UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

IMBRICAÇÕES ENTRE OBRAS DE ESCHER E GEOMETRIAS NA FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Rosemeri Neves de Souza

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática

Campo Mourão

2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

IMBRICAÇÕES ENTRE OBRAS DE ESCHER E GEOMETRIAS NA FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Rosemeri Neves de Souza

Orientadora:
Profa. Dra. Mariana Moran
Coorientadora:
Profa. Dra. Raquel Polizeli Corradi

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa *Conhecimento, linguagens e práticas formativas em educação matemática*, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Campo Mourão - Paraná
Novembro 2025

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Neves de Souza, Rosemeri
Imbricações entre obras de Escher e Geometrias na Formação continuada à Luz da Teoria Antropológica do Didático / Rosemeri Neves de Souza. -- Campo Mourão-PR, 2025.
243 f.: il.

Orientador: Mariana Moran
Coorientador: Raquel Polizeli
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Universidade Estadual do Paraná, 2025.

1. Teoria Antropológica do Didático. 2. Ensino de Geometria. 3. Arte e Matemática. 4. Maurits Cornelis Escher. 5. Formação continuada. I - Moran, Mariana (orient). II - Polizeli, Raquel (coorient).

Rosemeri Neves de Souza

IMBRICAÇÕES ENTRE OBRAS DE ESCHER E GEOMETRIAS NA FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Comissão Examinadora:

Profa. Dra. Mariana Moran
Orientadora e Presidente da Comissão Examinadora
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)

Raquel Polizeli

Profa. Dra. Raquel Polizeli
Coorientadora
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Veridiana Rezende

Profa. Dra. Veridiana Rezende
Examinadora Interna
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)

Vanessa Rhea

Profa. Dra. Vanessa Cristina Rhea
Examinadora Externa
Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR)

Resultado: APROVADA

Campo Mourão
Novembro de 2025

Dedico o presente trabalho ao meu Deus, ao meu Senhor. Cuja presença silenciosa e constante guiou cada passo desta caminhada. Nele encontrei amparo nos momentos de incerteza, serenidade nas horas de lassidão e força para recomeçar a cada amanhecer. Este trabalho é a confirmação de um propósito, que se renova quando a fé e a persistência se unem. Tudo o que aqui se conclui é fruto da graça divina. "Até aqui o Senhor nos ajudou" 1 Samuel 7:12

AGRADECIMENTOS

O primeiro agradecimento é dele, Damião Júnior, pela generosidade, amizade e incentivo. Foi ele quem acreditou em meu potencial quando a dúvida ainda era maior que a coragem. Seu apoio foi decisivo para que eu desse o primeiro passo em direção a esta conquista. O ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática só se tornou possível porque ele me estendeu a mão e me mostrou que os caminhos da superação começam com um simples gesto de confiança. E ao meu amigo Jorge Costa, que se não fosse ele, o Júnior não teria cruzado nossas vidas.

Aos meus avós, paternos e maternos, que trabalharam a vida toda no cabo da enxada e tornaram a vida de seus descendentes muito mais plana, mais fácil. Vocês trabalharam no sol e na chuva, viveram muitas intempéries em suas vidas. Mas, vô Francisco, vô João, se tivessem vivido até aqui estariam muito felizes, quebramos o ciclo, e nenhum neto de vocês pegou no cabo da enxada. Nós pegamos em livros. Vó Serafina, minha querida vó, nunca suas palavras fizeram tanto sentido, hoje eu sei e uso muito suas palavras: Quando Deus preparar, tudo vai acontecer. Vó, nunca sequer pensei em estar aqui, mas Deus preparou. Vó Almezinda, vivemos tão pouco juntas e o seu amor está comigo todos os dias da minha vida, seu esforço valeu a pena. Muito obrigada por terem sido meu alicerce, minhas raízes. Vencemos. Honro vocês com esta pesquisa e com toda minha trajetória acadêmica e profissional.

*Agradeço com todo o meu coração à minha família***,** *minha fortaleza e maior motivo para seguir em frente. Ao meu esposo, Adalberto, companheiro de todas as horas, que esteve ao meu lado durante cada etapa desta caminhada, com amor, carinho, paciência e apoio incondicional***.** *Sua presença constante foi o abrigo nos dias difíceis e o impulso nos momentos de superação. Aos meus filhos Felipe, Thaila e Victoria, e à minha nora Raquel, minhas netas Sophie e Isadora, que vibraram com cada nota A, celebraram cada conquista e me lembraram, com seus sorrisos e palavras de incentivo, que o amor também é combustível para o conhecimento.*

Minha amiga Gizely, chegamos até aqui. Há quantos anos você vem me incentivando a buscar estrelas, novos ventos, novos rumos.... Você sempre me disse que o meu lugar é no alcantil. Chegamos aqui, ao lugar mais alto que pudemos, até este momento. Obrigada por orar comigo e por mim.

