

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

Campo Mourão,
2024

**COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO:
ASPECTOS PROMOVIDOS EM PRÁTICAS DE ENSINO
DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Raquel Cristiane de Oliveira

**Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO: ASPECTOS PROMOVIDOS EM
PRÁTICAS DE ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Raquel Cristiane de Oliveira

Orientador:
Everton José Goldoni Estevam

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa: *Conhecimento, linguagens e práticas formativas em Educação Matemática*, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão - Paraná
Março/2024

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Cristiane de Oliveira, Raquel

Comunicação no Ensino Exploratório: aspectos promovidos em práticas de Ensino de Estatística na Educação Básica / Raquel Cristiane de Oliveira. -- Campo Mourão-PR, 2024.

151 f.

Orientador: Everton José Goldoni Estevam.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -- Universidade Estadual do Paraná, 2024.

1. Comunicação. 2. Comunicação matemática. 3. Ensino Exploratório de Matemática. 4. Interação. 5. Ensino de Estatística. I - José Goldoni Estevam, Everton (orient). II - Título.

Raquel Cristiane de Oliveira

COMUNICAÇÃO NO ENSINO EXPLORATÓRIO: ASPECTOS PROMOVIDOS EM
PRÁTICAS DE ENSINO DE ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Comissão Examinadora:



Dr. Everton José Goldoni Estevam – Presidente da Comissão Examinador
UNESPAR



Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino - Membro da Banca
UEL/UNESPAR



Dra. Keli Cristina Conti - Membro da Banca
UFMG

Resultado: APROVADO

Campo Mourão - Paraná
Março/2024

Dedico o presente trabalho à minha mãe (em memória), ao meu esposo Dirceu, e as minhas filhas Samara e Laura.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, por permitir que os sonhos se tornem realidade, quando há persistência, dedicação, fé e esperança. Por ter guiado os meus passos, dando-me força e coragem, mesmo diante das dificuldades, e por ter colocado em meu caminho pessoas especiais que me ajudaram a prosseguir e a chegar ao final dessa conquista.

Ao meu esposo Dirceu, pelo imenso carinho, amor, paciência e dedicação. Agradeço por estar sempre ao meu lado, por me apoiar, compreender e aceitar minha ausência. Obrigada por acreditar em mim.

Às minhas filhas, Samara e Laura, por compreenderem os muitos momentos de ausência afetiva, proveniente do ardo tempo dedicado a esta pesquisa.

À minha amada família, em especial, aos meus pais, João e Ivone (em memória), que sempre estiveram ao meu lado. Obrigada pelos ensinamentos, pelo suporte, respeito, cuidado e amor incondicional.

Ao meu orientador, professor Dr. Everton José Goldoni Estevam, obrigada pelos ensinamentos, que foram muito além de conhecimentos acadêmicos: foram aprendizados para a vida.

Às professoras Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Keli Cristina Conti, pelas excelentes contribuições quando da qualificação e defesa final.

A todo corpo docente do PRPGEM, da Unespar, vocês desempenham sua função com maestria, cada um contribuiu de alguma forma para minha formação. Serão para sempre lembrados.

Aos colegas do GEPTeMatE, pelas importantíssimas contribuições advindas das discussões coletivas.

À Direção e Equipe Pedagógica do Colégio Estadual Princesa Isabel - Ensino Médio e Profissional, meu reconhecimento e gratidão por concederem permissão para realizar a proposta do projeto de pesquisa na instituição. Agradeço pelo apoio e comprometimento de todos vocês.

Aos estudantes da 3ª Série que participaram dessa pesquisa, vocês foram incríveis. Participaram com entusiasmo, demonstrando comprometimento, força de vontade e zelo em tudo que fizeram. A todos vocês minha admiração, gratidão e carinho.

À Universidade Estadual do Paraná, Campus Campo Mourão, agradeço pela oportunidade de cursar o mestrado.

RESUMO

Diante da complexidade do mundo moderno e da rápida evolução científica e tecnológica, os processos de ensino e de aprendizagem não podem mais se alicerçarem na mera transmissão de informação/conhecimento pelo professor, mas em abordagens que priorizem aspectos investigativos, colaborativos e reflexivos. Nesse contexto, a comunicação emerge como elemento central a ser considerado e pouco discutido na literatura da área. Assim, a presente pesquisa tem como questão norteadora investigar que ações podem promover a comunicação em aulas de matemática na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (EEM), com foco no ensino de Estatística. O estudo adota uma abordagem qualitativa, dividida em duas fases. A primeira consiste em um estudo bibliográfico de mapeamento de pesquisas sobre a comunicação matemática em sala de aula, realizado no Portal de Periódicos da Capes. A segunda fase compreende uma pesquisa empírica, seguindo um princípio de intervenção pedagógica, conduzida com uma turma de 34 alunos da 3ª Série do Ensino Médio de uma escola pública no interior do estado do Paraná. A estrutura do trabalho compreende um formato multipaper, composto por três artigos: um teórico e dois empíricos, cada um orientado a aspectos específicos associados à questão geral. Assim, o primeiro artigo trata do mapeamento de pesquisa acerca da comunicação matemática realizada no portal de periódicos da CAPES. Os dois artigos empíricos focam na análise das interações promovidas entre professor e alunos durante o desenvolvimento de uma tarefa desafiadora focada em Estatística, com ênfase em medidas de tendência central, realizada sob a perspectiva do EEM, e nas interações entre os alunos durante a realização da tarefa. Os instrumentos utilizados para a coleta e produção de dados incluem: gravações em áudio e vídeo das aulas, planos de aula elaborados pela professora e transcrições tanto das interações entre a professora e os alunos, como das interações entre os alunos durante a fase de desenvolvimento da tarefa. A análise dos dados coletados foi conduzida de maneira colaborativa, envolvendo a professora/pesquisadora, seu orientador e discussões com outros membros do grupo de pesquisa GEPTMatE, do qual a professora/pesquisadora faz parte. Essa abordagem colaborativa visou mitigar possíveis vieses e enriquecer as conclusões finais. Desse processo de investigação, as análises destacam a importância da comunicação para promover a aprendizagem e interação efetiva entre professor(es) e alunos. Destaca-se, nesse sentido, a diversidade e interconexão das ações do professor que podem estimular a comunicação em aulas de matemática. Essas ações incluem a adoção de estilos de comunicação reflexivos e instrutivos, a escolha criteriosa de tarefas, a antecipação de respostas dos alunos, o questionamento estratégico das respostas dos alunos, o uso estratégico de perguntas, a escuta atenta, interpretativa e globalizante, a resposta estratégica às perguntas dos alunos, o fomento de analogias e exemplificações, a contraposição de ideias, a transformação de respostas incorretas ou incompletas em oportunidades de discussão e a utilização de representações visuais. Quando integradas, essas ações não apenas fomentam um ambiente participativo e colaborativo de aprendizagem, mas também fortalecem a autonomia dos alunos, incentivam a reflexão sobre conceitos matemáticos e estatísticos e contribuem para a construção coletiva do conhecimento, enriquecendo a experiência de aprendizado. A pesquisa considera a particularidade da prática analisada, destacando influências específicas dessas ações na significação das ideias estatísticas relacionadas às medidas de tendência central e na concretização de práticas orientadas pelo EEM.

Palavras-chave: Comunicação; Comunicação matemática; Ensino Exploratório de Matemática; Interação; Ensino de Estatística.

ABSTRACT

Given the complexity of the modern world and rapid scientific and technological evolution, teaching and learning processes can no longer be based on the mere transmission of information/knowledge by the teacher, but on approaches that prioritize investigative, collaborative and reflective aspects. In this context, communication emerges as a central element to be considered and little discussed in the literature of the area. Thus, the guiding question of this research is to investigate which actions can promote communication in mathematics classes from the perspective of Exploratory Mathematics Teaching (EEM), with a focus on teaching Statistics. The study adopts a qualitative approach, divided into two phases. The first one consists of a bibliographic study mapping research on mathematical communication in the classroom, carried out on the Capes Periodicals Portal. The second phase comprises empirical research, following a principle of pedagogical intervention, conducted with a class of 34 students from the 3rd year of high school at a public school in the interior of the state of Paraná. The structure of the work comprises a multipaper format, consisting of three articles: one theoretical and two empirical, each one oriented to specific aspects associated with the general issue. Thus, the first paper with mapping research on mathematical communication carried out on the CAPES journal portal. The two empirical papers focus on the analysis of the interactions promoted between teacher and students during the development of a challenging task focused on Statistics, with an emphasis on measures of central tendency, carried out from the perspective of EEM and on the interactions between students during the performance of the task. The instruments used for data collection and production include: audio and video recordings of classes, lesson plans prepared by the teacher and transcriptions of both interactions between the teacher and students, as well as interactions between students during the development phase of the task. The analysis of the collected data was conducted collaboratively, involving the researcher teacher, her advisor and discussions with other members of the GEPTEMatE research group, of which the researcher teacher is part. This collaborative approach aimed to mitigate possible biases and enrich the final conclusions. From this investigation process, the analyzes highlight the importance of communication to promote learning and effective interaction between teacher(s) and students. In this sense, the diversity and interconnection of the teacher's actions that can stimulate communication in mathematics classes stands out. These actions include the adoption of reflective and instructive communication styles, the judicious choice of tasks, the anticipation of student responses, the strategic questioning of student responses, the strategic use of questions, attentive, interpretive and globalizing listening, the strategic response for the student questions, the promotion of analogies and exemplifications, the contrast of ideas, the transformation of incorrect or incomplete answers into discussion opportunities, and the use of visual representations. When integrated, these actions not only foster a participatory and collaborative learning environment, but also strengthen students' autonomy, encourage reflection on mathematical and statistical concepts and contribute to the collective construction of knowledge, enriching the learning experience. The research considers the particularity of the practice analyzed, highlighting specific influences of these actions on the significance of statistical ideas related to measures of central tendency and on the implementation of practices guided by the EEM.

Keywords: Communication; Mathematical communication; Exploratory Mathematics Teaching; Interaction; Teaching Statistics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Reprodução da resolução inicial da média da loja 1 realizada pelo grupo 6	76
Figura 2 – Resposta do grupo 1 ao item <i>b</i>	108

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Estrutura da dissertação Multipaper	30
Quadro 2 - <i>Corpus</i> analítico do mapeamento	40
Quadro 3 - Estilos de comunicação e suas características	43
Quadro 4 - Tipos de tarefas	46
Quadro 5 - Tipos de perguntas e suas finalidades	48
Quadro 6 - Campos e conteúdos matemáticos envolvidos nos estudos	56
Quadro 7 - Aspectos que influenciam a comunicação matemática	56
Quadro 8 - Ações comunicativas do professor	67
Quadro 9 – Tarefa Rede de Supermercados	71

LISTA DE SIGLAS

FECILCAM	Faculdade Estadual de Ciências e Letras em Campo Mourão
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
PRPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
EEM	Ensino Exploratório de Matemática
PSS	Processo seletivo simplificado
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
RCO	Registro de Classe Online
NRE	Núcleo Regional de Educação
GEPTeMatE	Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
TCC	Trabalho de conclusão de curso

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Trajetória da pesquisadora em direção à problemática da pesquisa.....	14
1.2	Ensino Exploratório de Matemática.....	20
1.3	Comunicação matemática em sala de aula e ações comunicativas.....	22
1.4	Procedimentos metodológicos.....	27
1.5	Organização do estudo.....	30
1.6	Referências.....	32
2	MAPEAMENTO DE ARTIGOS CIENTÍFICOS PUBLICADOS EM PERÍODICOS SOBRE A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA.....	37
2.1	Introdução.....	37
2.2	Encaminhamentos metodológicos.....	38
2.3	Análise descritiva das pesquisas.....	42
2.4	Considerações Finais.....	56
2.5	Referências.....	58
3	COMUNICAÇÃO NA INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO NO CONTEXTO DA ESTATÍSTICA.....	62
3.1	Introdução.....	62
3.2	Ações comunicativas do Professor.....	63
3.3	Ensino Exploratório de Matemática.....	67
3.4	Contexto e encaminhamentos metodológicos.....	69
3.5	A tarefa e a aula.....	71
3.6	Resultados.....	72
3.7	Discussões.....	84
3.8	Conclusões e Considerações Finais.....	87
3.9	Referências.....	89
4	COMUNICAÇÃO E ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS EM PRÁTICAS EXPLORATÓRIAS DE ENSINO COM FOCO EM MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL.....	93
4.1	Introdução.....	93
4.2	Compreensão de medidas de tendência central na Educação Básica.....	94
4.3	A Comunicação na sala de aula e o Ensino Exploratório de Matemática.....	96

4.4	Contexto e encaminhamentos metodológicos	99
4.5	A tarefa e o desenvolvimento da aula	101
4.6	Resultados e discussão	102
4.7	Considerações finais.....	118
4.8	Referências	120
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	123
5.1	Conclusão geral da pesquisa a partir da articulação dos resultados encontrados	126
5.2	Limitações, Condicionantes e Sugestões para trabalhos futuros.....	130
5.3	Referências	132
	APÊNDICE A – PLANO DE ENSINO	141

1 INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e de aprendizagem de matemática em sala de aula são, indiscutivelmente, caracterizados por sua natureza substancialmente comunicativa (Salgado; Losano, 2022). No entanto, por um longo período, a noção de comunicação esteve predominantemente associada a disciplinas que não incorporavam o campo da Matemática. Essa perspectiva tem passado por mudanças à medida em que, especialmente nas últimas duas décadas, observa-se um crescente interesse voltado para a comunicação no contexto do ensino de Matemática (Nacarato, 2012). É importante ressaltar que esse interesse não é, de forma alguma, infundado. Estudos recentes sustentam que, em todos os níveis educacionais, os alunos devem aprender a se comunicar matematicamente e que cabe aos professores a responsabilidade de estimular o espírito de questionamento bem como levar os alunos a pensarem e comunicarem suas ideias (Cândido, 2001).

Segundo Cândido (2001), aprender matemática exige comunicação, uma vez que é por meio dela que informações, conceitos e representações são compartilhados entre os indivíduos. Nesse viés, quando os alunos são encorajados a se comunicarem matematicamente com colegas, professores e até mesmo seus familiares, eles encontram oportunidades para explorar, estruturar e estabelecer conexões entre seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vistas de um mesmo assunto. Assim, a comunicação desempenha um papel fundamental ao auxiliar os alunos a construírem relações entre suas percepções informais e intuitivas com a linguagem abstrata e simbólica da matemática – e os elementos que lhe conferem significados. Além disso, possibilita-lhes refletir sobre sua compreensão matemática, de modo a ajudá-los a fazerem conexões e a elucidar os conceitos matemáticos.

Dessa forma, o processo de aprendizagem possui um caráter dinâmico, demandando abordagens de ensino que ofereçam oportunidades e condições aos alunos para aprofundar, ampliar e construir novos significados por meio de sua participação nas tarefas propostas. Para isso, é essencial que o professor esteja atento aos tipos e qualidades da comunicação estabelecida na sala de aula, uma vez que diversos autores têm destacado que essa comunicação exerce influência substancial nas aprendizagens matemáticas produzidas (Alrø; Skovsmose, 2021; Guerreiro *et al.*, 2015).

Nesse contexto, reconhecendo que o tipo de comunicação estabelecido em sala de aula tem um impacto direto na aprendizagem dos alunos e que abordagens de ensino que promovam a comunicação, a interação e a dialogicidade dos alunos, colocando-os no centro do processo

de aprendizagem, são essenciais para promoção de aprendizagens efetivas, surge o Ensino Exploratório de Matemática (EEM). Essa prática de ensino prioriza a interação social como um dos aspectos essenciais para a negociação de significados (Ponte, 2005).

De acordo com Menezes *et al.* (2014), em uma aula em que a comunicação é concebida como interação social e inerente à aprendizagem matemática, o discurso do professor sustenta o dos alunos, no sentido de que ele os ouve para compreendê-los, interpõe questionamentos para elucidar, desafiar e avaliar, explica ou responde para favorecer o discurso dos alunos.

Assim, em práticas de EEM, a comunicação assume uma posição de destaque. Por meio de tarefas de natureza exploratória e ações condizentes do professor, os alunos são conduzidos a comunicar suas ideias e (in)compreensões, questionar ideias de outros, refletir sobre a necessidade ou vantagem de determinadas ideias ou estratégias de resolução, fomentando uma dimensão colaborativa de aprendizagem (Chapman; Heater, 2010; Paulek; Estevam, 2017).

Dessa forma, o foco da presente pesquisa reside em investigar que ações podem promover a comunicação em aulas de Matemática durante práticas de EEM, com foco no ensino de Estatística. A partir dessas ações, também, buscamos analisar influências para a atribuição de significados a entes estatísticos pelos alunos. Para atingir esse objetivo, selecionamos uma tarefa com ênfase em Estatística, especificamente nas medidas de tendência central.

A escolha de implementar práticas de ensino voltadas à estatística decorre do mundo contemporâneo em que estamos imersos, caracterizado pela velocidade no processamento e disseminação de informações, pela intensa competição e pela constante demanda por atualização e aprimoramento. Nesse cenário, a capacidade de discernir informações, tomar decisões embasadas, colaborar de maneira eficiente em equipe e assumir responsabilidades tornaram-se requisitos essenciais (Carvalho; César, 2001).

Diante desse panorama, a formação de indivíduos com pensamento crítico e participativo é de suma importância. Nesse contexto, o ensino de Estatística desempenha uma função fundamental, não apenas promovendo o desenvolvimento de competências sociocognitivas nos alunos, mas também os munindo com os conhecimentos necessários para uma participação ativa e bem informada na sociedade.

Portanto, é de extrema relevância que a escola proporcione aos estudantes a formação de conceitos que os auxiliem no exercício de sua cidadania (Lopes, 2008). Isso implica capacitar os alunos não apenas a compreender, mas também a analisar e questionar informações apresentadas em diversos meios e formatos, capacitando-os para se tornarem participantes ativos e críticos na sociedade.

É importante ressaltar que não é suficiente para o cidadão compreender meramente as porcentagens expostas em índices estatísticos, como crescimento populacional, taxas de inflação e desemprego. É imprescindível que ele saiba analisar e relacionar criticamente os dados apresentados, questionando e ponderando até mesmo sua veracidade (Lopes, 2008). Da mesma forma, não basta ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados; ele deve ser capaz de interpretar e comparar esses dados para chegar a conclusões significativas (Lopes, 2008).

Nesse sentido, os conteúdos relacionados a medidas de tendência central, como média aritmética simples, moda e mediana, podem contribuir significativamente para o desenvolvimento dessas habilidades. É importante, entretanto, não apenas calcular ou apontar essas medidas, mas também compreender seu significado e interpretação com base na análise dos dados.

Diante disso, com a intenção de situar o leitor acerca da essência da proposta deste trabalho e fornecer um panorama contextual do planejamento e das intervenções da pesquisa, elaboramos esta introdução expandida, cuja função se amplia em virtude de a presente dissertação assumir uma estrutura *multipaper*.

1.1 Trajetória da pesquisadora em direção à problemática da pesquisa

Nesta seção, empenho-me¹ em traçar a trajetória desta pesquisa, trazendo um olhar sensível sobre minha atuação como professora na Educação Básica. Entretanto, para alcançar tal objetivo, é necessário retroceder um pouco mais no tempo e resgatar minha jornada, ainda como aluna nos anos iniciais, em um pequeno município do Estado do Paraná. Isso se faz necessário, uma vez que entendo que minha identidade profissional resulta da intersecção entre as teorias presentes na literatura, das quais tive acesso durante minha formação, e das experiências vivenciadas ao longo da minha trajetória acadêmica, pessoal e profissional.

Desde meus primeiros passos na escola, nutria uma afinidade especial com a matemática. Os números exerciam um encanto sobre mim, possivelmente porque eu conseguia atribuir significado às operações fundamentais. Recordo-me vividamente dessa época em que apreciava quando a professora deixava pequenos pedaços de giz na sala de aula. Era um deleite para mim; eu os pegava, levava para casa e assumia o papel de professora, compartilhando o que havia aprendido em Matemática com travesseiros, cobertores e algumas peças de roupas

¹ Considerando o propósito da presente seção, tomarei a liberdade de redigi-las na primeira pessoa do singular, de modo a demarcar a referência à trajetória da autora desta dissertação.

cuidadosamente acomodados, visto que não dispunha de bonecas. Minha fantasia dava vida a esses objetos, transformando-os em meus alunos imaginários. As paredes de madeira do meu quarto, invariavelmente, serviam como quadro-negro, repletas de giz, testemunhando as *aulas* que eu ministrava para minhas *bonecas*. Recordo com carinho minha mãe me estimulando a estudar e dizendo: “*Minha filha, eu não tive a oportunidade de estudar, mas você tem; então aproveite, pois o estudo é a única maneira de melhorar sua vida*”.

Minha trajetória como aluna sempre foi marcada pelo sucesso, conquistando boas notas, apesar de enfrentar os desafios da vida na zona rural. Nos dias chuvosos, enfrentava dificuldades para comparecer à escola devido à ausência de transporte escolar, bem como em situações em que o transporte estava inoperante em virtude de problemas mecânicos.

À medida que se aproximava o término do Ensino Fundamental, meu desejo era cursar o Magistério. No entanto, ao chegar o momento de me matricular, descobri que o curso em minha cidade estava encerrando. Dessa forma, ao ingressar no Ensino Médio, vi-me matriculada no curso de Educação Geral, a única opção oferecida pelo estado na localidade. Durante o 2º ano e já residindo na cidade, direcionei minha atenção no vestibular e soube que, naquele ano (1998), a então Faculdade Estadual de Ciências e Letras em Campo Mourão – PR (FECILCAM, hoje UNESPAR, Campus de Campo Mourão), havia iniciado a oferta do curso de licenciatura em Matemática. Nesse momento, minha decisão estava clara; estava determinada a prestar vestibular para o curso. Entretanto, na primeira tentativa, não obtive aprovação, dada a recente criação do curso e a grande concorrência por vagas. Inicialmente, a frustração tomou conta de mim, afinal, nunca havia enfrentado um revés desse tipo. Durante alguns meses, considerei até desistir dos estudos, mas, com o passar dos dias, dedicando-me somente ao trabalho, percebi que não poderia abandonar minha busca por conhecimento. Isso aconteceu no ano 2000, em uma época em que não contávamos com a tecnologia que temos hoje. Procurei a escola, emprestei alguns livros e mergulhei na preparação para o vestibular. Durante meses, minha cama se transformou em uma espécie de biblioteca improvisada, testemunhando minha dedicação incansável.

Ao participar novamente do vestibular, obtive aprovação, o que marcou um momento singular em minha jornada. Recordo vividamente a emoção de folhear o jornal e vislumbrar meu nome entre os aprovados, dentro do limite de vagas estabelecido. Os quatro anos que se seguiram foram intensamente desafiadores, pois conciliar estudos e trabalho não se mostrou como tarefa fácil. A distância até a faculdade, totalizando um pouco mais de 200 km de deslocamento diário, impôs obstáculos adicionais. Em muitas ocasiões, o ônibus quebrava na

estrada, resultando em longas esperas até a chegada de outro veículo de socorro. Era comum eu chegar em minha casa após as 3 horas da manhã.

Concluí a faculdade em 2004 com um ardente desejo de continuar aprofundando meus estudos, vislumbrando a entrada em um curso de mestrado. Contudo, o programa mais próximo estava situado a 200 km de distância da cidade onde eu vivia. Além disso, naquele momento, encontrava-me desempregada e não possuía recursos financeiros para custear as viagens para outra localidade, ainda que o curso fosse gratuito.

Diante desses desafios, decidi não permanecer passiva e tomei a iniciativa de me inscrever em um curso de especialização *Lato Sensu* na mesma faculdade onde havia concluído a graduação. Escolhi uma especialização com ênfase em Educação Matemática, buscando manter meu percurso acadêmico em constante evolução.

No início de 2006, participei do processo seletivo simplificado (PSS) do Estado do Paraná, que tinha como objetivo a contratação de professores para a Educação Básica. Finalmente, realizei o tão almejado sonho de lecionar para os alunos. Entretanto, minha inicial empolgação logo cedeu espaço à percepção de que havia um vasto mundo de aprendizado à minha frente. A sala de aula se apresentou como um ambiente notavelmente complexo, superando em muitas minhas expectativas iniciais e ressaltando a necessidade constante de aprimoramento.

Em 2007, participei de um concurso público para professores da Educação Básica do Estado e fui aprovada, assumindo o cargo em 2009. Ao longo desse período e também nos anos subsequentes, mantive meu compromisso com a aprendizagem contínua e participei de diversas formações oferecidas pelo Estado. Além disso, busquei aperfeiçoamento por meio de mais duas especializações *Lato Sensu*, uma focada no Ensino de Matemática e outra voltada para a Educação Especial, além de outros cursos. Essas iniciativas estiveram sempre direcionadas a expandir meu conhecimento e enfrentar os desafios que surgiam em sala de aula, especialmente em relação às dificuldades de aprendizagem enfrentadas por meus alunos.

No entanto, a partir de 2018, minhas inquietações e insatisfações, que já eram perceptíveis ao participar de grupos de estudos, planejamentos e formações continuadas, intensificaram-se. Isso ocorreu porque, na maioria das vezes, não conseguia identificar a conexão entre os aspectos abordados nesses espaços formativos e os desafios e demandas que enfrentava em minha prática docente.

Minha condição de inquietude se intensificou quando, em 2019 o Governo do Estado adotou como política pública para a Educação Básica um enfoque voltado para resultados imediatos em indicadores de qualidade (Tramontin, 2023; Horn; Mastey; Rezende, 2023).

Conseqüentemente, as ações implementadas, desde então, têm tido como objetivo levar o Estado do Paraná a alcançar o primeiro lugar no IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), por meio da promoção de um ensino voltado à preparação para testes e avaliações, em detrimento da valorização de um ensino que busque aprendizagens e fomente o desenvolvimento de indivíduos críticos e independentes.

No intuito de alcançar esse objetivo, em 2019, o Governo Estadual introduziu a Prova Paraná, aplicada três vezes ao ano em todas as séries. Também naquele ano, por ocasião da aplicação da prova do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), foram realizados simulados para os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, todos com o objetivo de prepará-los para um bom desempenho na prova.

Ademais, semanalmente, foram disponibilizadas, para os alunos da 3ª série, listas de exercícios a serem desenvolvidas em sala de aula, baseadas nos descritores requeridos na prova do SAEB e destinadas à próxima edição da Prova Paraná. Essas listas, frequentemente, continham exercícios abordando conteúdos que os alunos ainda não haviam estudado, gerando dificuldade e desconforto. Mesmo assim, nós, professores e professoras, éramos instruídos a trabalhar essas listas em sala. Essa situação começou a gerar uma angústia crescente, pois desejava preparar minhas aulas de forma mais significativa: selecionar as tarefas, permitir que os alunos discutissem e, então, sistematizar e elucidar os conceitos. No entanto, a pressão para seguir as listas pré-estabelecidas era intensa.

Nesse contexto, acabei cedendo à pressão e passei a fazer o que era solicitado, contudo, sentia-me desconfortável em sala de aula, realizando algo que considerava inadequado. Além disso, percebia que havia perdido minha autonomia em sala de aula. Afinal, para mim, o Ensino de Matemática não deveria se limitar à aplicação mecânica de fórmulas para resolver exercícios, mas sim promover um entendimento matemático substancial para os alunos.

Lembro-me de um dia em particular, no início de outubro, quando entrei na sala com mais uma lista de exercícios e uma aluna olhou para mim e disse: *“Outra lista, professora? Não vamos aprender mais, só vamos fazer listas”*. Essa afirmação me afetou profundamente; eu não tinha uma resposta adequada, fiquei em silêncio. Internamente, eu também estava descontente com a situação, pois enfrentava aquelas listas relutantemente, sem possuir o conhecimento ou argumentos consistentes para contestar essa imposição.

Com o passar do tempo, essas exigências se intensificaram e, mesmo durante o período pandêmico, as pressões persistiram. A Prova Paraná foi adaptada e aplicada on-line para os alunos. Os resultados dessas avaliações passaram a constituir cobrança constante, não somente

por parte de diretores, tutores e equipes pedagógicas, mas também pelos Núcleos Regionais de Educação, durante reuniões, formações e encontros pedagógicos.

Além disso, no sistema de Registro de Classe On-line (RCO, sistema vigente na Secretaria de Estado de Educação do Paraná), passou-se a disponibilizar aulas previamente preparadas para utilização, abrangendo uma ampla gama de conteúdos. No entanto, todos esses conteúdos precisavam e ainda precisam ser abordados ao longo do trimestre, uma vez que são avaliados na Prova do Paraná.

Essa ênfase excessiva por quantidade de conceitos elencados, em detrimento do desenvolvimento do pensamento crítico, gerava em mim, enquanto professora da rede pública, uma série de preocupações e angústias, especialmente no que se refere à diminuição da autonomia na preparação das aulas e na escolha das tarefas a serem realizadas em sala de aula. Esse cenário é exacerbado pela limitação de tempo disponível para discussões em sala, uma vez que uma ampla gama de conteúdos precisa ser abordada ao longo do trimestre.

Essa pressão constante para abordar uma variedade vasta de conteúdos, em detrimento da promoção do pensamento reflexivo, aliada às exigências de preparar os alunos para avaliações de qualidade institucional subsequentes, tem distorcido o verdadeiro propósito de ensinar matemática. Conforme destacado por Ponte (2005, p. 4), “reduzir o Ensino da Matemática à resolução de exercícios comporta grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos alunos”, o que, por sua vez, pode tornar o ensino da matemática desinteressante. A abordagem focada em quantidade, memorização e treinamento para testes não permite que os alunos compreendam plenamente os conceitos matemáticos, nem desenvolvam a habilidade de aplicá-los de maneira crítica e criativa em situações do mundo real.

Consciente de todos esses aspectos, durante as aulas e encontros pedagógicos, uma sensação de angústia me envolvia, uma vez que reconhecia que o ensino de Matemática deve transcender a mera manipulação de fórmulas para resolver listas de exercícios. Era necessário tornar esse ensino um conhecimento matemático que realmente fizesse sentido para os alunos, gerando mudanças críticas em sua forma de pensar e impulsionando ações interativas e reflexivas no ambiente em que estavam inseridos.

Mas como evitar sucumbir à pressão? A única maneira era por meio do conhecimento, e, infelizmente, eu me sentia carente do conhecimento necessário para implementar práticas de ensino que envolvessem genuinamente os alunos na construção do conhecimento. Ao mesmo tempo, reconhecia a necessidade de ter uma base científica sólida para dialogar eficazmente

com a equipe gestora sobre que tipo de ensino oferecer aos alunos e, desse modo, atenuar a angústia que me afligia.

Dessa forma, questionava-me: “*Quais práticas deveria adotar? E que tipos de ações poderiam promover um aprendizado significativo em meus alunos?*” Essa inquietação reacendeu em mim um desejo latente de aprofundar meus conhecimentos nas especificidades da Educação Matemática. Foi assim que, no ano de 2021, ingressei como aluna não regular no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), da UNESPAR.

Meu objetivo era claro e singular: aprender. Eu estava ávida por conhecimento, ansiosa para compreender quais práticas de ensino e estratégias poderia utilizar para proporcionar aos meus alunos um aprendizado verdadeiramente significativo, repleto de significado e reflexão.

Embora as aulas no PRPGEM fossem ministradas remotamente naquele momento, devido à pandemia, elas se revelaram altamente envolventes e estimulantes. As discussões em sala de aula (remota) eram instigantes, os professores nos incentivavam a refletir sobre nossa formação e prática, o que nos permitia (re)construir significados para os processos de ensino e de aprendizagem. A cada aula, minha inquietação e reflexão diante das discussões ganhavam ainda mais intensidade, mas, agora, de modo cooperativo. Nesse contexto, comecei a realizar leituras voltadas para práticas de ensino que fomentassem a participação ativa dos alunos nos processos de ensino e aprendizagem, que lhes proporcionassem, assim, a oportunidade de construir seus próprios conhecimentos. Foi, a partir disso, que o esboço do meu problema de pesquisa começou a se delinear.

Durante minhas leituras, deparei-me com o EEM e percebi que muitas das ações que anteriormente realizava em sala de aula se alinhavam com essa abordagem. Tornou-se claro para mim: eu precisava implementar práticas de Ensino Exploratório com meus alunos.

No ano seguinte, em 2022, participei do processo seletivo e tive a satisfação de ser aceita como aluna regular do curso de Mestrado em Educação Matemática do PRPGEM. Durante o primeiro semestre, ao aprofundar minhas leituras sobre o EEM, constatei que esta abordagem tem como aspectos-chave interligados a colaboração, a comunicação, o *inquiry*², o engajamento e a reflexão (Rodrigues; Cyrino; Oliveira, 2018). Nessa perspectiva, a comunicação assume uma posição fundamental na construção dos demais elementos. Isso se

² Na literatura, o termo *inquiry* tem sido mantido, pois a sua tradução *não* é consenso entre pesquisadores, visto que os termos investigação ou inquirição não dão conta de expressar o que o *inquiry* significa e preferem deixá-lo sem tradução. De acordo com Dewey (1938), *inquiry* é a interação entre aquilo que é e não é conhecido, permitindo formular hipóteses e inferências sobre aquilo que é desconhecido, por meio de ações dirigidas.

deve ao fato de ser por meio da comunicação que os alunos são levados a expressar suas próprias (in)compreensões, questionar as ideias de seus colegas e ponderar sobre a pertinência ou benefício de abordagens e estratégias específicas de resolução. Desse modo, ocorre o desenvolvimento de uma dimensão colaborativa de aprendizado, em que a interação mútua é valorizada e contribui para o processo de construção de conhecimento (Chapman; Heater, 2010; Paulek; Estevam, 2017).

A partir dessa compreensão e, em colaboração com meu orientador, aprimoramos o projeto inicial, traçando um caminho para explorar e responder às minhas indagações – ainda que parcial ou provisoriamente – e, ao mesmo tempo, contribuir com o aprimoramento de práticas de EEM.

Dessa forma, nasceu o projeto de pesquisa com o objetivo de investigar que ações comunicativas são promovidas durante as aulas sob a perspectiva do EEM e como essas ações podem influenciar as aprendizagens dos alunos. Para alcançar esse objetivo, era necessário conceber uma tarefa de natureza exploratória que os alunos pudessem realizar dentro dos princípios do Ensino Exploratório.

Nesse contexto, optei por uma tarefa com foco na Estatística, mais especificamente nas medidas de tendência central. Minha escolha se baseia na convicção de que a Estatística é uma ferramenta poderosa que pode enriquecer a formação dos cidadãos, capacitando-os a compreender o mundo ao seu redor. Essa escolha também está alinhada com minha trajetória acadêmica, que, desde a conclusão do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) até minha especialização subsequente em nível *Lato Sensu*, tem sido dedicada à área da Estatística.

Além disso, compreendo que possuir conhecimento básico de estatística é essencial, uma vez que esses conhecimentos capacitam os cidadãos a interpretar e avaliar informações e estudos apresentados na mídia, na política e em outras esferas, tornando-os mais aptos a tomar decisões embasadas em suas vidas cotidianas. Com base nesse contexto, apresento a seguir os pressupostos teóricos e metodológicos que conduzem esta investigação.

1.2 Ensino Exploratório de Matemática

O Ensino Exploratório de Matemática (EEM) constitui uma perspectiva que se contrapõe ao modelo de transmissão de conhecimento/informação associado às práticas expositivas e diretivas (Cyrino, Oliveira, 2016). No modelo de transmissão, o professor é o centro do processo de ensino, o qual expõe o conteúdo oralmente e, em seguida, apresenta exercícios de aprendizagem e fixação, pressupondo que os alunos aprendem por reprodução

sendo capazes de se apropriarem de conceitos e técnicas que já foram explicados pelo professor (D'Ambrosio, 1989; Ponte, 2005). Em síntese, o professor fala, os alunos escutam (Sierpinska, 1998) e depois reproduzem.

Por outro lado, o EEM se opõe ao modelo de transmissão porque admite a sala de aula como um ambiente de interação entre os alunos, o professor e o conhecimento matemático, na busca de um entendimento comum por meio da negociação de significados (Bishop; Goffree, 1986). Desse modo, a aprendizagem decorre do trabalho que os alunos realizam, a partir do engajamento em tarefas desafiadoras, para as quais não possuem método imediato de resolução. Assim, é oportunizado ao aluno conhecer e fazer matemática com significado, além de desenvolver competências como resolução de problemas, raciocínio e comunicação (Canavarro, 2011).

Conforme Canavarro, Oliveira, Menezes (2012 apud Cyrino; Teixeira, 2016, p.84), a aula na perspectiva do Ensino Exploratório normalmente é organizada em quatro fases: i) introdução da tarefa; ii) realização da tarefa; iii) discussão da tarefa; e iv) sistematização das aprendizagens. Concernentes a essa perspectiva de ensino, existem ações do professor que visam manter e promover discussões produtivas em sala de aula, como: *antecipar, monitorar, selecionar e sequenciar e discutir, e sistematizar*. A seguir, será realizada uma breve caracterização de cada fase da aula, baseada em Cyrino e Teixeira (2016):

A primeira fase é o momento em que o professor explica para os alunos a dinâmica da aula. Apresenta a tarefa de forma a garantir sua apropriação pelos alunos e promove sua adesão de maneira que a atividade matemática venha a se desenvolver. É nessa fase que o professor explica aos alunos como devem se organizar para realizar a tarefa, o tempo disponível, os recursos que poderão usar e as formas de registros das resoluções para posterior socialização.

Na segunda fase, o papel do professor é de observar (monitorar) as estratégias de resolução que os alunos estão desenvolvendo, apoiá-los em um trabalho autônomo, de modo a não reduzir os aspectos desafiadores da tarefa (Stein; Smith, 1998) e nem validar as respostas como corretas ou incorretas, mas questionar sobre como fizeram, buscando fazer com que o próprio aluno compreenda e explicita os raciocínios por ele empregados. Para que essa fase seja bem-sucedida, “é indispensável que o professor se prepare antes, o que envolve antecipar ideias, situações, dúvidas, conjecturas, equívocos e estratégias de resoluções dos alunos, para que ele não valide ou refute ideias” (Oliveira; Basniak, 2021, p. 8). É neste instante também que o professor *seleciona e sequencia*, a partir de uma observação minuciosa, as resoluções mais pertinentes aos objetivos da aula para serem apresentadas na fase de discussão coletiva.

Na terceira fase, ocorre a discussão coletiva da tarefa, que é organizada levando em consideração a seleção e o sequenciamento feitos pelo professor com base nos critérios que ele estabeleceu para a apresentação das resoluções dos alunos. Durante essa discussão, os alunos socializam com a turma o que discutiram ou pensaram na realização da tarefa. Cabe ao professor orquestrar essas discussões, fazer as intervenções necessárias e as interações entre os diversos alunos, buscando promover a qualidade matemática de suas explicações e argumentações, sem perder o foco nos objetivos da aula, de maneira que os alunos consigam explicitar as ideias ou conceitos matemáticos envolvidos em sua resolução.

Já na quarta, e última fase, acontece a sistematização das aprendizagens, na qual as ideias discutidas anteriormente, durante o desenvolvimento da tarefa e da discussão coletiva, são consideradas e incorporadas. É nesse momento que o professor formaliza os conceitos, regras, generalizações, definições, propriedades, entre outras, de forma a fazer com que a tarefa desenvolvida faça sentido para o aluno, permitindo que a aprendizagem seja consolidada e os objetivos da aula sejam alcançados.

Ao realizar uma aula nos moldes do Ensino Exploratório, o professor assume um papel exigente e importante na promoção da aprendizagem do aluno, começando com a seleção (que pode envolver a elaboração ou adaptação) da tarefa a ser proposta, a estruturação da aula e no apoio à atividade matemática dos alunos. Por isso, é fundamental que o professor conheça todas as fases da aula para conseguir planejá-la e realizá-la de maneira que o conhecimento matemático seja construído ativamente pelos alunos.

Assim, nessa perspectiva de ensino, tanto o professor quanto os alunos desempenham um papel importante na construção do conhecimento, uma vez que o EEM se fundamenta em um formato dialógico, que demanda constante interação entre o professor e os alunos, bem como entre os próprios alunos (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015). Portanto, a comunicação desempenha um papel central no Ensino Exploratório, uma vez que é por meio dela que os alunos têm a oportunidade não apenas de expressar suas ideias, mas também de discutir suas estratégias de resolução e negociar significados com seus colegas e o professor.

1.3 Comunicação matemática em sala de aula e ações comunicativas

Comunicar é a ação de compartilhar e difundir informações, tornando-as conhecidas e partilhadas. Nesse sentido, a comunicação emerge como um elemento importante na existência humana, desempenhando um papel central no âmbito educacional (Zuchi, 2018). O ato de

ensinar e aprender manifesta-se intrinsecamente como um processo comunicativo, no qual diversos agentes desempenham papéis, sobretudo alunos e professores (Menezes, 2000).

Além de ser o veículo pelo qual o ensino e a aprendizagem se concretizam, a comunicação também assume um papel de relevância como objetivo em si no processo educativo. No campo da Matemática, a expectativa é, segundo Zuchi (2018), que os alunos desenvolvam habilidades comunicativas, que se entrelaçam harmoniosamente com outras competências, como a resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio.

Nas aulas de Matemática, a comunicação desempenha um papel de extrema relevância, uma vez que essa disciplina possui uma linguagem própria, a qual possibilita a comunicação de ideias com precisão e clareza, conforme destacado por Menezes (2000). Nesse contexto, o professor assume um papel fundamental no direcionamento da comunicação. Isso envolve a definição de padrões comunicativos, a seleção criteriosa de tarefas para os alunos e o estabelecimento da dinâmica da sala de aula (Quaresma; Ponte, 2015).

No que refere aos padrões de comunicação, Quaresma e Ponte (2015) indicam que o professor tem duas abordagens principais: pode exercer exclusivamente o papel de autoridade matemática, ou compartilhá-lo com os alunos, estimulando, assim, o desenvolvimento de suas habilidades de raciocínio e argumentação. A compreensão dessa dinâmica de comunicação é fundamental para aprimorar as práticas de ensino e promover uma experiência de aprendizagem mais significativa e enriquecedora.

