. É fundamental que os grupos desenvolvam as atividades por meio da MM sob a perspectiva da EMC, baseando em conversas, debates ou discussões, contando sempre com o auxílio do professor.

Assim, os fragmentos apresentados nesta categoria auxiliam os alunos e professores a tomar decisões e, em certos momentos, realizar ações durante a resolução das atividades, aumentando a autonomia dos estudantes, tornando-os capazes e responsáveis por mudanças sociais.

Por fim, na terceira categoria *Validação e Socialização das atividades*, constatamos que os resultados das atividades encontradas pelos alunos, desenvolvidos em grupos com a ajuda do professor, podem ser validados e socializados em sala de aula, na escola ou na comunidade. É possível notar que a maioria dos aspectos observados no dia a dia dos estudantes apresentam potencial para serem desenvolvidos ou ajustados para serem investigados de forma crítica por meio das teorias estudadas. Os fragmentos dessa categoria possibilitaram que os alunos ou grupos tenham mais autonomia para socializar ou divulgar as soluções ou resultados das atividades desenvolvidas. É importante lembrar que, para ser considerada uma atividade com potencial, deve ser desenvolvida por meio da MM sob uma perspectiva crítica.

Diante do que foi apresentado, os professores de Matemática podem refletir sobre as atividades contidas no material didático adotado pela SEED e distribuído às escolas Públicas do Estado no quadriênio de 2020 a 2023, e renovado para o próximo quadriênio, com algumas modificações. Conclui-se que, em diferentes capítulos e seções dos quatro volumes da coleção investigada, foi identificado uma quantidade considerável de atividades que apresentam potencial e que podem ser desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

A pesquisa revelou que a maioria das atividades contidas na coleção investigada são resolvidas de forma direta, mas, por meio de uma análise crítica, foi possível notar que uma parte das atividades possui potencial para estabelecer conexões entre questões ambientais, culturais, econômicas, educacionais, políticas e sociais, além de incentivar o debate e permitir uma conexão com a vida cotidiana dos estudantes. No entanto, essa possibilidade só concretizará se o Professor, juntamente com seus alunos, abraçarem essa ideia.

Assim, esperamos despertar o interesse dos professores que desejam desenvolver a MM sob uma perspectiva crítica em suas aulas, tendo a oportunidade de ajustar as atividades com os conteúdos apresentados nos livros didáticos, de acordo com o que consideram mais adequado. É importante ressaltar que essas atividades abordam dados reais, incluindo temas que não sejam matemáticos e que sejam desenvolvidos por meio de investigações.

Embora a coleção investigada apresentar uma tendência tradicional, pelo fato da maioria das atividades apresentarem perguntas e respostas diretas, o que não incentiva o pensamento crítico e a autonomia dos estudantes. Então, ao analisar as atividades contidas nos quatro

volumes de livros didáticos sob um olhar crítico, constatamos que há atividades que têm potencial e possibilitam ser desenvolvidas por meio da MM sob a perspectiva da EMC.

Logo, são apresentadas como uma opção para serem desenvolvidas pelos alunos e professores no que diz respeito ao ensino e à aprendizagem, uma vez que favorecem o desenvolvimento das atividades contidas na coleção investigada. Recomendamos que os conteúdos estudados ao longo do ano letivo sejam desenvolvidos de maneira a estabelecer relações interdisciplinares, aproximando-os ao dia a dia dos alunos e da Matemática.

Não pretendemos encerrar a discussão sobre este tema, pois a nova coleção também pode ser investigada. Nossa intenção é contribuir para que outros pesquisadores e professores compreendam a importância dessas abordagens em sua prática e seu impacto na aprendizagem e no desenvolvimento humano.

Portanto, a pesquisa revelou, que após uma análise crítica, foi possível identificar em diferentes capítulos e seções da obra, uma quantidade considerável de atividades que possibilitam gerar temas ou situações vividas pelos estudantes ou pela comunidade à qual pertencem. Essas atividades, que apresentam potencial de desenvolvimento, permitem criar Cenários para investigação que podem emergir diálogos, discussões democráticas e reflexões críticas. Lembrando que “educação não transforma o mundo. Educação muda as pessoas. Pessoas transformam o mundo” (Freire, 1979, p. 84). Logo, as atividades selecionadas por meio da MM sob a perspectiva da EMC, favorecem essas concepções.

A presente pesquisa pode servir como base para futuras investigações e aprofundamentos no tema, como, por exemplo, a reelaboração e o desenvolvimento das atividades selecionadas com base nas teorias descritas neste manuscrito, contribuindo ainda mais para o avanço e fortalecimento do Ensino da Matemática como ferramenta de debate e para resolver problemas sociais. No entanto, as considerações feitas a respeito dos fragmentos e das atividades contidas na coleção de livros didáticos *A conquista da matemática* só será válida se forem efetivamente implementadas pelo Professor. Sendo assim, o livro didático deve ser visto como um ponto de partida, pois, sozinho, não será suficiente para promover mudanças significativas na sociedade.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. de L. Modelagem matemática segundo a educação matemática crítica. Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife. **Anais**. Recife: UFPE, CD-ROM, 2004.