Minha amiga Maria Izabel, você sempre vibrou com minhas conquistas. O seu incentivo e suas palavras amáveis foram cruciais em muitos momentos dessa caminhada. Obrigada por ser presente, por estar presente.

Paulo, Fátima, Mariclene, Márcia, Valdirene e Flávia, que me envolveram em suas orações quando minhas forças se esgotavam. Cada oração foi um sopro de determinação e uma lembrança de que nunca caminhei sozinha. A todas vocês, minha eterna gratidão, vocês foram o abraço invisível de Deus quando a dificuldade tentou me vencer.

E o que dizer da minha orientadora. Uma pessoa mais que linda, um ser humano cheio da presença do Senhor. Como Deus nos abençoa com pessoas em nossas vidas, minha benção também se chama Mariana, A doutora, A orientadora, A mão amiga, A voz cheia de carinho e conselhos.

À Professora Doutora Mariana Moran, minha orientadora, deixo minha mais profunda gratidão. Sua presença foi marcada pela generosidade, paciência e sensibilidade de quem ensina com o coração. Agradeço pela palavra de incentivo, pelo gesto de apoio e por acreditar neste trabalho. Sua serenidade diante dos desafios foi inspiração constante, e sua forma acolhedora de orientar fez da caminhada no mestrado uma experiência de aprendizado humano e acadêmico. Sua escuta atenta, suas observações precisas e sua dedicação constante foram fundamentais para o amadurecimento deste trabalho. Agradeço por cada orientação gentil, por cada conversa esclarecedora e pela forma acolhedora com que sempre me conduziu. Sua presença foi um verdadeiro alicerce nesta trajetória, e seu exemplo profissional e humano ficará marcado em minha caminhada acadêmica. Obrigada por ser mais que uma orientadora, por ser uma verdadeira companheira de jornada, exemplo de profissionalismo e amizade.

À Professora Doutora Raquel Polizeli, minha coorientadora, expresso minha sincera gratidão pela parceria, pela atenção cuidadosa e pelas contribuições que tanto enriqueceram esta pesquisa.

Ao grupo de pesquisa GPEG – Grupo de Pesquisa em Geometria onde encontrei um espaço de diálogo, aprendizagem e partilha, onde cada encontro representou uma oportunidade de crescer como pesquisadora.

Às Professoras Doutoras Veridiana Rezende e Vanessa Rhea, expresso minha profunda gratidão por aceitarem colaborar com esta pesquisa. Suas observações e sugestões foram fundamentais para o aprimoramento deste trabalho. Agradeço, especialmente, pela generosidade em compartilharem seu tempo e conhecimento de forma tão atenciosa. Professora Vanessa, obrigada por ter mudado o rumo da formação continuada, sua contribuição foi inestimável.

Aos professores do PRPGEM, pela partilha generosa de conhecimento, pela escuta atenta e pelos diálogos que ampliaram meu olhar sobre a Educação Matemática. Principalmente ao Professor Doutor Wellington Hermann, pela magnanimidade e pelo auxílio

em determinadas situações, sua ajuda foi de suma importância. Professora Doutora Michele Dias Veronez, o primeiro capítulo é todo seu e agradeço por compartilhar sua dissertação comigo.

À Josiane, secretária do PRPGEM, obrigada pelas orações, pelas palavras de encorajamento e cheias de afeto.

Agradeço, de modo muito especial, à Juliane, companheira de jornada no PRPGEM, que se tornou mais do que uma colega de curso, tornou-se uma amiga para a vida. Compartilhamos desafios, aprendizados, risadas e silêncios. A presença da Juliane tornou o percurso mais leve e cheio de sentido. De alunas, tornamo-nos amigas, e de amigas, irmãs de caminhada acadêmica e de coração. Isso com alguns quilômetros de distância, de União da Vitória a Campo Mourão.

À Gabriele e Renan, meus companheiros de trabalhos, meus defensores, meus amigos para a vida, como vocês me ampararam nessa jornada, como foram generosos.

À Giseli Florentim, gerente pedagógica, e à Secretaria da Educação de Campo Mourão, minha sincera gratidão pelo apoio, pela confiança e pelo incentivo constante durante todo o percurso desta pesquisa. Sua sensibilidade em compreender a importância da formação docente e sua postura acolhedora foram fundamentais para que este trabalho se realizasse. Agradeço pela parceria, pelas palavras de encorajamento e por sempre acreditar na relevância da educação como caminho de transformação.

À Professora Fernanda Braz, minha profunda gratidão pelo comprometimento com esta pesquisa. Agradeço pela partilha de seu conhecimento e por permitir que sua vivência ampliasse o alcance deste trabalho.