Dessa maneira, a forma como a comunicação é promovida em sala de aula desempenha um papel determinante no engajamento dos alunos e na qualidade do aprendizado matemático (Faria; Rodrigues, 2020).

Segundo Quaresma e Ponte (2015), as tarefas propostas em sala pelo professor também exercem um impacto substancial nessa comunicação, uma vez que desempenham um papel central na organização das atividades dos alunos, constituindo um elemento fundamental no ensino de Matemática. Quando uma tarefa simplesmente solicita que os alunos apliquem um método de solução já familiar, sua responsabilidade se limita a reconhecer e aplicar tal método. Em contrapartida, uma tarefa que apresenta características desafiadoras, conforme apontado por Ponte (2005), ou que exija um elevado nível cognitivo, conforme descrito por Stein, Remillard e Smith (2007), pode estimular uma ampla gama de abordagens por parte dos alunos. Essas abordagens variadas podem ser comparadas e avaliadas, promovendo discussões matemáticas instigantes e enriquecedoras em da sala de aula (Quaresma; Ponte, 2015).

De acordo com Wells (2001), a educação precisa ser desenvolvida de forma dialógica de tal modo que o ensino e a aprendizagem sejam processos contínuos de indagação e diálogo,

nos quais os conhecimentos construídos pelos alunos e a aprendizagem transformem continuamente a maneira pela qual o professor compreende e atua na sala de aula.

Assim, para efetivar uma comunicação que valorize a troca de ideias entre os alunos, é essencial que o professor adote práticas de ensino que estimulem a interação, a comunicação e a colaboração em sala de aula. Isso inclui incentivar a participação contínua dos alunos, promover momentos de reflexão e discussão e envolver ativamente os alunos nos processos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, de acordo com Machado e Lacerda (2021), uma maneira de privilegiar a comunicação é trabalhar em pequenos grupos, já que os alunos tendem a se sentir mais à vontade para expressarem suas opiniões em comparação com situações em grupos maiores. Isso ocorre porque, ao colaborarem em grupos reduzidos, eles gradualmente se apropriam da linguagem matemática, por meio de intervenções verbais como explicar suas ideias, expressar pontos de vistas diferentes, argumentar e fazer conjecturas. Menezes (2000) lembra que essa dinâmica proporciona a oportunidade para expressar ideias, ouvir, esclarecer dúvidas e construir significados.

Dessa forma, dentro desse ambiente dialógico de aprendizagem, o professor tem a possibilidade de explorar a comunicação de forma a enriquecer o processo de ensino. Nesse sentido, Machado e Lacerda (2021), fundamentados nas contribuições de Ponte e Serrazina (2000), destacam três ações comunicativas a serem exploradas em sala de aula: *exposição de ideias*, *questionamentos* e *discussões*. Por sua vez, Menezes *et al.* (2014) ressaltam as ações comunicativas de *explicar*, *questionar*, *ouvir* e *responder*, as quais têm sido evidenciadas por pesquisas.

Segundo Machado e Lacerda (2021), a *exposição de ideias* oferece, tanto aos alunos quanto ao professor, a oportunidade de expressar suas formas de pensamento, frequentemente manifestadas por meio de narrativas de histórias ou experiências, uma prática comum no ambiente escolar. Contudo, na maioria das vezes, para iniciar uma *exposição de ideias*, é necessário lançar uma *questão* como ponto de partida. Ao proporcionar aos alunos a chance de compartilhar suas próprias ideias, emergem oportunidades para confrontações e, conseqüentemente, *discussões* construtivas.

De acordo com Bishop e Goffree (1986), *explicar* consiste em estabelecer conexões entre a ideia que está sendo apresentada e outras ideias presumivelmente compartilhadas pelos envolvidos. Leinhardt (2001) identifica quatro categorias de explicações, que variam com base na audiência e na motivação subjacente à necessidade de explicar: *explicações comuns*, *disciplinares*, *instrucionais* e *autoexplicações*.

As *explicações comuns* abordam aspectos simples do dia a dia que estão sendo discutidos. *Explicações disciplinares* estão intrinsecamente relacionadas com os conteúdos da disciplina, abordando questões de natureza mais ampla e formal. *Explicações instrucionais* se concentram no ato de ensinar, podendo ser direcionadas a um indivíduo ou desenvolvidas de forma coletiva, enfatizando a participação ativa dos alunos no processo. Por fim, as *autoexplicações* ocorrem quando alguém formula perguntas para si mesmo e, ao responder, muitas vezes, explora o raciocínio de forma pública, conhecido como *pensar alto* (Menezes *et al.*, 2014; Guerreiro *et al.*, 2015).

Dentro do contexto da sala de aula, cada tipo de explicação desempenha um papel essencial no processo educativo, contribuindo significativamente para a compreensão, comunicação e desenvolvimento do conhecimento. Da mesma forma, as perguntas elaboradas pelo professor assumem uma importância fundamental ao estimular não apenas a comunicação, mas também a interação e a construção coletiva do conhecimento entre os alunos.

Long (1992 apud Menezes, 1996), defende que o ato de *questionar* revela-se como ferramenta versátil e impactante para promover a compreensão e estimular a exploração ativa de novas ideias. Portanto, as perguntas que os professores formulam e as consequentes respostas dos alunos desempenham um papel fundamental no contexto da sala de aula. Isso se deve ao fato de que essas respostas fornecem informações cruciais ao professor, permitindo monitorar e avaliar tanto o progresso individual quanto o desempenho coletivo.

Entretanto, a seleção cuidadosa dos tipos de perguntas realizadas pelo professor assume um papel primordial e tem como objetivo atingir diversas finalidades, tais como: iniciar a abordagem de um determinado assunto; obter a adesão dos alunos e manter um contato eficaz com a audiência; direcionar a atenção dos alunos para aspectos específicos que o professor deseja discutir de forma mais aprofundada; verificar o conhecimento e captar o engajamento dos alunos para obter informações sobre seus processos de solução; solicitar explicações mais detalhadas de informações previamente apresentadas; estimular o pensamento crítico dos alunos e avaliar o conhecimento dos alunos (Machado; Lacerda, 2020).

Nesse contexto, uma variedade de tipos de perguntas pode coexistir, e o professor assume uma função fundamental na promoção do discurso matemático em sala de aula, iniciando e direcionando o diálogo para enriquecer a aprendizagem dos alunos. Para estimular a participação ativa da turma na comunicação matemática, é necessário que o professor formule perguntas desafiadoras e proponha tarefas que estimulem o pensamento dos alunos. Além disso, depois de um comentário feito por um aluno, é recomendável que o professor frequentemente solicite uma explicação ou questione o *porquê* (Menezes, 2000).

A maneira como as perguntas são formuladas na sala de aula pode tanto motivar os alunos a resolverem as tarefas propostas quanto desmotivá-los por não compreenderem o propósito das perguntas (Serrazina, 2021). Como salientado por Menezes (2000), a arte de questionar exige discernimento para decidir entre perguntas *provocativas* e *orientadoras*, e é influenciada pela compreensão que o professor possui do contexto da aula de matemática, do seu papel e do papel dos alunos.

No entanto, como enfatizado por Malundo *et al.* (2021), o papel do professor vai além de apenas formular perguntas; é necessário também possuir a habilidade de observar e ouvir atentamente, permitindo que os alunos se expressem livremente. Além disso, o professor deve estar preparado para analisar cuidadosamente as respostas fornecidas pelos alunos.

Nessa abordagem, o ato de *questionar* desencadeia outros dois atos comunicativos: *ouvir* e *responder*. *Ouvir* reflete a importância e a necessidade de o professor escutar os alunos visando a integração dos seus raciocínios, ideias e estratégias matemáticas no diálogo da sala de aula. É um momento em que tanto alunos quanto o professor se dedicam a compreender e contribuir de maneira significativa para o processo de ensino da matemática (Menezes *et al.*, 2014).

Dessa forma, da mesma maneira que o questionar do professor pode assumir várias formas e servir a diferentes propósitos, o processo de *ouvir* também possui nuances distintas. Nesse contexto, o professor pode empregar o *ouvir avaliativo/diretivo*, quando busca avaliar os conhecimentos dos alunos de acordo com parâmetros predefinidos. O *ouvir interpretativo/observacional* é adotado quando o professor procura compreender as ideias dos alunos e seu pensamento matemático. Já o *ouvir hermenêutico/globalizante* busca uma compreensão profunda do modo como os alunos abordam conceitos matemáticos de maneira mais ampla. Essa forma de ouvir visa não apenas respostas ou conhecimento específico, mas também pretende explorar a forma como os alunos pensam, buscando apoiá-los na tomada de decisões e na descoberta de novos significados (Guerreiro *et al.*, 2015; Menezes *et al.*, 2014).

Ao *ouvir* os alunos, é essencial que o professor esteja atento à maneira como irá *responder* ou reagir às suas contribuições no diálogo. Essas respostas ou reações têm o potencial tanto de promover a autonomia dos alunos quanto de reforçar a dependência em relação ao professor. As possibilidades de resposta são amplas, variando desde abordagens diretas até a inclusão de explicações, fornecimento de informações, validação ou não validação das respostas dos alunos e até mesmo a promoção de comparações entre as diferentes respostas apresentadas pelos alunos (Menezes *et al.*, 2014).

Nesse sentido, os autores (Menezes *et al.*, 2014) ainda acrescentam que a qualidade de uma resposta está intrinsecamente ligada ao tipo de pergunta formulada pelo professor e à maneira como ele interpreta a contribuição do aluno. Enquanto responde às intervenções dos alunos, é crucial que o professor evite sobrecarregar com excesso de informações, uma vez que isso pode comprometer o nível cognitivo da tarefa em que os alunos estão engajados. Além disso, conforme os autores, o professor pode transformar respostas incorretas ou incompletas em oportunidades de discussão e superação de obstáculos.

No entanto, para fomentar discussões em sala de aula, a fim de enriquecer os processos de ensino e aprendizagem, é necessário que o professor estabeleça um ambiente comunicativo em que todos tenham a oportunidade de expressar suas ideias, defender seus pontos de vista e confrontá-los com os de seus colegas que interagem e compartilham significados (Machado; Lacerda, 2020). Dessa forma, o professor abre espaço para que os alunos interajam, compartilhem informações e influenciem uns aos outros, o que fomenta a reflexão, o esclarecimento e o aprofundamento do conhecimento acerca das relações matemáticas envolvidas (Menezes *et al.*, 2014).

1.4 Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, fundamentando-se nas diversas características delineadas por Creswell (2010). De acordo com o autor, a pesquisa qualitativa utiliza o ambiente natural como a principal fonte de dados, conferindo ao pesquisador um papel central como instrumento de investigação. O projeto evolui de forma dinâmica, trabalhando na construção progressiva de uma perspectiva teórica e incorporando uma variedade de fontes de informações, enquanto emprega uma análise indutiva dos dados coletados. Além disso, dá destaque à importância dos significados atribuídos pelos participantes à pesquisa, às informações obtidas e à apresentação holística dos resultados.

Dessa forma, para atender ao objetivo geral desta pesquisa, o procedimento adotado compreende tanto uma abordagem teórica quanto duas etapas empíricas. No componente teórico, foi realizado um estudo bibliográfico de mapeamento de pesquisa sobre comunicação matemática em sala de aula, a partir de busca realizada no Portal³ de Periódicos da Capes.

³ O Portal de Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) é uma plataforma online mantida pelo governo brasileiro, que oferece amplo acesso a periódicos científicos, revistas eletrônicas e diversas fontes de informação acadêmica, orientado à democratização do acesso online à informação científica. Criado com o propósito de fortalecer a pesquisa e o desenvolvimento científico no Brasil, o portal

O mapeamento tem como propósito apresentar uma visão abrangente da quantidade, distribuição espacial, temas explorados, teorias aplicadas, metodologias empregadas e outros elementos relacionados a essa área específica de estudo. O enfoque principal reside nos aspectos descritivos do campo de pesquisa, sem desconsiderar a eventual inclusão dos resultados obtidos, embora estes últimos não sejam o foco primordial (GEPFPM, 2018).

Na etapa empírica, optamos pela pesquisa do tipo intervenção pedagógica, a qual possui características que permitem ao pesquisador intervir no contexto dos sujeitos em estudo. Isso viabiliza a produção e implementação de ações capazes de gerar mudanças e transformações na atuação dos próprios sujeitos pesquisados. A escolha da pesquisa de intervenção como metodologia de estudo encontra sua justificativa na capacidade de engajar tanto o pesquisador quanto os sujeitos pesquisados, tornando-os atores ativos na construção do processo de pesquisa. Nessa perspectiva, segundo Damiani (2012):

denominam-se intervenções as interferências (mudanças, inovações), propositadamente realizadas, por professores/pesquisadores, em suas práticas pedagógicas. Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos (Damiani, 2012, p. 3).

Além disso, conforme Rochefort (2012, p. 126), as intervenções relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem possuem um potencial significativo tanto para experimentar novas práticas pedagógicas quanto para aprimorar as já existentes, além de contribuir para o desenvolvimento de conhecimento teórico sobre esses processos.

Nesse contexto, a pesquisa que adota a abordagem de intervenção pedagógica exige do pesquisador uma sequência bem definida de etapas. Após a elaboração do projeto de pesquisa, o pesquisador procede à implementação da proposta de trabalho pedagógico, detalhando cada passo com minúcia. Em seguida, realiza a avaliação criteriosa do processo de acordo com os princípios científicos estabelecidos. Tal abordagem metodológica se desdobra em duas fases distintas e complementares: o método de intervenção e o método de avaliação da intervenção (Damiani, 2013).

Assim, de acordo com Damiani (2012), podemos caracterizar esta pesquisa como intervenção a partir dos seguintes aspectos: pesquisa aplicada; intenção de mudança ou inovação por meio de uma prática específica; trabalho com dados produzidos resultantes da

proporciona a estudantes, professores e pesquisadores o acesso a uma extensa gama de recursos nas mais diversas áreas do conhecimento, contribuindo significativamente para o avanço da produção científica no país.

intervenção; avaliação sistemática e rigorosa dos efeitos dessa prática, empregando métodos científicos robustos, em contraposição à mera descrição superficial dos efeitos observados.

Desse modo, além do material bibliográfico analisado no primeiro artigo, a pesquisa utilizou de instrumentos como ferramentas para a coleta e geração de dados relacionados às intervenções. Essa abordagem abrangeu desde o planejamento inicial até a análise das interações entre a professora/pesquisadora e os alunos, assim como as interações entre os próprios alunos. Essas ferramentas compreenderam gravações e transcrições dos áudios das aulas, diálogos e reflexões realizados com o orientador, além de discussões em grupo de pesquisa, tudo isso complementado pelos planos de aula elaborados pela professora.

É relevante destacar que as unidades de análise dos dados, em cada um dos artigos, foram estabelecidas *a posteriori*, emergindo do processo de estudo, discussão e reflexão em conjunto com o orientador e também por meio das interações entre os colegas nas discussões do grupo de pesquisa.

O planejamento das aulas foi concebido para ser implementado em uma turma de 3ª série do Ensino Médio, abordando o conteúdo de estatística. Nesse contexto, foram elaboradas três tarefas e seus respectivos planos de aula, incluindo quadros de referência para orientar as ações do professor. Todas as tarefas, sejam elas elaboradas e/ou adaptadas, passaram por análises junto ao orientador e, posteriormente, por discussões no grupo de pesquisa, antes de serem aplicadas em sala de aula com os alunos.

Embora tenha desenvolvido três tarefas relacionadas a conteúdos de estatística com os alunos, optamos, de maneira intencional, por selecionar a tarefa *Rede de Supermercados* para este trabalho. Essa escolha se justifica pela tarefa abranger o conteúdo de medidas de tendência central (média aritmética simples, moda e mediana) e, portanto, pela capacidade de trazer elementos enriquecedores para as discussões. A elaboração dessa tarefa teve como objetivo proporcionar aos alunos a oportunidade de expressar suas ideias por meio de uma análise criteriosa dos dados salariais. Ademais, permitiu aos alunos aplicar conceitos estatísticos e raciocínio lógico, bem como, responder às perguntas propostas e discutir os resultados de maneira clara e embasada.

A natureza dessa tarefa foi pensada de maneira a estimular a comunicação entre os alunos, especialmente na diferenciação das três medidas, uma vez que tal conteúdo ainda não havia sido abordado com a turma. A tarefa objetivava, justamente, a sistematização desses conceitos, bem como, a troca significativa de ideias entre os alunos.

A intervenção foi realizada com uma turma de 3ª série do Ensino Médio, composta por 34 alunos, com idades entre 16 e 18 anos, pertencentes a uma escola pública situada em uma

cidade do interior do estado do Paraná. A condução deste estudo foi realizada pela pesquisadora, que também atua como professora da turma. A escolha dessa escola se justifica pelo fato de ser o local de lotação da professora/pesquisadora e seu local de atuação em sala de aula nos últimos seis anos, conferindo um contexto de familiaridade e continuidade à pesquisa desenvolvida.

1.5 Organização do estudo

Ao planejar a organização desta dissertação, optamos por adotar um formato baseada em uma coleção de artigos científicos relacionados ao tema central da pesquisa. Essa estrutura, conhecida como *multipaper*, permite, conforme Duke e Beck (1999), que cada capítulo se configure como um artigo completo, com resumo, introdução, revisão de literatura, problema, metodologia, resultados e conclusões.

Segundo Duke e Beck (1999), esse formato de escrita evita a necessidade de reescrever e condensar o trabalho no final, uma vez que já teremos uma série de artigos prontos para submissão e publicação. Além disso, essa abordagem oportuniza ao pesquisador aprimorar suas habilidades de escrita de artigos e ampliar seu público leitor, especialmente profissionais da área que, muitas vezes, têm restrições de tempo para lidar com documentos extensos. Essa escolha é particularmente relevante para alcançar os professores, garantindo que eles tenham acesso aos resultados específicos de nossa pesquisa.

Dessa forma, esta dissertação está estruturada em três capítulos, após esta introdução detalhada. Cada capítulo corresponde a um dos objetivos específicos da pesquisa, conforme descrito no Quadro 1. O último capítulo, por sua vez, articula os três capítulos anteriores, fornecendo uma resposta abrangente à pergunta geral de pesquisa apresentada na introdução, a qual caracteriza os resultados da dissertação que articulam aqueles presentes em cada um dos artigos/capítulo precedentes.

Quadro 1 - Estrutura da dissertação Multipaper

(continua)

Introdução			
Panorama Geral da Pesquisa			
Questão Geral da Pesquisa			
Que ações podem promover a comunicação em aulas de matemática na perspectiva do EEM, com foco no ensino de Estatística?			
Capítulo	Objetivo	Questão diretriz	Procedimentos
Artigo 1	Discutir os principais aspectos da comunicação matemática em sala de aula, considerados em artigos científicos, e fatores que a influenciam.	Que aspectos da comunicação matemática são promovidos no contexto da sala de aula, envolvendo alunos e professores, e como esses aspectos influenciam os	Mapeamento de pesquisa realizado no Portal de Periódicos da Capes, com foco na comunicação matemática.

(conclusão)

Capítulo	Objetivo	Questão diretriz	Procedimentos
		processos de ensino e aprendizagem?	
Artigo 2	Investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos em aulas na perspectiva do EEM, em um contexto de ensino de Estatística.	Que ações comunicativas são promovidas pelo professor nas interações com os alunos ao realizar uma aula na perspectiva do EEM?	Análise das interações promovidas entre professor e alunos durante o desenvolvimento da tarefa.
Artigo 3	Investigar influências de ações comunicativas promovidas pelo professor, em práticas exploratórias para a atribuição de significados a entes estatísticos, pelos alunos, com enfoque nas medidas de tendência central.	De que maneira as ações comunicativas promovidas pelo professor durante práticas exploratórias, influenciam a atribuição de significados a entes estatísticos, pelos alunos, especialmente no que se refere as medidas de tendência central?	Análise das interações promovidas entre os alunos nos grupos e entre estes e o professor durante o desenvolvimento da tarefa.
Conclusão e considerações finais			

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Os capítulos, portanto, estão organizados em formato de artigos, destacando a coautoria entre a mestranda e o orientador, uma vez que a estruturação do trabalho e as análises foram desenvolvidas em colaboração. Nesse formato, as referências são apresentadas ao final de cada artigo, e também, após as considerações finais, em que se abrange as referências utilizadas ao longo de todo o estudo.

Desse modo, o Capítulo 1 seguinte apresenta uma abordagem aprofundada sobre a comunicação matemática no contexto da sala de aula, fundamentada em um mapeamento de artigos científicos obtidos no Portal de Periódicos da Capes. O objetivo foi discutir os principais aspectos da comunicação matemática em sala de aula, considerados em artigos científicos, e fatores que a influenciam. Dessa forma, o capítulo fornece sustentação e embasamento para os próximos passos da pesquisa, assim como para as análises de resultados.

No Capítulo 2, apresentamos as análises e reflexões derivadas de um conjunto de aulas realizadas no contexto do EEM, que envolveram a realização de uma tarefa desafiadora focada na Estatística, nomeadamente, em medidas de tendência central, envolvendo a obtenção dos valores, interpretação e diferenciação de moda, média aritmética simples e mediana. O objetivo do trabalho foi identificar as ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos durante o desenvolvimento da tarefa, sob a perspectiva do EEM.

Para realizar essa análise, utilizamos os dados obtidos a partir das transcrições das gravações de áudios das aulas conduzidas pela professora/pesquisadora, nas quais os alunos trabalharam em grupos para resolver a tarefa proposta. Inicialmente, as análises foram

realizadas em conjunto pela pesquisadora e pelo seu orientador e, posteriormente, os resultados foram compartilhados com o grupo de pesquisa (GEPTeMatE), no qual a pesquisadora é integrante. Essa abordagem permitiu que os dados fossem confrontados e discutidos coletivamente com outros professores e pesquisadores do grupo, a fim de validar, refutar, questionar, contestar, contribuir ou concordar com as percepções iniciais. Essa colaboração entre os membros do grupo de pesquisa tem o propósito de minimizar possíveis vieses decorrentes da dupla função desempenhada pela pesquisadora como professora.

No Capítulo 3, foram realizadas análises e reflexões decorrentes de um conjunto de aulas desenvolvidas no contexto EEM, com a realização de uma tarefa desafiadora, focada na Estatística, nomeadamente, em medidas de tendência central, envolvendo a obtenção dos valores, interpretação e diferenciação de moda, média aritmética simples e mediana. No entanto, neste trabalho, nosso objetivo foi direcionado para identificar influências das ações comunicativas promovidas pelo professor para a atribuição de significados a entes estatísticos pelos estudantes.

Assim como no capítulo 2, utilizamos os dados provenientes das transcrições dos áudios das interações dos grupos durante a realização da tarefa proposta nas aulas conduzidas pela professora/pesquisadora. A análise inicial foi feita de maneira colaborativa entre a pesquisadora e o orientador. Em seguida, os resultados, também, foram submetidos ao grupo de pesquisa (GEPTeMatE) para uma avaliação conjunta e discussão. Essa etapa de contraposição com outros membros do grupo de pesquisa nos permitiu obter diferentes perspectivas e aprimorar a qualidade das conclusões obtidas. A colaboração e a troca de ideias com o grupo foram fundamentais para garantir a validade e a robustez dos resultados alcançados.

Por fim, elaboramos as considerações finais sobre o trabalho realizado, trazendo a resposta à questão de pesquisa, a partir de uma análise transversal e integradora dos resultados e discussões apresentados em cada um dos artigos que compõem a dissertação.

1.6 Referências

ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. *In*: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BUDEK D. C. F.; CORREIA S., G.; SANTOS Jr, G. A Educação Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil: uma análise curricular. **Revista Thema**, Pelotas, v. 14, n.

2, p. 122-136, 2017. Disponível em:
<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/447>. Acesso em: 19 jul. 2023.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2012, Porto Alegre, RS. **Actas [...]**. Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. *In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 15-28.

CARVALHO, C.; CÉSAR, M. Interações entre Pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. **Quadrante**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. 3–31, 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22732>. Acesso em: 25 ago. 2023.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 6, p. 445-458, out. 2010.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. *In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016, p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. *In: Cyrino, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016, p. 81-99.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates**. SBEM. Ano II., v. 2, p. 15-19, 1989.

DAMIANI, M. F. Sobre pesquisas do tipo intervenção – painel: as pesquisas do tipo intervenção e sua importância para a produção de teoria educacional. *In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO*, 16., 2012, Campinas. **Anais [...]**. Campinas: UNICAMP, 2012. Disponível em:
http://infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/2345b.pdf. Acesso em: 21 jun. 2022.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção. **Cadernos de Educação**, Pelotas, RS, n. 45, p. 57-67, jul./ago. 2013

DEWEY, J. Logic: the theory of inquiry. **Nursing**, New York, 1938. p. 5-103.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Medidas de tendência central e o ensino exploratório de Estatística. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 166-191, 2015.

FARIA, F.; RODRIGUES, M. A comunicação matemática escrita. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 90–116, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>. Acesso em 12 set. 2022.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p.279-295, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>. Acesso em: 05 jun. 2022.

HORN, G. B.; MASTHEY, A.; REZENDE, E. T. A filosofia no ensino médio público paranaense: limites e desafios no contexto das políticas educacionais. **EccoS – Revista Científica**, [S. l.], n. 67, p. e25488, 2023. DOI: 10.5585/eccos.n67.25488.

LEINHARDT, G. Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. **Handbook of research on teaching**, v. 4, p. 333-357, 2001.

LOPES, C. E. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED. 33., 2010, Caxambu, MG. **Anais [...]**. Disponível em: <http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2023.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória- investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 4, p. 1–21, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2469>. Acesso em: 21 set. 2022.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A. Comunicação Matemática Por Meio Das Tarefas De Investigação: Caminhos Alternativos Para O Ensino E Aprendizagem De Matemática. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 4, p. 163–181, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i4.12237>. Acesso em: 21 set. 2022.

MALUNDO, C. M. B. *et al.* O uso do GeoGebra para assegurar enriquecimento da comunicação matemática dos alunos: uma experiência na 7ª classe no contexto angolano. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 105–128, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p105-128>. Acesso em: 21 set. 2022.

MENEZES, L. A comunicação na aula de Matemática. **Millenium**, v. 3, p. 20-28, 1996.

MENEZES, L. Matemática, Linguagem e Comunicação. **Millenium**, Instituto de Viseu, n. 20, p. 178-196, 2000.

MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. *In:* PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 135-161.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 9-26, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.14244/19827199410>. Acesso em: 29 set. 2022.

NICOL, C. Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. **Educational Studies in Mathematics**, v. 37, n. 1, p. 45-66, 1999.

OLIVEIRA, V. S. D.; BASNIAK, M. I. O planejamento de aulas assentes no ensino exploratório de Matemática desenvolvidas no ensino remoto de emergência. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 11, 2021.

PAULEK, C. M., ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. *In:* CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -CIBEM, 8., Madri. Anais [...]. Madri, 2017, p. 412-421.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In:* GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000. p. 11-20.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista Educação**, v.11, n.2, p. 145-163, 2002.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 297-310, 2015.

ROCHEFORT, R. S. **Ensinar a ensinar... aprender para ensinar!** As aprendizagens na formação inicial em Educação Física nas perspectivas das Teorias Histórico-Cultural e da Atividade. 2012. 347f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2012.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M. C. de C. T.; OLIVEIRA, H. M. Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de futuros professores de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, São Paulo, v. 32, p. 967-989, 2018.

SALGADO, M. A. de J.; LOSANO, A. L. Comunicação na aula de matemática: revisão da literatura na perspectiva do professor pesquisador. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022020, 2022. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8667863>. Acesso em: 10 ago. 2023.

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 2-19, 2021.

SIERPINSKA, A. Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. *In: STEINBRING, H.; BUSSI, M. G. B.; SIERPINSKA, A. (Eds.). **Language and communication in the mathematics classroom.*** Reston, VA: NCTM, 1998, p. 30-62.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, [S. l.], v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K.; REMILLARD, J.; SMITH, M. How curriculum influences student learning. *In: LESTER, F. (Ed.). **Second handbook of mathematics teaching and learning.*** Greenwich, CT: Information Age, 2007. p. 319-369.

TRAMONTIN, C. S. **Formação continuada dos diretores (gestores escolares) da rede pública estadual da educação básica do Paraná (2019-2022):** implicações e perspectivas para uma educação crítica e emancipadora. 2023. Dissertação (Mestrado Acadêmico) –Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2023.

WELLS, G. **Indagación Dialógica: hacia una teoría y una práctica socioculturales de la educación.** Barcelona: Paidós, 2001.

ZUCHI, I. A importância da linguagem no ensino de matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 11, n. 16, p. 49-55, 2018.

2 MAPEAMENTO DE ARTIGOS CIENTÍFICOS PUBLICADOS EM PERÍODICOS SOBRE A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

Resumo: O presente estudo apresenta um mapeamento de artigos científicos que abordam a comunicação matemática na sala de aula, envolvendo alunos e professores. O objetivo principal foi discutir os principais aspectos da comunicação matemática em sala de aula, considerados em artigos científicos, e fatores que a influenciam. A busca foi realizada no Portal de Periódicos da Capes, utilizando a expressão “*comunicação matemática*” como palavra-chave, resultando em 38 artigos. Com a leitura dos resumos, foram identificados o(s) objetivo(s), objeto de estudo e sujeitos envolvidos em cada investigação, admitindo como critério de seleção artigos empíricos que tratassem da comunicação matemática envolvendo professores e alunos. Posteriormente, os artigos selecionados foram lidos na íntegra, elucidando aspectos metodológicos, conceituais e de resultados para determinar as unidades de análise. A partir disso, observou-se que apenas treze trabalhos contemplavam integralmente os critérios de seleção para compor o *corpus* analítico deste estudo. As unidades de análise indutivamente estruturadas incluem estilos de comunicação em sala de aula, modos de promover a comunicação, papel do professor para promover comunicação, formas de comunicação e aspectos comunicativos na Matemática. O mapeamento evidencia, assim, a importância da comunicação para promover aprendizagem matemática e interação efetiva entre professor(es) e alunos. Os resultados do estudo têm implicações relevantes para aprimorar as práticas de ensino e podem orientar futuras pesquisas no campo da comunicação matemática em sala de aula.

Palavras-chave: Mapeamento; Comunicação matemática; Interação; Aprendizagem.

2.1 Introdução

A comunicação em sala de aula tem despertado amplo interesse e instituído objetos de estudo no campo da Educação Matemática. Diversos pesquisadores, tais como Brendefur e Frykholm (2000), Ponte e Serrazina (2000), Alro e Skovsmose (2021), Menezes *et al.* (2014) e Guerreiro (2011) têm dedicado seus esforços para investigar como ocorre a comunicação matemática no ambiente escolar, e como os papéis de professor e alunos influenciam os processos de ensino e aprendizagem.

É importante destacar que a forma como o professor se comunica em sala de aula é influenciada por suas concepções sobre ensino e aprendizagem (Guerreiro, 2011). Nesse sentido, a comunicação promovida pelo professor pode ser compreendida de duas maneiras distintas. A primeira delas, como simples transmissão de informações e conhecimentos; a segunda, como um processo de interação social, envolvendo professor e alunos e o conhecimento matemático, estimulando a troca de ideias, a negociação de significados e a construção conjunta do conhecimento.

Dessa forma, a maneira como a comunicação é promovida em sala de aula desempenha papel determinante no engajamento dos alunos e na qualidade do aprendizado matemático (Faria; Rodrigues, 2020). Compreender essa dinâmica de comunicação é fundamental para aprimorar as práticas de ensino e promover uma experiência de aprendizagem mais significativa e enriquecedora, particularmente no campo da Matemática.

Assim, o presente estudo consiste em um mapeamento de artigos científicos disponíveis no Portal de Periódicos da Capes⁴ que abordam a comunicação matemática no contexto da sala de aula, envolvendo tanto alunos quanto professores. O objetivo principal foi discutir os principais aspectos da comunicação matemática presentes em sala de aula e fatores que podem influenciá-la.

A escolha de focalizar a *comunicação matemática* é respaldada por Guerreiro (2011) que, embasado nas diretrizes do *National Council of Teachers of Mathematics* (NTCM, 1991, 2007), destaca que ela coloca sua ênfase na representação de ideias matemáticas, tanto na expressão oral quanto na escrita e leitura associadas à Matemática, ressaltando a centralidade da linguagem abstrata e simbólica nessa ciência. Ao mesmo tempo, também valoriza as interações entre os alunos e entre eles e o professor, realçando a relevância dessas interações na construção de uma aprendizagem matemática com significado. É importante ressaltar, ainda, que este mapeamento não apresenta um quadro teórico prévio, mas serve como recurso para construir um conjunto de referências ou esquema teórico, com o intuito de obter uma visão ampla e holística do tema em questão (Biembengut, 2008).

Dessa forma, a seção seguinte apresenta os encaminhamentos metodológicos que estruturam os aspectos mapeados, apresentados e problematizados na sequência. A última seção traz considerações que sintetizam os achados e apontam aspectos a serem considerados em práticas e pesquisas envolvendo a comunicação matemática.

2.2 Encaminhamentos metodológicos

O presente trabalho caracteriza-se como um estudo bibliográfico de mapeamento de pesquisas sobre a comunicação matemática em sala de aula. O propósito do mapeamento de

⁴ O Portal de Periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) é uma plataforma online mantida pelo governo brasileiro, que oferece amplo acesso a periódicos científicos, revistas eletrônicas e diversas fontes de informação acadêmica, orientado à democratização do acesso online de informação científica. Criado com o propósito de fortalecer a pesquisa e o desenvolvimento científico no Brasil, o portal proporciona a estudantes, professores e pesquisadores, acesso a uma extensa gama de recursos nas mais diversas áreas do conhecimento, contribuindo significativamente para o avanço da produção científica no país.

pesquisas é retratar a quantidade, a distribuição espacial, os temas abordados, as teorias empregadas, as metodologias utilizadas e outros elementos relacionados a uma área de estudo específica. O foco principal é dar ênfase aos aspectos descritivos do campo de pesquisa, em vez dos resultados obtidos, embora estes últimos também possam ser considerados no mapeamento (Grupo de Pesquisa GEPFPM, 2018).

De acordo com Biembengut (2008), o mapeamento na pesquisa educacional contempla:

um conjunto de ações que inicia com a identificação dos entes ou dados envolvidos com o problema a ser pesquisado, para, a seguir, levantar, classificar e organizar esses dados de forma a tornarem mais aparentes as questões a serem avaliadas; reconhecer padrões, evidências, traços comuns ou peculiares, ou ainda características indicadoras de relações genéricas (Biembengut, 2008, p. 74).

Dessa forma, o *corpus* deste trabalho foi delineado a partir de duas buscas realizadas no Portal de Periódicos da Capes, conduzidas em setembro de 2022 e junho de 2023, com o propósito de preservar a atualização dos dados mapeados. Para tanto, foi utilizada a expressão “comunicação matemática” no campo de busca, sem delimitação de período ou área do conhecimento. Dessas buscas, resultaram 38 (trinta e oito) artigos, dos quais cinco eram repetidos. Com base nessa seleção, procedeu-se ao delineamento do *corpus* analítico, com critério de seleção voltado para os trabalhos empíricos que abordavam especificamente a comunicação matemática desenvolvida no contexto da sala de aula, envolvendo alunos e professores.

A etapa de seleção consistiu na leitura dos resumos de todos os artigos, a partir dos critérios estabelecidos, também procurando identificar objetivo(s), objeto de estudo e sujeitos envolvidos. Durante esse processo, optou-se por descartar os artigos que abordavam a comunicação matemática em ambientes virtuais, uma vez que nosso interesse estava no contexto da sala de aula. Em seguida, procedeu-se à leitura completa dos artigos pré-selecionados. A partir dessa leitura mais detalhada, observou-se que alguns artigos mencionavam a “comunicação matemática” nas palavras-chave ou nos resumos, mas não apresentavam sustentações teóricas sobre o tema ao longo do texto. Por esse motivo, optou-se por descartar esses trabalhos do estudo.

Após a leitura completa dos trabalhos, foram selecionados treze estudos que exploram diversos aspectos da comunicação desenvolvida em sala de aula, envolvendo professores e alunos. O Quadro 2 apresenta os títulos e objetivos desses trabalhos, assim como os periódicos nos quais foram publicados.

Quadro 2 - Corpus analítico do mapeamento

(continua)

Referência	Título	Periódico	Objetivo
Guerreiro (2011)	Concepções e práticas de comunicação matemática	Indagatio Didactica	Caracterizar a evolução das concepções e práticas de comunicação matemática do professor do 1.º ciclo do ensino básico, no decorrer de um trabalho de natureza colaborativa focado na reflexão sobre as práticas comunicativas em sala de aula.
Ribeiro (2011)	Conhecimento e desenvolvimento profissional do professor. Analisando a prática de Maria, uma professora do 1.º Ciclo	Indagatio Didactica	Analisar e discutir as evoluções no desenvolvimento profissional do professor, com ênfase nas dimensões essenciais do seu conhecimento profissional, tais como crenças, objetivos, conhecimentos matemáticos e tipos de comunicação matemática promovidos durante a introdução de conteúdo.
Alves e Nascimento (2012)	Resolução de Problemas e Comunicação Matemática: as concepções de professores de matemática do 6º ao 9º ano, de uma Escola Pública do interior da Bahia	Eventos Pedagógicos	Verificar como os professores permitem o desenvolvimento das várias linguagens de comunicação nas aulas de matemática e identificar se o professor utiliza a metodologia de Resolução de Problema e como a faz.
Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012)	Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática: exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido	Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa	Compreender as cognições (crenças, conhecimento matemático para o ensino e objetivos) e os tipos de comunicação matemática presentes nas ações do professor durante uma aula de matemática no 1.º Ciclo e analisar as relações entre essas dimensões.
Sousa e Guerreiro (2014)	Resiliência educacional e construção do conhecimento	Educação	Investigar a resiliência acadêmica, com ênfase na construção da comunicação matemática, em resultado dos processos de interação social entre alunos e professores.
Guerreiro (2017)	Leitura matemática e texto literário: dois estudos nos primeiros anos	Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación	Explorar as conexões entre a literatura e a matemática no contexto educacional, especialmente no ensino básico, com foco na resolução de problemas, no estabelecimento de conexões entre as ideias matemáticas, os conceitos e as experiências pessoais dos alunos, e no desenvolvimento do pensamento crítico.
André e Fernandes (2020)	Projeto UKIDS – Valorizar o desafio <i>Trash Value</i> em contexto interdisciplinar	Indagatio Didactica	Investigar como o desafio <i>Trash Value</i> , que envolve a reutilização de caixas de ovos de forma sustentável, potenciou o desenvolvimento de competências sociais, raciocínio e comunicação matemática em crianças do 4º ano de escolaridade.
Machado e Lacerda (2020)	A comunicação Matemática em uma tarefa exploratória-investigativa: uma proposta mediante a Taxa de Metabolismo Basal	Revista de Ensino de Ciências e Matemática	Explorar a comunicação durante a tarefa exploratória-investigativa e identificar as perguntas que surgiram mediante a proposta de ensino da Taxa de Metabolismo Basal (TMB).
Faria e Rodrigues (2020)	A comunicação matemática escrita	Da Investigação às Práticas	Caracterizar a comunicação matemática escrita de duas turmas de 6º ano, no que diz respeito às dimensões de correção, clareza e argumentação matemática.
Possamai e Silva (2020)	Comunicação matemática na resolução de problemas	Revista de Educação Matemática	Discutir os processos de leitura e escrita no contexto da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas.

(conclusão)

Referência	Título	Periódico	Objetivo
Malundo <i>et al.</i> (2021)	O uso do GeoGebra para assegurar enriquecimento da comunicação matemática dos alunos: uma experiência na 7ª classe no contexto angolano	Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo	Pesquisar como se desenvolve a competência da comunicação matemática nos alunos, mediada pelo uso do GeoGebra, num contexto educativo em que a tecnologia e esse <i>software</i> nunca foi usado e promover o diálogo reflexivo na construção de conceitos associados às retas no plano, utilizando o GeoGebra, e explorando suas potencialidades.
Adão <i>et al.</i> (2021)	O uso do GeoGebra para a composição e decomposição de figuras geométricas: uma experiência com os alunos da 8ª classe no contexto angolano	Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo	Investigar se os alunos conseguiram compor e decompor figuras geométricas com o objetivo de classificar os polígonos quanto aos números de lados com ajuda do <i>software</i> GeoGebra, e investigar como os alunos comunicaram suas ideias matemáticas por meio da construção de figuras geométricas frutos do diálogo com o professor.
Serrazina (2021)	Aprender matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório	Em Teia	Discutir como práticas de ensino exploratório podem ser promotoras do desenvolvimento, da compreensão e do raciocínio matemáticos nos estudantes desde os anos iniciais.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Dessa forma, procedeu-se a leitura na íntegra e mais detalhada dos artigos selecionados, na busca por identificar elementos que permitissem delinear as unidades de análise, também despendendo atenção para os aspectos metodológicos, conceituais e de resultados de cada pesquisa. Nesse processo, foram identificados os principais enfoques das pesquisas em relação à comunicação matemática, proporcionando uma visão abrangente e aprofundada sobre a importância e o impacto da comunicação nos processos de ensino e de aprendizagem matemática. Esses principais enfoques foram indutivamente aproximados e constituem as unidades de análise descritiva do mapeamento, na seguinte conformidade:

- i) *Estilos de comunicação em sala de aula*: discute diferentes modos pelos quais a comunicação ocorre durante os processos de ensino e aprendizagem, problematizando características específicas relacionadas ao envolvimento do professor e dos alunos, participação, reflexão e compartilhamento de conhecimentos matemáticos.
- ii) *Modos de promover a comunicação*: problematiza oportunidades de comunicação e de aprendizagem proporcionadas por diferentes tipos de tarefas e de perguntas. Além disso, salienta formas como os tipos de perguntas são interpostas pelo professor e a maneira como o faz influencia diretamente a forma como os alunos pensam, interagem e expressam suas ideias.
- iii) *Papel do professor para promover comunicação*: elucida o papel fundamental que o professor exerce para promover um ambiente comunicativo em sala de aula, em que os participantes tenham oportunidade de refletir e construir conhecimento coletivamente.

iv) *Formas de comunicação*: sintetiza diferentes formas de comunicação na sala de aula de matemática, e como elas proporcionam uma abordagem mais abrangente e enriquecedora para o ensino e a aprendizagem matemática.

v) *Aspectos comunicativos na Matemática*: discute as relações particulares da comunicação no contexto matemático, enfatizando a articulação de diversas linguagens, incluindo a língua materna e simbólica.