ARAÚJO, J. de L. **Educação Matemática Crítica: reflexões e diálogos**. Belo Horizonte, MG: Argvmentvm, 2007.

ARAÚJO, J. de L. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria: Revista de educação em ciência e tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, jul. 2009.

ARAÚJO, J. de L; BARBOSA, J. C. Face a face com a modelagem matemática: como os alunos interpretam essa atividade? **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, v. 18, n. 23, p. 79-95, maio 2005.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001a, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001a. CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema-Boletim de educação matemática**, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001b.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. **GT MODELAGEM MATEMÁTICA-Santos**, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004a.

BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a **Modelagem na educação matemática do ensino médio**. Encontro Nacional de Educação Matemática, v. 8, p. 1-8, 2004b.

BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D; ARAÚJO, J. L. (Eds.). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.

BARBOSA, J.C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: O esboço de um Framework. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A.D; ARAÚJO, J. L. (org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**, Recife: SBEM, v.3, p. 161-174, 2007.

BARBOSA, J. C. **As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática** /The parallel discussions in the mathematical modeling learning environment. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

BORBA, M. de C; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017**. Brasília, DF: MEC/SEB, 2016. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/guia-do-livrodidatico/item/8813-guia-pnld-2017>. Acesso em: 15 ago. 2022.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática – I EPMEM, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. v. 1, n. 1, p. 1-10, 2004.

BURAK, D. Modelagem matemática: experiências vividas MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIAS VIVIDAS. **Analecta**, v. 6, n. 2, p. 33-48, 2005a.

BURAK, D. **As diretrizes curriculares para o ensino de matemática e a modelagem matemática**. Revista Perspectiva, Erechim, RS, v. 29, n. 113, p. 153-161, set. 2005b.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27. Blumenau, 2010.

BURAK, D; KLÜBER, T. E. Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de Educação Matemática. **Revista Margens Interdisciplinar**, v. 7, n. 8, p. 33-50, 2013.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança**. 1998. Tese de Doutorado. [sn].

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas Relações com a Educação Matemática na Infância. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 81-97.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

CALDEIRA, A. D. Formação de professores de matemática para uma sociedade sustentável: contribuições da modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 2, p. 10-27, jan.-jun. 2013.

CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática, currículo e formação de professores: obstáculos e apontamentos. **Educação Matemática em Revista**, v. 20, n. 46, p. 52-63, 2015.

CALDEIRA, A. D; MEYER, J. F. da C. A. Educação Matemática e Ambiental: uma proposta de formação continuada–e de mudanças. **Zetetiké**, v. 9, n. 1-2, p. 155-170, jan./dez. 2001.

CEOLIM, A. J; CALDEIRA, A. D. Educação matemática crítica: aproximações da teoria de Skovsmose com concepções de modelagem de alguns pesquisadores brasileiros.

In: **Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática - VIII CNMEM.** jun. 2013. Centro Universitário Franciscano / Santa Maria – Rio Grande do Sul.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática - elo entre as tradições e a modernidade** – 2. ed, 1ª reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2005a.

D'AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e pesquisa**, v. 31, p. 99-120, 2005b.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática.** 23. ed. Campinas, São Paulo: Papirus Editora. p. 74-93, 2012. [Coleção Perspectivas em Educação Matemática].

FLICK, U. **Qualidade na pesquisa qualitativa.** Porto Alegre: Artmed, 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro: Editora Paz e Terra, 1970.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade.** Editora Paz e Terra, 1979.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler** – em três artigos que se completam. São Paulo: Cortez, 1982.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P; GUIMARÃES, S. **Sobre educação:** diálogos. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra, 1982. (Coleção Educação e comunicação; v. 9).

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa** / Antônio Carlos Gil. - 4. e d. - São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI JUNIOR, J. R; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática:** 9º ano: ensino fundamental: anos finais - 4. ed. - São Paulo: FTD, 2018.

JAPIASSÚ, H, MARCONDES, D. Dicionário básico de filosofia. 3ª ed. revista e ampliada. Rio de Janeiro: **Jorge Zahar Editor**, 2001. 212p. Disponível em: https://raycydio.yolasite.com/resources/dicionario_de_filosofia_japiassu.pdf. Acesso em: 11 fev. 2023.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. Algumas aproximações epistemológicas presentes no âmbito escolar, evidenciadas a partir de um trabalho com modelagem matemática. **Analecta**, v. 8, n. 1, p. 99-110, 2007.

MEYER, J. F. C. A; CALDEIRA, A. D; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática** - Prefácio de Lourdes Almeida. 4. ed., - Belo Horizonte: Autêntica, 2021. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

MORAES, R; GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva.** 2. ed. Ijuí: Unijuí, 2011.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, v. 13, nº 14, 2000. Trad. De Jonei Cerqueira Barbosa. Rio Claro: Departamento de Matemática, Unesp, 2000, p. 66-91.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: A questão da democracia.** – Campinas, SP: Papyrus, 2001. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica;** tradução de Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. – Campinas, SP: Papyrus, 2008 – (Perspectivas em Educação Matemática)

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica;** tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. – Campinas, SP: Papyrus, 2014. – (Perspectivas em Educação Matemática)