2.3 Análise descritiva das pesquisas

A partir da leitura completa dos artigos científicos, foi possível identificar e relacionar os elementos associados aos enfoques elencados por esta pesquisa sobre a comunicação matemática, conforme sistematizamos a seguir:

i) Estilos de comunicação em sala de aula

A aquisição do conhecimento em Matemática vai além da capacidade intelectual e da motivação dos alunos, conforme afirmam Faria e Rodrigues (2020). Segundo esses autores, o sucesso nesse processo está diretamente ligado ao tipo de comunicação preponderante em sala de aula e às práticas de ensino adotadas. De acordo com Malundo *et al.* (2021), a comunicação em sala de aula pode ser caracterizada de duas maneiras: transmissão de informação/conhecimento e construção de conhecimento. Em cada uma dessas concepções, o papel do professor e o dos alunos assume significados substancialmente distintos. Nesse sentido, Brendefur e Frykholm (2000) categorizaram os tipos de comunicação como unidirecional, contributiva, reflexiva e instrutiva.

Na abordagem da *comunicação unidirecional*, o professor assume papel central e dominante na dinâmica da sala de aula. Ele é considerado o principal emissor da informação, e os alunos, meros receptores da mensagem. A preocupação principal do professor é garantir que a informação seja transmitida de forma direcionada aos alunos, sem valorizar sua participação (Guerreiro, 2011). Nesse tipo de comunicação, o conhecimento é tido como um produto pronto e acabado, e o ensino de matemática é baseado em regras e procedimentos (Faria; Rodrigues, 2020). Dessa forma, a qualidade da aprendizagem matemática depende da capacidade do professor de transmitir os conhecimentos matemáticos e do aluno de entender e compreender os ensinamentos transmitidos pelo professor, de maneira expositiva, com a função apenas de registrar no caderno o que lhe é exposto, praticamente sem qualquer reflexão (Ribeiro; Carrillo;

Monteiro, 2012). Assim, o sucesso dos processos de ensino e de aprendizagem depende da capacidade do aluno de decodificar o conhecimento transmitido pelo professor.

Semelhante à comunicação unidirecional, a *comunicação contributiva* está associada ao ensino expositivo, mas envolve estratégias que permitem a participação dos alunos (Ribeiro, 2011). Embora tenham a oportunidade de contribuir com suas respostas e participar da aula, as interações dos alunos tendem a ser limitadas e cognitivamente pouco exigentes, uma vez que envolvem respostas curtas realizadas a perguntas de confirmação/verificação interpostas pelo professor (Faria; Rodrigues, 2020).

Por outro lado, a *comunicação reflexiva* é caracterizada pela importância do discurso na sala de aula como objeto de reflexão, tanto por parte do professor quanto dos alunos, e do conhecimento matemático compartilhado entre todos (Guerreiro, 2011). Nesse tipo de comunicação, os alunos compartilham suas estratégias e ideias matemáticas individuais com o professor e os colegas, ou tentam justificar ou refutar as conjecturas matemáticas apresentadas pelos demais. O objetivo é que a participação dos alunos, nessa abordagem, contribua para aprofundar sua compreensão matemática, incentivados pelo professor a participar do discurso em sala de aula (Faria; Rodrigues, 2020).

Já a *comunicação instrutiva* diferencia-se das anteriores pela sua dimensão metacognitiva e caracteriza-se pela integração das ideias dos alunos por meio de processos de comunicação (Ribeiro; Carrillo; Monteiro, 2012). Nesse tipo de comunicação, o professor reflete sobre sua própria ação e valoriza as ideias e dificuldades verbalizadas ou intuídas pelos alunos, incorporando essas ideias e dificuldades em seu discurso. De forma semelhante, incentiva a reflexão dos alunos, com a intenção instrutiva de encorajá-los a expor suas estratégias e ideias matemáticas individuais, ainda que confusas ou erradas (Guerreiro, 2011). Isso revela os pontos fortes e dificuldades dos alunos e transforma a natureza da compreensão matemática, fornecendo apoio e sustentação para as atividades matemáticas dos alunos (Brendefur; Frykholm, 2000).

Assim, o Quadro 3 sintetiza os estilos de comunicação presentes em sala de aula, dependendo das práticas adotadas pelo professor, conforme referenciadas por Faria e Rodrigues (2020), Guerreiro (2011), Ribeiro (2011), e Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012), tendo como base o trabalho de Brendefur e Frykholm (2000).

Quadro 3 - Estilos de comunicação e suas características

(continua)

Estilos de comunicação	Características
------------------------	-----------------

Unidirecional	Associada à transmissão de informação, a comunicação é fortemente dominada pelo professor. O aluno é um mero ouvinte, tentando reproduzir os ensinamentos do professor quando da resolução de tarefas, cuja natureza é majoritariamente fechada.
Contributiva	Também associada a um ensino expositivo, admite certa participação dos alunos, normalmente em resposta a alguma questão interposta pelo professor.
Reflexiva	Os alunos compartilham com o professor e colegas suas estratégias, ideias e resultados matemáticos, obtidos por meio de investigações e explorações.
Instrutiva	Semelhante à comunicação reflexiva, envolve a incorporação das ideias, estratégias e dificuldades dos alunos nas ações instrutivas do professor, delineadas por meio de interações estabelecidas, originando um refazer constante do discurso da sala de aula.

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Brendefur e Frykholm (2000).

Com fundamento nos estilos de comunicação referidos no Quadro 3, percebe-se que o aluno não intervém na comunicação em sala de aula quando ela é unidirecional ou até mesmo contributiva. Os alunos passam a participar ativamente em sala de aula quando o professor adota práticas que propiciam comunicação reflexiva ou instrutiva, que lhes oferecem oportunidade de compartilhar suas estratégias e ideias matemáticas ou justificar e/ou refutar as conjecturas matemáticas apresentadas por colegas, com o propósito de aprofundamento do conhecimento matemático, incentivados e apoiados pelo professor (Faria; Rodrigues, 2020; Serrazina, 2021).

De acordo com Malundo *et al.* (2021), é incumbência do professor promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática, bem como o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversos. É essencial criar condições para desenvolver a capacidade de comunicar em Matemática nos alunos, de maneira oral e escrita, além de descrever, explanar e justificar as ideias, os procedimentos utilizados, bem como os resultados e conclusões alcançados.

No entanto, para que isso ocorra, é necessária uma comunicação em que alunos e professor alternem os papéis de emissor e receptor, além de partilharem novas ideias e defesas de seus pontos de vista (Menezes, 1996). Para tanto, faz-se necessário que o professor crie ambientes em sala de aula que deem prioridade à *comunicação como interação social*. Nessa perspectiva, o processo comunicativo ocorre por meio de troca de ideias entre os alunos, incluindo o professor como mediador e/ou orientador. Assim, é possível descobrir preferências, negociar significados, diminuir dificuldades e, por conseguinte, desenvolver habilidades de raciocínio, investigação, inferência, reflexão e argumentação (Cândido, 2001; Faria; Rodrigues, 2020).

Dessa forma, o conhecimento matemático é entendido como uma construção social, e as práticas de sala de aula são baseadas no diálogo reflexivo e instrutivo entre alunos e professor (Sousa; Guerreiro, 2014). Isso decorre da valorização das interações sociais estabelecidas na sala de aula, nas quais os alunos têm oportunidade de contribuir para as discussões, promovendo

avaliação e reflexão sobre as atividades matemáticas e o conhecimento matemático construído coletivamente (Guerreiro, 2011).

Todavia, de acordo com Alves e Nascimento (2012), para que se propicie uma educação em que o aluno seja construtor do seu próprio conhecimento, faz-se necessário, primeiramente, que o professor analise o seu entendimento sobre a comunicação depreendida em sala de aula e, a partir disso e se necessário, reformule o seu pensamento, de modo a aprimorar os conceitos e a práxis do ensino.

ii) **Modos de promover a comunicação**

Para Malundo *et al.* (2021), a comunicação é reconhecida desde o início do século como um pilar da matemática escolar e deve ser desenvolvida nos alunos. Para tanto, deve ser promovida em sala de aula, de maneira que professor e aluno tenham a possibilidade de defender seus pontos de vista e confrontá-los com os dos demais colegas que interagem e partilham significados (Machado; Lacerda, 2020).

Nesse contexto, um dos fatores que influencia na promoção da comunicação em sala de aula está associado ao *tipo de tarefa* que o professor apresenta e às *formas de perguntas* que ele interpõe. O tipo de tarefa proposto pelo professor exerce papel fundamental, ao determinar os tipos de raciocínio que os alunos irão desenvolver ao resolvê-la (Stein; Smith, 1998). Por meio das tarefas, o professor consegue articular os conteúdos a serem abordados, de modo a auxiliar a alcançar os objetivos de ensino. No entanto, nem todas as tarefas oferecem as mesmas oportunidades para o desenvolvimento do pensamento e a aprendizagem dos alunos (Serrazina, 2021).

Para Faria e Rodrigues (2020), o combate ao insucesso na Matemática, além de envolver aulas dinâmicas, também passa pela implementação de tarefas e materiais diversificados, de maneira a valorizar a capacidade dos alunos. Elas proporcionam aos alunos construir seu próprio conhecimento matemático, com habilidade de elaborar raciocínios e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, de maneira que possam propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia (Alves; Nascimento, 2012).

Existem diversas formas de classificar tarefas matemáticas. No estudo apresentado por Machado e Lacerda (2020), os autores referem os aspectos abordados por Ponte (2005, 2014), apontando quatro tipos de tarefas presentes em sala de aula, classificadas a partir de seu nível de abertura e grau de dificuldade, conforme sintetizados no Quadro 4.

Quadro 4 - Tipos de tarefas

Tarefas	Características
Exercício	Estrutura fechada, em que os alunos utilizam um método conhecido para suas resoluções.
Problema	Estrutura fechada, mas com certo grau de dificuldade, porque demanda aos alunos organizarem os dados do enunciado.
Exploração	Estrutura aberta e grau de dificuldade acessível aos alunos, em que eles têm de mobilizar seus conhecimentos prévios.
Investigação	Estrutura aberta e grau de dificuldade mais elevado que as tarefas de exploração, porque os alunos não dispõem de um método pré-estabelecido de resolução.

Fonte: Elaborado pelos autores com base em Ponte (2005, 2014).

As tarefas de exercícios, embora sejam consideradas rotineiras em sala de aula, normalmente não são eficazes para fomentar a comunicação entre os alunos. Isso porque seu processo de resolução geralmente segue um algoritmo já conhecido (Menezes, 2000). Como resultado, os alunos tendem a fornecer respostas mais diretas, o que não estimula uma discussão aprofundada ou a troca de ideias entre a turma (Machado; Lacerda, 2020).

Por outro lado, os problemas, mesmo considerados tarefas de estrutura fechada, apresentam desafios que exigem pensamento crítico, análise e criatividade. De acordo com Alves e Nascimento (2012), baseados em Diniz (2001), durante a resolução de problemas, os alunos não apenas aprendem matemática, mas também desenvolvem procedimentos e modos de pensar, assim como desenvolvem habilidades básicas como verbalizar, ler, interpretar e produzir textos em matemática, além de adquirir confiança e autonomia.

Segundo Ponte *et al.* (2015), as tarefas de natureza fechada (exercícios e problemas) são importantes para o desenvolvimento da capacidade de relacionar de forma precisa a informação dada, enquanto as tarefas de natureza aberta (explorações e investigações) ajudam os alunos a desenvolverem a capacidade de lidar com situações complexas, interpretando-as matematicamente.

As tarefas de investigação são tarefas abertas que surgem a partir de questões propostas pelo professor ou até mesmo pelos próprios alunos. O enunciado dessas tarefas geralmente contém poucas informações, com o objetivo principal de incentivar os alunos a investigarem e encontrarem soluções, explorando diferentes caminhos. Ao contrário de outros tipos de tarefas, as tarefas de investigação não possuem uma única resposta definida (Ponte, 2014). Isso significa que, embora o ponto de partida seja conhecido, o ponto de chegada é desconhecido, estimulando os alunos a explorarem e descobrirem diferentes possibilidades (Fonseca; Brunheira; Ponte, 1999).

De acordo com Ponte (2014), a realização de tarefas de investigação privilegia a comunicação matemática entre os alunos, uma vez que estimula a descoberta de novos conhecimentos, o desenvolvimento de novas estratégias e a formulação de conjecturas. A

prática da investigação possibilita que os alunos assumam o papel de matemáticos em busca do desconhecido, explorando novos caminhos para a resolução de problemas. Isso porque as diversas resoluções apresentadas pelos alunos proporcionam o debate de ideias, bem como provoca a justificar as ideias apresentadas e refletir sobre elas (Machado; Lacerda, 2020).

As tarefas de natureza exploratória têm como principal característica o não envolvimento total do professor, deixando uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos (Malundo *et al.*, 2021). Assim, os “alunos são chamados a desempenhar um papel ativo na interpretação das questões propostas, na representação da informação apresentada e na conceção e concretização de estratégias de resolução” (Ponte *et al.*, 2015, p. 114).

Segundo Machado e Lacerda (2020), com base em Ponte (2014), a diferença entre a tarefa de exploração e de investigação é seu grau de dificuldade. As tarefas de exploração têm um grau de dificuldade mais acessível aos alunos, enquanto as de investigação têm grau de dificuldade mais elevado. No entanto, é importante destacar que nenhuma delas admite um método pré-estabelecido para a resolução. É válido ressaltar que o grau de dificuldade não depende exclusivamente da tarefa em si, mas também está relacionado ao conhecimento prévio que o aluno possui. Portanto, uma mesma tarefa pode ter um grau de dificuldade elevado para uns e mediano para outros (Serrazina, 2021; Ponte, 2014).

Assim, as tarefas de exploração e investigação desempenham papel fundamental na promoção da comunicação efetiva em sala de aula. Elas possibilitam aos alunos serem construtores e explorarem seus conhecimentos matemáticos, assim como formular perguntas, expor suas ideias e defendê-las, de forma a potencializar suas capacidades comunicativas e auxiliar sua formação crítica (Machado; Lacerda, 2020).

Mesmo considerando desafios a serem enfrentados pelos professores na elaboração e realização de aulas com tarefas de natureza exploratória e investigativa, Machado e Lacerda (2020) afirmam ser necessário que professores os superem, a fim de pensar tarefas de natureza mais aberta, que integrem diversos graus de dificuldades. Assim, os professores propiciarão, aos alunos, a realização de explorações e momentos de discussão coletiva, constituindo oportunidades fundamentais para a negociação de significados matemáticos e a construção de novos conhecimentos.

Contudo, a atenção do professor não deve se limitar à escolha cuidadosa das tarefas. É essencial, também, considerar os tipos de perguntas a serem realizadas. A formulação de perguntas e a elaboração de conjecturas exercem papel fundamental, ao estimular o diálogo nas aulas de matemática e promover a interação entre professor e alunos, proporcionando um

espaço para troca de ideias e construção conjunta de conhecimento matemático (Machado; Lacerda, 2020).

No entanto, para fomentar esse diálogo em sala de aula, é necessário que o professor encoraje os alunos, fazendo perguntas de forma a explorar seu pensamento, questionando o porquê e apelando à justificação das respostas dadas (Machado; Lacerda, 2020; Serrazina, 2021). De acordo com Ponte e Serrazina (2000), perguntar é essencial para a comunicação, uma vez que significa: “inquirir, interrogar, propor, indagar, investigar, pedir informação” (Ferreira, 2009, p. 1538).

Nesse contexto de comunicação em sala de aula, a seleção cuidadosa dos tipos de perguntas interpostas pelo professor é fundamental, e visa alcançar diferentes objetivos. Nesse sentido, o Quadro 5 apresenta os tipos de perguntas que Machado e Lacerda (2020) referenciam em seu trabalho, fundamentados em Love e Mason (1995) e Pereira (1991).

Quadro 5 - Tipos de perguntas e suas finalidades

Perguntas	Finalidades
Focalização	Têm o objetivo focar a atenção do aluno em determinado contexto matemático.
Confirmação ou ensaio	Têm o intuito de certificar o conhecimento e obter a atenção dos alunos.
Inquirição	Buscam obter informações dos alunos para que defendam seus processos e suas ideias.
Meta	Intentam que os alunos expliquem melhor uma informação dada anteriormente.
Tematização	Têm a função de introduzir um assunto por meio de uma questão.
Asserção	Têm o objetivo de ganhar adesão dos alunos para a afirmação proferida e manter o contato com a audiência.

Fonte: Adaptado de Machado e Lacerda (2020).

De acordo com Machado e Lacerda (2020) e Serrazina (2021), podem coexistir vários tipos de perguntas, e o professor assume papel importante nesse processo, visto que a forma como as perguntas são conduzidas em sala de aula pode estimular os alunos na resolução das tarefas propostas, ou simplesmente desmotivá-los por não compreenderem o objetivo da questão. Portanto, a qualidade da comunicação matemática desenvolvida em sala de aula durante a realização da tarefa está intrinsecamente ligada à qualidade das perguntas formuladas pelo professor. É o professor quem incentiva e dá segurança aos alunos ao fazer perguntas de inquirição, com o objetivo de explorar o pensamento deles, questionar o porquê e solicitar justificações para as respostas dadas, de maneira a ir canalizando a resposta da pergunta ao objetivo pretendido (Machado; Lacerda, 2020; Serrazina, 2021).

Todavia, não basta ao professor apenas perguntar, é necessário saber observar, ouvir, deixar o aluno se expressar, assim como estar preparado para analisar a resposta obtida (Malundo *et al.*, 2021). A validação dessas respostas deve resultar do confronto de ideias entre

pares, o qual propicia um processo de comunicação proveitoso para a turma e para avaliação dos objetivos estabelecidos.

iii) **Papel do professor para promover comunicação**

De acordo com Adão *et al.* (2021), a comunicação é um elemento essencial em sala de aula e ganha destaque quando se pensa esse ambiente como democrático, em que todos os participantes têm oportunidade de refletir sobre o conhecimento que vai sendo construído, em busca de um ponto em comum na defesa das ideias matemáticas.

No entanto, para que esse ambiente seja estabelecido, é necessário que o professor assuma o papel de mediador e/ou orientador e passe a envolver cada um dos alunos no discurso da turma, de modo a promover e propiciar momentos de reflexão e discussão em sala de aula. É importante, também, que partilhe com o aluno o papel de ator ativo nos processos de ensino e de aprendizagem, assumindo a autonomia de conhecimento do aluno, reconhecendo sua capacidade de entender e refletir sobre o conhecimento construído, valorizando suas intervenções e opiniões (Guerreiro, 2011).

Dessa forma, a comunicação passa a ser compreendida como partilha de informações, exposições de ideias, conjecturas e defesas de pontos de vista (Ponte, 2014). Assim, possibilita-se ao aluno, por meio das diversas relações e interações, ser construtor de seu próprio conhecimento. Apesar de proporcionar grandes contribuições para os processos de ensino e de aprendizagem, há de considerar que esse modelo de partilha de ideias, novos significados e questionamentos coloca grandes desafios para o professor, e também para os alunos (Rodrigues; Menezes; Ponte, 2014; Serrazina, 2021).

Mostra-se essencial que o professor aguace a capacidade de imaginação dos alunos, apresentando situações do cotidiano, ou que apelem a outras conexões, levando-os a refletir de forma individual ou coletiva no sentido de relacionarem situações cotidianas com os conceitos ou procedimentos matemáticos em estudo, ou ainda olharem para a matemática como uma forma de modelar fenômenos da realidade (Malundo *et al.*, 2021).

Para isso, é patente que o professor apresente tarefas desafiadoras e, com questões inquiridoras, provoque os alunos a explorarem os conceitos envolvidos de maneira a estabelecerem conjecturas passíveis de serem refutadas ou validadas pela turma (Malundo *et al.*, 2021; Serrazina, 2021). Nesse ambiente dialógico de aprendizagem, o professor tem a possibilidade de explorar a comunicação de forma a enriquecer o processo de ensino. Isso é

feito ao proporcionar aos alunos a oportunidade de expressarem suas ideias, levantarem questionamentos e participarem de discussões sobre suas estratégias (André; Fernandes, 2020).

No entanto, as discussões matemáticas na sala de aula não ocorrem normalmente de forma espontânea, o que torna necessário que o professor as provoque (Serrazina, 2021). Assim, o questionamento é peça fundamental, pois permite ao professor apoiar o discurso dos alunos e envolvê-los na discussão, de maneira que o objetivo da aula seja alcançado. Contudo, o questionamento não precisa partir somente do professor, mas pode advir dos alunos, sobretudo das ideias partilhadas pela turma, de forma a procurar desenvolver compreensão matemática (Rodrigues; Menezes; Ponte, 2014).

Assim, não basta ao professor apenas questionar, é essencial que ouça com atenção quando os alunos explicam suas ideias, estratégias e soluções, ainda que imprecisas ou incorretas, e os encoraje a partilharem com os demais colegas (Guerreiro, 2014). Ele também deve interpor questões para elucidar, desafiar e avaliar, explicar ou responder, mas de modo a favorecer o discurso dos alunos. O enfoque reside em fomentar a interação e a negociação de significados (Serrazina, 2021).

Segundo Guerreiro (2014), a negociação de significados ocorre quando alunos e professor, em uma interação comunicativa em sala de aula, buscam compartilhar e construir entendimentos mútuos sobre um determinado assunto. No contexto da comunicação matemática, essa negociação envolve a troca de ideias, explicações, argumentos e interpretações relacionadas aos conceitos matemáticos discutidos. Durante esse processo, os alunos têm a oportunidade de expressar suas ideias, questionar e argumentar, contribuindo para uma construção conjunta do conhecimento.

No entanto, para que essa negociação ocorra de forma efetiva, é importante proporcionar oportunidades para que os alunos interajam entre si, trocando informações e influenciando uns aos outros. Essas interações promovem reflexão, aprofundamento e expansão do conhecimento dos alunos sobre as relações matemáticas envolvidas (Menezes *et al.*, 2014). Assim, o aluno tem a possibilidade de expressar suas ideias matemáticas, justificar as estratégias empregadas, reviver o processo de construção do conhecimento e refletir sobre ele.

iv) Formas de comunicação

De acordo com Faria e Rodrigues (2020), a comunicação está intrinsecamente relacionada aos processos de ensino e de aprendizagem, constituindo uma competência transversal a qualquer área curricular. Na educação matemática, tanto a comunicação oral

quanto a escrita têm destaque importante, uma vez que estimulam o raciocínio, a autonomia, a cooperação e a criatividade.

Segundo Possamai e Silva (2020), a oralidade é vista como um processo de troca de informações, no qual os alunos têm a oportunidade de compartilhar ideias, apresentar interpretações, levantar conjecturas e argumentar sobre suas possíveis soluções. Ao criar situações de sala de aula que favoreçam o diálogo entre os alunos e o professor, é possível estimular a aprendizagem, envolvendo não apenas a troca de informações, mas também a reflexão sobre as ideias apresentadas e uma postura crítica em relação a elas. Esse processo de diálogo contribui para que os alunos se sintam confiantes ao expressar suas opiniões, tornando-se participantes ativos no processo de construção do conhecimento.

Já a escrita, como ressaltado por Faria e Rodrigues (2020), é uma forma de comunicação transversal a todas as áreas do conhecimento, capaz de eternizar o que foi comunicado oralmente, e até mesmo aquilo que não foi dito, mas apenas pensado. Ainda que geralmente mais moroso que a oralidade, o processo de comunicação escrita pressupõe maior coerência e lógica. Dessa forma, o registro textual é um suporte materializado, que permite ao aluno retornar a resoluções e anotações quantas vezes precisar, ajudando-o a refletir sobre as experiências matemáticas vividas, construindo e reconstruindo conhecimento.

Além disso, a escrita traz consequências vantajosas, tanto para os alunos quanto para o professor. Ao aluno, pode levá-lo a refletir sobre os seus conhecimentos e raciocínios, bem como aprimorá-los por meio da reflexão (Possamai; Silva, 2020). Ao professor, a escrita oferece possibilidade de *ver* o raciocínio dos alunos, que muitas vezes não fica claro o suficiente na comunicação oral ou, na pior hipótese, torna-se invisível quando se privilegia tarefas de natureza fechada, em que seu raciocínio não é questionado (Faria; Rodrigues, 2020).

Conforme Guerreiro (2017), é por meio da comunicação oral que negociamos significados matemáticos com outras pessoas, enquanto a comunicação escrita nos auxilia na reflexão sobre nossa experiência matemática, contribuindo para a construção e reconstrução do sentido das significações matemáticas.

Nesse sentido, é responsabilidade do professor desenvolver nos alunos a capacidade de comunicar em matemática, de maneira oral e escrita, de modo que consigam descrever, explanar e justificar as ideias, os procedimentos utilizados, bem como os resultados e conclusões alcançados (Malundo *et al.*, 2021). Para facilitar o desenvolvimento das competências de comunicação matemática, o professor pode se amparar no uso de ferramentas matemáticas e de tecnologia, como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprenderem e perceberem as ideias matemáticas, raciocinarem matematicamente, além de comunicarem seu raciocínio.

Adão *et al.* (2021) afirmam que a utilização do *software* GeoGebra pode auxiliar a visualização e a exploração de várias situações que induzem conjecturas, nomeadamente nas questões que não têm resposta única. Além disso, possibilita um registro escrito dos procedimentos utilizados que pode constituir um forte auxiliar no desenvolvimento da comunicação matemática oral e escrita. Esse registro também indica parte das estratégias de pensamento dos alunos, pelo que pode ter um papel importante, quer seja para ajudar o aluno na construção do conhecimento ou para o aperfeiçoamento das estratégias de trabalho do professor.

No entanto, é importante destacar que Alves e Nascimento (2012) apontam que os professores investigados em seu estudo davam ênfase apenas na oralidade da comunicação matemática. Dessa forma, os autores salientam que o recurso oral da linguagem é muito importante na resolução de problemas, mas não é o único a ser favorecido. Não é somente o aluno falar que fornece indícios de quais capacidades está desenvolvendo e quais conceitos ele está compreendendo ou apresentando dificuldades. É fundamental que ele escreva ou desenhe, por exemplo. Assim, é importante que o professor dê ao aluno a oportunidade de expressar as suas ideias matemáticas, tanto oralmente quanto por escrito (Adão *et al.*, 2021). Esses meios de comunicação são fundamentais para que os alunos descrevam, expliquem e justifiquem o seu raciocínio, não só para os colegas e para o professor, como também para eles próprios, como forma de elucidar e aprimorar seus conhecimentos (Faria; Rodrigues, 2020).

Assim, tanto a comunicação oral quanto a escrita são fundamentais e devem ser incentivadas em sala de aula. Por meio delas, o aluno tem a possibilidade de expressar suas ideias matemáticas, justificar as estratégias empregadas, reviver o momento da construção do conhecimento e refletir sobre ele (Adão *et al.*, 2021).

É crucial ressaltar que, embora os estudos analisados tenham se concentrado na comunicação oral e escrita, é igualmente relevante reconhecer e valorizar outras formas de comunicação, como a gestual, icônica, visual ou com o uso de objetos. Essas formas alternativas de comunicação podem enriquecer ainda mais a experiência educacional, proporcionando novas oportunidades para os alunos explorarem e expressarem suas compreensões matemáticas.

Ainda, conforme destacado por Faria e Rodrigues (2020), a comunicação deve ser fundamentada na interação entre indivíduos, entre eles e a natureza, animais, e consigo próprios. Isso abrange uma ampla gama de domínios, que não se limitam apenas a atos discursivos, mas também incorporam elementos como silêncios, gestos, comportamentos, olhares, posturas, ações e omissões (Rodrigues, 2001; Guerreiro *et al.*, 2015).

v) Aspectos comunicativos na Matemática

A comunicação é um processo vital que envolve a troca de informações entre indivíduos ou grupos, manifestando-se através de palavras, gestos, símbolos ou outros meios. Essa atividade é fundamental para a interação humana, possibilitando a troca de ideias, pensamentos, sentimentos e informações (Malundo *et al.*, 2021). No contexto específico da Matemática, a comunicação é fundamentada na articulação de diversas linguagens, incluindo a língua materna ou natural, e a linguagem matemática que, conforme Lorensatti (2009), é definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam de acordo com determinadas regras.

Para Malundo *et al.* (2021), a comunicação na sala de aula de matemática não pode ignorar a linguagem própria da disciplina. Entretanto, é importante considerar que a proficiência dos alunos nessa linguagem deve ser desenvolvida de maneira gradual, atingindo o formalismo da linguagem matemática em um processo complexo que se estende ao longo do tempo. Dessa forma, é patente evitar a imposição precoce da linguagem matemática formal, permitindo que os alunos desenvolvam gradualmente o interesse por definições precisas e pelo poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais. Inicialmente, encoraja-se a comunicação a partir das palavras dos próprios alunos. Nesse contexto, a escolha da linguagem deve se aproximar daquela compreendida pelo aluno, sendo gradualmente moldada em direção a níveis mais formais e próximos da linguagem matemática. Possamai e Silva (2020), baseados em Meneghelli (2018), destacam que, ao expressarem suas ideias por escrito, os alunos recorrem frequentemente a uma linguagem cotidiana. No entanto, é fundamental, no momento da formalização dos conceitos, que o professor realize a conversão para termos matemáticos adequados, enfatizando a compatibilidade entre os saberes informais e científicos.

Ao considerar que a Matemática utiliza uma linguagem própria com um sistema simbólico, sua compreensão demanda uma leitura relacionada com o contexto e com as necessidades sociais, pois “é possível ler para divertir-se, agir, discutir, realizar, interpretar, definir, significar e transformar o que está posto graficamente, e isso permite incluir a linguagem matemática” (Luvison, 2013, p. 58).

Entretanto, a leitura de um exercício matemático ou a extração de informações de um problema expresso em linguagem natural e sua codificação em sentenças matemáticas nem sempre é algo simples (Lorensatti, 2009). Isso ocorre porque os símbolos e regras da Matemática não são familiares para todos. Assim, ler e compreender um problema matemático

escrito implica, muitas vezes, decodificar linguisticamente, reconstruir em seu significado matemático e, posteriormente, recodificar em linguagem matemática (Lorensatti, 2009).

Nesse contexto, ao abordar a oralidade, leitura e escrita nas aulas de Matemática, Possamai e Silva (2020) ressaltam a necessidade de promover o letramento matemático em todos os níveis de ensino. Isso vai além da exploração e compreensão da língua materna, abrangendo conhecimentos, atitudes e capacidades essenciais para o uso eficaz da linguagem em práticas sociais, garantindo participação ativa na leitura e escrita (Soares; Batista, 2005).

Contudo, para que o aluno alcance letramento matemático efetivo, é necessário que ele compreenda as instruções, tanto na leitura quanto na comunicação oral. Além disso, é fundamental que consiga expressar suas ideias matematicamente, apresentando seu raciocínio e (re)soluções de forma oral e/ou escrita (Possamai; Silva, 2020). Dessa maneira, torna-se relevante que o professor, durante a resolução de tarefas ou a construção de um determinado conhecimento, conceda ao aluno a oportunidade de escrever sobre a matemática, descrevendo, por exemplo, como um problema foi solucionado (Adão *et al.*, 2021).

Nesse processo, é importante considerar que nem sempre os alunos conseguem empregar termos matemáticos de forma precisa, especialmente na linguagem escrita. Contudo, mesmo quando os termos matemáticos não são utilizados corretamente, a compreensão e construção do conhecimento são evidentes. A ausência de correção na escrita não anula a compreensão e o conhecimento matemático construído (Possamai; Silva, 2020). Nesse contexto, o professor pode desempenhar papel determinante, ao questionar os alunos para compreender o significado atribuído às palavras utilizadas.

De acordo com Faria e Rodrigues (2020), quando os alunos têm a oportunidade de explicar os termos ou procedimentos utilizados ao resolver uma tarefa, os aspectos do pensamento matemático utilizado tornam-se evidentes. Ao refletir sobre suas explicações e integrá-las à comunicação matemática, presume-se que estão tentando elaborar uma justificativa, processo cognitivamente mais complexo do que a simples descrição associada às explicações. Esse processo envolve a fundamentação de uma dada afirmação matemática, incluindo a apresentação de argumentos, justificativas e explicações que não apenas consolidam o conhecimento, mas também promovem a argumentação, intrinsecamente ligada ao desenvolvimento do raciocínio matemático e à aprendizagem de Matemática com compreensão (André; Fernandes, 2020).

Na dinâmica comunicativa durante as aulas de matemática, tanto na expressão oral quanto escrita, as representações desempenham papel importante no processo de aprendizagem. Torna-se, assim, imprescindível considerar a aplicação cuidadosa de uma variedade de recursos

visuais e simbólicos, como esquemas, diagramas, gráficos, tabelas, imagens, símbolos, algoritmos, figuras, construções, expressões e símbolos (Malundo *et al.*, 2021). Esses elementos, além de fundamentais para a resolução de problemas, estão intrinsecamente ligados a conceitos e definições matemáticas, contribuindo para uma compreensão mais efetiva dos conteúdos apresentados em sala de aula (Serrazina, 2021).

Conforme destacado por Serrazina (2021), abordar o mesmo conceito por meio de diferentes representações equivale a examinar o conceito por meio de várias lentes, cada uma proporcionando uma perspectiva única, enriquecendo e aprofundando a compreensão desse conceito. A discussão das semelhanças e diferenças entre as representações é fundamental para a compreensão dos conceitos, permitindo que os alunos expressem seus raciocínios de maneira mais abrangente e fundamentada.

Nesse contexto, a incorporação de ferramentas matemáticas e tecnológicas torna-se importante para auxiliar os alunos a compreenderem, perceberem as ideias matemáticas, desenvolverem raciocínio matemático e comunicarem de maneira eficaz seu raciocínio. Por exemplo, a utilização do *software* GeoGebra destaca-se ao possibilitar a visualização e exploração de diversas situações que suscitam conjecturas, especialmente em questões que não possuem uma única resposta. Além disso, possibilita um registro escrito dos procedimentos utilizados, o que pode ser um forte auxiliar ao desenvolvimento da comunicação matemática oral e escrita (Adão *et al.*, 2021).

Portanto, é fundamental que o professor crie condições propícias para desenvolver, nos alunos, a capacidade de comunicar em Matemática, tanto oral quanto por escrito, incluindo a descrição, explicação e justificação de ideias, procedimentos utilizados, bem como os resultados e conclusões alcançados.

Dessa forma, a comunicação desempenha função particular na Matemática, uma vez que constitui meio pelo qual os alunos expressam a linguagem matemática e gradualmente se familiarizam com termos específicos da disciplina e, por conseguinte, os compreendem (Machado; Lacerda, 2020). Contudo, apesar dessas especificidades da comunicação situada no campo da Matemática, os artigos analisados não foram publicados majoritariamente em periódicos da Educação Matemática (apenas 4), mas da Educação (7) e Tecnologia (2). Além disso, apesar de envolverem diferentes campos da Matemática (Quadro 6), a exceção de questões visualização de entes geométricos com o GeoGebra (Malundo *et al.*, 2021; Adão *et al.*, 2021), não se evidenciam discussões efetivas que situem a comunicação em campos matemáticos específicos, que podem conferir especificidades.

Quadro 6 - Campos e conteúdos matemáticos envolvidos nos estudos

Campo ou conteúdo matemático	Trabalho(s)
Números Naturais – adição e subtração	Serrazina (2021)
Números Racionais – milésimo	Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2012)
Números primos e compostos	Faria e Rodrigues (2020)
Potenciação	Faria e Rodrigues (2020)
Padrões - Regularidades, localizações e opostos	Guerreiro (2017)
Padrões - Medidas de tempo e de comprimento	Guerreiro (2017)
Área de retângulos e triângulos	Faria e Rodrigues (2020)
Retas no plano	Malundo <i>et al.</i> (2021)
Classificação de polígonos (lados)	Adão <i>et al.</i> (2021)
Taxas a partir de fórmulas (expressões matemáticas)	Machado e Lacerda (2020)
Sem especificação	Guerreiro (2011); Ribeiro (2011); Alves e Nascimento (2012); Sousa e Guerreiro (2014); André e Fernandes (2020); Possamai e Silva (2020)

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Esse indicativo sugere que as discussões envolvendo as particularidades da *comunicação matemática*, considerando seus diversos campos de conhecimento, ainda carecem de estudos mais aprofundados e situados. Eles podem ampliar os apontamentos sobre a necessidade de o professor promover a aquisição de informações e conhecimentos em Matemática e, principalmente, desenvolver a capacidade dos alunos de integrar e aplicar esses conhecimentos em diversos contextos (Malundo *et al.*, 2021), tendo com conta as especificidades que envolvem a natureza, o ensino e a aprendizagem de Álgebra, Aritmética, Medidas, Geometria, Estatística etc.

2.4 Considerações Finais

O mapeamento dos trabalhos que compuseram o *corpus* analítico deste estudo possibilitou uma visão geral dos principais aspectos que influenciam e, portanto, devem ser considerados quando se reflete sobre comunicação matemática em sala de aula. As unidades de análise identificaram os enfoques centrais relacionados à temática, cujas problematizações circunstanciam elementos relacionados a cada um deles. Com o propósito de sintetizar de forma complementar o mapeamento, o Quadro 7 sistematiza os elementos principais identificados.

Quadro 7 - Aspectos que influenciam a comunicação matemática

(continua)

Aspectos	Descritores de síntese
Estilos de comunicação	Quatro estilos de comunicação - unidirecional, contributivo, reflexivo e instrutivo – que conferem implicações distintas relacionadas ao envolvimento do professor e dos alunos, na participação, reflexão e compartilhamento de conhecimentos matemáticos.
Modos de promover a comunicação	Dois aspectos são preponderantes na comunicação promovida: os tipos de tarefas e as perguntas do professor. Tarefas mais abertas – explorações e investigações - fomentam a comunicação, enquanto aquelas fechadas – problemas e exercícios - oferecem poucas oportunidades de interação. Cada tipo de tarefa possui características específicas que

(conclusão)

Aspectos	Descritores de síntese
	influenciam a forma como os alunos se comunicam entre si e com o professor. Quanto às perguntas, sua formulação estratégica, com diferentes propósitos, é determinante nos processos de ensino e aprendizagem, afetando diretamente pensamento, interação e expressão dos alunos.
Papel do professor	As ações do professor são determinantes na promoção da comunicação e interação em sala de aula. Ele deve estimular a participação ativa dos alunos, estimular a imaginação, provocar pensamento crítico e reflexivo, obter informações sobre as ideias em voga, testar e confirmar o conhecimento e orquestrar discussões coletivas. Para tanto, observar e ouvir atentamente os alunos é essencial.
Formas de comunicação	A oralidade, a escrita, a linguagem visual, a comunicação gestual, a comunicação icônica e o uso de objetos são formas de comunicação. Apesar da prevalência da comunicação oral e escrita, salienta-se que a diversidade de formas de comunicação proporciona abordagem mais abrangente e enriquecedora para o ensino e a aprendizagem.
Aspectos comunicativos na Matemática	Na Matemática, a comunicação abrange várias linguagens, como língua materna e linguagem matemática, caracterizada por símbolos e regras que demandam proficiência gradual. A utilização de recursos visuais e simbólicos nas ações comunicativas mostra-se fundamental para uma compreensão efetiva dos conteúdos matemáticos, particularmente na interpretação e resolução de problemas e apreensão de conceitos matemáticos.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

As pesquisas salientam o papel determinante do professor na criação de um ambiente de comunicação e interação efetivo em sala de aula, o qual é diretamente influenciado por suas crenças, concepções e conhecimentos. Nesse cenário, aponta-se que estilos unidirecional e contributivo de comunicação tendem a restringir a participação dos alunos, enquanto os estilos reflexivo e instrutivo estimulam uma participação ativa, promovendo o desenvolvimento de habilidades como raciocínio, investigação, inferência, reflexão e argumentação. Nesse sentido, o estilo de comunicação pode até mesmo comprometer os demais aspectos associados à comunicação matemática, porque influencia diretamente a comunicação promovida, as possibilidades de atuação do professor, as aberturas para o trabalho dos alunos, os tipos de comunicação provocados e a própria concepção do que é ensinar e aprender Matemática, bem como a natureza dessa ciência.

Assim, para criar um ambiente que favoreça a comunicação matemática, é necessário que o professor adote práticas que incentivem a comunicação reflexiva e instrutiva, estimulando a participação constante dos alunos e proporcionando momentos de reflexão e discussão em sala de aula. Dessa forma, os alunos são conduzidos a participarem ativamente dos processos de ensino e aprendizagem, desenvolvendo capacidades conceituais, habilidades de pensamento crítico e de tomada de decisão. Especificamente em relação à Matemática, e diversidade de formas de comunicação mostra-se essencial para significação dos elementos característicos próprios da linguagem matemática, e estudos envolvendo campos, conteúdos e conceitos matemáticos específicos podem auxiliar na elucidação de aspectos mais particulares à

comunicação matemática – complementares às discussões sobre comunicação na aula de Matemática.

Finalmente, é importante considerar as limitações deste estudo. O levantamento foi realizado apenas no Portal de Periódicos da Capes, e considerou somente artigos em língua portuguesa, o que pode limitar a abrangência geográfica e pode ter excluído estudos relevantes. Além disso, os próprios critérios empregados na seleção dos textos podem gerar limites ao estudo. Portanto, uma ampliação do mapeamento para incluir outras fontes e idiomas, além de critérios outros para constituição do *corpus* analítico, pode enriquecer e aprofundar os apontamentos aqui apresentados, bem como fornecer uma visão mais completa e diversificada da comunicação matemática na sala de aula.

2.5 Referências

- ADÃO, J. M. *et al.* O uso do GeoGebra para a composição e decomposição de figuras geométricas: uma experiência com os alunos da 8ª classe no contexto angolano. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 129–146, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p129-146>. Acesso em: 21 set. 2022.
- ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.
- ALVES, J. N.; NASCIMENTO, J. C. Resolução de problemas e comunicação matemática: as concepções de professores de matemática do 6º ao 9º ano, de uma Escola Pública do interior da Bahia. **Revista Eventos Pedagógicos**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 352–362, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.30681/rep.v3i3.9215>. Acesso em: 21 set. 2022.
- ANDRÉ, T.; FERNANDES, D. M. Projeto UKIDS–valorizar o desafio *Trash Value* em contexto interdisciplinar. **Indagatio Didactica**, Aveiro, Portugal, v. 12, n. 3, p. 437-470, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.34624/id.v12i3.20118>. Acesso em: 21 set. 2022.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.
- BRENDEFUR, J.; FRYKHOLM, J. Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.3, 125-153, 2000. Disponível em: <https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>.
- CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 15-28.

FARIA, F.; RODRIGUES, M. A comunicação matemática escrita. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 90–116, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>. Acesso em 12 set. 2022.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 4. ed. Curitiba: Editora Positivo, 2009.

FONSECA, H; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J.P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat**, Portugal, v. 99, p. 177-188, 1999.

GEPFPM. Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática e as Revisões Sistemáticas. Capítulo 11. *In*: OLIVEIRA, A. M. P.; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.) **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. Coleção SBEM 13. Brasília: SBEM, 2018, p. 234-254.

GUERREIRO, A. Conceções e práticas de comunicação matemática. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 3, n. 1, p. 25-40, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.34624/id.v3i1.4555>. Acesso em: 21 set. 2022.

GUERREIRO, A. Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. *In*: PONTE, J.P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 237-257.

GUERREIRO, A.M.C. Leitura matemática e texto literário: dois estudos nos primeiros anos. **Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación**, Corunha, Espanha, p. 389-394, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.17979/reipe.2017.0.06.2893>. Acesso em: 25 set. 2022.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p.279-295, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>. Acesso em: 05 jun. 2022.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: filosofia e educação**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, 2009.

LOVE, E; MASON, J. Telling and Asking. *In*: MURPHY, P.; SELINGER, M.; BOURNE, J.; BRIGGS, M. **Subject learning in primary curriculum**: Issues in English, science and mathematics. Londres: Routledge, p. 241-256, 1995.

LUVISON, C. C. Leitura e escrita de diferentes gêneros textuais: inter-relação possível nas aulas de Matemática. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (orgs.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. Campinas SP: Mercado das Letras, 2013.p. 57-81.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória- investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 4, p. 1–21, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2469>. Acesso em: 21 set. 2022.

- MALUNDO, C. M. B. *et al.* O uso do GeoGebra para assegurar enriquecimento da comunicação matemática dos alunos: uma experiência na 7ª classe no contexto angolano. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 105–128, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p105-128>. Acesso em: 21 set. 2022.
- MENEZES, L. A comunicação na aula de Matemática. **Millenium**, v. 3, p. 20-28, 1996.
- MENEZES, L. Matemática, Linguagem e Comunicação. **Millenium**, Instituto de Viseu, n. 20, p. 178-196, 2000.
- MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 135-161.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.
- PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 13-30.
- PONTE, J. P. *et al.* Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professores num estudo de aula. **Quadrante**, Portugal, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000. p. 11-20.
- POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. da. Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 17, 2020.
- RIBEIRO, C. M. Conhecimento e desenvolvimento profissional do professor. Analisando a prática de Maria, uma professora do 1.º Ciclo. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 3, n. 1, p. 41-58, 2011.
- RIBEIRO, M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 15, n. 1, p. 93-121, 2012.
- RODRIGUES, A. D. Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade. *In*: **Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade**. Lisboa: Editorial Presença, 2001.
- RODRIGUES, C; MENEZES, L; PONTE, J.P. Práticas de discussão matemática no ensino da Álgebra. *In*: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25., 2014, **Anais [...]**, p. 65-78, 2014.

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 2-19, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>

SOARES, M.; BATISTA, A. A. G. **Alfabetização e letramento: caderno do professor**. Belo Horizonte: Ceale/FaE/UFMG, 2005.

SOUSA, C. S.; GUERREIRO, A. Resiliência educacional e construção do conhecimento. **Educação**, [S. l.], v. 39, n. 3, p. 567–576, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/14343>. Acesso em: 22 jun. 2023.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, [S. l.], v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

3 COMUNICAÇÃO NA INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO EM PRÁTICAS DE ENSINO EXPLORATÓRIO NO CONTEXTO DA ESTATÍSTICA

Resumo: O presente artigo objetiva investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos em aulas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (EEM), em um contexto de ensino de Estatística. A pesquisa adotou abordagem qualitativa com ênfase na pesquisa-intervenção pedagógica, realizada com uma turma de 34 alunos da 3ª Série do Ensino Médio de uma escola pública no interior do estado do Paraná. Os dados analisados consistem em transcrições de gravações em áudio de duas aulas geminadas que abordaram a tarefa *Rede de Supermercados*, focada em medidas de tendência central e situadas particularmente no desenvolvimento da tarefa pelos alunos. As análises destacam a proeminência de ações na perspectiva de comunicação instrutiva e reflexiva, salientando a importância e os papéis que as ações de ouvir e questionar assumem no contexto do EEM, impactando de maneira relevante na construção de um ambiente de aprendizado interativo, participativo e reflexivo. Considerando a particularidade da prática analisada, foram evidenciadas influências específicas dessas ações para uma significação das ideias estatísticas relacionadas às medidas de tendência central e para a concretização de práticas orientadas pelo EEM.

Palavras-chave: Ensino Exploratório de Matemática; Comunicação matemática; Ações comunicativas; Medidas de tendência central; Ensino de Estatística.

3.1 Introdução

A comunicação é uma componente da prática docente constante e essencial na dinâmica da sala de aula, uma vez que é intrínseca à natureza humana e às relações sociais (Nacarato, 2012). Explorar a comunicação permite perceber a importância das diferentes linguagens, como a oral, visual, gestual, icônica e escrita, com o intuito de estabelecer conexões significativas uns com os outros.

Para Nacarato (2012, p.12), “falar de comunicação em sala de aula implica trazer à tona construtos como linguagem, palavra, discurso, interação, significação, elaboração conceitual, entre outros”. Ademais, Santos (2005) destaca que a sala de aula é um espaço privilegiado de comunicação, onde ocorre o encontro entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático, embora possa haver momentos de ausência dela. Durante as interações em sala, quando o professor faz perguntas e os alunos respondem, ocorre uma comunicação discursiva. No entanto, também podem ocorrer momentos de silêncio, perguntas não respondidas e respostas para perguntas não feitas, que ainda constituem formas de comunicação (Nacarato, 2012).

Para Alrø e Skovsmose (2021), a comunicação depende do contexto em que ocorre, e a maneira como ela se desenvolve na sala de aula é fundamental para determinar a aprendizagem

dos alunos. Portanto, para promover uma aprendizagem efetiva, o professor deve buscar constantemente novas práticas educativas que despertem o interesse dos alunos, incentivando a comunicação, interação e diálogo entre eles a fim de proporcionar uma aprendizagem com significado.

Nesse sentido, o Ensino Exploratório de Matemática (EEM) surge como uma possibilidade para a prática educativa, valorizando a comunicação e a interação entre professor e alunos, bem como entre os próprios alunos (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013). Nessa perspectiva de ensino, a construção do conhecimento é centrada na atividade do aluno, valorizando seus conhecimentos prévios como base para a elaboração de estratégias de resolução de situações investigativas e exploratórias, a partir de problemas e questões significativas (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015). Em aulas exploratórias, os alunos são instigados a desenvolver e elucidar suas ideias, elaborando conjecturas e construindo conhecimento por meio da atividade inquiridora e da reflexão durante o desenvolvimento das tarefas propostas (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013).

Sendo assim, a aprendizagem no EEM é reconhecida como um processo dialógico, em que os alunos interagem entre si e com o professor para construir e compartilhar significados, tendo a comunicação como uma das suas bases fundamentais. A abordagem da inquirição dialógica orienta o processo pedagógico, reconhecendo que as aprendizagens não ocorrem de forma isolada, mas também nas relações interpessoais entre os participantes na atividade e nos discursos que produzem juntos (Wells, 2004; 2015).

Ao priorizar a comunicação como uma interação social, o professor cria, em sala de aula, um ambiente propício para a troca enriquecedora de informações e ideias, impulsionando o desenvolvimento do conhecimento, do pensamento crítico e da criatividade nos alunos.

Dessa forma, assumindo como contexto práticas de ensino de Estatística na Educação Básica, o presente estudo tem como objetivo investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos em aulas na perspectiva do EEM, durante a fase de desenvolvimento da tarefa pelos alunos.

3.2 Ações comunicativas do Professor

Ao longo das últimas duas décadas, a comunicação nas aulas de matemática tem sido alvo de investigação por parte de pesquisadores em diferentes lugares do mundo, devido à sua relevância à aprendizagem dos alunos (Passos, 2008). Estudos têm demonstrado que o tipo de comunicação matemática que ocorre na sala de aula e a maneira como o professor estabelece a

dinâmica do ambiente têm impacto direto nos processos de ensino e aprendizagem de matemática (Faria; Rodrigues, 2020).

Assim, quando o professor valoriza a participação do aluno em sala de aula, a comunicação assume uma dinâmica mais interativa e colaborativa (Faria; Rodrigues, 2020; Serrazina, 2021). Neste contexto, o professor busca envolver os alunos nos processos de ensino e de aprendizagem, encorajando-os a compartilhar ideias, fazer perguntas, expressar opiniões e participar de discussões. Ele atua como facilitador e mediador das interações, criando um ambiente seguro onde os alunos se sentem à vontade para apresentar e justificar suas resoluções, bem como analisar as resoluções dos colegas (Afonso *et al.*, 2020).

Nesse cenário de comunicação, vista como interação social, o professor está envolvido com diversas ações comunicativas. Pesquisas realizadas têm identificado quatro em particular: *explicar*, *questionar*, *ouvir* e *responder* (Cengiz; Kline; Grant, 2011; Leinhardt, 2001; Menezes *et al.*, 2014; Nicol, 1999; Guerreiro, 2011). Essas ações comunicativas se materializam no discurso do professor, ou seja, o discurso da sala de aula é a linguagem em ação, com o professor e os alunos desempenhando papéis centrais como protagonistas desse processo (Menezes *et al.*, 2014).

Para Menezes *et al.* (2014), com base em Bishop e Goffree (1986), o ato de *explicar* requer estabelecer conexões entre ideias que estão a ser abordadas, e as que são postas pelos alunos, e pode ser classificado em quatro tipos: explicações comuns, disciplinares, instrucionais e autoexplicações (Leinhardt, 2001).

As explicações *comuns* são aquelas que surgem em resposta a aspectos cotidianos simples discutidos em sala de aula. Elas estabelecem conexões entre a ideia apresentada e aquelas compartilhadas pelos alunos. As explicações *disciplinares* estão relacionadas aos conteúdos específicos da disciplina, respondendo a questões não contextualizadas e apresentando certo formalismo. Essas explicações buscam abordar aspectos teóricos e conceituais da matéria, fornecendo uma base consistente de conhecimento (Menezes *et al.*, 2014; Guerreiro *et al.*, 2015).

As explicações *instrucionais* são voltadas para o ensino, com o objetivo de transmitir conteúdo aos alunos. Elas podem ser individuais, quando o professor explica diretamente para um aluno, ou construídas coletivamente, quando o professor incentiva os alunos a produzirem explicações e compartilhá-las com a turma. Essa abordagem promove a participação ativa dos alunos no processo de aprendizagem. Finalmente, as *autoexplicações* ocorrem quando se formula e responde suas próprias perguntas, representando um processo de pensamento em voz

alta, em que a pessoa expressa seus pensamentos e ideias na busca por construir significado pessoal (Guerreiro *et al.*, 2015).

Já o *questionar* é uma ação comunicativa do professor, largamente presente nas aulas, e pode ser realizada de forma interrogativa ou não. No geral, os propósitos das perguntas do professor são verificar conhecimentos, focar ideias ou estratégias ou inquirir sobre o pensamento matemático do aluno.

Dessa forma, Menezes *et al.* (2014), baseados em Love e Mason (1995), identificam três tipos principais de perguntas do professor: perguntas de *inquirição*, de *focalização* e de *verificação*. As perguntas de *inquirição* têm por objetivo conhecer e explorar o pensamento dos alunos, indagando sobre os porquês e requisitando justificações para as respostas apresentadas. Já as perguntas de *focalização* visam direcionar a atenção do aluno para um contexto matemático específico. Paralelamente, as perguntas de *verificação* são formuladas com o intuito de confirmar a compreensão dos alunos a respeito dos conceitos abordados (Menezes *et al.*, 2014).

Além desses tipos de perguntas, Machado e Lacerda (2020), com base em Pereira (1991), também mencionam as perguntas de *meta*, de *tematização* e de *asserção*. Conforme esses autores, as perguntas *meta* são utilizadas pelo professor para solicitar ao aluno que forneça uma explicação mais detalhada sobre uma informação apresentada anteriormente. Já as perguntas de *tematização* são empregadas quando o professor deseja iniciar uma discussão específica ou introduzir um tópico. Por outro lado, as perguntas de *asserção* são formuladas com o objetivo de obter a concordância do aluno e estabelecer uma conexão com a audiência. É importante ressaltar que as perguntas têm o potencial de estimular os alunos na resolução das tarefas propostas, mas também podem desmotivá-los caso não compreendam seu objetivo.

Da mesma forma que o professor pode explicar e questionar de formas distintas, o *ouvir* também pode acontecer de maneiras diferentes, podendo ser: avaliativo (diretivo), interpretativo (observacional) e hermenêutico (globalizante).

No ouvir *avaliativo*, o professor ouve os alunos principalmente para avaliar seus conhecimentos em relação a um conjunto pré-estabelecido de ideias ou respostas. Isso pode levar a uma tendência de monopolizar o discurso, ignorando as contribuições dos alunos para a discussão (Guerreiro *et al.*, 2015). Já no ouvir *interpretativo*, o professor tem a intenção de compreender as ideias e o pensamento matemático dos alunos. Ele busca ouvir ativamente, fazendo perguntas de exploração, solicitando explicações e justificações, e observando as estratégias e raciocínios dos alunos. Essa abordagem valoriza a participação dos alunos e contribui para o desenvolvimento de um ambiente de aprendizagem mais interativo. No ouvir

globalizante, o professor ouve os alunos com o objetivo de conhecer e avaliar como estão pensando matematicamente, mas também busca informar e orientar sua prática educativa. Isso envolve o uso de tarefas desafiadoras, discussões coletivas e um ambiente de sala de aula encorajador para a participação ativa dos alunos no discurso matemático (Guerreiro *et al.*, 2015).

Ademais, o *responder* também pode ser interpretado e classificado de diferentes maneiras, dependendo do tipo de pergunta. De acordo com Nicol (1999 *apud* Guerreiro *et al.*, 2015), uma resposta pode ser direta, incluir uma explicação, fornecer informações, validar ou evitar validar a resposta de um aluno, ou até mesmo promover o confronto entre as respostas dos alunos. Portanto, é crucial que o professor esteja atento às perguntas que lhe são direcionadas, para poder discernir se a resposta deve confirmar as ideias do aluno, auxiliando-o na construção do conhecimento, ou se deve fornecer uma explicação que lhe possibilite atribuir significado às suas ideias.

Mesmo diante de respostas corretas, é importante que o professor evite validá-las imediatamente, para que os alunos não percam o interesse. Em vez disso, é necessário encorajá-los a verificar e avaliar diferentes casos, a fim de que eles próprios possam validar suas conjecturas sobre o objeto matemático em estudo (Guerreiro *et al.*, 2015; Menezes *et al.*, 2014). Responder às perguntas dos alunos é uma tarefa desafiadora para o professor, uma vez que é preciso oferecer uma resposta coerente, ao mesmo tempo em que se preserva as ideias do aluno e evita perda de interesse. Além disso, o professor também precisa lidar com respostas incorretas ou incompletas, transformando-as em objetos de discussão (Menezes *et al.*, 2014).

As ações comunicativas, *explicar*, *questionar*, *ouvir* e *responder* estão todas interligadas e dependem do contexto mais amplo em que ocorre a interação. No entanto, de acordo com Guerreiro *et al.* (2014), existem associações claras entre essas ações comunicativas que podem ser facilmente identificadas. Por exemplo, as perguntas de verificação conduzem o professor a um ouvir avaliativo e a responder de forma mais direta, validando ou não as ideias dos alunos. Já as perguntas de inquirição tendem a levar o professor a um ouvir mais globalizante, com reações diversas e focadas na promoção de uma aprendizagem que enfatiza a compreensão e a autonomia dos alunos.

Diante disso, cabe ao professor criar um ambiente favorável em sala de aula que propicie uma comunicação efetiva, fomentando a interação tanto entre o professor e os alunos, como entre os próprios alunos. É fundamental que todos tenham a oportunidade de expressar suas ideias, pontos de vista e suas defesas, enquanto também se deve estar aberto para ouvir e considerar as contribuições dos colegas. Esse processo colaborativo de comunicação não

apenas enriquece o ambiente de aprendizagem, como valoriza a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento. Baseados em Menezes *et al.* (2014), Machado e Lacerda (2020) e Guerreiro *et al.* (2015), o Quadro 8 sintetiza as ações comunicativas do professor.

Quadro 8 - Ações comunicativas do professor

Ação	Tipo	Finalidades
Explicar	Comum	Responder questões diretas e simples.
	Disciplinar	Responder questões não contextualizadas de conteúdos disciplinares apresentando certo formalismo.
	Instrucional	São voltadas para o ensino, com o objetivo de comunicar conteúdo aos alunos, ou a alguém.
	Autoexplicação	Formular ou responder suas próprias perguntas, buscando construir significados.
Questionar (perguntas)	Verificação/confirmação	Certificar o conhecimento e obter a atenção dos alunos.
	Focalização	Focar a atenção do aluno em determinado contexto matemático.
	Inquirição	Obter informações dos alunos para estimulando-os a defenderem seus processos e suas ideias.
	Meta	Explicar melhor uma informação dada anteriormente.
	Tematização	Introduzir um assunto, por meio de uma questão.
	Asserção	Ganhar adesão dos alunos para a afirmação proferida e manter o contato com a audiência.
Ouvir	Avaliativo/diretivo	Avaliar o conhecimento dos alunos.
	Interpretativo/observacional	Compreender as ideias e o pensamento matemático dos alunos.
	Globalizante/ hermenêutico	Conhecer e avaliar o pensamento dos alunos, para apoiá-los no processo de instrução.
Responder	Resposta direta	Confirmar ideias para construção de conhecimento dos alunos.
	Resposta com explicação, ou informações, evitando validações	Elucidar conceitos e instigar os alunos a estabelecer conjecturas, sem validar imediatamente ideias em aberto, incentivando-os a verificar e avaliar diferentes casos, promovendo assim a validação própria das conjecturas.
	Confronto entre respostas dos alunos	Incentivar a discussão e o confronto de ideias entre os alunos quando surgem respostas divergentes, visando a obtenção de possíveis generalizações.

Fonte: Elaborado pelos autores, com base em Menezes *et al.* (2014), Machado e Lacerda (2020) e Guerreiro *et al.* (2015).

Na seção seguinte, abordaremos o Ensino Exploratório de Matemática que é a abordagem escolhida para investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor no desenvolvimento da tarefa pelos alunos. Em seguida, caracterizamos o contexto da pesquisa e o encaminhamento metodológico que dão suporte às análises realizadas na seção subsequente.

3.3 Ensino Exploratório de Matemática

O Ensino Exploratório de Matemática (EEM) é uma perspectiva que difere do modelo tradicional de ensino, em que o professor apresenta previamente o método de resolução e, em seguida apresenta exercícios para os alunos resolverem (Cyrino; Oliveira, 2016; Ponte, 2005). Em contraste, a abordagem exploratória se caracteriza pela participação ativa dos alunos em tarefas desafiadoras, as quais não possuem uma estratégia pronta para solucioná-las (Canavarro,

2011). Nesse viés, é necessário que os alunos desenvolvam suas próprias estratégias e utilizem os conhecimentos prévios no processo de resolução. Com o apoio do professor, eles são encorajados a expressar suas ideias, questionar as ideias dos outros e refletir sobre a importância e as vantagens de diferentes ideias ou estratégias de resolução, promovendo assim uma aprendizagem colaborativa (Chapman; Heater, 2010; Paulek; Estevam, 2017).

Para Canavarro (2011), ao se envolverem com tarefas de natureza exploratória, desafiadoras e instigantes, os alunos têm a oportunidade de compreender de forma significativa os procedimentos, conceitos e conhecimentos matemáticos, além de desenvolverem habilidades matemáticas, como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Na mesma perspectiva, Oliveira, Menezes e Canavarro (2013) complementam que o EEM é interativo e sua efetividade não depende apenas da natureza da tarefa matemática, do objetivo estabelecido ou das experiências anteriores dos alunos. Também é importante considerar a forma como os alunos interagem não só com o professor, mas também entre si, ao longo dos diferentes momentos da aula.

Dessa forma, a comunicação e a interação social desempenham papel fundamental no EEM, uma vez que são os principais meios utilizados nos processos de ensino e aprendizagem. Mediante o uso da linguagem, esses elementos atuam como mediadores do conhecimento, desempenhando um papel crucial no desenvolvimento da autonomia individual, capacidade de ação, colaboração e aprendizado por meio da negociação de significados (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015).

Nesse contexto, o professor atua no planejamento e na organização da aula. De acordo com Canavarro, Oliveira, Menezes (2012), Cyrino e Teixeira (2016) e Estevam, Cyrino e Oliveira (2017), a aula, nessa perspectiva, geralmente segue uma estrutura composta por quatro fases distintas:

- i) *Apresentação e proposição da tarefa*: quando o professor explica a dinâmica da aula para a turma e apresenta a tarefa, buscando garantir a compreensão e adesão dos alunos;
- ii) *Desenvolvimento da tarefa*: em que o professor acompanha a resolução dos alunos, oferecendo suporte e identificando as resoluções interessantes para posterior discussão com a turma toda;
- iii) *Discussão coletiva da tarefa*: quando, com bases nas resoluções selecionadas e sequenciadas na fase anterior, são apresentadas as diferentes resoluções dos alunos, estimulando a confrontação de ideias e estratégias diversas. Também são discutidas as potencialidades e limitações das abordagens utilizadas;

iv) *Sistematização das aprendizagens*: momento em que as ideias discutidas ao longo do processo são formalizadas, aproximando-as das diretrizes curriculares e promovendo uma síntese do conhecimento adquirido.

Além disso, Stein *et al.* (2008) e Canavarro (2011) ressaltam que a efetivação dessas práticas requer um planejamento adequado, que envolve a prática de *antecipar* as ações, tanto do professor quanto dos alunos, durante o desenvolvimento da aula.

Dentro desse contexto do Ensino Exploratório, as ações e intenções do professor estão em consonância com os objetivos de gerenciar as interações e promover a aprendizagem dos alunos em cada etapa da aula (Oliveira, Menezes, Canavarro, 2013). Nesse sentido, a abordagem destaca a importância das ações comunicativas, fundamentando-se em uma visão de comunicação centrada na interação social, em que o conhecimento matemático resulta de práticas discursivas que ocorrem na sala de aula. A ênfase dos processos de ensino e aprendizagem está nas interações sociais entre os alunos, entre eles e o professor, e na interpretação e negociação de significados matemáticos (Guerreiro *et al.*, 2015).

3.4 Contexto e encaminhamentos metodológicos

Este estudo se baseia em uma pesquisa qualitativa de natureza interpretativa (Creswell, 2010), em que os pesquisadores interpretam as informações que observam, ouvem e compreendem. No contexto da metodologia qualitativa, optamos por empregar a intervenção pedagógica (Damiani *et al.*, 2013), uma vez que reconhecemos que a realidade é dinâmica e que uma pesquisa de intervenção leva em consideração o contexto como objeto de análise, buscando elucidar questões relacionadas aos problemas de aprendizagem. Nomeadamente, pesquisas de intervenção pedagógica envolvem o planejamento e a implementação de ações que promovem mudanças e inovações, com o propósito de gerar avanços e melhorias nos processos de aprendizagem dos indivíduos envolvidos, seguidos pela avaliação dos efeitos dessas intervenções (Damiani *et al.*, 2013).

Dessa forma, a intervenção que sustenta o presente estudo foi realizada em março do ano de 2023, em uma turma composta por 34 alunos da 3ª Série do Ensino Médio, com idades entre 16 e 18 anos, pertencentes a um colégio da rede pública de ensino localizado em um município do interior do estado do Paraná. Essa instituição de ensino oferece exclusivamente o Ensino Médio, com um total de 13 turmas no ano de 2023. Trata-se do colégio de lotação da autora/pesquisadora, e que já havia sido professora da turma no ano anterior, quando desenvolveu algumas práticas alinhadas à perspectiva exploratória de ensino.

Na prática investigada, todos os alunos receberam orientações sobre a pesquisa⁵ e aceitaram participar voluntariamente, com a concordância de seus responsáveis. Nos dias que antecederam as intervenções, a professora reforçou a informação sobre a gravação das aulas, garantindo que os alunos estivessem cientes da presença de câmeras na sala e de gravadores de voz sobre as carteiras.

No dia da intervenção, todos os alunos da turma compareceram. A professora tinha uma sequência de duas aulas, cada uma com duração de 50 minutos, ambas no início da manhã. Por conta de a tarefa ser extensa, a professora antecipou a organização da sala com as carteiras agrupadas, visando à otimização do tempo, de modo a constituir oito grupos. À medida que os alunos chegavam, eles selecionavam em qual grupo gostariam de se acomodar, resultando em seis grupos com quatro alunos cada e dois grupos com cinco alunos. Em cada grupo, foram colocados gravadores já enumerados sobre as mesas para registrar as interações entre os alunos durante o desenvolvimento da tarefa, facilitando a ordenação/identificação dos grupos durante a transcrição das interações. Além disso, a professora também utilizou um gravador consigo para registrar suas interações com a turma, uma vez que este trabalho tem como foco as ações comunicativas promovidas pelo professor nas interações com os alunos.

As análises privilegiam as interações ocorridas na fase de *desenvolvimento da tarefa* e utilizam as ações dispostas no Quadro 8 como referencial para identificação das ações comunicativas promovidas e possíveis implicações. Inicialmente, essas análises foram realizadas em conjunto pela pesquisadora e pelo seu orientador (segundo autor). Posteriormente, os resultados foram submetidos ao grupo de pesquisa (GEPTEMatE⁶), do qual fazem parte, com o intuito de que os dados fossem confrontados e discutidos coletivamente com outros professores e pesquisadores, a fim de validar, refutar, ampliar, contestar, contribuir ou concordar com as percepções iniciais. Particularmente, essa colaboração entre os membros do grupo de pesquisa visou minimizar possíveis vieses decorrentes da dupla função desempenhada pela pesquisadora, com o acúmulo da função de professora.

Para garantir a privacidade dos alunos participantes, foram utilizados pseudônimos para identificá-los. Destaca-se, também, as transcrições foram realizadas mantendo a linguagem na sua variante oralizada de cada texto verbal.

⁵ Conforme Parecer Consubstanciado do Comitê de Ética em Pesquisa, nº 3.951.250.

⁶ Grupo de Estudos sobre Prática e Tecnologia na Educação Matemática e Estatística.

3.5 A tarefa e a aula

A tarefa *Rede de Supermercados* (Quadro 9), consiste em uma tarefa de natureza exploratória considerada de elevado nível de demanda cognitiva, porque envolve os alunos em atividade matemática significativa favorecendo o seu raciocínio e a compreensão dos conceitos e processos matemáticos (Cyrino; Oliveira, 2016). A tarefa teve como objetivo específico trabalhar as medidas de tendência central, especificamente a obtenção dos valores de moda, média aritmética simples e mediana; a interpretação e compreensão desses conceitos na situação em questão; bem como a percepção da diferença conceitual entre essas medidas.

A elaboração da tarefa foi motivada pelo fato de que, durante o Ensino Médio, os alunos começam a ingressar no mercado de trabalho, e as questões salariais se tornam parte integrante de suas conversas e vida cotidiana. Nesse contexto, a contextualização dos conceitos de média, moda e mediana são cruciais, especialmente diante da observação de que, nos meios de comunicação social, o termo *média* é frequentemente apresentado de maneira ambígua, dificultando a identificação da medida estatística específica em uso (Watson, 2006). A confusão entre a média aritmética e a ideia mais ampla de média destaca a necessidade de promover, em ambiente escolar, a reflexão dos estudantes sobre o significado dos conceitos de média, moda e mediana. Isso vai além da mera aplicação de algoritmos de resolução, especialmente no caso da média aritmética e da mediana. A ênfase recai sobre capacitar os estudantes não apenas a compreender esses conceitos, mas também a aplicá-los de maneira precisa e contextualizada, promovendo uma compreensão mais aprofundada e habilidades práticas na utilização dessas ferramentas estatísticas.

Quadro 9 – Tarefa Rede de Supermercados

(continua)

Tarefa Rede de Supermercados		
Uma rede de supermercado possui 2 lojas em uma mesma cidade. A distribuição de salários dos funcionários dessa empresa é dada na tabela abaixo:		
Salário	Loja 1	Loja 2
R\$ 7.800,00	1	0
R\$ 4.500,00	1	1
R\$ 2.100,00	1	1
R\$ 1.500,00	4	2
R\$ 1.200,00	8	5

Analisando a tabela, responda:

- Qual o salário mais frequente nessa rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- A média salarial dos funcionários em cada uma das lojas é igual a média salarial da rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- A média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe? Por quê?
- O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença? Explique detalhadamente a sua resposta.

(conclusão)

- e) Se, na loja 2, for contratado 1 gerente, que recebe o salário de R\$ 7.800,00, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários? Esse novo valor da média, reflete o que a maioria dos funcionários recebe? Escreva detalhadamente o seu raciocínio.
- f) Se, ao invés de contratar um gerente para a loja 2, o dono do supermercado resolve ir trabalhar nessa loja e coloque o seu pró-labore (salário) de R\$ 20.000,00 no rol dos funcionários da loja, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários dessa loja? E com o salário mediano? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Inicialmente, a professora explicou para a turma a dinâmica da aula e fez as orientações sobre como deveriam proceder para a resolução, assim como a importância da elaboração da resposta escrita, uma vez que, após o desenvolvimento da tarefa, haveria o momento de discussão em que alguns grupos seriam selecionados para apresentar as suas resoluções para discussão com a turma. Portanto, era importante que fossem cuidadosos no registro das respostas. Além disso, foi permitido o uso de calculadoras, caso os grupos assim o desejassem.

A professora estabeleceu tempos específicos para cada fase da aula: 10 minutos para as explicações iniciais, 50 minutos para o desenvolvimento da tarefa, 20 minutos para a discussão coletiva e 20 minutos para a sistematização das aprendizagens. Em seguida, distribuiu duas folhas com a tarefa impressa para cada grupo, visando facilitar o manuseio e compartilhamento das informações entre os alunos. No entanto, foi explicado que as resoluções do grupo deveriam ser registradas em apenas uma folha. A professora também perguntou aos alunos sobre a preferência na forma de realização da leitura da tarefa e eles optaram por fazê-la nos próprios grupos.

Durante o desenvolvimento da tarefa, a professora realizou o processo de monitoramento, acompanhando cada grupo para compreender as ideias que surgiam e promover uma comunicação efetiva entre ela e os alunos, bem como entre os próprios alunos. Nesse contexto, efetuou a *seleção* e o *sequenciamento* das resoluções das tarefas, com base no que havia sido planejado para essa aula no momento de *antecipar*. Essas resoluções foram posteriormente apresentadas pelos grupos e discutidas com a turma e, por fim, sistematizadas pela professora, tendo como base as resoluções dos alunos.

3.6 Resultados

Durante as análises do item *a* da tarefa, observou-se que, em alguns grupos, quando *questionados* pela professora sobre que conceito estava presente na situação, os alunos afirmaram não saber a resposta (Grupos 2, 3, 4 e 8) – fato que já era esperado. Afinal, “o Ensino Exploratório da Matemática não advoga que os alunos descubrem sozinhos as ideias

matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes” (Canavarro, 2011, p. 11).

Em outro grupo (Grupo 5), quando *questionados*, os alunos adotaram uma abordagem semelhante à de Karl Pearson, que foi o pioneiro no uso do conceito de moda em 1895. Essa abordagem foi influenciada pela maneira como as pessoas usam a expressão “estar na moda” (Zatt, 2009). Com base nisso, os alunos concluíram que a moda se refere ao elemento mais frequente.

Professora: *O que está pedindo o item a?*

Adriano: *Salário mais frequente.*

Professora: *E que conclusão vocês chegaram?*

Adriano/Igor: *1200.*

Professora: *Por que 1200?*

Adriano: *Porque é o salário que mais gente recebe. São 13 que recebem 1200.*

Professora: *13?*

Adriano: *Sim.*

Professora: *13, onde?*

Adriano: *Na loja 1 e 2.*

Professora: *E que conceito está por trás desse 1200?*

Adriano: *Moda.*

Professora: *O que é moda?*

Renata: *É o que mais aparece.*

Professora: *É o que mais aparece?*

Igor: *É o que está em alta e é mais visado. Coisa assim.*

Professora: *Então, o que seria moda?*

Adriano: *É, se for pensar moda em questão de roupa, se você usa, eu também vou querer usar. Então, é estar na moda.*

Simone: *É o que está em alta, mais usado, é estar na moda.*

Igor: *É o que eu pensei. É que mais pessoas vão usar, tem a ver com frequência, coisa repetida.*

Simone: *Então, moda é o que mais se repete, aparece com mais frequência.*

Igor: *Moda? É, 1200 tá na moda, a maioria recebe esse salário.*

Simone: *É, acho que é isso.*

Na interação em destaque, podemos observar que a professora interpõe uma *pergunta de focalização*, buscando direcionar a atenção dos alunos para o que está sendo solicitado no item *a* da tarefa. Com *perguntas de inquirição*, a professora vai além da simples resposta numérica e procura verificar se os alunos compreendem o conceito subjacente ao número 1200. Essas perguntas desafiam os alunos a explicarem o significado e a aplicação do conceito relacionado a esse valor específico.

Ao longo da interação, também foram identificadas *perguntas de verificação*, como “13?” e “Então, o que é moda?”, cujo objetivo é confirmar se os alunos compreenderam o conceito abordado. *Pergunta de asserção* também são empregadas, como “É o que mais

aparece?”, buscando obter o apoio dos alunos para a afirmação feita por Renata e verificar se eles realmente entenderam o conceito em discussão. Adicionalmente, a professora faz uso da *pergunta meta* “13, onde?”, com o propósito de incentivar os alunos a explicarem de onde eles concluíram que o salário de R\$ 1200,00 aparecia 13 vezes, explicitando a relação entre as frequências e a variável. Essa variedade de perguntas empregadas pela professora possibilitou avaliar o nível de compreensão dos alunos, estimulando sua participação ativa e promovendo a reflexão sobre o tema abordado.

Em relação ao *ouvir*, é possível observar que, durante as interações, a professora utiliza estratégias de *ouvir interpretativo* e *ouvir globalizante* com objetivo de compreender as ideias dos alunos, fornecer orientações e criar um ambiente de aprendizagem interativo, promovendo discussões coletivas e incentivando a participação ativa dos alunos no discurso matemático. A professora *não valida* as ideias apresentadas, deixando sob responsabilidades dos próprios alunos a validação de suas conjecturas.

Já em relação às respostas dos alunos, podemos observar *respostas diretas* com ações de *explicações comuns* e *instrucionais* relacionadas ao conceito de moda. Os alunos estabelecem conexões entre a ideia apresentada e as ideias compartilhadas, destacando que moda é o que mais aparece, está em alta, é mais visado e repetido com (maior) frequência. Além disso, eles também mencionam que moda está relacionada a usar algo que outras pessoas estão usando, o que indica uma compreensão da influência social e da repetição de padrões. Ao final, identifica-se uma *autoexplicação* de Igor que afirma: “*Moda? É, 1200 tá na moda, a maioria recebe esse salário*”.

Outro aspecto sobressalente é que, assim como os alunos estão envolvidos com a tarefa em seu próprio grupo, eles também estão atentos com o ambiente ao redor e com as interações que a professora promove nos demais grupos. Isso fica evidente no seguinte trecho da interação com o Grupo 7.

Professora: *E tem ideia de qual conceito da estatística está por trás disso?*

Davi: *Moda, eu acho né.*

Camila: *O quê?*

Davi: *Moda.*

Professora: *O que é moda?*

Davi: *Eu ouvi que a Aline (Grupo 6) falou.*

Professora: *Bom ouvidinho, né (risos). Mas, o que é moda será?*

Camila/Cris: *(risos).*

Mirian: *Não sei.*

Professora: *Então, vamos lá, vocês sabem o salário que mais aparece aí, né?*

Camila: *1200.*

Professora: *Por que ele é o que?*

Camila: *Mais se repete.*

Professora: *Então, como vocês ouviram o grupo ao lado falar moda, o que será que é moda?*

Cris: *Deve ser o valor que mais se repete, mais aparece em um grupo.*

Davi: *Faz sentido.*

Observa-se que as interações emergem do que o grupo ouviu de forma interpretativa das interações da professora com os demais grupos. Essa atitude demonstra um interesse de aprendizagem e uma capacidade de buscar conhecimento além das fronteiras do seu próprio grupo, mostrando uma postura ativa e engajada no processo de aprendizagem, e uma dimensão comunicativa que abarca as interações com toda a sala, ainda no trabalho em grupos.

Ao ouvir Davi responder “*moda*”, a professora busca verificar se o aluno compreende o conceito, fazendo uma *pergunta de tematização*: “*O que é moda?*”. Após Davi afirmar que respondeu moda por ouvir o grupo ao lado falar, a professora situa a discussão de volta para os alunos, utilizando essa informação para fundamentar sua pergunta: “*Então, como vocês ouviram o grupo ao lado falar ‘moda’, o que será que é moda?*”. Assim, com um *ouvir avaliativo*, a professora percebe que Davi não denota compreensão consistente do conceito em questão e estimula discussões para que cheguem a uma definição em conjunto. Ela usa um tom descontraído ao elogiar a atenção de Davi ao comentário da Aline, mas continua fazendo perguntas aos alunos para que eles mesmos avancem em suas compreensões. Dessa forma, busca incentivar a participação dos alunos, promover a interação e estimular a construção conjunta do conhecimento.

Outros momentos denotam encaminhamentos da professora a partir de perguntas objetivas dos alunos sobre como proceder em suas resoluções. É possível observar esse movimento na interação apresentada a seguir, que começa com uma dúvida levantada pelo Grupo 6, o qual, ao resolver o item *b* da tarefa, solicita a ajuda da professora.

Aline: *Professora, pra descobrir a média do supermercado inteiro, soma as duas médias e dividi por 2? É isso?*

Professora: *Vamos lá, deixa eu entender. Em qual item da tarefa vocês estão?*

Aline: *b.*

Professora: *Tá. O que que pede aí no item b?*

Aline: *Para fazer a média salarial dos funcionários de cada uma das lojas e ver se é igual à do supermercado.*

Professora: *Tá, ok. E o que que vocês já pensaram para fazer?*

Aline: *A gente já tirou as duas médias.*

Professora: *A média da loja 1?*

Aline: *E da loja 2.*

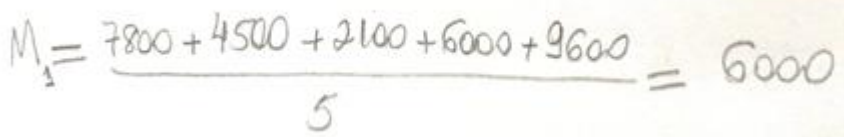
Professora: *E chegou em que na loja 1?*

Aline: *6000 na loja 1.*

Professora: *Por que que deu 6000? Como que vocês pensaram, fizeram para chegar nessas 6000?*

Bia: *A gente fez dessa forma (Figura 1).*

Figura 1 - Reprodução da resolução inicial da média da loja 1 realizada pelo grupo 6


$$M_1 = \frac{7800 + 4500 + 2100 + 6000 + 9600}{5} = 6000$$

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Ao observar a resolução, a professora nota que, embora os alunos estejam contabilizando todos os salários dos funcionários da loja 1, ao somar, na etapa de divisão, eles dividem por 5, levando em consideração a quantidade de classes de salários (e não a quantidade de funcionários). A professora percebe, assim, que os alunos estão centrados no procedimento de cálculo, desconsiderando o conceito de média.

Evidencia-se, nesse contexto, a importância da comunicação escrita, uma vez que ela permite identificar como os alunos expressam ideias matemáticas e organizam seu pensamento, possibilitando que o professor compreenda como eles abordaram a tarefa, dificuldades e dúvidas decorrentes, bases de orientação para suas intervenções (Faria; Rodrigues, 2020).

Em seus encaminhamentos, a professora vai além de simplesmente apontar o equívoco na resolução, reconhecendo que isso poderia perpetuar a dependência do grupo e limitar o raciocínio dos alunos. Em vez disso, ela adota uma abordagem inquiridora, buscando estimular comportamentos mais autônomos por parte dos alunos e promover a comunicação entre eles.

Professora: *E qual seria essa forma?*

Aline: *A gente soma tudo e divide pelo número de termos.*

Professora: *Então, quantos funcionários tem na loja 1?*

Raul: *15.*

Professora: *Então, como que seria fazer a média dos salários?*

Luísa: *Somar todos os salários e dividir pelo valor de número de salários que somou.*

Professora: *Esse é o procedimento?*

Aline: *Sim.*

Professora: *Então, vamos voltar um pouquinho. Eu quero saber, o que vocês compreendem como média?*

Luísa: *Somar todos os números e dividir pela quantidade.*

Professora: *Então, esse é o procedimento?*

Luísa: *Sim.*

Professora: *Então, esse é o procedimento, o cálculo que se faz para encontrar a média. Mas, esse valor que a gente chega, o que ele significa?*

Aline: *É o meio.*

Professora: *Meio?*

Raul: *É uma média padrão, tipo se fosse dividir para todo mundo ia ser aquele padrão para todos. É como dividir igualmente para todos.*

Professora: *Média padrão para todos? Você quer dizer um valor de equilíbrio, igual para todos?*

Raul: *Isso.*

Aline: *Isso.*

Professora: *Então, média seria o quê?*

Raul: *Um valor de equilíbrio.*

Aline: *Isso.*

Por meio de diversas perguntas, como exemplificado acima, a professora busca estimular a reflexão e a explicação dos alunos sobre o procedimento utilizado para calcular a média e o significado desse valor. Ao fazer perguntas e incentivar a participação, a professora pretende promover o pensamento crítico dos estudantes e orientá-los na compreensão de que a média representa um valor de equilíbrio, um valor que torna a distribuição equitativa e justa, que busca equilibrar as diferentes quantidades ou valores em um conjunto de dados (Batanero, 2000).

É importante destacar que, tão fundamental quanto saber calcular a média de um conjunto de dados, é compreender o significado desse valor e como interpretá-lo a partir da análise dos dados. Nesse processo, notamos que Aline, inicialmente, confunde a média com a mediana, sugerindo que a média é o “valor do meio”. Por outro lado, Raul demonstra uma compreensão mais consistente do conceito de média.

Após receber a explicação dos alunos, com *explicações comuns e instrucionais*, sobre o conceito de média, a professora dá continuidade à interação por meio de questionamentos direcionados, com o objetivo de estimular a reflexão dos alunos sobre os dados apresentados e o procedimento utilizado. Essa abordagem visa que os alunos identifiquem as inconsistências presentes em seus cálculos em relação ao conceito de média aritmética e busquem uma compreensão mais aprofundada sobre o conceito.

Professora: *Então, vamos voltar agora no procedimento que vocês usaram para encontrar a média. Na loja 1, é só uma pessoa que recebe 1200 reais?*

Luísa: *Não.*

Professora: *Quantos que recebem?*

Luísa: *8 pessoas na loja 1 e 5 na loja 2.*

Professora: *São 8 na loja 1?*

Luísa: *Isso.*

Professora: *E 1500, quantas pessoas na loja 1?*

Bia: *4.*

Professora: *Vocês me falaram que a média da loja 1 é 6000.*

Luísa: *Isso.*

Professora: *Mas como vocês fizeram?*

Luísa: *Eu somei todos os salários e depois dividi.*

Professora: *Então, você colocou aqui 7800, 4500, 2100. Por que aqui você colocou 6000?*

Luísa: *Porque aparece 4 vezes o salário de 1500.*

Professora: *4 vezes. E aqui 9600, por quê?*

Luísa: 8 vezes 1200.

Professora: *Então, quantos salários ao todo você somou?*

Aline/Raul: 15

Professora: *Mas, vocês dividiram por quanto?*

Luísa: *Por 5.*

Aline/Raul: *Tem que dividir por 15.*

Professora: *Por quê?*

Aline: *Porque são 15 salários na loja 1.*

Professora: *Então quanto que vai ser essa média?*

Luísa: 2000.

Ao *questionar* os alunos sobre o número de pessoas que recebem salários nas diferentes lojas, a professora busca levá-los a perceberem que a distribuição de salários não é uniforme entre as classes, contrariando a suposição inicial dos alunos que parece desconsiderar a variabilidade e confundir as frequências. Ao abordar as quantidades de salários somados em cada cálculo e os denominadores utilizados, a professora ajuda os alunos a identificarem os equívocos cometidos durante a realização das operações em relação ao conceito de média. Dessa forma, por meio de uma série de *questionamentos* com perguntas de *focalização, verificação e inquirição*, a professora provoca os alunos para que percebam e corrijam seus erros. Ela os provoca de maneira a levá-los a compreender que a média deve ser calculada considerando corretamente a soma total dos salários e o número total de salários.

Ao compreender que, para o cálculo da média da loja 1, deveria ser considerado o total de funcionários da loja, Luísa prontamente refaz o cálculo e apresenta a resposta correta à professora. Nesse momento, fica evidente, novamente, a importância do *olhar* atento da professora, da escuta ativa (*ouvir interpretativo e globalizantes*) e do *questionamento* (combinando propósitos diversos) com o objetivo de levar os próprios alunos a identificarem seus erros, inconsistências nos raciocínios empregados e modos de correção.

É importante ressaltar que a distinção marcante entre a Estatística e a Matemática é evidenciada pelo papel do contexto. Na Estatística, é o contexto que confere significado aos dados analisados. Isso é enfatizado por Cobb e Moore (1997, p. 801): “os dados não são apenas números, mas números em um contexto”. Portanto, o conhecimento, tanto da dimensão matemática quanto da dimensão estatística da média aritmética, torna-se necessário para compreensão e emprego dessa medida em contexto diversos.

Assim, após algumas ações comunicativas da professora, com o objetivo de promover a reflexão entre os alunos e fazê-los perceberem o equívoco no cálculo em relação ao conceito da média, ela retorna a pergunta inicial do grupo.

Professora: *Agora eu quero voltar na pergunta que vocês me fizeram no início. Qual era a pergunta?*

Aline: *Como que faz a média da rede. Se tinha que pegar a média das duas lojas e somar e dividir pelo número de loja.*

Raul: *Se tinha que pegar os dois valores totais somar e dividir pelo termo geral.*

Professora: *Deixa ver se eu entendi. Num primeiro momento, a Aline está achando que pega as duas médias das lojas, soma e divide por 2.*

Aline: *Isso.*

Professora: *Raul acabou de falar o quê?*

Raul: *Pegar o total de salários das duas lojas e dividir pelo total de funcionários das duas lojas.*

Professora: *Será que se fizer o que a Aline falou, e o que o Raul falou, a gente vai chegar no mesmo valor? Será que nós estamos fazendo a mesma coisa?*

Luísa: *Acho que não.*

Professora: *Por que não?*

Aline: *Porque aqui (loja 1) tem mais funcionários que aqui (loja 2)*

Professora: *Então só voltando. Qual o entendimento sobre média mesmo?*

Raul: *Valor de equilíbrio.*

Professora: *Então, pra achar esse valor de equilíbrio da rede, eu posso fazer só a média entre as duas médias da loja 1 e loja 2, ou tenho que fazer do todo?*

Aline: *Igual ele (Raul) falou.*

Professora: *Fazer como então? Qual o procedimento para fazer da rede?*

Aline: *Somar tudo aqui, das duas lojas e dividir pelo total de funcionários.*

Raul: *Isso.*

Durante esse trecho da interação, fica evidente que os alunos inicialmente apresentaram uma dúvida que os levou a buscar a ajuda da professora. Aline acreditava que a média da rede poderia ser encontrada determinando a média entre as médias das duas lojas, enquanto Raul pensava que era necessário fazer a média de todo o conjunto. Uma questão semelhante foi apresentada pelo Grupo 7, quando a professora questionou os estudantes sobre como estavam pensando para calcular a média da rede.

Mirian: *Eu pensei em somar esses dois (média loja 1 e loja 2) e dividir por 2, que seria mais fácil. Ou, juntar todos os salários e dividir pelo total de funcionários.*

Professora: *Então, vamos pensar na sua primeira fala. Você falou assim: “juntar os dois (média loja 1 e loja 2) e dividir por 2”. Tá, agora vamos pensar? Você falou que a média seria um valor de equilíbrio para todos. Então eu posso fazer a média das médias aqui? Pegar apenas o 1733 e o 2000 e fazer a média, esse seria o valor de equilíbrio de todos os funcionários?*

Camila/Cris/Mirian: *Não.*

Professora: *Então o que tem que fazer?*

Cris: *Tem que pegar tudo, todos os salários de todos os funcionários.*

Professora: *Então você acha que deve pegar o todo. É isso?*

Camila/Cris/Mirian: *Sim.*

Professora: *E se só pegar as médias e fazer a média das médias, dá a mesma coisa?*

Camila/Cris/Mirian: *Não.*

Professora: *Por quê?*

Mirian: *Porque não vou estar levando em consideração todos os funcionários.*

Professora: *Como assim?*

Mirian: *Aqui (loja 1) tem uma quantidade (funcionário), aqui (loja 2) tem outra.*

Professora: *Então pensem e elaborem a resolução de vocês.*

Neste trecho da interação, podemos observar a efetiva utilização de diferentes tipos de perguntas pela professora, com o intuito de promover discussão e reflexão dos alunos. Por meio das perguntas estrategicamente formuladas pela professora (desde o *antecipar*), o grupo demonstrou compreender a inadequação de calcular a média das médias, dada a discrepância no número de funcionários entre as duas lojas.

Ao calcular a média das médias, os alunos estariam, na verdade, calculando uma média aritmética ponderada, não uma média aritmética simples. Importa salientar que o cálculo da média das médias só seria apropriado se o número de funcionários nas duas lojas fosse idêntico; nesse caso, os salários teriam pesos iguais, resultando no mesmo valor tanto para a média aritmética simples quanto para a ponderada (Brandelero; Estevam, 2023). Vale ressaltar que toda essa discussão sobre por que calcular média aritmética simples e não ponderada foi retomada com a turma posteriormente, na fase de discussão da tarefa.

Também foi possível observar, durante as interações da professora, que os alunos apresentavam ideias divergentes sobre salário médio e salário mediano, como observamos na interação com o Grupo 1 ao discutir o item *d* da tarefa.

Professora: *Tá, vamos para o item d. O que está pedindo no item d?*

Gael: *O salário mediano. Se tem diferença.*

Professora: *E aí, o que vocês compreenderam, discutiram sobre salário mediano?*

Júlio: *Eu imaginei que seria a média de cada loja.*

Professora: *Média de cada loja. Média salarial e salário mediano é a mesma coisa?*

Gael: *Não.*

Júlio: *Não, isso que eu estava pensando, se seria o salário do meio aqui, ou se seria a média?*

Professora: *Então, salário mediano e média é a mesma coisa?*

Caio/Júlio/Gael: *Não.*

Professora: *Então como que a gente acharia esse salário mediano?*

Caio: *Seria o salário que se repete mais vezes, seria o 1200.*

Professora: *Mas 1200, é o salário que mais se repete, ele é o mediano? Por quê?*

Júlio: *Não. É moda.*

Inicialmente, os alunos apresentam confusão em relação ao conceito de salário mediano. Júlio, por exemplo, o confunde com a média salarial de cada loja, e Caio com a moda, o que está em consonância com as observações de Batanero (2000), o qual afirma que os alunos tendem a confundir a média, com a mediana e a moda.

Contudo, quando questionados pela professora se a média salarial e o salário mediano são a mesma coisa, os alunos respondem que não são equivalentes. Isso demonstra que a pergunta de *focalização* realizada pela professora os levou a pausar e refletir sobre a diferença

entre essas duas medidas de tendência central. Assim, eles se mostram conscientes que há distinção entre salário médio e salário mediano, sugerindo que a questão estimulou uma análise mais profunda em relação a esses termos.

Apesar disso, a compreensão do salário mediano ainda apresentava desafios. Para prosseguir a interação, a professora retoma a resposta de Júlio, questionando-o sobre o que ele pensava ser o mediano. Esse questionamento visava levar Júlio a refletir sobre sua resposta inicial e reconsiderar seu entendimento.

Professora: *Você (Júlio) tinha falado agora há pouco que tinha pensado que mediano seria o quê?*

Júlio: *O que está no meio. Seria 2100.*

Professora: *Mas o 2100 é o que está no meio?*

Caio: *Está no meio da tabela.*

Júlio: *É, é o que está no meio da tabela.*

Professora: *No meio da tabela fica o 2100, mas quantos funcionários a gente tem na loja 1?*

Caio: *15.*

Professora: *São 15 funcionários. Então qual salário está no meio?*

Cintia: *O oitavo.*

Professora: *O oitavo? É isso?*

Cintia: *Sim*

Professora: *E o oitavo funcionário, ganha quantos?*

Júlio: *O oitavo ganha 1200.*

Professora: *Então o que a gente teria que fazer para achar o oitavo funcionário?*

Caio: *Organizar os salários.*

Professora: *E na loja 2, qual é o salário mediano?*

Júlio: *É o quinto.*

Professora: *E quanto é?*

Caio: *1200.*

Com uma *pergunta meta*, que retoma uma enunciação de Júlio, associada a *perguntas de focalização*, a professora provoca os alunos a observarem que, apesar de constituir a classe central na tabela, não corresponde necessariamente ao salário mediano, porque é preciso considerar as frequências das classes. No entanto, a professora vai além e *questiona* sobre o número de funcionários da loja 1, indagando sobre qual salário está no meio, direcionando a atenção dos alunos para a organização dos salários e a importância de considerar a posição dos dados na determinação do salário mediano.

Posteriormente, ao questionar sobre o salário mediano na loja 2, a professora busca *verificar* se os alunos compreenderam o conceito de salário mediano. Nesse momento, eles demonstram progresso ao perceberem que o salário mediano não é simplesmente o valor que está no meio da tabela, mas aquele correspondente à posição que divide a distribuição em duas partes iguais.

Observamos, nesse trecho da interação, a importância das ações comunicativas da professora no processo de aprendizagem dos alunos. Por meio de questionamentos cuidadosos, um *ouvir* atento e interpretativo, com *perguntas de focalização, verificação e inquirição*, a professora incentiva os alunos a pensarem criticamente, refletirem sobre suas respostas e considerarem aspectos relevantes para uma compreensão mais precisa e clara do conceito de salário mediano.

Essas ações se fizeram presentes durante toda a aula, inclusive nos momentos em os próprios alunos chamaram a professora para sanar dúvidas sobre média salarial e salário mediano. Inicialmente, alguns grupos acreditavam que média salarial e salário mediano eram equivalentes. No entanto, ao se depararem com o item *f*, que abordava tanto a média quanto o salário mediano, os alunos passaram a questionar essa suposição e ficaram confusos. Essa confusão levou-os a chamar a professora para elucidar suas dúvidas, conforme interação com o Grupo 7 transcrita abaixo.

Davi: *Me diz uma coisa, o que é média salarial? E salário mediano? Qual a diferença? A gente fez essa aqui (item d) e quando chegou aqui (item f), a gente ficou confuso. Para mim seria a mesma coisa.*

Professora: *Mas será que é?*

Camila/Cris/Mirian: *Não.*

Professora: *Por que não?*

Mirian: *Não sei, não sei explicar.*

Professora: *Vamos pensar! Salário médio, o que é média mesmo?*

Camila: *Equilíbrio entre os valores.*

Professora: *E salário mediano, será que é a mesma coisa?*

Mirian: *Não, mas eu não sei pensar o que pode ser.*

Professora: *Será que mediano não tem a ver com meio?*

Mirian: *Ah! Então é 2100.*

Professora: *Por quê?*

Mirian: *Porque está no meio.*

Professora: *Meio da tabela?*

Mirian: *Sim.*

Professora: *Mas quantos funcionários tem na loja 1?*

Camila: *15*

Professora: *15? Então, qual o salário que está no meio?*

Mirian: *1200.*

Professora: *Por quê?*

Mirian: *Não sei, eu acho que é. Um valor entre o salário mais alto e mais baixo*

Professora: *Então, vamos lá. Aqui oh (loja 1). Aqui eu tenho 8 pessoas com (1200), certo? Aqui eu tenho quatro (1500). Aqui, um (2100), um (4500) e um (7800). Qual exatamente é o do meio? Dos 15, qual está no meio?*

Mirian: *Ah, então eu vou ter que colocar tudo certinho, um embaixo do outro e ver literalmente qual que está no meio.*

Professora: *Tentem, vamos ver!*

A professora opta por não responder diretamente à pergunta inicial do aluno que solicitou uma explicação sobre a diferença entre média salarial e salário mediano. Em vez disso, ela escolhe abordar o assunto por meio de *perguntas de inquirição* e de *verificação*, com o objetivo de estimulá-los a pensarem e a fornecerem uma *explicação* sobre o conceito de salário mediano. Diante da resposta dos alunos de “não terem ideia”, a professora promove a discussão, com questões *meta* e de *focalização*, para o conceito de média, o que leva Camila a fornecer uma resposta satisfatória sobre o equilíbrio entre os valores, mostrando que, para os alunos, o conceito de média estava perceptível.

Como o tempo estabelecido para os estudantes desenvolverem a tarefa estava se esgotando, a professora decidiu abordar diretamente a questão do salário mediano e avança na discussão ao questionar os alunos sobre a possível relação entre a palavra “mediano” e o conceito de “meio”. Seu objetivo foi estimular os alunos a refletirem sobre essa conexão e perceberem que o salário mediano está relacionado à posição central na distribuição dos salários.

Ao perguntar quantos funcionários trabalham na loja 1, ela provoca a discussão para a importância de levar em conta o número total de funcionários e as frequências de cada classe ao determinar o salário mediano. Mirian, então, responde que o salário de R\$ 1200,00 está no meio, mas não sabe explicar o motivo. Percebendo insegurança dos alunos, a professora decide recorrer à tabela que está na tarefa, mostrando todos os salários da loja 1 e, mais uma vez, questionando qual exatamente está no meio considerando os 15 funcionários. Nesse momento, Mirian compreende que precisa organizar os salários em ordem e visualizar qual deles está no meio da distribuição, mostrando ter conseguido compreender o conceito relacionado ao salário mediano.

Ao longo da interação, destaca-se o interesse e a participação ativa dos alunos na discussão. Mesmo diante de momentos de incerteza e falta de entendimento, eles demonstram disposição para pensar, refletir e buscar respostas. A busca contínua pela validação da professora evidencia a compreensão dos alunos em relação ao conceito de salário mediano, indicando um ambiente de aprendizado colaborativo e engajado.

Mirian: *Professora, esse aqui, sobre salário mediano (item d).*

Professora: *Me explica o que vocês fizeram!*

Quando a aluna Mirian chamou pela professora e fez uma pergunta sobre o salário mediano, ela mostrou à professora a folha com a resolução do item *d*. Apesar da pressa em prosseguir para a discussão, uma vez que o tempo para a conclusão da tarefa já havia se esgotado, a professora decidiu não validar imediatamente o trabalho dos alunos. Em vez disso,

solicitou que eles explicassem o raciocínio utilizado, com o objetivo de verificar se o conceito de mediana de fato havia sido entendido pelos alunos.

Mirian: *A gente colocou todos os salários aqui.*

Professora: *em ordem?*

Mirian: *É, em ordem.*

Professora: *E quem está no meio?*

Mirian: *1200.*

Davi: *Aí aqui (item f) a gente colocou em ordem, colocando mais o 20000, aí ficou 2 no meio, aí eu falei pra Mirian fazer a média e deu isso aqui (1350).*

Mirian: *Entre os dois.*

Professora: *Ok, então escreva o que vocês fizeram, que agora nós vamos pra discussão se não, não vai dar tempo de terminar.*

Mirian: *Mas é isso mesmo?*

Professora: *O que vocês entendem como mediano?*

Mirian: *O que está no meio.*

Professora: *E pra encontrar, vocês organizaram os salários?*

Camila: *Sim.*

Professora: *Então coloquem isso no papel, que nós já vamos pra discussão.*

Mais uma vez, por meio de diferentes tipos de perguntas e um *ouvir interpretativo*, a professora buscou compreender as ideias e o pensamento dos alunos. Ao *responder* aos alunos, adota uma postura que evita validar imediatamente as ideias, mesmo quando estão corretas. Ela incentivou os alunos a verificarem e avaliarem as respostas, a fim de que possam validar suas próprias conjecturas e construir significados próprios. O objetivo foi estimular a construção ativa do conhecimento e evitar que os alunos percam o interesse, ou se desresponsabilizem por seu processo de aprender.

3.7 Discussões

As análises das interações apresentadas como resultados evidenciam alguns aspectos relacionados à promoção da comunicação na situação investigada.

Ao admitir a perspectiva exploratória como orientação para a prática, a professora assume uma perspectiva de comunicação instrutiva e reflexiva, que reconhece as interações como objeto de reflexão, tanto por parte do professor quanto dos alunos, e sobre o conhecimento matemático compartilhado entre todos (Guerreiro, 2011). Os alunos são incentivados a participarem efetivamente nas interações em sala de aula, compartilhando suas estratégias e ideias matemáticas com o professor e os colegas, ou buscando justificar e refutar as conjecturas matemáticas apresentadas pelos demais (Faria; Rodrigues, 2020). Em paralelo, o professor reflete sobre sua própria ação e valoriza as ideias e dificuldades verbalizadas ou intuídas pelos alunos, incorporando-as em seu discurso e encorajando a exposição de estratégias e ideias

matemáticas particulares, ainda que confusas, parciais ou equivocadas (Guerreiro, 2011). Contudo, isso não significa que os alunos não recorrerão ao professor em busca de validação e explicitações objetivas para as questões envolvidas. Pelo contrário, o professor deve estar preparado para essa situação, assim como para tirar proveito das ideias emergentes a partir da observação e do ouvir das interações do professor e outros grupos.

A necessidade de uma comunicação mais abrangente em situações específicas leva o professor a não se limitar à oralidade, recorrendo também a representações escritas para embasar suas intervenções e proporcionar uma compreensão mais significativa aos alunos (Faria; Rodrigues, 2020). Isso foi especialmente explicitado quando a professora abordou conceitos complexos, como a mediana, uma medida de posição em estatística. Segundo Cobo e Batanero (2000), o cálculo da mediana é complexo, pois o algoritmo varia quando se tem uma quantidade par de valores (média aritmética entre os dois elementos centrais) ou ímpar (apenas o elemento central), assim como quando se tem valores agrupados (é preciso determinar a classe ou intervalo a priori para, então, determinar a mediana a partir de princípios proporcionais) ou não agrupados. Portanto, a utilização de representações tabulares revela-se valiosa, pois facilita a ordenação dos dados, permitindo que os alunos identifiquem de maneira mais acessível a posição central associando-as às frequências. Assim, a combinação de explicações verbais com recursos visuais escritos é essencial para promover uma compreensão abrangente e facilitar o processo de aprendizagem.

Aspecto semelhante foi evidenciado em relação ao conceito de moda, cujas interações evidenciam que a professora busca que os alunos explicitem sua compreensão e identifiquem a relação entre o conceito e as frequências, empregando perguntas (combinadas/articuladas) e ouvindo atentamente (interpretativo e globalizante). Já em relação à média, a questão de contrapor situações envolvendo média aritmética simples e ponderada, ao mesmo tempo em que provocou os alunos a pensar e relacionar procedimentos de cálculo e significado(s) da média, permitiu problematizar uma situação de média aritmética ponderada em que os pesos (diferentes) dos valores não se mostram explícitos na situação, mas emergem do contexto (Cobb; Moore, 1997; Brandelero; Estevam, 2023). Nesse sentido, particularmente no contexto de ensino de Estatística, a promoção de comunicação instrutiva e reflexiva mostra-se fundamental para o estabelecimento de significados aos conceitos estatísticos em face ao contexto a que são empregados. No caso das medidas de tendência central, esse aspecto incide particularmente na diferenciação dessas medidas e na contraposição de procedimentos de cálculo/determinação aos significados dos valores obtidos no/para a situação em estudo. Para tanto, um aspecto determinante da comunicação, para além das intervenções do professor, é que

as tarefas sejam intencionalmente pensadas e estruturadas para incidir sobre questões dilemáticas (identificadas na literatura e na própria prática docente), como forma de incitar o engajamento e raciocínio dos estudantes e fundamentar as interações comunicativas que orientam a dinâmica da aula e, por conseguinte, as aprendizagens possibilitadas.

No contexto do EEM, uma perspectiva que é fundamentada na inquirição, observamos a existência de condicionantes para a comunicação. A forma como a comunicação é realizada pelo professor pode favorecer ou comprometer o engajamento dos alunos, a atitude reflexiva e a colaboração, especialmente na fase de desenvolvimento da tarefa. Assim, a perspectiva do EEM confere particularidade às ações comunicativas, especialmente na fase de desenvolvimento da tarefa, em que o professor desempenha papéis essenciais, como *monitorar*, *selecionar* e *sequenciar* a resolução das tarefas que serão apresentadas pelos grupos e discutidas coletivamente. Nesse momento, a atuação do professor é exigente, demandando atenção especial a ações de *questionar* e *ouvir* para entender e intervir, pois suas *respostas* e *explicações* (muitas vezes encaminhadas como questionamentos) derivam do que identifica nas estratégias, registros e raciocínios dos alunos, enquanto a efetiva responsabilidade de responder e explicar recaem mais sobre os próprios estudantes.

Logo, os resultados evidenciam que, questionando e ouvindo, a professora busca compreender o raciocínio e as (in)compreensões dos estudantes, intervindo para que autonomamente identifiquem equívocos e contradições e avancem em suas estratégias e raciocínios. Nesse sentido, não foi identificado o ouvir avaliativo, bem como respostas diretas e explicativas por parte do professor, mas um ouvir predominantemente interpretativo e globalizante e respostas inquiridoras, que buscam focalizar, ampliar, articular e confrontar ideias.

As respostas e explicações da professora assumiram características específicas, destacando-se mais pela ação de chamar a atenção e organizar os processos de raciocínio dos alunos do que por elucidar ou sistematizar tais aspectos. Esses aspectos ganham proeminência nas fases de discussão e sistematização das aprendizagens, o que poderá constituir uma discussão em um trabalho futuro (já que não foi objeto do presente estudo). Dessa forma, as ações comunicativas do professor são fundamentais para a criação de um ambiente comunicativo e participativo, estimulando discussões coletivas e fomentando a participação ativa dos alunos.

3.8 Conclusões e Considerações Finais

Com o propósito de investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos em aulas na perspectiva do EEM, a análise permitiu identificar, de forma situada, as diversas ações comunicativas presentes na prática retratada. Particularmente na fase de desenvolvimento da tarefa, a proeminência ocorreu em ações da professora que assente em ouvir e questionar, com poucos momentos de explicação e respostas que buscaram ou estimular os alunos a continuarem seus raciocínios ou confrontar diferentes ideias.

Nas interações com os alunos, a professora empregou diversas ações comunicativas, como questionamentos que envolveram uma variedade de perguntas, uma escuta atenta, interpretativa e globalizante, além de respostas que permitiram aos alunos confrontarem suas ideias, ao mesmo tempo sem validá-las automaticamente. Todas essas ações foram essenciais para criar um ambiente colaborativo e participativo, incentivando os alunos a expressarem livremente suas ideias e opiniões, e estabelecendo um espaço onde se sentiam à vontade para compartilhar seus raciocínios e perspectivas.

A prática de questionar, adotada pela professora, envolveu diversos tipos de perguntas, como inquirição, verificação, asserção, meta, tematização e focalização. Essa diversidade de perguntas foi fundamental para provocar uma reflexão mais profunda dos alunos sobre os conceitos de média aritmética simples, moda e mediana. Por meio de perguntas de inquirição, os alunos foram desafiados a explicar e justificar suas respostas, promovendo a reflexão sobre os métodos utilizados e a consideração de alternativas. Isso impulsionou o desenvolvimento da autonomia dos alunos, incentivando-os a buscar soluções de maneira independente e expressar suas percepções e entendimentos, estimulando assim a troca de ideias.

Perguntas de focalização e verificação de forma estratégica permitiram à professora avaliar a compreensão dos alunos sobre os conceitos em questão, isso se tornou mais evidente para a professora durante a discussão e sistematização das aprendizagens. Essas perguntas direcionaram a atenção dos alunos para aspectos específicos da tarefa, auxiliando na identificação de possíveis equívocos e contribuindo para sua correção. Além disso, as perguntas de verificação incentivaram os alunos a revisarem suas respostas à luz das informações compartilhadas pela professora, promovendo a autorreflexão.

Já as perguntas meta foram importantes para incentivar os alunos a refletirem sobre suas próprias ações e raciocínios. Essas perguntas estimularam os alunos a considerarem seus

próprios processos cognitivos, auxiliando-os na avaliação de sua própria aprendizagem e na identificação de lacunas em sua compreensão.

Por outro lado, as perguntas de asserção foram empregadas como uma ferramenta para validar, reforçar ou refutar as ideias expressas pelos próprios alunos. Por meio dessas perguntas, a professora buscou obter a concordância e o respaldo dos alunos para confirmar as declarações que eles mesmos haviam feito. Isso não apenas validou sua compreensão, mas também fortaleceu a confiança dos alunos em suas respostas.

Paralelamente, as perguntas tematizantes desempenharam o papel de estimular a reflexão e fomentar discussões mais profundas sobre os conceitos de média, moda e mediana. Essas perguntas orientaram os alunos a explorarem detalhadamente cada conceito, encorajando-os a desenvolver suas habilidades de pensamento crítico e a construir um entendimento mais abrangente sobre o assunto.

A ação comunicativa de ouvir interpretativamente e globalizante por parte da professora desempenhou um papel fundamental na captação das contribuições dos alunos, interpretando suas colocações e construindo sobre elas. Além de estimular a comunicação, a reflexão e a colaboração entre os alunos, ouvir atentamente mostrou-se essencial para orientar as demais ações comunicativas da professora, sem interpor ou validar ideias, estratégias e registros.

Particularmente, em relação à prática analisada, dois aspectos merecem ser pontuados: (i) em relação às *ideias estatísticas* focalizadas na aula, as ações comunicativas assumem papel essencial na delimitação do(s) problema(s) em análise, na identificação dos dados disponíveis e nas formas de organização, bem como no estabelecimento de relação entre os aspectos estatísticos, matemáticos e o contexto, elucidando uma ação essencial do professor referente ao modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2004); (ii) a perspectiva exploratória de ensino impõe condições particulares às ações comunicativas promovidas pelo professor, fazendo com que se sobressaiam aquelas orientadas por uma perspectiva de comunicação instrutiva e reflexiva, que se alinham aos pressupostos do EEM.

É importante salientar, ainda, que as ações comunicativas, tais como *questionar*, *responder*, *explicar* e *ouvir*, não são exclusivas do professor; os alunos também as desenvolvem nos grupos ao elaborarem explicações, não apenas para o professor ou por ele provocadas, mas nas interações com os colegas. Essa dinâmica revelou uma constante autorreflexão, na qual os alunos questionaram-se para conjecturar, desenvolver, verificar, validar e convencer a si próprio e aos pares de suas próprias ideias, estratégias, raciocínios e compreensões. Além disso, eles demonstraram atenção ao ouvir tanto o professor quanto seus colegas, buscando fundamentar suas indagações, esclarecer dúvidas e negociar significados, por vezes tomando consciência no

próprio decurso das ações. Ao responder a questões com explicações detalhadas e ao argumentar durante o confronto de ideias, os alunos promoveram ativamente um ambiente de aprendizado colaborativo, reflexivo, ativo e promissor para aprendizagem.

3.9 Referências

AFONSO, P. J. M. *et al.* Problemas com mais do que uma solução - seu contributo para o desenvolvimento metacognitivo dos estudantes e da sua capacidade de comunicar matematicamente. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 17, p. 1-16, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id294>. Acesso em: 21 set. 2022.

ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Espanha, v. 25, p. 41-58, 2000.

BRANDELERO, D. S.; ESTEVAM, E. J. G. Reflexões compartilhadas em uma investigação sobre a própria prática: trajetória de aprendizagem de uma professora envolvendo ensino exploratório de estatística. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 25, n. 1, p. 479-507, 2023.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *In*: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Porto Alegre, RS. **Actas [...]**. Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CARVALHO, C. Desafios para o trabalho colaborativo nas aulas de estatística. *In*: MACHIN, M. C.; MARTÍNEZ, P. F.; CATALÁN, M. P. B. (Eds.). SIMPOSIO DE LA SEIEM, 11., 2008, Laguna, SC. **Anais [...]**. Laguna: SEIEM, 2008. p. 141-156

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 14, p. 355-374, 2011.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 6, p. 445-458, out. 2010.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, statistics, and teaching. **The American mathematical monthly**, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana en la educación secundaria ¿Un concepto sencillo? **UNO**, v. 23, p. 85-96, 2000.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. *In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016, p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. *In: Cyrino, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016, p. 81-99.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção. **Cadernos de Educação**, Pelotas, RS, n. 45, p. 57-67, jul./ago. 2013.

ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Medidas de tendência central e o ensino exploratório de Estatística. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 166-191, 2015.

ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. **Quadrante**, Portugal, v. 26, n. 1, p. 145-169, 2017.

FARIA, F.; RODRIGUES, M. A comunicação matemática escrita. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 90–116, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>. Acesso em 12 set. 2022.

GAL, I. Statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**. p. 47-78, 2004.

GUERREIRO, A. Conceções e práticas de comunicação matemática. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 3, n. 1, p. 25-40, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.34624/id.v3i1.4555>. Acesso em: 21 set. 2022.

GUERREIRO, A. Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. *In: PONTE, J.P. (Org.). Práticas profissionais dos professores de matemática*. Lisboa: IEUL, 2014. p. 237-257.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p.279-295, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>. Acesso em: 05 jun. 2022.

HORN, G. B.; MASTHEY, A.; REZENDE, E. T. A filosofia no ensino médio público paranaense: limites e desafios no contexto das políticas educacionais. **EccoS – Revista Científica**, [S. l.], n. 67, p. e25488, 2023. DOI: 10.5585/eccos.n67.25488.

LEINHARDT, G. Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. **Handbook of research on teaching**, v. 4, p. 333-357, 2001.

LOVE, E; MASON, J. Telling and Asking. *In*: MURPHY, P.; SELINGER, M.; BOURNE, J.; BRIGGS, M. **Subject learning in primary curriculum**: Issues in English, science and mathematics. Londres: Routledge, p. 241-256, 1995.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória- investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 4, p. 1–21, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2469>. Acesso em: 21 set. 2022.

MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 135-161.

NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 9-26, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.14244/19827199410>. Acesso em: 29 set. 2022.

NICOL, C. Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. **Educational Studies in Mathematics**, v. 37, n. 1, p. 45-66, 1999.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PASSOS, C. L. B. A comunicação nas aulas de matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. **Interacções**, Portugal, v. 4, n. 8, p. 18-36, 2008.

PAULEK, C. M., ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. *In*: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -CIBEM, 8., Madri. Anais [...]. Madri, 2017, p. 412-421.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

RODRIGUES, A. D. Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade. *In*: **Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade**. Lisboa: Editorial Presença, 2001.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. *In*: LOPES, C. A. E; NACARATO, A. M. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 117-126.

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 2-19, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, [S. l.], v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

TRAMONTIN, C. S. **Formação continuada dos diretores (gestores escolares) da rede pública estadual da educação básica do Paraná (2019-2022):** implicações e perspectivas para uma educação crítica e emancipadora. 2023. Dissertação (Mestrado Acadêmico) –Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2023.

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school:** Growth and goals. Mahwah-NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

WELLS, G. **Dialogic inquiry:** Towards a sociocultural practice and theory of education. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WELLS, G. Dialogic Learning: talking our way into understanding. In: DRAGONAS, T.; GERGEN, K. J.; McNAMEE, S.; TSELIOU, E. (Eds.). **Education as Social Construction Contributions to Theory, Research and Practice.** Chagrins Falls: Taos Institute Publications, 2015, p. 62-90.

ZATT, A. D. Moda Estatística: uma medida de tendência central. **Competência**, Porto Alegre, v. 2, n.2, p. 129-140, 2009.

4 COMUNICAÇÃO E ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADOS EM PRÁTICAS EXPLORATÓRIAS DE ENSINO COM FOCO EM MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Resumo: O presente artigo teve por finalidade investigar influências de ações comunicativas promovidas pelo professor, em práticas exploratórias para a atribuição de significados a entes estatísticos, pelos alunos, com enfoque nas medidas de tendência central. A pesquisa adotou abordagem qualitativa, com ênfase na pesquisa-intervenção pedagógica, e foi realizada com uma turma de 34 alunos da 3ª Série do Ensino Médio de uma escola pública no interior do estado do Paraná. Os dados analisados consistem em transcrições de gravações em áudio de duas aulas geminadas que abordaram a tarefa *Rede de Supermercados*, focada em medidas de tendência central e situadas particularmente no *desenvolvimento da tarefa* pelos alunos. As análises destacam que as ações comunicativas promovidas pela professora desempenharam um papel fundamental ao estimular, preservar e incentivar uma atitude investigativa ao longo da atividade. Ao articular dados, situações e elementos estatísticos envolvidos, a professora fomentou analogias, exemplificações e incentivou a contraposição de ideias, inserindo elementos importantes para as discussões e promovendo a autonomia dos alunos. Isso não somente enriqueceu o processo de construção de significados dos conceitos de média, moda e mediana como criou um ambiente colaborativo de aprendizagem. Por meio das ações comunicativas promovidas pela professora, os alunos foram instigados a ouvir, responder, explicar e questionar, na busca por compreender e esclarecer os conceitos abordados. Assim, os resultados demonstram como as ações comunicativas da professora foram fundamentais para mobilizar de maneira integrada elementos extensivos, atuativos, intensivos, ostensivos e validativos na construção do entendimento dos conceitos estatístico por parte dos estudantes.

Palavras-chave: Ensino Exploratório de Matemática; Comunicação; Ações comunicativas; Medidas de tendência central; Ensino de Estatística.

4.1 Introdução

O crescente reconhecimento da importância da Estatística na vida cotidiana dos cidadãos tem impulsionado uma inserção mais expressiva desses conteúdos nos currículos educacionais, desde a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, até a consolidação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017-2018. Essa evolução reflete a necessidade premente de formar cidadãos não apenas aptos a realizar cálculos estatísticos, mas, principalmente, capazes de atribuir significado aos conceitos estatísticos e relacioná-los com o mundo ao seu redor.

O ensino da Estatística, nesse contexto, contribui para a formação de alunos críticos e participativos na sociedade. Essa formação requer dos professores a utilização de tarefas com exemplos reais e interessantes, que estimulem o senso crítico dos alunos e proporcionem experiências variadas em sala de aula, preparando-os para os desafios da vida cotidiana (Fernandes; Ribeiro, 2006). Além disso, como salientado por Ponte (2005), a seleção cuidadosa

de tarefas deve ser acompanhada de uma atenção especial à forma como são apresentadas e conduzidas em sala de aula.

Nesse contexto, a comunicação promovida pelo professor desempenha papel fundamental na criação de um ambiente colaborativo de aprendizagem. Essa comunicação deve não apenas permitir que os alunos expressem dúvidas e dificuldades, mas também fomentar a troca de ideias entre os alunos e entre esses e o professor, em busca de significados. É dentro desse contexto que o Ensino Exploratório de Matemática (EEM) se destaca, enfatizando a comunicação entre alunos e professor, para, assim, promover uma aprendizagem colaborativa que culmina na atribuição de significados mais profundos aos conceitos estatísticos (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015).

Diante desse cenário, o presente artigo reflete sobre uma prática realizada com uma turma de 3ª série do Ensino Médio e busca investigar influências de ações comunicativas, promovidas pelo professor, em práticas exploratórias para a atribuição de significados a entes estatísticos, pelos alunos, com foco especial nas medidas de tendência central.

4.2 Compreensão de medidas de tendência central na Educação Básica

Conforme estabelecido pela BNCC, o ensino dos conteúdos de Estatística e Probabilidade perpassa por todo o Ensino Fundamental e Médio, com a abordagem das medidas de tendência central (média, moda e mediana) a partir do 8º ano do Ensino Fundamental. Nesse contexto, espera-se não apenas que os estudantes realizem os respectivos cálculos, mas que compreendam profundamente seus significados, estabelecendo relações com a dispersão de dados, indicada pela amplitude (BRASIL, 2018).

No Ensino médio, esses conteúdos devem ser aprofundados e os alunos desafiados a resolver e elaborar problemas em diversos contextos, envolvendo o cálculo e interpretação de medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão) (BRASIL, 2018). O objetivo desse processo é desenvolver habilidades analíticas e interpretativas, preparando-os para enfrentar desafios estatísticos mais complexos e aplicar esses conhecimentos de maneira prática em situações do mundo real.

Entretanto, conforme ressaltado por Batanero (2000), auxiliar crianças e jovens na compreensão progressiva das ideias estatísticas fundamentais, como as medidas estatísticas, não é uma tarefa fácil. A complexidade reside na adaptação dessas ideias às capacidades cognitivas dos alunos, assemelhando-se à dificuldade na estruturação de situações didáticas que visem à aprendizagem com significado (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015).

Ao reconhecer o caráter complexo envolvido no processo de atribuir significado aos entes estatísticos, Batanero (2000) destaca cinco elementos que contribuem para sua compreensão:

- i) *Elementos Extensivos*: referem-se ao campo de problemas de onde surge o objeto;
- ii) *Elementos Atuativos*: referem-se às práticas empregadas na resolução de problemas, envolvendo a capacidade operatória com diferentes algoritmos e procedimentos relacionados com o conceito;
- iii) *Elementos Intensivos*: referem-se às definições, propriedades e suas relações com outros conceitos;
- iv) *Elementos Ostensivos*: referem-se às notações, gráficos, palavras e, em geral, todas as representações do objeto abstrato que podem ser utilizadas para se referir ao conceito;
- v) *Elementos Validativos*: referem-se às demonstrações utilizadas para provar as propriedades do conceito e aos argumentos empregados para mostrar a outras pessoas a solução do problema.

Ainda, de acordo com Batanero (2000), investigações evidenciam lacunas e equívocos concernentes aos conhecimentos dos alunos, especialmente no que diz respeito aos elementos que conferem significado à Estatística. Já acerca dos *elementos extensivos*, observa-se uma dificuldade em reconhecer problemas ou situações associados aos conceitos de medidas de tendência central, por exemplo.

No que se refere aos *elementos atuativos*, é comum os alunos cometerem equívocos ao utilizar a média aritmética em situações que demandam a média ponderada. Além disso, enfrentam dificuldades no cálculo da média a partir de tabelas de frequências com dados agrupados em intervalos, recorrendo a uma aplicação mecânica e sem significado do algoritmo (Batanero, 2000). Em relação à moda, os alunos costumam assumir a maior frequência absoluta como sendo a moda (Carvalho, 2008). Quanto à mediana, observa-se que não ordenam os dados, calculam o valor central das frequências em vez da variável, calculam a moda em vez da mediana e equivocam-se ao calcular o valor central. Cabe salientar que o cálculo da mediana é complexo, uma vez que o algoritmo varia quando se tem quantidade de valores pares ou ímpares, assim como quando se tem valores agrupados ou sem agrupar (Cobo; Batanero, 2000).

Em relação aos *elementos intensivos*, destaca-se a crença equivocada, por grande parte dos estudantes, de que a média possui propriedade associativa. Os alunos tendem a calcular médias parciais em conjuntos com grande quantidade de dados e, posteriormente, realizar a média dessas médias. Outro equívoco consiste na não consideração do zero ao calcular a média,

bem como na ideia errônea de que o valor da média deve coincidir com algum elemento do conjunto de dados analisado. Eles também elegem a média como medida representativa sem ponderar a simetria da distribuição e compreendem a mediana como o centro de algo, sem esclarecer esse “algo” (Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015).

Por fim, no que tange aos *elementos ostensivos* e *validativos*, constata-se que, muitas vezes, os alunos não utilizam adequadamente a média para comparar dois conjuntos de dados bem distribuídos. Em vez disso, recorrem a valores isolados, como máximos e mínimos, ou realizam inspeções visuais do conjunto de dados. Além disso, atribuem significados incorretos à palavra “média”, confundindo-a com o valor mais frequente, valor justo ou ponto médio (Batanero, 2000).

Muitas dessas dificuldades estão intrinsecamente ligadas ao fato de os alunos não compreenderem plenamente o significado dos conceitos, restringindo-se a aplicar mecanicamente os algoritmos sem uma compreensão aprofundada (Cadima, 2013). Isso resulta na dificuldade dos alunos em aplicar esses conceitos e procedimentos em contextos problemáticos mais complexos, revelando, ainda, dificuldades em fundamentar e justificar suas escolhas ou estratégias durante a resolução de tarefas estatísticas (Cadima, 2013; Nascimento; Cassela, 2021), aspectos relacionados a elementos validativos.

Nesse cenário desafiador, a comunicação desenvolvida em sala de aula desempenha um papel fundamental para auxiliar na superação das dificuldades relativas à compreensão desses conceitos estatísticos. A promoção de uma comunicação reflexiva e instrutiva não apenas abre espaço para que os alunos expressem dúvidas e dificuldades, mas, sobretudo, cria um ambiente propício para a troca de ideias (Faria; Rodrigues, 2020).

4.3 A Comunicação na sala de aula e o Ensino Exploratório de Matemática

A comunicação tem sido considerada um pilar essencial das aprendizagens matemáticas (Bishop; Goffree, 1986), visto que é por meio dela que ocorre a troca de ideias, e que o conhecimento é compartilhado. Trata-se de um “processo dinâmico de dar e de receber”, influenciado pelas relações interpessoais estabelecidas na sala de aula (Vieira, 2000, p. 37). É, portanto, fundamental que professor e aluno, assim como aluno e aluno, comuniquem, uns com os outros, mas que também se ouçam, atribuindo importância e demonstrando interesse pela contribuição de todos os envolvidos.

No entanto, para que haja uma comunicação em que alunos e professor alternam os papéis de emissor e receptor, bem como partilham novas ideias e defesas de seus pontos de vista, faz-se necessária uma comunicação reflexiva e/ou instrutiva (Menezes, 1996). Isso permite que os alunos tenham a oportunidade de compartilhar com o professor e com os colegas as suas estratégias, ideias e resultados matemáticos obtidos por meio de tarefas de natureza mais abertas como as investigações e explorações (Machado; Lacerda, 2020, 2021; Ponte, 2014; Ponte *et al.*, 2015).

Nesse contexto, ganha destaque o EEM, que coloca os alunos no centro do processo didático. Por meio da proposição de tarefas desafiadoras e de ações orientadas pelo professor, os alunos são conduzidos a expressarem suas ideias e (in)compreensões, a questionarem as perspectivas dos outros e a refletirem sobre a pertinência de determinadas ideias ou estratégias de resolução (Paulek; Estevam, 2017). Isso deve ocorrer em um ambiente colaborativo de aprendizado, onde a interação e a comunicação são amplamente valorizadas (Chapman; Heater, 2010).

Nessa abordagem, a aula normalmente é organizada em fases: introdução da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens. Todas essas quatro fases são igualmente importantes para o EEM. Contudo, na primeira e na última fase, a comunicação é mais centrada no professor, pois é ele quem explica a dinâmica da aula, apresentando os objetivos e contextos da tarefa a ser realizada, bem como, articula as produções e ideias dos alunos, formaliza conceitos, regras, generalizações, definições e propriedades, tornando a tarefa significativa e permitindo a consolidação da aprendizagem (Cyrino; Teixeira, 2016).

Já nas fases de desenvolvimento e discussão da tarefa, a comunicação é principalmente liderada pelos alunos. De acordo com Stein e Smith (1998), durante a realização da tarefa, desenvolvida geralmente em pequenos grupos, o professor assume um papel de observador e monitora as estratégias de resolução dos alunos, incentivando-os a trabalhar de forma autônoma, sem reduzir os aspectos desafiadores da tarefa. Nesse sentido, é essencial que o professor não valide respostas como corretas ou incorretas, mas questione como os alunos chegaram a elas, buscando compreender e explicitar os raciocínios empregados. A partir dessa observação minuciosa, o professor seleciona e sequencia as resoluções mais pertinentes aos objetivos da aula para serem discutidas coletivamente.

Durante a fase de discussão coletiva, os alunos socializam suas ideias e pensamentos sobre a realização da tarefa, seguindo a seleção e sequenciamento estabelecidos pelo professor. Nesse momento, cabe ao professor orquestrar as discussões, fazer intervenções necessárias e

promover interações entre os alunos, visando a promover a qualidade matemática de suas explicações e argumentações, sempre mantendo o foco nos objetivos da aula e incentivando os alunos a explicitarem as ideias ou conceitos matemáticos envolvidos em suas resoluções (Cyrino; Teixeira, 2016).

Dessa forma, diversas ações comunicativas se fazem presente em uma aula na perspectiva exploratória, em particular: *explicar, questionar, ouvir e responder* (Guerreiro *et al.*, 2015). Essas ações desempenham papel determinante na promoção de um ambiente de aprendizagem enriquecedor e interativo.

Todas essas ações comunicativas estão interligadas e dependem do contexto mais amplo em que ocorre a interação. É importante destacar que existem diferentes tipos para cada uma delas, todas fundamentais para os processos de ensino e de aprendizagem. Com base nas contribuições de Menezes *et al.* (2014), Machado e Lacerda (2020) e Guerreiro *et al.* (2015), no Capítulo 3 foi elaborado o Quadro 8, que sintetiza as ações comunicativas do professor, incluindo o tipo e a finalidade de cada uma delas. Abaixo, ele é reproduzido novamente.

Quadro 8 - Ações comunicativas do professor

Ação	Tipo	Finalidades
Explicar	Comum	Responder questões diretas e simples.
	Disciplinar	Responder questões não contextualizadas de conteúdos disciplinares apresentando certo formalismo.
	Instrucional	São voltadas para o ensino, com o objetivo de comunicar conteúdo aos alunos, ou a alguém.
	Autoexplicação	Formular ou responder suas próprias perguntas, buscando construir significados.
Questionar (perguntas)	Verificação/confirmação	Certificar o conhecimento e obter a atenção dos alunos.
	Focalização	Focar a atenção do aluno em determinado contexto matemático.
	Inquirição	Obter informações dos alunos para estimulando-os a defenderem seus processos e suas ideias.
	Meta	Explicar melhor uma informação dada anteriormente.
	Tematização	Introduzir um assunto, por meio de uma questão.
	Asserção	Ganhar adesão dos alunos para a afirmação proferida e manter o contato com a audiência.
Ouvir	Avaliativo/diretivo	Avaliar o conhecimento dos alunos.
	Interpretativo/observacional	Compreender as ideias e o pensamento matemático dos alunos.
	Globalizante/ hermenêutico	Conhecer e avaliar o pensamento dos alunos, para apoiá-los no processo de instrução.
Responder	Resposta direta	Confirmar ideias para construção de conhecimento dos alunos.
	Resposta com explicação, ou informações, evitando validações	Elucidar conceitos e instigar os alunos a estabelecer conjecturas, sem validar imediatamente ideias em aberto, incentivando-os a verificar e avaliar diferentes casos, promovendo assim a validação própria das conjecturas.
	Confronto entre respostas dos alunos	Incentivar a discussão e o confronto de ideias entre os alunos quando surgem respostas divergentes, visando a obtenção de possíveis generalizações.

Fonte: Elaborado pelos autores, com base em Menezes *et al.* (2014), Machado e Lacerda (2020) e Guerreiro *et al.* (2015).

Portanto, cabe ao professor a responsabilidade de construir um ambiente propício à aprendizagem colaborativa, no qual os alunos se sintam encorajados a participar ativamente e a trocar ideias entre si. A efetividade desse ambiente é fortemente influenciada pelas ações comunicativas do professor, que estimulam a interação e a construção coletiva do conhecimento. Ao abordar conceitos estatísticos, como as medidas de tendência central, as ações comunicativas do professor não apenas facilitam a interação entre os alunos, mas também têm o potencial de mobilizar os elementos de compreensão delineados por Batanero (2000), proporcionando, assim, uma base consistente para compreensão aprofundada e reflexiva desses conceitos.

4.4 Contexto e encaminhamentos metodológicos

Este estudo envolve uma pesquisa qualitativa de natureza interpretativa dos dados, conforme Creswell (2010, p. 209), “[...] em que os pesquisadores fazem uma interpretação do que enxergam, ouvem e entendem”. No âmbito da metodologia qualitativa, optamos por utilizar a intervenção pedagógica (Damiani *et al.*, 2013), uma vez que reconhecemos que a realidade não é estática e uma pesquisa de intervenção deve considerar o contexto como objeto de análise, buscando elucidar questões relacionadas aos problemas de aprendizagem.

Nesse sentido, as pesquisas de intervenção pedagógica “são investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações), destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências” (Damiani *et al.*, 2013, p. 58).

O presente estudo foi conduzido em março de 2023, em uma turma de 34 alunos da 3ª série do Ensino Médio, em um colégio da rede pública de educação, localizado em um município do interior do Estado do Paraná. Esta instituição se dedica exclusivamente ao Ensino Médio e possuía, no ano de 2023, um total de 13 turmas, constituindo local de lotação da professora/pesquisadora (primeira autora). É relevante ressaltar que a professora já havia trabalhado com essa turma no ano anterior, quando realizou algumas práticas de natureza exploratória.

Todos os alunos receberam instruções detalhadas sobre a pesquisa e deram seu consentimento para participar, após obterem a autorização de seus responsáveis⁷. Nos dias que antecederam a pesquisa, a professora reforçou, com os alunos, a informação de que as aulas

⁷ Conforme Parecer 3.951.250 Do Comitê de Ética em Pesquisa.

seriam gravadas durante a intervenção, garantindo que eles estivessem cientes da presença de câmeras na sala e gravadores nas carteiras. Essa medida foi tomada levando em consideração a possibilidade de que os mais tímidos pudessem se sentir desconfortáveis com a situação.

No dia da intervenção, todos os alunos compareceram, demonstrando envolvimento com a proposta. Nessa ocasião, a professora ministrou duas aulas consecutivas para a turma, ambas no início da manhã. Devido à tarefa ser extensa e requerer tempo considerável, e também pelo entendimento de que remover qualquer elemento dela poderia prejudicar a compreensão dos alunos sobre os conceitos abordados, a professora decidiu antecipar-se e organizar a sala com as carteiras agrupadas, visando otimizar o tempo disponível. Isso permitiu que os alunos escolhessem livremente em qual grupo de carteiras se sentariam, à medida que chegavam.

Assim, para essas aulas, as carteiras foram dispostas em 8 grupos. Conforme os alunos chegavam, eles escolhiam em qual grupo gostariam de se acomodar, resultando em 6 grupos com 4 alunos e 2 grupos com 5 alunos. Em cada grupo, foram colocados gravadores nas mesas para registrar as conversas entre os alunos durante o desenvolvimento da tarefa. Além disso, a professora utilizou um gravador consigo para registrar suas interações com a turma, e uma filmadora foi posicionada na sala para capturar o andamento completo da aula. Infelizmente, devido a problemas técnicos, os gravadores em 2 grupos não funcionaram corretamente, resultando na captura apenas do áudio de 6 grupos. Os dois grupos que tiveram problemas nos gravadores tiveram seu áudio registrado somente durante os momentos de interação com a professora.

Tendo em conta o objetivo do presente estudo, foram realizadas análises das transcrições dos áudios dos alunos nos grupos durante a fase de *desenvolvimento da tarefa Rede de Supermercados*. Essa escolha fundamenta-se na observação de que, quando os alunos estão em pequenos grupos, sentem-se mais à vontade para se expressar do que em grandes grupos, o que promove uma participação mais ativa e enriquecedora, especialmente no que diz respeito a processos comunicativos (Machado; Lacerda, 2021). Durante essa fase, as interações entre os alunos não apenas desencadeiam discussões, mas também estimulam descobertas inovadoras, propiciando a construção de conhecimento de forma colaborativa. Vale ressaltar que as resoluções desenvolvidas nos grupos pelos alunos foram cuidadosamente selecionadas e sequenciadas pelo professor, sendo posteriormente discutidas com a turma. Esse processo envolve todos os alunos nas ideias discutidas, as quais, por fim, são sistematizadas pelo professor em conjunto com a turma.

4.5 A tarefa e o desenvolvimento da aula

A tarefa *Rede de Supermercados* (Quadro 9) consiste em uma tarefa de natureza exploratória considerada de elevado nível de demanda cognitiva, uma vez que envolve os alunos em atividade matemática significativa favorecendo seu raciocínio e a compreensão dos conceitos e processos matemáticos (Cyrino; Oliveira, 2016). A tarefa teve como objetivo específico trabalhar as medidas de tendência central, especificamente a obtenção dos valores de moda, média aritmética simples e mediana; a interpretação e compreensão desses conceitos na situação em questão; bem como a percepção da diferença conceitual entre essas medidas.

Quadro 9 – Tarefa Rede de Supermercados

Tarefa Rede de Supermercados		
Uma rede de supermercado possui 2 lojas em uma mesma cidade. A distribuição de salários dos funcionários dessa empresa é dada na tabela abaixo:		
Salário	Loja 1	Loja 2
R\$ 7.800,00	1	0
R\$ 4.500,00	1	1
R\$ 2.100,00	1	1
R\$ 1.500,00	4	2
R\$ 1.200,00	8	5

Analisando a tabela, responda:

- Qual o salário mais frequente nessa rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- A média salarial dos funcionários em cada uma das lojas é igual a média salarial da rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- A média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe? Por quê?
- O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença? Explique detalhadamente a sua resposta.
- Se, na loja 2, for contratado 1 gerente, que recebe o salário de R\$ 7.800,00, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários? Esse novo valor da média, reflete o que a maioria dos funcionários recebe? Escreva detalhadamente o seu raciocínio.
- Se, ao invés de contratar um gerente para a loja 2, o dono do supermercado resolver ir trabalhar nessa loja e coloque o seu pró-labore (salário) de R\$ 20.000,00 no rol dos funcionários da loja, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários dessa loja? E com o salário mediano? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Inicialmente, a professora apresentou à turma a dinâmica da aula e forneceu orientações sobre como os alunos deveriam proceder para resolver a tarefa. Ela enfatizou a importância de elaborar registros escritos detalhados, uma vez que haveria um momento de discussão posterior, no qual alguns grupos seriam selecionados para apresentarem suas resoluções para toda a turma.

Com o intuito de garantir uma organização temporal adequada, a professora estabeleceu tempos específicos para cada fase da aula: 10 minutos para as explicações iniciais, 50 minutos para o desenvolvimento da tarefa, 20 minutos para a discussão coletiva e 20 minutos para a sistematização das aprendizagens. Em seguida, ela distribuiu duas folhas impressas para cada

grupo, com o intuito de facilitar o manuseio e o compartilhamento de informações entre os alunos. No entanto, enfatizou que as respostas deveriam ser registradas em apenas uma folha. A professora também consultou os alunos sobre a preferência de realizar a leitura coletiva, mas eles optaram por fazer a leitura entre seus próprios grupos.

Assim que receberam a tarefa, os grupos imediatamente se engajaram na leitura, demonstrando dedicação na resolução. Enquanto isso, a professora iniciou o processo de monitoramento, visitando cada grupo para compreender as ideias iniciais que surgiam e promover uma comunicação efetiva entre ela e os alunos, assim como entre os próprios alunos. No entanto, foi somente após a professora ouvir os áudios e transcrevê-los que identificou as ricas discussões que ocorriam em cada grupo.

Dessa forma, por meio da análise das transcrições dos áudios dos alunos, buscamos identificar as ações comunicativas presentes nos grupos durante o desenvolvimento da tarefa e compreender como essas ações influenciam na atribuição de significados aos conceitos estatísticos, com foco nas medidas de tendência central. Para preservar o anonimato dos alunos participantes, serão utilizados pseudônimos para identificá-los. As análises e discussões de alguns momentos relevantes do desenvolvimento da aula são organizadas de acordo com os cinco elementos de compreensão, elencados por Batanero (2000).

4.6 Resultados e discussão

A análise das interações dos grupos durante a resolução da tarefa evidencia a presença intrínseca da maioria dos elementos elencados por Batanero (2000). As interações revelam a aplicação abrangente dos elementos extensivos, atuativos, intensivos, ostensivos e validativos na comunicação dos alunos e na construção do conhecimento matemático e estatístico. Em todas as interações, os alunos se engajaram ativamente, compartilharam ideias, explicaram raciocínios, questionaram e validaram informações e conjecturas.

Entretanto, ao escolher exemplos, decidimos evidenciar a interação em que um determinado elemento se destacou de maneira mais proeminente, mesmo que outros se encontram presentes.

Elementos Extensivos

Para analisar *elementos extensivos*, que se referem ao campo de problemas de onde surge o objeto, é preciso considerar o papel central desempenhado pela escolha da tarefa realizada pelo professor. Esta tarefa promove o engajamento dos alunos e exerce influência nas ações

comunicativas que serão desenvolvidas ao longo da aula. Assim, a seleção criteriosa de tarefas pelo professor e o momento de *antecipar*, no qual ele resolve a tarefa considerando diversos cenários, desempenham funções determinantes nesse processo. A partir da tarefa e do planejamento prévio (*antecipar*), o professor se depara com as possíveis respostas dos alunos permitindo-lhe refletir sobre e elaborar ações específicas, o que lhe confere condições para se posicionar estrategicamente para *questionar* as razões subjacentes às respostas dos alunos, buscando compreender e fazê-los *explicitar* os raciocínios empregados.

Dessa forma, a articulação promovida pelo professor entre a *seleção da tarefa*, o momento de *antecipar*, juntamente com as fases *de introdução da tarefa*, *desenvolvimento da tarefa*, *discussão da tarefa* e *sistematização das aprendizagens*, presentes no EEM, são fundamentais tanto para que os alunos possam se comunicar, trocar ideias, defender seus pontos de vista e construir coletivamente o conhecimento, quanto para que possam compreender os conceitos analisados e estabelecer conexões entre a situação apresentada.

As interações do Grupo 2, abaixo, em relação à resolução do item *a* da tarefa, evidenciam a compreensão de que a situação envolve analisar a distribuição de salários em uma rede de supermercados com duas lojas. O campo de problemas que surge da tarefa abrange a observação e interpretação dos dados salariais em cada loja em associação com as medidas empregadas.

Elias: *Já leram?*

Beto: *Cara aqui nem precisa fazer nada, é só dizer o salário mais frequente.*

Theo: *Como assim?*

Elias: *Mais frequente.*

Enzo: *É 1200.*

Theo: *Tem que justificar a resposta.*

Enzo: *Sei lá, mais frequente é o que mais aparece.*

Theo: *Verdade.*

No trecho da interação, é possível observar que Elias inicia a discussão questionando se os demais alunos já fizeram a leitura, evidenciando a importância da compreensão do texto para a discussão posterior. Beto, Enzo e Elias demonstraram ter feito a leitura e compreendido o que a tarefa solicitava. Apenas Theo parece ainda não ter compreendido completamente a tarefa e busca esclarecimentos ao fazer uma pergunta, esperando que seus colegas expliquem ou esclareçam a afirmação anterior de Beto.

Mesmo considerando uma interação breve, é perceptível que os alunos estão engajados em buscar um consenso sobre a identificação do salário mais frequente. Embora a discussão seja concisa e as explicações simplificadas, os alunos estão envolvidos em um processo comunicativo, expressando suas ideias e justificativas de acordo com o seu entendimento. Eles

reconhecem a necessidade de justificar a resposta, mostrando uma conscientização sobre a importância de ir além da simples identificação. A interação destaca a presença do *elemento extensivo* no entendimento do problema proposto pela tarefa e a busca por uma explicação que vá além da simples identificação do salário mais frequente.

Ademais, ao analisar a interação do Grupo 6, abaixo, nota-se claramente a compreensão dos alunos em relação ao problema, identificando o salário mais frequente na distribuição de salários da rede de supermercados.

Bia: *Qual o salário mais frequente nessa rede de supermercado?*

Aline: *mais frequente? 1200.*

Luísa: *É, 1200 porque são 8.*

Raul: *8 (loja1) e 5 (loja 2).*

Aline: *8 mais 5. É o mais frequente.*

Ao ser questionados pela professora sobre o item *a* da tarefa, Aline prontamente responde que se trata do salário mais frequente e que esse valor é R\$ 1200,00.

Professora: *Vou voltar mais um pouquinho. O que pede no item a?*

Aline: *O salário mais frequente.*

Professora: *E qual é?*

Aline: *1200.*

Professora: *E porquê?*

Aline: *Porque é o que mais se repete.*

Professora: *Se repete, é o que mais aparece?*

Aline/Raul: *Isso!*

Professora: *E que conceito estaria por trás nesse item a?*

Aline: *A moda.*

Professora: *Porquê moda?*

Aline: *Porque é o que mais aparece.*

Ao *questionar* o porquê (*pergunta de inquirição*), a professora vai além da simples resposta numérica e procura verificar se os alunos compreendem o conceito subjacente ao número 1200. Esse tipo de pergunta desafia os alunos a explicarem o significado e a aplicação do conceito relacionado a esse valor específico.

Aline prontamente responde, explicando que é o valor que mais se repete na distribuição. Além disso, ao ser *questionada* sobre que conceito está envolvido na situação, Aline identifica o conceito estatístico de moda. Ela demonstra compreender essa associação, respondendo que a moda é o valor que mais aparece na distribuição. A explicação de Aline, ao mencionar que a moda é o valor que mais se repete, demonstra uma mobilização eficaz dos elementos de compreensão relacionados ao conceito de moda.

Outro momento que evidencia a compreensão do Grupo 6 sobre a interpretação dos dados salariais em cada loja, em associação com as medidas empregadas na tarefa proposta, ocorreu na resolução do item *c*, conforme a interação transcrita abaixo:

Aline: *A c também é fácil, tá perguntando se a média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe. É não, porque a média salarial da rede é 1900 e o que mais recebe é 1200.*

Bia: *Então, eu coloco não.*

Aline: *Isso. Porque 1200 é o salário que a maioria recebe, e isso é moda. São 13 pessoas que recebem 1200.*

Luísa: *Sim.*

Essa interação destaca a capacidade dos alunos em aplicarem conceitos estatísticos na resolução de problemas práticos, evidenciando não apenas a identificação do salário mais frequente, mas também a compreensão do conceito por trás dessa identificação, como a moda. Esse aspecto está em consonância com Batanero (2000), o qual argumenta que a compreensão de um conceito vai além do conhecimento de definições e propriedades, abrangendo o reconhecimento dos problemas nos quais o conceito deve ser aplicado.

Assim, a tarefa proposta, aliada às ações comunicativas promovidas pela professora desde a fase de introdução da tarefa, foram fundamentais para estimular a comunicação dos alunos e a reflexão sobre os conceitos abordados, promovendo uma compreensão mais profunda e contextualizada da estatística.

Elementos Atuativos

Os *elementos atuativos*, nas interações apresentadas a seguir, envolvem estratégias específicas empregadas na resolução de problemas, destacando a capacidade operatória dos alunos ao lidarem com diferentes algoritmos e procedimentos relacionados ao conceito de média e mediana.

Ao resolver o item *b* da tarefa, o Grupo 1 se envolve em uma interação sobre o cálculo da média buscando soluções para a questão apresentada.

Gael: *Não lembro como que faz média.*

Caio: *Como faz o quê?*

Gael: *Média.*

Caio: *Média, média você soma todos e divide pela quantidade que somou.*

Gael: *Basicamente, você vai ter que pegar todos individual de cada loja.*

Cintia: *Isso.*

Júlio: *Somar todos do todo?*

Cintia: *Faz cada loja primeiro.*

Júlio: *E, depois, você vai fazer dos dois juntos.*

Durante a interação, as ações comunicativas dos alunos revelam a busca por compreensão dos procedimentos necessários para calcular a média dos salários em cada loja e na rede de supermercados como um todo. Essa comunicação envolve questionamentos diretos e específicos, que buscam entender as etapas necessárias para realizar o cálculo da média.

Os alunos adotam uma atitude de ouvir focada na compreensão mútua, buscando elucidar dúvidas e obter informações precisas. Durante essa troca de informações, Caio fornece uma explicação sobre o procedimento do cálculo da média, direcionando o passo a passo do processo.

No entanto, durante a resolução, identifica-se um equívoco cometido por Cintia, evidenciando uma dificuldade na interpretação dos dados na tabela, conforme apontado por Batanero (2000). Esse erro de interpretação, ao confundir o salário individual de cada funcionário com o total dos salários, desencadeia uma série de questionamentos por parte de Gael e Júlio, revelando uma análise crítica sobre o procedimento realizado.

Gael: *Peraí, vocês estão somando quantidade ou salários?*

Júlio: *Então, não entendi.*

Gael: *Ele não pede o salário?*

Cintia: *Lógico, o salário. Pega tudo e divide pelo número de funcionários, dá 1140.*

Júlio: *Que não é nada né, nem o salário mínimo!*

Cintia: *Até que sim, porque a maioria recebe 1200.*

Gael: *Que é o salário mínimo.*

A intervenção de Gael é notável ao levantar a dúvida sobre o objeto da soma no resultado da média da loja 1, questionando se estão somando a quantidade de funcionários ou os salários. Essa ação mostra uma preocupação em compreender os procedimentos operatórios, o que demonstra uma busca pela clareza na interpretação dos dados apresentados na tarefa, associando variável, frequências e procedimento de cálculo.

A continuidade da interação revela a persistência dos alunos na compreensão do conceito de média, apesar de equívocos iniciais. Gael, ao decidir refazer os cálculos, comete um novo erro ao somar equivocadamente a quantidade de funcionários da loja 1.

Gael: *Deu 1875 na 1ª loja.*

Cintia: *Deu o quê?*

Gael: *É que eu somei a quantidade de salário de todos e dividi pela quantidade de funcionários.*

Cintia: *Mas, por quê?*

Caio: *É que não é, tipo, só um salário.*

Gael: *É que um, acontece 4 vezes (1500); o outro 8 vezes (1200).*

Cintia: *Eu acho que não é assim.*

Júlio: *É, eu acho que você não vai pegar os 1500 e fazer vezes quatro.*

Gael: *Por que não? São 4 funcionários que ganham 1500.*

Cintia: *É que você já tá somando os funcionários que recebem, então esse aqui é o valor que os 4 recebem, entendeu? Então, você vai pegar e dividir pelo total de funcionários.*

Gael: *Por que não?*

Júlio: *Por que eu faria isso?*

Gael: *São 4 funcionários que ganham 1500.*

Cintia: *Porque você já tá somando os funcionários.*

Gael: *Então, não é 4 pessoas que divide os 1500.*

Caio: *É que tipo assim: quando vai fazer média de notas de uma turma, você pega a nota de todos os alunos, soma e divide pela quantidade de alunos.*

Gael: *É, você pega a nota individual de cada aluno para fazer a média.*

Júlio: *Então, pega individual?*

Gael: *Sim.*

Júlio: *Vai dar quantos?*

Gael: *Vai dar 1875.*

Nesse trecho da interação, nota-se também que Cintia e Júlio continuam acreditando que o valor que aparece na tabela corresponde ao montante total dos salários dos funcionários, ao invés dos valores dos salários individuais de cada um, denotando certa dificuldade na leitura de uma tabela. No entanto, tanto Gael quanto Caio, com um ouvir atento, se esforçam para auxiliar os colegas a compreenderem a situação e relacioná-la à representação tabelar. Essa interação revela um ambiente de troca de informações e a busca por um consenso sobre o procedimento adequado para calcular a média dos salários.

Durante a discussão, os alunos expressam suas opiniões e dúvidas, fazem perguntas e respondem de forma direta. Eles também oferecem explicações, utilizando exemplos para defender seus pontos de vista e apoiar suas conclusões.

É interessante destacar que a interação não se limita ao apontamento dos erros, mas continua com os alunos discutindo e buscando soluções para a resolução da tarefa.

Caio: *Quanto que é a média da loja 1?*

Gael: *1875.*

Júlio: *A gente fez deu 1140, mas a gente não pegou o individual.*

Caio: *Mas como 1140, se o menor salário é 1200?*

Júlio: *Então, eu não sei.*

Gael: *É média, vai pegar tudo e dividir, não pode ficar menor.*

Júlio: *A gente pegou todo o salário e dividiu por?*

Caio: *Deixa eu fazer essa conta.*

Gael: *É 16. Não, não, é 15. Ah tá, tá certo, eu tinha feito a conta errada. Então, a média final vai dar 2000.*

Caio: *Ah! Nunca pode ser 1140 cara, porque o menor salário é 1200.*

Júlio: *Faz sentido.*

Na interação, o próprio Gael percebe que cometeu um equívoco com a quantidade de funcionários. Evidencia-se, assim que, quando um aluno explica o que está fazendo para um colega, ele é capaz de reorganizar o seu pensamento e construir novas aprendizagens. Muitas

vezes, ao expor suas ideias, o aluno pode perceber um pensamento equivocado e, nesse momento, reconstruir sua própria aprendizagem.

Ao recalcular a média, Gael chega nos R\$ 2000,00. Também, é possível verificar que, ainda que as propriedades da média não tivessem sido trabalhadas com a turma, Caio entende que o valor de R\$ 1140,00 não pode ser a média, porque o menor salário é R\$ 1200,00, indicando compreender que o valor da média está localizado necessariamente entre os extremos da distribuição, o que dá bases para argumentar que não fazia sentido resultar R\$ 1140,00 como média.

É importante destacar que todo essa interação do grupo, em momento algum, foi apresentado à professora, e quando ela chega ao grupo e os indaga sobre a questão, o aluno já mostra a folha com a resolução da tarefa e explica como procederam.

Professora: *Vamos lá, já conversamos sobre o item a, me contem o que vocês estão pensando aqui sobre, ou pensaram sobre o item b?*

Gael: *A gente fez a média de cada loja individual, fez a média da rede e comparou elas, verificamos a diferença de cada uma delas e qual se aproxima mais do valor da média da rede.*

Figura 2 – Resposta do grupo 1 ao item b

Justifique sua resposta.

A média salarial das lojas não é igual a média da rede, o loja 1 se aproxima mais com uma média de R\$ 2000,00 com uma diferença de R\$ 100,00 para a média da rede que faz de R\$ 1900,00. Já a loja 2 ficou mais distante tendo uma média de R\$ 1733,33 com uma diferença de R\$ 166,67 para com a da rede.

Fonte: Produção escrita dos alunos (2023).

Na interação com a professora, o aluno já apresenta a conclusão e não o caminho percorrido pelo grupo. Não são explicitados à professora os equívocos ocorridos. Eles resolveram a situação negociando autonomamente, sem a intervenção da professora, e isso se mostrou suficiente visto que, em momento algum, questionaram sobre as dúvidas que inicialmente abarcaram seus pensamentos.

Houve, no grupo, um espaço de verbalização de ideias, de responsabilidade com a própria aprendizagem e também com as dos colegas. Os alunos explicitam suas ideias, ouvindo, questionando, respondendo, argumentando, contra-argumentando e procurando convencer os colegas das suas opiniões.

Dessa forma, as múltiplas interações que permearam o grupo desencadearam uma pluralidade de discussões, estimulando-os a novas descobertas e fornecendo alicerces para compreensão das ideias em questão, o que se mostrou perceptível não só nesse grupo como em todos os demais grupos analisados.

O Grupo 5, por sua vez, resolveu o item *b* sem dúvidas. Ao analisar a média no item *f*, também o fizeram sem dificuldades, percebendo que um alto valor (outlier) influencia na média. No entanto, em relação à mediana, cometeram um erro de interpretação ao considerar o salário mediano como o valor que está no meio da tabela, sem levar em conta a quantidade de funcionários em cada loja, conforme transcrevemos na interação abaixo:

Adriano: *E o salário mediano? Vixe, estamos lascados na f.*

Igor: *Vai ficar dois no meio.*

Adriano: *É porque vai acrescentar mais o salário do chefe de 20000.*

Simone: *É a f agora?*

Adriano: *Isso aí.*

Simone: *É, a média salarial vai subir.*

Adriano: *Vai subir.*

Simone: *E com o salário mediano, o que vai acontecer?*

Adriano: *Então, pra nós mediano é o que estava no meio, então agora terá dois salários no meio.*

Simone: *Aham.*

Adriano: *Que é o 2100 e 4500.*

Simone: *Vamos chamar a professora pra ver se ela dá uma luz pra gente.*

Igor: *A média vai subir.*

Renata: *Sim.*

Igor: *Será que o mediano não vai subir também?*

Simone: *Quanto que é a média?*

Adriano: *3560.*

Igor: *Então mediano, será que não pega esses dois do meio e acha o meio deles?*

Adriano: *Pode ser.*

Os alunos manifestam uma concepção equivocada sobre o salário mediano. Eles acreditam que o salário mediano é o valor que está no meio da tabela (classes), sem considerar a quantidade de funcionários em cada loja. Na tabela apresentada na tarefa, com os salários de R\$ 1200,00; R\$ 1500,00; R\$ 2100,00; R\$ 4500,00 e R\$ 7800,00, os alunos, no item *d*, erroneamente associaram o salário mediano ao valor de R\$ 2100,00, por estar no meio da tabela, o que se alinha aos apontamentos realizados na pesquisa de Cobo e Batanero (2000).

No entanto, quando chegam ao item *f*, os alunos sugerem a adição de um salário de R\$ 20000,00 à tabela, o que resultaria em dois valores no meio. Essa confusão revela que não compreendem corretamente o conceito de salário mediano e não levam em consideração a quantidade de funcionários em cada loja.

Somente ao reconhecerem a própria dificuldade, os alunos decidem chamar a professora para esclarecer suas dúvidas. Essa ação demonstra a importância de buscar orientação e conhecimento adicional quando enfrentam conceitos complexos ou dúvidas em seu processo de aprendizado.

Simone: *Professora, a última, explica pra nós!*

Professora: *Fala meus queridos, o que está pedindo a última?*

Adriano: *Salário mediano.*

Professora: *E o que vocês entendem como salário mediano?*

Adriano: *Mediano é o salário do meio.*

Professora: *E vocês colocaram o quê?*

Adriano / Igor: *2100.*

Professora: *2100 está no meio?*

Adriano: *Sim.*

Professora: *Quantos funcionários tem na loja 1?*

Igor: *loja 1, quinze.*

Professora: *Tem 15 funcionários na loja 1. 2100 é o do meio?*

Simone: *Hum.*

Renata: *Então é 1500.*

Professora: *Porque é 1500?*

Renata: *Porque está entre o 8 e o 15.*

Professora: *Então 1500 é o do meio? O que tem que fazer para encontrar o que está no meio? Pensem aí um pouquinho.*

Observa-se que os alunos solicitam à professora que explique o item *f*. No entanto, ao invés de fornecer uma explicação direta, ela opta por questioná-los sobre o que está sendo solicitado. Ao ouvir as respostas dos alunos, ela continua fazendo indagações, levando-os a refletir sobre os equívocos cometidos em relação ao salário mediano, sem fornecer uma resposta pronta. Em nenhum momento, a professora afirma que os alunos estão equivocados, mas os incentiva a pensar sobre a tarefa e analisá-la novamente, por si próprios, contrapondo as ideias àquelas suscitadas no grupo nas interações autônomas que ocorreram sem sua presença. Após sugerir que pensem um pouco, a professora se retira do grupo, com o propósito de incentivar a continuidade das interações, conforme segue:

Adriano: *Então, não é o meio da tabela.*

Simone: *Mediano é o salário do meio, dos funcionários.*

Igor: *Então a *d* está errada.*

Adriano: *Vai ser 1200.*

Igor: *A loja 2 tem 10 funcionários.*

Adriano: *Então a *d* não tem diferença, porque os dois funcionários do meio da loja 1 e 2 recebem 1200. Entendeu?*

Igor: *Entendi.*

Simone: *Como?*

Adriano: *A loja 1 tem 15 funcionários, mediano é o do meio, então é 1200.*

Igor: *Isso aí. E a *f*?*

Adriano: *A média vai subir e o salário mediano vai manter em 1200.*

Igor: *Poxa, tem quantos 1200 aqui?*
Adriano: *Tem dois valores no meio, 1200 e 1500.*
Simone: *Conseguiu?*
Adriano: *Da d consegui. Agora da f, tô na dúvida.*
Simone: *Por quê?*
Adriano: *Tem dois salários no meio 1200 e 1500.*
Igor: *Porquê dois?*
Adriano: *Porque são 10 funcionários.*
Igor: *É mesmo.*
Simone: *E se pegar esses dois valores, soma e dividir por 2?*
Igor: *Dá 2700. 2700 dividido por 2, 1350.*
Adriano: *É Isso.*

Sem dar uma resposta direta nem confirmar se os alunos estavam certos ou errados, a professora utilizou *questionamentos* para fazer os alunos pararem, refletirem e construir juntos o seu conhecimento, a partir das ideias prévias que demonstraram. Essa abordagem reforça a importância do pensamento crítico e da autonomia dos alunos na construção do conhecimento. Assim, ao invés de simplesmente corrigir os equívocos, a professora criou um ambiente propício para a discussão e interação, estimulando os alunos a analisarem o problema sob diferentes perspectivas e chegarem a conclusões mais embasadas.

Elementos Intensivos

Ao analisar os *elementos intensivos* presentes nas interações dos grupos (1, 2, 4, 5 e 7) durante a resolução dos itens *d* e *f*, observa-se que os alunos enfrentaram desafios significativos, principalmente na diferenciação entre salário mediano e salário médio. Isso se deve, em parte, ao fato de que as medidas de tendência central ainda não haviam sido abordadas na turma. A proposta foi, a partir da tarefa realizada pelos alunos e após a discussão coletiva, sistematizar esses conceitos. Ao mesmo tempo, o objetivo foi de avaliar o conhecimento prévio dos alunos em relação a essas medidas.

No Grupo 1, durante a discussão do item *d*, os alunos confundiram salário mediano com salário médio, alinhando-se com os apontamentos de Cobo e Batanero (2000). Júlio, ao observar a tabela, erroneamente associa o salário mediano a R\$ 2100,00 por estar no meio dos demais valores, sem levar em consideração a quantidade de funcionários em cada loja, conforme a transcrição abaixo.

Gael: *O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença?*
Caio: *Sim.*
Júlio: *O salário mediano, está pedindo da média ou o salário médio?*
Gael: *Médio, acredito.*
Caio: *Você vai pegar as duas médias e comparar, não vai usar a média geral.*
Júlio: *Ele tá falando mediano, sei lá, pensei mediano seria 2100 por que tá no meio.*

Gael: *Se você pensar, faz sentido.*

Júlio: *Mas eu acho que não vai ser isso.*

Gael: *O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença? Sim, mas por quê?*

Cíntia: *Quantidade de funcionários?*

Júlio: *Acho que é pela quantidade de funcionários.*

Gael: *Pela quantidade de funcionários e que também tem gente na loja 1 que recebe mais.*

Júlio: *É pela diferença de funcionários de uma loja pra outra.*

Gael: *É que vai ter que explicar, por isso que é bom fazer as respostas detalhadas.*

Os alunos mostram-se confusos quanto ao conceito de salário mediano. Eles buscam compreender a pergunta de forma mais precisa e consideram diferentes fatores que pudessem escolher para influenciar na diferença salarial entre as lojas. Essas dúvidas são trazidas à tona quando a professora os questiona sobre o que compreenderam e discutiram a respeito do tema.

Professora: *Tá, vamos para o item d. O que está pedindo no item d?*

Gael: *O salário mediano. Se tem diferença.*

Professora: *E aí, o que vocês compreenderam, discutiram sobre salário mediano?*

Júlio: *Eu imaginei que seria a média de cada loja.*

Professora: *Média de cada loja. Média salarial e salário mediano é a mesma coisa?*

Gael: *Não.*

Júlio: *Não, isso que eu estava pensando, se seria o salário do meio aqui, ou se seria a média?*

Professora: *Então, salário mediano e média é a mesma coisa?*

Caio/Júlio/ Gael: *Não.*

Professora: *Então como que a gente acharia esse salário mediano?*

Caio: *Seria o salário que se repete mais vezes, seria o 1200.*

Professora: *Mas 1200, é o salário que mais se repete, ele é o mediano? Por quê?*

Júlio: *Não. É moda.*

Ao invés de explicar diretamente o conceito de salário médio (média) e salário mediano (mediana), a professora questiona se são equivalentes levando os alunos a refletirem sobre a distinção entre essas duas medidas de tendência central, que, na sequência, também se misturam com a moda. Assim, eles se mostram conscientes da diferença entre salário médio e salário mediano, sugerindo que a questão estimulou uma análise mais profunda em relação a esses termos.

Para dar continuidade à interação, a professora utiliza uma *pergunta meta* para retomar o que Júlio havia dito anteriormente. Em seguida, com uma sequência de perguntas estrategicamente elaboradas, ela provoca os alunos para encontrar o salário mediano e, ao mesmo tempo, compreender o conceito.

Professora: *Você (Júlio) tinha falado agora há pouco que tinha pensado que mediano seria o quê?*

Júlio: *O que está no meio. Seria 2100.*

Professora: *Mas o 2100 é o que está no meio?*

Caio: *Está no meio da tabela.*

Júlio: *É, é o que está no meio da tabela.*

Professora: *No meio da tabela fica o 2100, mas quantos funcionários a gente tem na loja 1?*

Caio: *15.*

Professora: *São 15 funcionários. Então qual salário está no meio?*

Cintia: *O oitavo.*

Professora: *O oitavo? É isso?*

Cintia: *Sim*

Professora: *E o oitavo funcionário, ganha quantos?*

Júlio: *O oitavo ganha 1200.*

Professora: *Então o que a gente teria que fazer para achar o oitavo funcionário?*

Caio: *Organizar os salários.*

Professora: *E na loja 2, qual é o salário mediano?*

Júlio: *É o quinto.*

Professora: *E quanto é?*

Caio: *1200.*

Logo, as perguntas, estrategicamente realizadas pela professora, tiveram por finalidade levar os alunos a uma análise mais aprofundada, incentivando-os a pensar sobre a quantidade de funcionários em cada loja, a organização dos salários e a importância de considerar a frequência e posição dos dados na determinação do salário mediano.

Na continuidade da interação, ao questionar sobre a loja 2 e solicitar o salário mediano, a professora amplia a aplicação do conceito, enfatizando novamente a importância de ordenar os dados. Os alunos, ao identificarem o quinto funcionário com salário de R\$ 1200,00, demonstram uma compreensão mais robusta, relacionando diretamente a posição dos dados à determinação do salário mediano. Essa compreensão se tornou mais evidente durante as discussões subsequentes com a turma.

Portanto, na interação em questão, o *elemento intensivo* se destaca durante a discussão acerca da diferença entre salário mediano e salário médio. Apesar da inicial confusão dos alunos, observa-se que eles começaram a questionar se esses dois conceitos eram equivalentes, evidenciando uma busca por definições precisas, propriedades e relações entre os conceitos. Assim, as ações comunicativas entre os alunos e a professora desempenharam um papel fundamental ao promover esse processo reflexivo, indicando um esforço dos alunos em compreender mais profundamente o significado do salário mediano.

Outro *elemento intensivo* presente é a ideia de que a média possui a propriedade associativa (Batanero, 2000), especialmente quando se considera a possibilidade de médias das médias. Isso ficou evidente no Grupo 7 durante a resolução do item *b*, no qual os alunos

deveriam analisar os dados da tabela para determinar se a média salarial dos funcionários, em cada loja, era igual à média salarial da rede de supermercado.

Inicialmente, os alunos calcularam corretamente a média da loja 1 e da loja 2 usando a média aritmética simples. No entanto, ao calcular a média da rede, surgiram dúvidas, as quais foram apresentadas quando a professora os questionou sobre a média da rede.

Professora: *Aqui (item b) vocês já encontraram a média da loja 1, 2000, da loja 2, 1733,33 e da rede? Qual é a média da rede? Como vocês fariam para encontrar esse valor?*

Mirian: *Eu pensei em somar esses dois (média loja 1 e loja 2) e dividir por 2, que seria mais fácil. Ou, juntar todos os salários e dividir pelo total de funcionários.*

Professora: *Então, vamos pensar na sua primeira fala. Você falou assim: “juntar os dois (média loja 1 e loja 2) e dividir por 2”. Tá, agora vamos pensar? Você falou que a média seria um valor de equilíbrio para todos. Então eu posso fazer a média das médias aqui? Pegar apenas o 1733 e o 2000 e fazer a média, esse seria o valor de equilíbrio de todos os funcionários?*

Camila/Cris/Mirian: *Não.*

Professora: *Então o que tem que fazer?*

Cris: *Tem que pegar tudo, todos os salários de todos os funcionários.*

Professora: *Então você acha que deve pegar o todo. É isso?*

Camila/Cris/Mirian: *Sim.*

Professora: *E se só pegar as médias e fazer a média das médias, dá a mesma coisa?*

Camila/Cris/Mirian: *Não.*

Professora: *Por quê?*

Mirian: *Porque não vou estar levando em consideração todos os funcionários.*

Professora: *Como assim?*

Mirian: *Aqui (loja 1) tem uma quantidade (funcionário), aqui (loja 2) tem outra.*

Professora: *Então, pensem e elaborem a resolução de vocês.*

Nessa interação, evidencia-se a efetiva utilização de diversos tipos de perguntas pela professora, com o intuito de promover discussão e reflexão nos alunos. Com um ouvir atento e questionamentos cuidadosamente formulados pela professora, o grupo demonstrou compreender a inadequação no cálculo da média das médias, dada a discrepância no número de funcionários entre as duas lojas. Essa interação destaca como as ações comunicativas promovidas pela professora foram cruciais para que os alunos pudessem compreender mais profundamente os conceitos estatísticos presentes na tarefa e construir significados.

É importante ressaltar que toda a discussão sobre por que calcular média aritmética simples e não ponderada foi retomada com a turma posteriormente, na fase de discussão coletiva.

Elementos Ostensivos

Ao realizar uma análise dos *elementos ostensivos* presentes nas interações dos grupos, durante a resolução do item c, o Grupo 1 manifesta uma dinâmica de questionamentos,

explicações e discussões que revelam uma complexidade para a compreensão que a média não representa o salário da maioria.

O objetivo proposto para o item *c* era que os alunos percebessem que, para o conjunto de dados apresentado, a média não caracterizava o que a maioria dos funcionários recebia – isto é, uma confusão entre média e moda, conforme apontado por Batanero (2000). Esperava-se uma resposta simples, considerando que os alunos já haviam calculado a média no item *b*. Contudo, as transcrições das conversas indicam que a abordagem não foi tão simples quanto antecipado.

Caio: *A média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe? Aqui deu 1900 a média.*

Gael: *Da rede.*

Júlio: *Mas daí vai ficar entre 1500 e 2100, o 1200 não aborda.*

Gael: *Como?*

Júlio: *Não vai abordar o 1200 só o 1500?*

Caio: *Não sei, véio.*

Cintia: *Gente, primeiro qual o resultado que vocês estão usando para chegar nessa conclusão?*

Júlio: *Usando o resultado da média da loja 1 que é 2000, da loja 2 que é 1733,33 e tem a rede que é o todo que deu 1900.*

Cintia: *Tá, esse aqui da rede vocês somaram tudo isso aqui e?*

Júlio: *Dividiu.*

Cintia: *Por todos os funcionários?*

Júlio: *É. Das duas lojas.*

Caio: *Deu 24 funcionários.*

Júlio: *É.*

Cintia: *Tá.*

Júlio: *Você pega a da rede 1900. Então, se você parar para pensar, não representa, porque a maioria recebe 1200.*

Caio: *Então dá uma diferença de 700 reais (comparando com 1900), pra 2100 é 300 reais e pra 4500 é mais ainda.*

Júlio: *Mas, não é o que a maioria recebe. A maioria recebe 1200, nem chega na média.*

Caio: *O quê?*

Júlio: *O que a maioria dos funcionários recebe é 1200, 1500 não é nem a média.*

Caio: *Só tô falando que 1200 está mais perto da média (1900) que 4500.*

Júlio: *O que você está falando?*

Caio: *Eu estou falando que 4500 tem 2 pessoas que recebe no geral e 1200 tem 13 pessoas que recebe.*

Júlio: *Mas então ele está perguntando?*

Cintia: *Se o salário da maioria.*

Júlio: *Se representa o que a maioria recebe?*

Caio: *Não representa.*

Júlio: *Não representa.*

A interação teve início com Caio questionando se a média salarial reflete o salário da maioria dos funcionários. A partir desse ponto, a discussão se desenvolve em torno de números

específicos, como os salários das lojas e da rede como um todo, bem como comparações entre diferentes valores salariais.

A intensa troca de ideias e a argumentação embasada destacam como as ações comunicativas entre os alunos foram fundamentais para que os alunos conseguissem conduzir uma análise crítica sobre se a média realmente representa o que a maioria dos funcionários recebe, contribuindo, assim, para a construção colaborativa da aprendizagem.

Vale ressaltar que toda essa comunicação entre os alunos se mostra essencialmente influenciada pela escolha da tarefa realizada pela professora e das ações comunicativas promovidas por ela desde as orientações iniciais na fase de introdução da tarefa. A explicação da dinâmica da aula e a ênfase na importância da troca de ideias entre os alunos foram essenciais para o desenvolvimento dessa interação rica e reflexiva.

Elementos Validativos

Quanto aos *elementos validativos*, referentes às demonstrações utilizadas para comprovar as propriedades do conceito e aos argumentos empregados para apresentar a solução do problema a outras pessoas, nas interações analisadas, não se identifica uma presença explícita de demonstrações, levando em consideração o nível de ensino em questão. No entanto, destaca-se um notável desenvolvimento de argumentação nos processos de resolução, desencadeado e incentivado pelas ações comunicativas ao longo de todas as interações entre alunos nos grupos e também com a professora. Embora não tenham apresentado demonstrações formais ou rigorosas das soluções, os alunos participaram ativamente de uma interação construtiva, apresentando e defendendo seus pontos de vista, explicando raciocínios e justificando suas respostas. Esse processo de argumentação e troca de ideias contribui significativamente para a construção do conhecimento matemático e estatístico, permitindo que os alunos compreendam os conceitos, os apliquem e expliquem a outras pessoas.

No Grupo 6, durante a resolução do item *d* da tarefa, Bia procura confirmar o seu entendimento e chamar a atenção dos colegas, indagando se o termo mediano se refere ao valor que está no meio. Essa ação evidencia a importância da comunicação para estabelecer relações entre a situação apresentada e os conceitos estatísticos envolvidos. Luísa, ao responder, esclarece a necessidade de ordenar os dados antes de identificar o valor do meio. Entretanto, Raul acaba confundindo e escrevendo mediano como sendo a média salarial, indicando uma falta de compreensão precisa do conceito, o que está em consonância com os apontamentos de Batanero (2000).

Luísa: *O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença?*

Bia: *Tem.*

Aline: *Explique detalhadamente a sua resposta.*

Bia: *Mediano é o meio né?*

Luísa: *É, mas tem que colocar em ordem crescente.*

Raul: *Qual a média salarial da loja 1?*

Luísa: *2000.*

Aline: *E na loja 2?*

Luísa: *1733,33*

Raul: *Vê se tá certo.*

Aline: *O salário mediano na loja 1 e na loja 2 é diferente, pois na loja 1 a média salarial é 2000 e na loja 2 é 1733, 33. Isso aí.*

Mesmo após Aline ler o que Raul escreveu, nem Bia nem Luísa perceberam que ele havia escrito salário mediano para se referir à média salarial das lojas. O grupo só percebe o equívoco cometido ao resolver o item *f*, que questiona o que acontecerá com o salário médio e o salário mediano dos funcionários se o patrão for trabalhar na loja 2 e colocar o seu pró-labore no rol dos funcionários da loja.

Raul: *Tem diferença, média e mediano?*

Luísa: *Se tiver diferença, está errado.*

Aline: *Não tem diferença.*

Raul: *É diferente.*

Luísa: *Porque média, soma tudo e divide. Mediano é a mesma coisa que mediana.*

Aline: *Mas o que é mediana, gente?*

Luísa: *É o meio. Tem que perguntar pra ela (professora), porque aqui (item d) ele (Raul) passou a média, ele não fez a mediana.*

Aline: *É, tem que ver.*

Luísa: *Uma das duas está certa. Se salário médio e salário mediano forem igual, essa aqui (item d) está certa e a outra (item f) errada. Se for diferente essa (item f) está certa e esta (item d) está errada.*

Raul: *Eu acho que é diferente, essa está errada (item d).*

Aline: *Eu acho que vai ter que mudar.*

Luísa: *É, eu acho que alguma delas vai ter que ser trocada. Se for mediano (item d), é igual 1200.*

Aline: *É, eu acho que vai ser isso aí mesmo.*

Luísa: *É, porque os dois números são ímpares, (número de funcionários) um é 15 e o outro é 9*

Aline: *É, é isso mesmo!*

Luísa: *Vai ter que perguntar pra ela (professora), porque uma das duas está errada.*

Bia: *A f eu tenho certeza que está certa.*

Luísa: *Se a f está certa, a d está errada.*

Aline: *Não precisa ficar chateado (Raul).*

Luísa: *Eu não estou falando que a conta que você fez está errada. Mas, eu acho que média e mediano é diferente. E você colocou igual.*

Aline: *Média e mediana é diferente, então está errada (item d). Você já fez?*

Luísa: *Então eu organizei aqui, são 8 salários de 1200, 4 de 1500 e 1 de cada um dos outros. Então eu separei, são 7 de um lado e 7 do outro e dá 1200. Aqui (loja 2) organizei, dá 4 desse lado e 4 desse lado e dá 1200.*

Aline: *Então, é isso aí!*

Luísa: *Então é igual. O salário mediano das duas lojas não tem diferença (item d).*
Bia: *Não tem diferença, porque o salário mediano das duas lojas é igual a 1200.*

Durante a resolução do item *f*, o grupo discute a diferença entre média e mediano, evidenciando que a comunicação, com trocas de ideias, desempenha um papel essencial na construção de significados. A dúvida de Raul sobre a distinção entre média e mediana destaca a importância de ações comunicativas para a compreensão precisa dos conceitos. A interação entre os alunos, ao confrontarem as respostas nos itens *d* e *f*, realça a relevância da comunicação na validação das conclusões.

Nesse contexto, a interação evidencia uma argumentação construtiva, em que os alunos não apenas apresentam suas conclusões, mas também buscam compreender e discutir os fundamentos subjacentes aos conceitos estatísticos. A troca de ideias e argumentos emerge como um elemento essencial para a construção colaborativa do conhecimento, destacando a importância vital da comunicação na validação das respostas, assim como no desenvolvimento de uma compreensão mais aprofundada dos conceitos abordados.

4.7 Considerações finais

O presente estudo buscou investigar influências das ações comunicativas promovidas pelo professor durante práticas exploratórias, com foco na atribuição de significados a entes estatísticos pelos alunos, especialmente nas medidas de tendência central. A análise das interações entre os alunos e entre alunos e professora, durante a resolução da tarefa *Rede de Supermercado*, reforçou a importância crucial da comunicação no processo de construção do conhecimento estatístico e na atribuição de significados.

A escolha criteriosa da tarefa pela professora, aliada à antecipação das possíveis respostas dos alunos, revelou-se fundamental para planejar ações específicas e posicionar-se de maneira a questionar, ouvir, responder, explicar, compreender e estimular os alunos a explanarem os raciocínios e ideias empregados na resolução da tarefa, contribuindo significativamente para mobilizar os elementos extensivos, atuativos, intensivos, ostensivos e validativos, essenciais para uma compreensão profunda e abrangente dos conceitos estatísticos.

A interligação entre a escolha da tarefa e a antecipação, juntamente com as fases subsequentes do EEM, influenciam a criação de um ambiente propício à construção colaborativa do conhecimento estatístico, favorecendo não apenas a compreensão dos conceitos envolvidos, mas também a reflexão sobre esses conceitos em aplicação prática no mundo real, o que evidencia a mobilização de elementos intensivos.

As ações comunicativas promovidas pela professora desempenharam um papel fundamental na promoção do estímulo, preservação e incentivo ao trabalho autônomo dos alunos, bem como na manutenção de uma atitude investigativa ao longo da atividade. Ao questionar de forma intencional e desafiadora, a professora incentivou os alunos a refletirem sobre suas respostas e a justificarem seus raciocínios, o que demonstra uma maneira de estimular a autonomia dos estudantes. Isso denota a mobilização dos elementos validativos e como as ações da professora foram fundamentais para criar um ambiente seguro onde os alunos se sentiram à vontade para apresentar e justificar suas resoluções, além de analisar as resoluções dos colegas.

Além disso, ao ouvir atentamente os alunos de forma interpretativa e globalizante, valorizando suas contribuições, sem interpor ou validar imediatamente suas ideias, a professora os encorajou a buscar soluções por conta própria, fortalecendo sua capacidade de enfrentar desafios de maneira independente, destacando a presença dos elementos atuativos.

A articulação cuidadosa dos dados, situações e elementos estatísticos envolvidos na discussão proporcionou aos alunos uma compreensão mais profunda do conteúdo, permitindo-lhes fazer conexões significativas entre os conceitos abstratos e a realidade concreta e, com isso, mobilizar elementos ostensivos. Além disso, ao fomentar o uso de analogias e exemplificações, a professora facilitou a compreensão dos alunos e tornou o aprendizado mais acessível e significativo.

Ao incentivar a contraposição de ideias e inserir elementos relevantes para as ideias em discussões, levando em conta os equívocos e dificuldades apontados pela literatura, ela promoveu um ambiente de aprendizado dinâmico e enriquecedor, no qual os alunos foram estimulados a explorar diferentes perspectivas e a desenvolver um pensamento crítico e reflexivo. Essas ações comunicativas, portanto, foram fundamentais para cultivar um ambiente de aprendizado estimulante e colaborativo, no qual os alunos se sentiram motivados a se envolver ativamente e a construir significados de forma autônoma.

Dessa forma, o estudo evidencia a eficácia da estratégia de ensino adotada, que promoveu a participação ativa dos alunos, a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento. A partir das ações comunicativas promovidas pela professora, os alunos foram instigados a ouvir, responder, explicar e questionar, na busca por compreender e esclarecer os conceitos abordados. Ao expressarem suas opiniões e colaborarem para alcançar respostas coerentes, eles não apenas resolveram as questões levantadas, mas também construíram significados e aprofundaram sua compreensão sobre os conceitos de média, moda e mediana. Essa interação ativa e reflexiva evidencia a importância das ações comunicativas promovidas

pelo professor na promoção da colaboração entre os alunos no processo de aprendizagem, proporcionando uma experiência enriquecedora e participativa. Esses resultados refletem como as ações comunicativas da professora foram fundamentais para mobilizar de maneira integrada elementos extensivos, atuativos, intensivos, ostensivos e validativos na construção do entendimento dos conceitos estatístico por parte dos alunos. Assim, as ações comunicativas se entrelaçam intimamente com a atribuição de significado, possibilitando aos alunos não apenas a calcular média, moda e mediana, mas também a compreender os conceitos subjacentes e sua aplicação em contextos práticos.

4.8 Referências

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Espanha, v. 25, p. 41-58, 2000.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. *In*: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CADIMA, S. **Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade: Medidas estatísticas**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, 2013.

CARVALHO, C. Desafios para o trabalho colaborativo nas aulas de estatística. *In*: MACHIN, M. C.; MARTÍNEZ, P. F.; CATALÁN, M. P. B. (Eds.). SIMPOSIO DE LA SEIEM, 11., 2008, Laguna, SC. **Anais [...]**. Laguna: SEIEM, 2008. p. 141-156

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 6, p. 445-458, out. 2010.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana en la educación secundaria ¿Un concepto sencillo? **UNO**, v. 23, p. 85-96, 2000.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. *In*: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016, p. 19-32.

- CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. *In*: Cyrino, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016, p. 81-99.
- DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção. **Cadernos de Educação**, Pelotas, RS, n. 45, p. 57-67, jul./ago. 2013.
- ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Medidas de tendência central e o ensino exploratório de Estatística. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 166-191, 2015.
- FERNANDES, J. A.; RIBEIRO, S. A. L. O ensino da estatística no 7º ano de escolaridade: o caso das tarefas de ensino. *In*: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., Setúbal, Portugal. **Anais [...]**. Setúbal: APM, 2006.
- GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p.279-295, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>. Acesso em: 05 jun. 2022.
- MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória- investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 4, p. 1–21, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2469>. Acesso em: 21 set. 2022.
- MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A. Comunicação Matemática Por Meio Das Tarefas De Investigação: Caminhos Alternativos Para O Ensino E Aprendizagem De Matemática. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 4, p. 163–181, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i4.12237>. Acesso em: 21 set. 2022.
- MENEZES, L. A comunicação na aula de Matemática. **Millenium**, v. 3, p. 20-28, 1996.
- MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 135-161.
- NASCIMENTO, R.; CASSELA, E. A aprendizagem da estatística na esp-bié. Uma reflexão a partir da experiência com os estudantes do curso de matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, p. 01-23, 2021.
- PAULEK, C. M., ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. *In*: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -CIBEM, 8., Madri. **Anais [...]**. Madri, 2017, p. 412-421.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.
- PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 13-30.

PONTE J. P. *et al.* Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professores num estudo de aula. **Quadrante**, Portugal, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, [S. l.], v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

VIEIRA, H. **A Comunicação na Sala de Aula**. Lisboa: Editorial Presença, 2000.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo surge da vivência e reflexão da pesquisadora, que desempenha o papel de professora na Educação Básica há 16 anos. Ao longo de sua trajetória profissional, sempre reconheceu a importância contínua da busca por conhecimento e aprimoramento. Contudo, em vários momentos durante sua participação em grupos de estudos, planejamentos e formações continuadas na rede estadual, deparou-se com inquietações e insatisfações, marcadas pela dificuldade em estabelecer conexão significativa entre os temas discutidos nesses espaços formativos e os desafios reais enfrentados em sua prática profissional docente. Essa inquietação intensificou-se a partir de 2019, quando o Governo do Estado do Paraná passou a priorizar resultados imediatos em indicadores de qualidade, direcionando o ensino para a preparação dos alunos em testes e avaliações (Tramontin, 2023; Horn; Mastey; Rezende, 2023), em detrimento da valorização de um ensino que promove aprendizagens e estimule o desenvolvimento de indivíduos críticos e independentes.

Esse cenário despertou na professora/pesquisadora um desejo latente de aprofundar seus conhecimentos nas especificidades da Educação Matemática. Ávida por conhecimento e ansiosa para compreender que práticas de ensino e estratégias poderia utilizar para proporcionar aos seus alunos um aprendizado repleto de significado e reflexão, a professora/pesquisadora ingressou no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM). Nesse processo, começou a realizar leituras voltadas para práticas de ensino que fomentassem a participação ativa dos alunos nos processos de ensino e de aprendizagem, proporcionando-lhes a oportunidade de construir seus próprios conhecimentos.

Durante a realização das leituras, deparou-se com o Ensino Exploratório de Matemática, uma perspectiva que coloca os alunos no centro do processo didático, em um ambiente colaborativo de aprendizado, onde a interação e a comunicação são amplamente valorizadas (Chapman; Heater, 2010). Esse encontro provocou o início do delineamento do problema de pesquisa, juntamente com os objetivos específicos que comporiam cada capítulo desta dissertação. A estrutura adotada foi o formato multipaper (Duke; Beck, 1999), proporcionando um refinamento na escrita científica, uma vez que cada artigo era revisado e, em alguma medida, arbitrado pelo orientador e pelo coletivo do grupo de estudos (GEPTEMatE), ao qual a pesquisadora se vincula. Esse processo buscou proporcionar maior rigor científico, tendo em conta a perspectiva qualitativa da pesquisa e, especialmente, o duplo papel desempenhado pela pesquisadora que acumulou a função de professora nas intervenções realizadas.

A partir das leituras e consciente de que os processos de ensino e de aprendizagem de matemática na sala de aula são, indiscutivelmente, caracterizados por sua natureza substancialmente comunicativa (Salgado; Losano, 2022), tornou-se patente que o tipo de comunicação estabelecido em sala de aula exerce um impacto direto na aprendizagem dos alunos. Nesse contexto, mostra-se fundamental introduzir abordagens de ensino que estimulem a comunicação, a interação e a colaboração entre os alunos, colocando-os no centro do processo de aprendizagem.

Além disso, ao considerar o mundo contemporâneo, marcado pela rapidez no processamento e disseminação de informações, o estudo da Estatística surge como uma necessidade crescente, reconhecendo sua importância na vida das pessoas. Possuir conhecimentos estatísticos tornou-se essencial para que os cidadãos possam compreender e interpretar a abundância de informações disponíveis e dados estatísticos presentes nos diversos meios de comunicação. A capacidade não apenas de compreender, mas também analisar e relacionar criticamente os dados apresentados, questionando sua veracidade, é crucial (Carvalho; César, 2001). Portanto, é essencial que os cidadãos adquiram proficiência em estatística para uma compreensão mais aprofundada da informação disponível.

Contudo, não basta ao aluno desenvolver apenas a habilidade de organizar e representar uma coleção de dados; ele deve também ser capaz de interpretar e comparar esses dados para chegar às conclusões significativas (Lopes, 2008). Assim, o conhecimento estatístico se relaciona com a construção e com o exercício de uma cidadania crítica, reflexiva e participativa. Todos, individual e coletivamente, são instados a tomar decisões fundamentadas em análises críticas de dados, contribuindo para uma sociedade mais informada e consciente.

Diante disso, o presente estudo assumiu a questão geral de pesquisa: *Que ações podem promover a comunicação em aulas de matemática na perspectiva do EEM, com foco no ensino de Estatística?*

A busca pela resposta a essa questão originou o delineamento de três objetivos específicos para o estudo, que constituíram os enfoques dos artigos que compuseram a presente dissertação, com os seguintes propósitos: *i. Discutir os principais aspectos da comunicação matemática em sala de aula considerados em artigos científicos e fatores que a influenciam. ii) Investigar ações comunicativas que são promovidas pelo professor nas interações com os alunos em aulas na perspectiva do EEM, em um contexto de ensino de Estatística. iii) Investigar influências de ações comunicativas promovidas pelo professor, em práticas exploratórias para a atribuição de significados a entes estatísticos, pelos alunos, com enfoque nas medidas de tendência central.*

Para responder ao primeiro objetivo, foi realizado um mapeamento dos periódicos científicos disponíveis no Portal de Periódicos da Capes, com foco na comunicação matemática. Esse mapeamento evidenciou a importância da comunicação para promover a aprendizagem matemática e a interação efetiva entre professor e alunos, identificando aspectos relacionados aos estilos de comunicação em sala de aula, modos de promover a comunicação, papel do professor na promoção da comunicação, formas de comunicação e aspectos comunicativos na Matemática. Dessa maneira, o primeiro artigo proporcionou sustentação e embasamento para os dois artigos subsequentes, bem como para as análises dos resultados encontrados.

Para responder ao segundo e ao terceiro objetivo da pesquisa, procedeu-se a implementação, em um contexto mais amplo de práticas referente ao ensino de Estatística, de uma tarefa denominada *Rede de Supermercados*, elaborada pela professora/pesquisadora e desenvolvida com uma turma de 3ª série do Ensino Médio. O foco dessa tarefa estava nas medidas de tendência central, especificamente na obtenção dos valores de moda, média aritmética simples e mediana, bem como na interpretação e compreensão desses conceitos na situação proposta e na diferenciação conceitual entre essas medidas.

Ao elaborar essa tarefa, a professora/pesquisadora considerou o contexto do Ensino Médio, no qual os alunos começam a ingressar no mercado de trabalho, tornando as questões salariais parte integrante de suas conversas e vida cotidiana. Nesse cenário, a contextualização dos conceitos de média, moda e mediana torna-se crucial, especialmente diante da ambiguidade frequentemente presente na mídia social ao utilizar o termo *média*, o que dificulta a identificação da medida estatística específica em uso (Watson, 2006).

Antes da implementação da tarefa em sala de aula, a professora/pesquisadora realizou o planejamento da aula, etapa considerada como *antecipação* na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (Stein *et al.*, 2008; Canavarro, 2011). Essa etapa permite ao professor antecipar possíveis ações dos alunos em relação à tarefa, planejando ações específicas alinhadas com o propósito da aula (Canavarro, 2011; Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013; Estevam; Cyrino; Oliveira, 2015). Além disso, essa antecipação possibilita uma gestão abrangente da aula, desde o delineamento dos objetivos até suas articulações com as ações desenvolvidas, criando condições para um melhor aproveitamento da aula tanto para o professor quanto para os alunos.

Dessa forma, após implementar a tarefa *Rede de Supermercados*, a professora/pesquisadora realizou as transcrições dos áudios dos alunos nos grupos durante a fase de *desenvolvimento da tarefa*. A escolha de focar nessa fase da aula fundamentou-se na observação de que, quando os alunos estão em pequenos grupos, sentem-se mais à vontade para

se expressarem quando comparado a interações em grandes grupos, o que promove uma participação mais ativa e enriquecedora, especialmente no que diz respeito à comunicação (Machado; Lacerda, 2021).

Assim, as análises dos áudios da aula em relação ao segundo objetivo/artigo evidenciaram a proeminência de ações na perspectiva de comunicação instrutiva e reflexiva, salientando a importância e os papéis que as ações de ouvir e questionar assumem no contexto do EEM, impactando de maneira relevante na construção de um ambiente de aprendizado interativo, participativo e reflexivo. Além disso, sinalizou influências específicas dessas ações para a significação das ideias estatísticas relacionadas às medidas de tendência central, o que constituiu enfoque do terceiro artigo.

Assim, em relação ao terceiro objetivo/artigo, as análises mostraram que as escolhas cuidadosas da tarefa e a antecipação de respostas exerceram uma influência significativa na construção de um ambiente de aprendizado interativo, participativo e reflexivo, em relação às medidas de tendência central e práticas orientadas pelo EEM. Adicionalmente, as ações comunicativas promovidas pela professora desempenharam um papel fundamental ao estimular, preservar e incentivar o trabalho autônomo dos alunos, mantendo uma atitude investigativa ao longo da atividade. Ao articular dados, situações e elementos estatísticos envolvidos, a professora fomentou analogias, exemplificações e incentivou a contraposição de ideias, inserindo elementos importantes para as discussões e promovendo a autonomia dos alunos. Isso não somente enriqueceu o processo de construção de significados dos conceitos de média, moda e mediana, como também criou um ambiente colaborativo de aprendizagem.

Sendo assim, na próxima subseção buscamos responder, de maneira mais objetiva, à questão geral da pesquisa, a partir da articulação dos resultados de cada capítulo/artigo.

5.1 Conclusão geral da pesquisa a partir da articulação dos resultados encontrados

As discussões que emergiram dos artigos/capítulos abordam questões centrais relacionados à comunicação em aulas de matemática. Ao analisar e explorar diferentes facetas da comunicação matemática, os artigos destacaram aspectos importantes que influenciam diretamente na interação entre professores e alunos, assim como na construção de conhecimento e de significados durante o processo de aprendizagem.

Esses aspectos transcendem estratégias isoladas, convergindo para uma visão integrada dos processos de ensino e de aprendizagem. A análise dos artigos revela que a comunicação em aulas de Matemática é um fenômeno multifacetado, influenciado por diversos fatores inter-

relacionados. Destaca-se a influência dos estilos de comunicação do professor, os modos de promover a interação, o papel essencial do professor na criação de um ambiente comunicativo, as diversas formas de comunicação na Matemática e os aspectos comunicativos específicos dessa disciplina.

No contexto do Ensino Exploratório de Matemática, esses aspectos também estão presentes. Diante disso, o professor assume responsabilidade fundamental, uma vez que a eficácia do ensino está intrinsecamente ligada às ações comunicativas que ele promove e à sua capacidade de criar um ambiente propício para a construção colaborativa do conhecimento.

Isso perpassa os estilos de comunicação adotados pelo professor, pois estes podem impactar tanto a comunicação promovida, quanto as possibilidades de atuação do professor, as aberturas para o trabalho dos alunos e a própria concepção do processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Nesse sentido, a utilização de uma abordagem reflexiva e instrutiva na comunicação possibilita criar um ambiente propício ao diálogo, à troca de ideias e à construção de significados matemáticos e estatísticos, potencializando, assim, a experiência de aprendizado dos alunos.

Nessa abordagem, os alunos são incentivados a participarem efetivamente nas interações em sala de aula, compartilhando suas estratégias e ideias matemáticas/estatísticas com o professor e os colegas, e/ou buscando justificar ou refutar as conjecturas apresentadas pelos demais (Faria; Rodrigues, 2020). Paralelamente, o professor, nessa perspectiva, reflete sobre sua própria ação e valoriza as ideias e dificuldades verbalizadas ou intuídas pelos alunos, incorporando-as em seu discurso e encorajando a exposição de estratégias e ideias matemáticas/estatísticas particulares, ainda que confusas, parciais ou equivocadas (Guerreiro, 2011).

Outra ação que se mostrou importante foi a escolha criteriosa da tarefa pelo professor. Tarefas desafiadoras e contextualizadas não apenas despertam a curiosidade dos alunos, mas também alimentam discussões e questionamentos, proporcionando um terreno fértil para a comunicação efetiva. No campo da Estatística, as tarefas, quando são intencionalmente pensadas e estruturadas, podem incidir sobre questões dilemáticas (identificadas na literatura e na própria prática docente), a fim de incitar o engajamento e o raciocínio dos estudantes, fundamentando as interações comunicativas que orientam a dinâmica da aula e, por conseguinte, as aprendizagens possibilitadas. Portanto, conforme evidenciado no terceiro artigo, a escolha da tarefa *Rede de Supermercado* facilitou a compreensão dos conceitos envolvidos e desempenhou um papel significativo ao mobilizar os elementos extensivos,

atuativos, intensivos, ostensivos e validativos, propostos por Batanero (2000), fundamentais para uma compreensão aprofundada e abrangente das medidas de média, moda e mediana.

Entretanto, para criar um ambiente propício à construção colaborativa do conhecimento e à compreensão com reflexão sobre os conceitos, é necessário considerar o planejamento da aula como um todo. Nesse contexto, a antecipação das possíveis respostas dos alunos desempenha um papel fundamental. Essa antecipação permite ao professor planejar ações específicas e posicionar-se de maneira estratégica para questionar, ouvir, responder, explicar, compreender e estimular os alunos a explanarem os raciocínios e ideias empregados na resolução da tarefa. Logo, a interligação entre a escolha da tarefa e a antecipação, juntamente com as fases subsequentes do EEM, destaca-se como um fator determinante na criação de um ambiente propício à construção colaborativa do conhecimento.

Tão essencial quanto a escolha da tarefa é o papel das ações comunicativas promovidas pelo professor durante o desenvolvimento da tarefa pelos alunos. Essas ações exercem uma influência significativa, podendo tanto incentivar os alunos na busca por soluções quanto restringir suas possibilidades de atuação. O questionamento estratégico, caracterizado pela utilização de perguntas de diferentes naturezas, como inquirição, verificação, asserção, meta, tematização e focalização, possibilita direcionar a atenção dos alunos para aspectos específicos e promover uma reflexão mais profunda sobre os conceitos matemáticos/estatísticos, atuando como um facilitador para uma compreensão sólida dos conceitos abordados.

Assim, a diversidade de perguntas interpostas pelo professor desafia os estudantes a aprofundarem sua compreensão e fomenta a autonomia ao incentivá-los a buscarem soluções independentes. A formulação criteriosa de perguntas destaca-se como um elemento-chave para orientar a comunicação na direção desejada, proporcionando aos alunos oportunidades significativas de expressarem suas ideias e construir conhecimento.

Além disso, o ouvir atento, interpretativo e globalizante, também se revela como uma ação importante do professor. Ao valorizar as contribuições dos alunos e interpretar suas ideias, o professor demonstra que cada voz é importante, enriquecendo o ambiente de aprendizado. Essa abordagem não se limita apenas a validar as perspectivas dos alunos, mas também estimula a confiança na expressão de suas ideias. O processo de ouvir atentamente e interpretar os raciocínios dos alunos, buscando compreendê-los e intervindo estrategicamente para orientá-los na identificação de equívocos, emerge como uma prática crucial para estabelecer um ambiente comunicativo efetivo. A valorização das contribuições dos alunos, sem interpor ou validar imediatamente suas ideias, é um componente essencial para incentivar a expressão livre de ideias e fortalecer a capacidade de enfrentar desafios de maneira independente.

Quanto à ação de responder aos alunos, é crucial que o professor esteja atento às perguntas direcionadas a ele. Essa atenção permite discernir se a resposta deve simplesmente confirmar as ideias do estudante, auxiliando-o na construção do conhecimento, ou se é necessário fornecer uma explicação mais detalhada para que ele atribua significado às suas ideias. É importante, também, que o professor evite validar imediatamente respostas corretas, para que os alunos não percam o interesse. Em vez disso, é necessário encorajá-los a verificarem e avaliarem diferentes casos, a fim de que eles próprios possam validar suas conjecturas.

Entretanto, é fundamental, também, que o professor lide habilmente com respostas incorretas ou incompletas, transformando-as em oportunidades de discussão. Para isso, é crucial incentivar a troca de ideias entre os alunos, criando um ambiente propício à construção coletiva do conhecimento. A inserção de elementos relevantes nas discussões, levando em consideração os equívocos e dificuldades apresentados pelos alunos, estimula-os a explorar diferentes perspectivas, desenvolvendo assim o pensamento crítico e reflexivo. Outrossim, o uso de analogias e exemplificações facilita a compreensão dos alunos, relacionando conceitos abstratos a situações do cotidiano e contribuindo para a construção de significados. Além disso, a promoção de discussões e a contraposição de ideias contribuem para criar um ambiente de aprendizado dinâmico e enriquecedor.

Além da comunicação oral, é essencial que o professor recorra a representações escritas para embasar suas intervenções e facilitar a compreensão dos alunos. O uso estratégico de representações visuais, como gráficos e tabelas, é uma ferramenta poderosa para tornar os conceitos matemáticos e estatísticos mais acessíveis. A combinação de explicações verbais com recursos visuais escritos enriquece a comunicação e torna o aprendizado mais significativo. Essa diversidade de formas de comunicação destaca a importância de abraçar múltiplos modos de expressão para enriquecer o processo de aprendizagem.

Na perspectiva do EEM, as ações comunicativas do professor assumem características específicas, especialmente na fase de desenvolvimento da tarefa, em que o professor desempenha os papéis de *monitorar*, *selecionar* e *sequenciar* a resolução das tarefas que serão apresentadas pelos grupos e discutidas coletivamente. Nesse momento, a atuação do professor é exigente, demandando atenção especial a ações de *questionar* e *ouvir* para entender e intervir, pois suas *respostas* e *explicações* (muitas vezes encaminhadas como questionamentos) derivam do que ele identifica nas estratégias, registros e raciocínios dos alunos, enquanto a efetiva responsabilidade de responder e explicar recaem mais sobre os próprios estudantes.

Assim, na perspectiva do EEM, as ações que podem promover a comunicação em aulas de Matemática são diversas e interconectadas. Essas ações envolvem a adoção de estilos de

comunicação reflexivos e instrutivos, a escolha criteriosa de tarefas; a antecipação de possíveis respostas dos alunos, o questionamento estratégico das respostas dos alunos, o uso estratégico de perguntas, a escuta atenta, interpretativa e globalizante, a resposta estratégica às perguntas dos alunos, a transformação de respostas incorretas ou incompletas em oportunidades de discussão e a utilização de representações visuais. Quando realizadas de maneira integrada, essas ações não apenas contribuem para criar um ambiente de aprendizagem participativo e colaborativo, mas estabelecem uma dinâmica de ensino e aprendizagem que estimula a autonomia dos alunos, a reflexão sobre conceitos matemáticos e estatísticos e a construção coletiva do conhecimento, enriquecendo a experiência de aprendizado. Ao incorporar essas ações de forma integrada, os professores podem efetivamente criar um ambiente propício para a comunicação efetiva em aulas de Matemática, contribuindo para a compreensão dos conceitos, para a construção dos significados e para o desenvolvimento de habilidades críticas e reflexivas nos alunos.

No contexto específico da Estatística, essas ações se revelam cruciais, pois não apenas influenciam a atribuição de significados estatísticos, mas também colaboram ativamente para que os alunos percebam a importância dos elementos de atribuição de significado estatístico, conforme delineados por Batanero (2000). A partir desse reconhecimento, os alunos são instigados a estabelecer relações que lhes permitam compreender os conceitos estatísticos, considerando que a Estatística é mais do que meros números – afinal, ela é número com contexto (Cobb; Moore, 1997). Essa compreensão é essencial para lidar com as dificuldades e equívocos apontados pela literatura em relação à aprendizagem de medidas de tendência central, destacando, assim, a essencialidade das ações comunicativas para o ensino e a aprendizagem de Estatística.

5.2 Limitações, Condicionantes e Sugestões para trabalhos futuros

Ao concluir esta pesquisa, realizada com uma turma de 34 alunos da 3ª série do Ensino Médio em uma escola pública no interior do Paraná, é possível destacar avanços significativos no entendimento das ações comunicativas no âmbito do Ensino Exploratório de Matemática, com um enfoque específico no ensino de Estatística.

Os resultados trouxeram contribuições significativas ao revelar não apenas as ações capazes de fomentar a comunicação, mas também as influências das ações comunicativas promovidas pelo professor na atribuição de significados aos conceitos estatísticos pelos alunos, especialmente nas medidas de tendência central.

Apesar dos avanços alcançados, é importante destacar algumas limitações e condicionantes que devem ser considerados ao interpretar e generalizar os resultados. O estudo concentrou-se exclusivamente nas medidas de tendência central, o que pode ter limitado a amplitude das conclusões, deixando em segundo plano outros conceitos estatísticos e matemáticos igualmente importantes. Uma abordagem mais abrangente poderia enriquecer a compreensão do ensino de Estatística, explorando outros aspectos dessas medidas e outros conceitos estatísticos e matemáticos.

Ademais, outro aspecto relevante a considerar é o duplo papel desempenhado pela professora/pesquisadora. Apesar dos cuidados metodológicos adotados, esse papel dual é um fator a ser ponderado. Contudo, as ações colaborativas no grupo de pesquisa se mostraram promissoras para mitigar possíveis vieses, sugerindo que abordagens colaborativas podem ser uma estratégia valiosa para futuras pesquisas.

Na condução da pesquisa empírica, a turma foi organizada em oito grupos, com seis grupos compostos por quatro alunos cada e dois grupos com cinco alunos. Considerando a importância do monitoramento ativo da professora/pesquisadora durante o desenvolvimento da tarefa, buscando questionar os alunos sobre suas ideias e respostas, a administração da quantidade de alunos e grupos na sala revelou-se desafiadora. Atender a todos os grupos foi uma tarefa difícil devido ao número considerável, fato que fez com que alguns grupos foram alcançados, para a interação, apenas no estágio final do desenvolvimento da tarefa. Dessa forma, a redução da quantidade de alunos por sala é fundamental para que se possa oferecer uma atenção mais efetiva a cada aluno.

Cumprе ressaltar que a conjuntura da Educação Básica Estadual do Paraná impôs limitações ao desenvolvimento da pesquisa. Atualmente, os professores são orientados a conduzir as aulas conforme o conteúdo programado nos slides do registro de classe online (RCO). Esse recurso contém o planejamento das aulas, slides, exercícios e uma tarefa do Desafio Paraná/Quizizz (plataforma de perguntas e respostas), que o professor deve atribuir aos alunos após a realização da aula. Essas tarefas, por sua vez, compõem 30% da nota trimestral do aluno (Horn; Mastey; Rezende, 2023; Schroh; Longhi, 2023). Além disso, espera-se que o professor aborde de forma abrangente todo o conteúdo programático do RCO ao longo do trimestre, uma vez que esses conteúdos são cobrados na Prova Paraná ao término de cada trimestre, e os resultados dessa avaliação são exigidos do professor pelo tutor, pelo Núcleo Regional de Educação (NRE), pela direção e pela equipe pedagógica.

No ano de 2023, especificamente, as aulas destinadas à Estatística no RCO, na 3ª série do Ensino Médio, eram apenas 7, sendo que, em 2 delas, era exigido o uso específico da

plataforma Khan Academy. Assim, as restrições impostas pelo estado em relação ao uso obrigatório de plataformas e à limitação de tempo para abordar os conteúdos representam um desafio considerável para a implementação de práticas pedagógicas mais exploratórias, como o Ensino Exploratório de Matemática.

Contudo, apesar das limitações impostas pela conjuntura educacional estadual, os avanços no entendimento das ações comunicativas e na percepção dos alunos sobre os conceitos estatísticos representam um passo significativo para aprimorar, em sala de aula, práticas exploratórias. Portanto, é fundamental continuar investigando e desenvolvendo estratégias de ensino que possibilitem uma abordagem mais abrangente e efetiva no ensino da Matemática, contribuindo, assim, para uma educação que priorize a construção colaborativa do conhecimento.

Cabe ressaltar, ainda, a importância vital do grupo de estudos (GEPTeMatE) para o desenvolvimento desta pesquisa. O trabalho foi enriquecido significativamente pela contribuição do grupo de pesquisa, cuja pluralidade de perspectivas permitiu uma análise mais abrangente e aprofundada das interações entre professor e alunos durante os processos de ensino e aprendizagem. Os debates e discussões realizados no âmbito do grupo proporcionaram insights valiosos, possibilitando uma reflexão mais crítica e fundamentada sobre os dados coletados. Além disso, o suporte e os recursos fornecidos pelo programa (PRPGEM) foram fundamentais para o desenvolvimento e a conclusão deste trabalho, oferecendo um ambiente estimulante e propício para a formação acadêmica e profissional da pesquisadora. Assim, é inegável que a contribuição tanto do grupo de pesquisa quanto do programa como um todo foram essenciais para a consolidação desta investigação e da pesquisadora como uma profissional capacitada e comprometida com a produção de conhecimento na área da Educação Matemática.

5.3 Referências

ADÃO, J. M. *et al.* O uso do GeoGebra para a composição e decomposição de figuras geométricas: uma experiência com os alunos da 8ª classe no contexto angolano. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 129–146, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p129-146>. Acesso em: 21 set. 2022.

AFONSO, P. J. M. *et al.* Problemas com mais do que uma solução - seu contributo para o desenvolvimento metacognitivo dos estudantes e da sua capacidade de comunicar matematicamente. **Revista de Educação Matemática**, [s. l.], v. 17, p. 1-16, 2020.

Disponível em: <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id294>. Acesso em: 21 set. 2022.

ALRØ, H; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

ALVES, J. N.; NASCIMENTO, J. C. Resolução de problemas e comunicação matemática: as concepções de professores de matemática do 6º ao 9º ano, de uma Escola Pública do interior da Bahia. **Revista Eventos Pedagógicos**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 352–362, 2012.
Disponível em: <https://doi.org/10.30681/reps.v3i3.9215>. Acesso em: 21 set. 2022.

ANDRÉ, T.; FERNANDES, D. M. Projeto UKIDS–valorizar o desafio *Trash Value* em contexto interdisciplinar. **Indagatio Didactica**, Aveiro, Portugal, v. 12, n. 3, p. 437-470, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.34624/id.v12i3.20118>. Acesso em: 21 set. 2022.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas**, Espanha, v. 25, p. 41-58, 2000.

BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BISHOP, A.; GOFFREE, F. Classroom organization and dynamics. *In*: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, A. G.; OTTE, M. (Eds.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 309-365.

BRANDELERO, D. S.; ESTEVAM, E. J. G. Reflexões compartilhadas em uma investigação sobre a própria prática: trajetória de aprendizagem de uma professora envolvendo ensino exploratório de estatística. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 25, n. 1, p. 479-507, 2023.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRENDEFUR, J.; FRYKHOLM, J. Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.3, p. 125-153, 2000.

BUDEK D. C. F.; CORREIA S., G.; SANTOS Jr, G. A Educação Estatística nos anos iniciais do Ensino Fundamental no Brasil: uma análise curricular. **Revista Thema**, Pelotas, v. 14, n. 2, p. 122-136, 2017. Disponível em:
<https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/447>. Acesso em: 19 jul. 2023.

CADIMA, S. **Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade: Medidas estatísticas**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade de Lisboa, Portugal, 2013.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *In*: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MATEMÁTICA, 2012, Porto Alegre, RS. **Actas [...]**. Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 15-28.

CARVALHO, C.; CÉSAR, M. Interações entre Pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. **Quadrante**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. 3–31, 2001. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22732>. Acesso em: 25 ago. 2023.

CARVALHO, C. Desafios para o trabalho colaborativo nas aulas de estatística. *In*: MACHIN, M. C.; MARTÍNEZ, P. F.; CATALÁN, M. P. B. (Eds.). SIMPOSIO DE LA SEIEM, 11., 2008, Laguna, SC. **Anais [...]**. Laguna: SEIEM, 2008. p. 141-156

CENGIZ, N.; KLINE, K.; GRANT, T. J. Extending students' mathematical thinking during whole-group discussions. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 14, p. 355-374, 2011.

CHAPMAN, O.; HEATER, B. Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Dordrecht, v. 13, n. 6, p. 445-458, out. 2010.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. Mathematics, statistics, and teaching. **The American mathematical monthly**, v. 104, n. 9, p. 801-823, 1997.

COBO, B.; BATANERO, C. La mediana en la educación secundaria ¿Un concepto sencillo? **UNO**, v. 23, p. 85-96, 2000.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. *In*: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016, p. 19-32.

CYRINO, M. C. C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. *In*: Cyrino, M. C. C. T. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam Matemática: elaboração e perspectivas**. Londrina: EDUEL, 2016, p. 81-99.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates**. SBEM. Ano II., v. 2, p. 15-19, 1989.

DAMIANI, M. F. Sobre pesquisas do tipo intervenção – painel: as pesquisas do tipo intervenção e sua importância para a produção de teoria educacional. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais [...]**. Campinas: UNICAMP, 2012. Disponível em:

http://infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/2345b.pdf. Acesso em: 21 jun. 2022.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção. **Cadernos de Educação**, Pelotas, RS, n. 45, p. 57-67, jul./ago. 2013.

DEWEY, J. Logic: the theory of inquiry. **Nursing**, New York, 1938. p. 5-103.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Medidas de tendência central e o ensino exploratório de Estatística. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 166-191, 2015.

ESTEVAM, E.J. G.; CYRINO, M. C. C. T; OLIVEIRA, H. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. **Quadrante**, Portugal, v. 26, n. 1, p. 145-169, 2017.

FARIA, F.; RODRIGUES, M. A comunicação matemática escrita. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 90–116, 2020. <https://doi.org/10.25757/invep.v10i2.220>

FERNANDES, J. A.; RIBEIRO, S. A. L. O ensino da estatística no 7º ano de escolaridade: o caso das tarefas de ensino. *In*: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 17., Setúbal, Portugal. **Anais [...]**. Setúbal: APM, 2006.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 4. ed. Curitiba: Editora Positivo, 2009.

FONSECA, H; BRUNHEIRA, L.; PONTE, J.P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat**, Portugal, v. 99, p. 177-188, 1999.

GAL, I. Statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**. p. 47-78, 2004.

GEPFPM. Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Formação de Professores de Matemática e as Revisões Sistemáticas. Capítulo 11. *In*: OLIVEIRA, A. M. P.; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.) **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**. Coleção SBEM 13. Brasília: SBEM, 2018, p. 234-254.

GUERREIRO, A. Conceções e práticas de comunicação matemática. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 3, n. 1, p. 25-40, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.34624/id.v3i1.4555>. Acesso em: 21 set. 2022.

GUERREIRO, A. Comunicação matemática na sala de aula: Conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas. *In*: PONTE, J.P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 237-257.

GUERREIRO, A.M.C. Leitura matemática e texto literário: dois estudos nos primeiros anos. **Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación**, Corunha, Espanha, p. 389-394, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.17979/reipe.2017.0.06.2893>. Acesso em: 25 set. 2022.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório de matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 2, p.279-295, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646539>. Acesso em: 05 jun. 2022.

HORN, G. B.; MASTEY, A.; REZENDE, E. T. A filosofia no ensino médio público paranaense: limites e desafios no contexto das políticas educacionais. **EccoS – Revista Científica**, [S. l.], n. 67, p. e25488, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.5585/eccos.n67.25488>. Acesso em: 25 fev. 2024.

LEINHARDT, G. Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. **Handbook of research on teaching**, v. 4, p. 333-357, 2001.

LOPES, C. E. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED. 33., 2010, Caxambu, MG. **Anais [...]**. Disponível em: <http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2023.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: filosofia e educação**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, 2009.

LOVE, E; MASON, J. Telling and Asking. *In*: MURPHY, P.; SELINGER, M.; BOURNE, J.; BRIGGS, M. **Subject learning in primary curriculum**: Issues in English, science and mathematics. Londres: Routledge, p. 241-256, 1995.

LUVISON, C. C. Leitura e escrita de diferentes gêneros textuais: inter-relação possível nas aulas de Matemática. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (orgs.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. Campinas SP: Mercado das Letras, 2013.p. 57-81.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A comunicação matemática em uma tarefa exploratória- investigativa: uma proposta mediante a taxa de metabolismo basal. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 4, p. 1–21, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i4.2469>. Acesso em: 21 set. 2022.

MACHADO, B. E. C.; LACERDA, A. G. A. Comunicação Matemática Por Meio Das Tarefas De Investigação: Caminhos Alternativos Para O Ensino E Aprendizagem De Matemática. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 4, p. 163–181, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.30612/tangram.v4i4.12237>. Acesso em: 21 set. 2022.

MALUNDO, C. M. B. *et al.* O uso do GeoGebra para assegurar enriquecimento da comunicação matemática dos alunos: uma experiência na 7ª classe no contexto angolano. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 105–128, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p105-128>. Acesso em: 21 set. 2022.

- MENEZES, L. A comunicação na aula de Matemática. **Millenium**, v. 3, p. 20-28, 1996.
- MENEZES, L. Matemática, Linguagem e Comunicação. **Millenium**, Instituto de Viseu, n. 20, p. 178-196, 2000.
- MENEZES, L. *et al.* Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 135-161.
- NACARATO, A. M. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 9-26, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.14244/19827199410>. Acesso em: 29 set. 2022.
- NASCIMENTO, R.; CASSELA, E. A aprendizagem da estatística na esp-bié. Uma reflexão a partir da experiência com os estudantes do curso de matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, p. 01-23, 2021.
- NICOL, C. Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. **Educational Studies in Mathematics**, v. 37, n. 1, p. 45-66, 1999.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, Lisboa, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.
- OLIVEIRA, V. S. D; BASNIAK, M. I. O planeamento de aulas assentes no ensino exploratório de Matemática desenvolvidas no ensino remoto de emergência. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 11, 2021.
- PASSOS, C. L. B. A comunicação nas aulas de matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. **Interacções**, Portugal, v. 4, n. 8, p. 18-36, 2008.
- PAULEK, C. M., ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. *In*: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA -CIBEM, 8., Madri. Anais [...]. Madri, 2017, p. 412-421.
- PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.
- PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. *In*: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IEUL, 2014. p. 13-30.
- PONTE, J. P. *et al.* Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professores num estudo de aula. **Quadrante**, Portugal, v. 24, n. 2, p. 111-134, 2015.
- PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: a construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista Educação**, v.11, n.2, p. 145-163, 2002.
- PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000. p. 11-20.

POSSAMAI, J. P.; SILVA, V. C. da. Comunicação Matemática na Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 17, 2020.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **ZETETIKÉ. Revista de Educação Matemática**, Campinas, v. 23, n. 2, p. 297-310, 2015.

RIBEIRO, C. M. Conhecimento e desenvolvimento profissional do professor. Analisando a prática de Maria, uma professora do 1.º Ciclo. **Indagatio Didactica**, Portugal, v. 3, n. 1, p. 41-58, 2011.

RIBEIRO, M.; CARRILLO, J.; MONTEIRO, R. Cognições e tipo de comunicação do professor de matemática. Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 15, n. 1, p. 93-121, 2012.

ROCHEFORT, R. S. **Ensinar a ensinar... aprender para ensinar!** As aprendizagens na formação inicial em Educação Física nas perspectivas das Teorias Histórico-Cultural e da Atividade. 2012. 347f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS, 2012.

RODRIGUES, A. D. Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade. *In: Estratégias da comunicação: questão comunicacional e formas de sociabilidade*. Lisboa: Editorial Presença, 2001.

RODRIGUES, C; MENEZES, L; PONTE, J.P. Práticas de discussão matemática no ensino da Álgebra. *In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 25., 2014, **Anais [...]**, p. 65-78, 2014.

RODRIGUES, R. V. R.; CYRINO, M. C. de C. T.; OLIVEIRA, H. M. Comunicação no Ensino Exploratório: visão profissional de futuros professores de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, São Paulo, v. 32, p. 967-989, 2018.

SALGADO, M. A. de J.; LOSANO, A. L. Comunicação na aula de matemática: revisão da literatura na perspectiva do professor pesquisador. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 30, n. 00, p. e022020, 2022. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8667863>. Acesso em: 10 ago. 2023.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. *In: LOPES, C. A. E; NACARATO, A. M. (Org.). Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 117-126.

SCHROH, O. A.; LONGHI, A. J. Relato de experiência na implantação do Novo Ensino Médio. **Revista Paideia do Colégio Estadual do Paraná**, Curitiba, n. 23, p. 1-14, 2023.

SERRAZINA, L. Aprender Matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **Em Teia - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 12, n. 3, p. 2-19, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2021.250302>

SIERPINSKA, A. Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. *In*: STEINBRING, H.; BUSSI, M. G. B.; SIERPINSKA, A. (Eds.). **Language and communication in the mathematics classroom**. Reston, VA: NCTM, 1998, p. 30-62.

SOARES, M.; BATISTA, A. A. G. **Alfabetização e letramento: caderno do professor**. Belo Horizonte: Ceale/FaE/UFMG, 2005.

SOUSA, C. S.; GUERREIRO, A. Resiliência educacional e construção do conhecimento. **Educação**, [S. l.], v. 39, n. 3, p. 567–576, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/14343>. Acesso em: 22 jun. 2023.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, [S. l.], v. 3, n. 4, p. 268-275, 1998.

STEIN, M. K.; REMILLARD, J.; SMITH, M. How curriculum influences student learning. *In*: LESTER, F. (Ed.). **Second handbook of mathematics teaching and learning**. Greenwich, CT: Information Age, 2007. p. 319-369.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, [S. l.], v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

TRAMONTIN, C. S. **Formação continuada dos diretores (gestores escolares) da rede pública estadual da educação básica do Paraná (2019-2022):** implicações e perspectivas para uma educação crítica e emancipadora. 2023. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2023.

VIEIRA, H. **A Comunicação na Sala de Aula**. Lisboa: Editorial Presença, 2000.

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school: Growth and goals**. Mahwah-NJ: Lawrence Erlbaum, 2006.

WELLS, G. **Indagación Dialógica: hacia una teoría y una práctica socioculturales de la educación**. Barcelona: Paidós, 2001.

WELLS, G. **Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

WELLS, G. Dialogic Learning: talking our way into understanding. *In*: DRAGONAS, T.; GERGEN, K. J.; McNAMEE, S.; TSELIOU, E. (Eds.). **Education as Social Construction Contributions to Theory, Research and Practice**. Chagrins Falls: Taos Institute Publications, 2015, p. 62-90.

ZATT, A. D. Moda Estatística: uma medida de tendência central. **Competência**, Porto Alegre, v. 2, n.2, p. 129-140, 2009.

ZUCHI, I. A importância da linguagem no ensino de matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 11, n. 16, p. 49-55, 2018.

APÊNDICE A – PLANO DE ENSINO

PLANO DE ENSINO – TAREFA REDE DE SUPERMERCADO

1. IDENTIFICAÇÃO

Professora/pesquisadora: Raquel Cristiane de Oliveira

Orientador: Everton José Goldoni Estevam

Local: Colégio Estadual Princesa Isabel – Ensino Médio e Profissional

Data: A definir

Duração: 2 aulas de 50 min cada

Unidade Temática: Tratamento da Informação⁸ - Estatística

Objetos de Conhecimento: Medidas de tendência central

Conteúdo: Conceito de média aritmética simples, moda e mediana

Ano de Escolaridade: 3ª Série do Ensino Médio

2. OBJETIVOS

- Compreender a moda como o elemento que mais aparece em um conjunto de dados.
- Compreender a média aritmética simples como um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme.
- Compreender que valores extremos (*outliers*), podem distorcer a média.
- Compreender a mediana como o elemento central em um conjunto de dados ordenados.
- Compreender as diferenças entre as medidas de média, moda e mediana.
- Compreender o algoritmo para o cálculo da média aritmética.
- Compreender o algoritmo para o cálculo da mediana.

3. RECURSOS DIDÁTICOS

⁸ O Referencial Curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações (PARANÁ, 2018, p. 808) para área de Matemática, manteve-se a nomenclatura de tratamento da informação a unidade temática que na BNCC contempla probabilidade e estatística.

Tarefa impressa, lousa, canetão, calculadora, projetor multimídia, gravador de áudio e/ou vídeo.

4. METODOLOGIA

Para a efetivação das aulas, será adotada como perspectiva metodológica o Ensino Exploratório de Matemática (EEM), o qual geralmente prevê a organização da aula em quatro fases, sendo:

- 1 – Proposição e apresentação da tarefa;
- 2 – Desenvolvimento da tarefa;
- 3 – Discussão coletiva da tarefa;
- 4 – Sistematização das aprendizagens.

4.1. Proposição da Tarefa (10 minutos)

A professora iniciará a aula explicando a dinâmica da aula para os estudantes e de como deverão proceder em cada fase da aula. Será esclarecido a importância de o registro escrito ser bem detalhado pelos grupos, pois após o período de desenvolvimento da tarefa, alguns grupos serão selecionados para apresentar suas resoluções na lousa para o restante da turma, de modo que possam ser realizadas discussões em torno dessas resoluções.

Após essa explicação será distribuída a tarefa aos grupos, que serão compostos por até 4 estudantes e feita a leitura coletiva, para que possíveis dúvidas sobre a realização da tarefa seja explanada. Na sequência os grupos passarão ao desenvolvimento da tarefa.

Tarefa Rede de supermercados

Uma rede de supermercado possui 2 lojas em uma mesma cidade. A distribuição de salários dos funcionários dessa empresa é dada na tabela abaixo:

Salário	Loja 1	Loja 2
R\$ 7.800,00	1	0
R\$ 4.500,00	1	1
R\$ 2.100,00	1	1
R\$ 1.500,00	4	2
R\$ 1.200,00	8	5

Analisando a tabela, responda:

- a) Qual o salário mais frequente nessa rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- b) A média salarial dos funcionários em cada uma das lojas é igual a média salarial da rede de supermercado? Justifique sua resposta.
- c) A média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe? Por quê?
- d) O salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença? Explique detalhadamente a sua resposta.

- e) Se, na loja 2, for contratado 1 gerente, que recebe o salário de R\$ 7.800,00, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários? Esse novo valor da média, reflete o que a maioria dos funcionários recebe? Escreva detalhadamente o seu raciocínio.
- f) Se, ao invés de contratar um gerente para a loja 2, o dono do supermercado resolve ir trabalhar nessa loja e coloque o seu pró-labore (salário) de R\$ 20.000,00 no rol dos funcionários da loja, o que acontecerá com a média salarial dos funcionários dessa loja? E com o salário mediano? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

4.2. Desenvolvimento da Tarefa (50 minutos)

Na perspectiva do EEM uma das ações do(a) professor(a) é fazer a antecipação de algumas possíveis ações por parte dos estudantes e do(a) professor(a), possibilitando assim, a tomada de decisão diante de uma situação de forma mais ágil e planejada. Dessa forma, o quadro abaixo busca orientar as possíveis ações de estudantes e professor(a) para essa tarefa.

<i>Item</i>	<i>Atividades dos estudantes</i>	<i>Atividade do professor(a)</i>
a	✓ Identificam o valor que mais aparece no rol de salários como sendo a moda.	✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão.
	✓ Definem o salário mais frequente da rede de supermercado por meio da moda.	✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da moda. Verificar por que os estudantes acreditam que a moda é o valor que mais aparece em uma distribuição e se eles compreendem o significado da moda, presente na situação.
	✓ Respondem que o valor que mais aparece é R\$1200,00, porém não conseguem dizer que conceito está presente na situação.	✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a moda e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles.
	✓ Afirmam que o salário mais frequente é 8, confundindo a frequência com o valor do salário.	✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação do salário mais frequente (moda).
b	✓ Identificam a média aritmética como o valor que torna a distribuição equitativa.	✓ Verificar se os estudantes compreendem o significado da média, presente na situação. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da média.
	✓ Demonstram dificuldades para identificar a média aritmética como o valor que torna a distribuição equitativa ou alegam que não sabem o que é para ser feito (não entendem).	✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la. ✓ Chamar a atenção, e dar exemplos diferentes envolvendo a determinação da média para que percebam modos de determinação da média.
	✓ Compreendem que a média aritmética em cada loja e na rede são diferentes, pois o número	✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para

de funcionários em cada loja é diferente, já que a média aritmética é determinada a partir do quociente entre a soma de um conjunto de valores (quantidade total de salários) e o número total de valores (quantidade de funcionários).	determinação da média. Eles utilizaram a média aritmética (algoritmo)? Recorreram à tentativa e erro? Fizeram uma análise dos dados da tabela? Construíram representações pictóricas? Revelam clareza quanto ao conceito em questão e a relação com registros apresentados?
✓ Conseguem apenas observando os dados na tabela fazer uma análise do que ocorrerá com a média em cada uma das lojas e da rede de supermercado. Por exemplo, na loja 1 como tem uma pessoa com um salário maior, consegue apenas analisando os dados perceber que a média será maior que a loja 2, porque o salário maior tende a puxar o valor da média para cima.	✓ Questionar o que os estudantes olharam para definir a resposta. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado para a conclusão encontrada.
✓ Conseguem perceber que o valor da média da rede será um valor entre a média da loja 1 e da loja 2. ✓ Consegue perceber que o valor da média da loja 1 é maior que a média da loja 2, mas tem dificuldades de perceber que o valor da média da rede será um valor entre essas médias.	✓ Questionar o que os estudantes olharam para definir a resposta. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado para a conclusão encontrada. ✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la.
✓ Demonstram dificuldade em apenas observando a tabela fazer uma análise do que ocorreria com a média de cada loja e da rede de supermercado.	✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la. ✓ Chamar a atenção, e dar exemplos diferentes envolvendo a determinação da média para que percebam modos de determinação da média.
✓ Apenas concluem que vai haver diferenças na média aritmética, mas não são capazes de explicar o porquê.	✓ Questionar o que os estudantes olharam para definir a resposta. ✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la. Além de dar exemplos se necessário for, para corroborar para compreensão da questão.
✓ Não conseguem perceber se haveria ou não diferença no valor da média aritmética.	✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la. Além de dar exemplos se necessário for, para corroborar para compreensão da questão.
✓ Recorrem ao cálculo da média aritmética para responder à questão.	✓ Questionar o significado do valor encontrado para a média aritmética. ✓ Provocar os estudantes: Como vocês pensaram para chegar a esta resposta? Explique-me como vocês fizeram? ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado para a conclusão encontrada.
✓ Têm dificuldades com o algoritmo para o cálculo da média aritmética, seja utilizando-o de maneira inadequada ou não se recordando do procedimento para o cálculo.	✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito de média aritmética. O que é média, e qual o procedimento para fazê-la. Além de dar exemplos se necessário for, para corroborar para compreensão da questão.
✓ Calculam a média aritmética de cada loja, mas se equivocam quanto a média salarial da rede. Pois, ao invés de fazer o cálculo utilizando todos os salários dos funcionários, fazem o cálculo utilizando a média da loja 1 e da loja 2, fazendo a média das médias.	✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a média aritmética simples e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles. ✓ Questionar o que os estudantes olharam para definir a resposta da média na loja 1 e na loja

		<p>2. E como pode ser feito para determinar a média dos salários da rede de supermercado.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar se fazendo a média aritmética dos salários dos funcionários de toda a rede o valor encontrado será o mesmo que fazer a média entre a média aritmética encontrado na loja 1 e na loja 2? ✓ Questionar qual o procedimento para fazê-la. Além de dar exemplos se necessário for, para corroborar para compreensão da questão.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Têm dificuldades para explicar sobretudo de forma escrita os procedimentos utilizados na resolução da tarefa. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Provocar os estudantes: Como pensaram para chegar a esta resposta? Explique-me como vocês fizeram. Por que vocês fizeram dessa maneira? A partir dos relatos orais, incentivar os estudantes a transcreverem por escrito na resolução da questão de modo a esclarecer o procedimento utilizado.
c	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificam a média aritmética como o valor que torna a distribuição equitativa. Portanto compreendem que a média salarial dos funcionários dessa rede não representa o salário que a maioria dos funcionários recebe. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar porque os estudantes concluíram que a média salarial não representa o salário que a maioria ganha.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreendem que a média salarial dos funcionários não é o valor que representa o salário que a maioria dos funcionários recebe. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar os estudantes: se a média não representa o salário que a maioria dos funcionários recebem, que ideia está envolvida nessa situação? Lembram-se de qual é o conceito envolvido?
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Demonstram dificuldades para compreender que a média aritmética não representa o salário que a maioria dos funcionários recebem. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a média aritmética e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreendem que nesse caso a moda é o valor que representa o salário que a maioria dos funcionários recebem. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a moda e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Compreendem que nesse caso a mediana é o valor que representa o salário que a maioria dos funcionários recebem. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como definiram o valor. ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a mediana e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Têm dificuldades em compreender que a moda é o valor que representa o salário que a maioria dos funcionários recebem. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre moda e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Identificam a mediana como uma medida de posição que corresponde ao valor central de um conjunto de valores ordenados. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Verificar se os estudantes compreendem o significado de mediana, presente na situação. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da mediana.
d	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Demonstram dificuldades para identificar a mediana como o valor central em um conjunto de dados ou alegam que não sabem o que é pra ser feito (não entendem). 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar o que os estudantes pensam a respeito da mediana. O que é mediana, e qual o procedimento para fazê-la. ✓ Chamar a atenção, e dar exemplos diferentes envolvendo a mediana para que percebam o procedimento para encontrá-la.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Realizam a ordenação dos dados, afim de encontrar a mediana, mas tem dificuldade em responder à questão. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão.

		<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar que ideia está envolvida nessa situação? Lembram-se de qual é o conceito envolvido?
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Afirmam que o salário mediano é R\$ 2.100,00, pois é o valor central da tabela. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar que ideia está envolvida nessa situação? Lembram-se de qual é o conceito envolvido? ✓ Chamar a atenção, e dar exemplos diferentes envolvendo a mediana para que percebam o procedimento para encontrá-la.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Definem o valor salarial por meio da mediana. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar o significado do valor encontrado para a mediana. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da mediana. Revelam clareza quanto ao conceito em questão e a relação com registros apresentados?
e	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Afirmam que aumentará, porque o salário do gerente sendo de alto valor, isso provocará um aumento na média dos salários dos funcionários. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da média. Eles utilizaram a aritmética (algoritmo)? Recorreram à tentativa e erro? Construíram representações pictóricas? Revelam clareza quanto ao conceito em questão e a relação com registros apresentados?
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apenas concluem que haverá alteração na média, mas não são capazes de explicar porquê. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Retomar o significado de média aritmética e o procedimento (algoritmo) para o cálculo da média, associando-o com a situação, de modo a oferecer elementos para que os estudantes refinem seus raciocínios.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Afirmam que continuará igual, porque o salário do gerente não interferirá na média. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Questionar porque acreditam que continue igual. ✓ Questionar qual a compreensão dos estudantes sobre a média aritmética e se este conceito é compatível com a ideia apresentada por eles. ✓ Questionar o que ocorre com a média quando agregamos ao conjunto de dados um valor alto. O que tende a acontecer com a média.
	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Os estudantes identificam a média aritmética como o valor que torna a distribuição equitativa, calculam a média aritmética dos salários dos funcionários da loja 2 e concluem que o valor da média aumentará. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar o significado do valor encontrado para a média aritmética. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da média. Eles utilizaram a aritmética (algoritmo)? Recorreram à tentativa e erro? Construíram representações pictóricas? Revelam clareza quanto ao conceito em questão e a relação com registros apresentados?
f	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Afirmam que a média aumentará, porque o pró-labore do dono, sendo de alto valor, provocará um aumento na média dos salários dos funcionários, mas não sabem dizer o que ocorre com o salário mediano. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar como os estudantes pensaram para resolver a questão. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da média. Eles utilizaram a aritmética (algoritmo)? Recorreram à tentativa e erro? Construíram representações pictóricas? Revelam

		clareza quanto ao conceito em questão e a relação com registros apresentados?
✓	Afirmam que tanto a média, como o salário mediano continuarão igual, porque o pró-labore do dono não interferirá nas medidas.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar porque acreditam que continue igual? ✓ Questionar qual a compreensão de média que eles têm. ✓ Questionar qual a compreensão de salário mediano? ✓ Questionar o que ocorre com a média quando agregamos ao conjunto de dados um valor alto. O que tende a acontecer com a média? E com o salário mediano?
✓	Os estudantes calculam a média e afirmam que a média salarial irá aumentar. Também organizam os dados e concluem que como a loja 2 terá 10 funcionários a mediana será a média entre o 5º e o 6º funcionário	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar o significado do valor encontrado para a média aritmética. ✓ Questionar porque o salário médio dos funcionários será a média entre o 5º e o 6º funcionário. ✓ Identificar, elucidar e compreender o procedimento utilizado pelos estudantes para determinação da média e do salário mediano. ✓ Identificar se revelam clareza quanto ao conceito em questão.
✓	Os estudantes afirmam que a média salarial aumentará bastante porque o pró-labore sendo um valor muito alto, tende a elevar esse valor. Já o salário mediano será menos impactado por ser uma medida de posição.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar por que a média e o salário mediano sofrerão alteração. ✓ Identificar, elucidar e compreender os raciocínios empregados pelos estudantes para afirmação. ✓ Identificar se revelam clareza quanto ao conceito de média e mediana.
✓	Os estudantes afirmam que a média e o salário mediano sofrerão variação.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Questionar por que a média e o salário mediano sofrerão alteração. ✓ Identificar, elucidar e compreender os raciocínios empregados pelos estudantes para afirmação. ✓ Identificar se revelam clareza quanto ao conceito de média e mediana.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

4.3. Discussão coletiva da Tarefa (20 minutos)

Essa fase da aula é o momento em que os grupos selecionados pelo(a) professor(a) apresentem para a turma a resolução da tarefa proposta, comentando detalhadamente a maneira que realizaram cada item para que posteriormente possa ser feita a sistematização das aprendizagens.

Durante as apresentações das resoluções o(a) professor(a) deve buscar promover a participação e a interação dos grupos nas discussões, fazendo questionamentos e incentivando os estudantes a estabelecerem semelhanças e diferenças entre as resoluções, de modo a iniciar o processo de compreensão acerca dos conteúdos trabalhados referente a média aritmética, moda e mediana.

O critério de escolha e sequenciamento das apresentações se dará em cada item com os grupos que apresentarem equívocos a respeito da média, moda e mediana. No caso, da média

e da mediana se iniciará com estratégias menos algébricas e que tenham menos relação com o significado procedimental, culminando com as resoluções mais algébricas e relacionadas ao algoritmo da média e da mediana.

4.4. Sistematização das Aprendizagens (20 minutos)

Essa fase da aula tem por intenção relacionar os conhecimentos matemáticos que emergiram nas resoluções e na discussão coletiva com as ideias matemáticas formalizadas presentes nos documentos curriculares. Para tanto, as ideias discutidas anteriormente durante o desenvolvimento da tarefa e da discussão coletiva devem ser consideradas e atreladas a sistematização das aprendizagens, que será realizada pelo(a) professor(a) na lousa.

Para a resolução do item *a* o qual solicita para determinar o salário mais frequente nessa rede de supermercado, será sistematizado o conceito de moda, que é uma das medidas de tendência central juntamente com a média e a mediana, que são utilizadas para compreender melhor o comportamento de um conjunto de dados.

Moda

Em um conjunto de dados, a moda é o elemento que mais aparece (tem maior frequência). Sendo que:

- É menos afetada por *outliers* (valores extremos).
- Não pode ser obtida por equações matemáticas.

Dessa forma, observa-se que na rede de supermercado o salário mais frequente é R\$1200,00, que é a moda.

Já no item *b*, que é questionado se a média salarial dos funcionários é a mesma na rede de supermercado e em cada uma das lojas. É importante elucidar que não há necessariamente obrigatoriedade de cálculo nesse item, mas que ao afirmar que se trata do procedimento de média aritmética simples é importante relembrar o seu conceito e algumas características.

Média Aritmética Simples

A média aritmética simples é uma medida de tendência central, ou seja, é um valor que tende a mostrar o centro da distribuição de um conjunto de dados. Sendo um valor que torna a distribuição equitativa e equilibra a disparidade entre valores.

Para o cálculo da média, deve-se adicionar o somatório de todos os elementos do conjunto de valores com que se está trabalhando e dividir essa soma pela quantidade de elementos.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

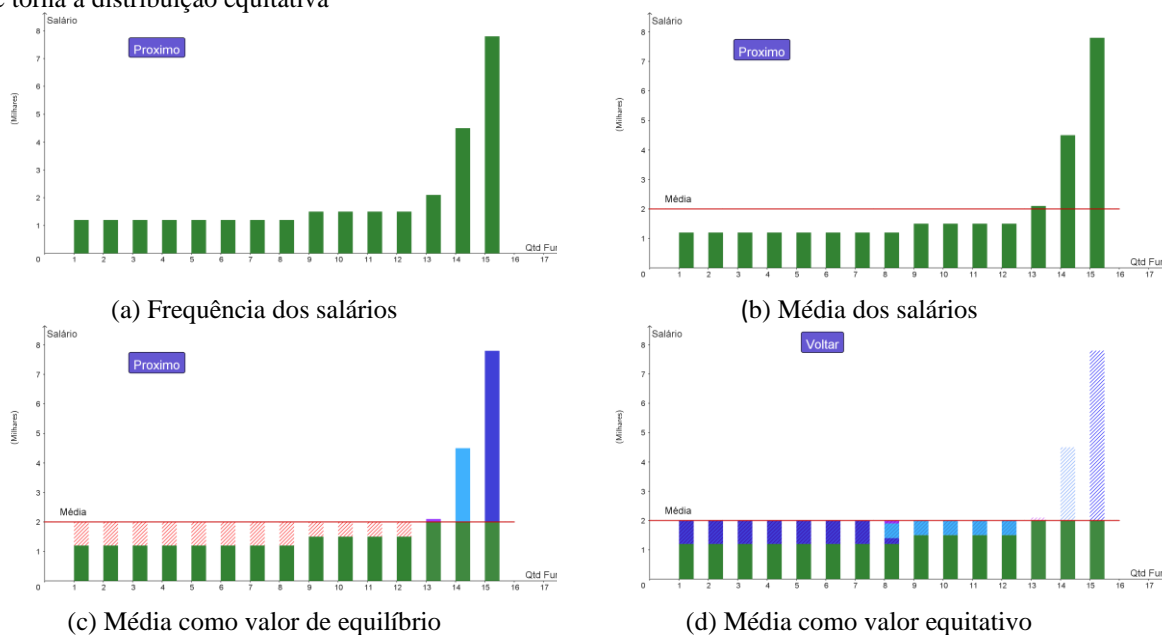
É importante observar, algumas características da média aritmética simples:

- situa-se entre o valor máximo e mínimo do conjunto de dados;
- pode ser ou não um valor presente no conjunto.
- É muito afetada por valores extremos (*outliers*), uma vez que a presença de um valor bem maior ou bem menor do que os demais faz com que a média aritmética não consiga traçar o perfil correto dos dados.

Assim, na resolução desse item, temos a intenção em que os estudantes ao analisar os dados na tabela, percebam que a média salarial na rede e em cada uma das lojas são diferentes, uma vez que a distribuição de salários e de funcionários são diferentes. Além disso, a loja 1 tem um funcionário com alto salário (*outlier*), de maneira que ao se calcular a média da loja 1, esse alto salário fará com que o valor da média seja puxado para cima, diferenciando-o da loja 2. Para responder à questão os estudantes poderão tanto fazer uma análise dos dados da tabela, quanto fazer uso de cálculos matemáticos (média) para chegar aos valores.

Durante a sistematização desse item, será utilizado o *software* GeoGebra e por meio do projetor multimídia será plotado uma representação da distribuição dos salários dos funcionários da loja 1 para que os estudantes possam compreender o significado da média como valor que torna a distribuição equitativa e de equilíbrio entre as disparidades (Figura 1).

Figura 1: Representação da distribuição dos salários da loja 1 remetendo ao significado da média como valor que torna a distribuição equitativa



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

Na resolução do item *c*, que questiona se a média salarial dos funcionários dessa rede representa o salário que a maioria dos funcionários recebe. Tem-se a intenção que os estudantes percebam que a média não representa o salário da maioria dos funcionários, uma vez que, a existência de um *outlier* (alto salário) tende fazer com que o valor da média seja elevado, se distanciando do que a maioria recebe. Portanto, a medida de tendência central que melhor representaria o que a maioria recebe nessa tabela de dados é a moda, podendo também, para esse caso em particular considerarmos a mediana, a qual seu conceito será sistematizado no item *d* desta tarefa.

Mediana

A mediana é o valor do elemento central de um conjunto de dados ordenados, quando esse conjunto tem uma quantidade ímpar de valores.

Caso a quantidade de dados do conjunto ordenado seja par, então a mediana será a média aritmética entre os dois elementos centrais do conjunto de dados ordenados.

Características da mediana:

- Serve como o ponto central de divisão dos dados;
- É mais afetada por *outliers* do que a moda, porém, menos afetada do que a média.

Na resolução do item *d*, o qual questiona se o salário mediano dos funcionários na loja 1 e na loja 2 tem diferença, tem-se por objetivo que os estudantes discutam e percebam que mesmo o número de funcionários da loja 1 e 2 sejam diferentes, o salário mediano são iguais, porquanto mediana é uma medida de posição, que ocupa posição central em um conjunto de dados ordenados, assim, tanto na loja 1, quanto na loja 2 a mediana será R\$1200,00.

Na resolução do item *e*, e também do item *f*, que questiona o que acontecerá com a média salarial dos funcionários se na loja 2 for contratado um gerente, que recebe o salário de R\$ 7.800,00, ou se (item *f*) ao invés de contratar um gerente para a loja 2, o dono do supermercado resolva ir trabalhar na mesma e coloque o seu pró-labore (salário) de R\$ 20.000,00 no rol dos funcionários, o que acontecerá com a média salarial e o salário mediano dos funcionários dessa loja. E se esse novo valor da média, reflete o que a maioria dos funcionários recebem. O objetivo nestes itens é mostrar para os estudantes que a presença de *outliers* nos dados afeta em muito o valor da média. Quando isso ocorre, recorreremos a outras medidas de tendência central, que é a moda e a mediana, nas quais na maioria das vezes são pouco afetadas por *outliers*.

Nos itens *e* e *f* da tarefa a moda não sofre variação, enquanto que a mediana sofre uma leve alteração, visto que é uma medida de posição e quando aumenta um funcionário (9 para 10) na loja 2, o valor da mediana que seria o salário do 5º funcionário passa a ser a média aritmética entre o salário do 5º e o 6º funcionário. Já a média é muito afetada quando se acrescenta um valor muito alto. Assim, o valor salarial que representa o salário que a maioria dos funcionários recebe nesta rede de supermercado, é a moda.

Portanto, as medidas de tendência central (média, moda e mediana) são valores únicos que tentam descrever um conjunto de dados identificando o valor central desse conjunto. Sendo que das três medidas a mais afetada por valores extremos é a média aritmética.

5. REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI Jr, J. R.; SOUZA, P. R. C. **Prisma Matemática: estatística, combinatória e probabilidade**: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. – 1.ed. – São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L.R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: estatística e matemática financeira**. 1. Ed. São Paulo: Ática, 2020.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial curricular do Paraná**: princípios, direitos e orientações. Curitiba, 2018.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação e do Esporte. **Referencial curricular para o ensino médio do Paraná**. Curitiba: SEED/PR., 2021.