Aos professores participantes da formação continuada agradeço pela disponibilidade, comprometimento e entusiasmo em compartilhar suas práticas e suas experiências. Sem a colaboração de cada um, este estudo não teria encontrado a força que o sustenta.

À Ayandara, uma joia adquirida no XXVII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, que me auxiliou na direção dessa pesquisa.

Por fim, agradeço a todos que, de algum modo, contribuíram direta ou indiretamente para a concretização desta obra, o meu mais profundo reconhecimento. Cada gesto, cada palavra e cada incentivo compõem a tesselação que formou este percurso, um mosaico de fé, esforço e tenacidade.

RESUMO

Por meio desta pesquisa, de abordagem qualitativa e fundamentada na Teoria Antropológica do Didático (TAD), buscou-se responder à seguinte questão: que imbricações entre obras de Maurits Cornelis Escher e Geometrias podem ser manifestadas por meio de tarefas produzidas por professores que ensinam Matemática e Arte nos anos iniciais do Ensino Fundamental em um contexto de formação continuada? Escher, artista holandês do início do século XX, destacou-se por representar padrões geométricos de maneira inventiva, explorando tesselações, simetrias e transformações isométricas em obras que se tornaram emblemáticas para o diálogo entre Arte e Matemática. Para responder a tal questão, foi proposta uma formação no formato de curso de extensão intitulado *Obras de Escher e Geometrias*, envolvendo 34 professores da rede municipal de Campo Mourão, Paraná. Os participantes foram organizados em grupos que, após discussões sobre a biografia e a produção artística de Escher, bem como sobre os conteúdos curriculares de Geometria e Artes Visuais previstos para o 5º ano, planejaram e elaboraram tarefas. Foram escolhidas tarefas, entre as produzidas pelos professores, pela pesquisadora, para compor uma sequência didática. As tarefas que compuseram a sequência didática foram analisadas à luz da TAD. O estudo concentrou-se na identificação e classificação dos tipos de tarefas (T), possibilitando compreender como os saberes que circulavam, foram institucionalizados e ressignificados no espaço escolar. Os resultados evidenciaram que, nos primeiros encontros, os professores enfatizaram aspectos estéticos das obras de Escher, com tarefas predominantemente ligadas à apreciação visual e à reprodução artística. Progressivamente houve uma incorporação de conceitos matemáticos mais estruturados, como simetria, transformação isométrica e tesselação, que passaram a ser integrados às propostas de modo articulado com a linguagem artística. A análise mostrou que a principal transformação não esteve na elaboração de novas tarefas, mas na ressignificação das já produzidas. A TAD mostrou-se adequada como referencial analítico ao evidenciar a passagem de tarefas mais perceptivas para tarefas, na sequência didática, que mobilizam conceitos geométricos complexos, demonstrando mudanças institucionais no modo como os professores compreendem e planejam a relação entre Matemática e Arte. Concluiu-se que a obra de Escher constitui recurso pedagógico alentado para a integração entre Arte e Matemática, favorecendo a interdisciplinaridade não como sobreposição artificial, mas como prática estruturante.

Palavras-chave: Anos Iniciais. Ensino Fundamental. Artes Visuais. Geometria. Sequência Didática.

ABSTRACT

Through this qualitative research, grounded in the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), we sought to answer the following question: What interrelations between the works of Maurits Cornelis Escher and Geometries can be manifested through tasks produced by teachers who teach Mathematics and Art in the early years of elementary school within a continuing education context? Escher, a Dutch artist from the early twentieth century, became renowned for inventively representing geometric patterns, exploring tessellations, symmetries, and isometric transformations in works that have become emblematic of the dialogue between Art and Mathematics. To address this question, a continuing education course entitled Escher's Works and Geometries was offered as an extension program involving 34 teachers from the municipal school system of Campo Mourão, Paraná. Participants were organized into groups that, after discussions about Escher's biography and artistic production, as well as the curricular contents of Geometry and Visual Arts for the 5th grade, planned and elaborated tasks. Among the tasks produced by the teachers, a set was selected by the researcher to compose a teaching sequence. These tasks were analyzed through the lens of ATD. The study focused on identifying and classifying the types of tasks (T), enabling an understanding of how the knowledge circulating during the course became institutionalized and re-signified within the school context. The results showed that, in the initial meetings, teachers emphasized the aesthetic aspects of Escher's works, producing tasks predominantly linked to visual appreciation and artistic reproduction. Gradually, more structured mathematical concepts—such as symmetry, isometric transformation, and tessellation—were incorporated into the proposals in ways that were closely articulated with the artistic dimension. The analysis revealed that the main transformation did not lie in the creation of new tasks, but in the re-signification of those already produced. ATD proved to be an adequate analytical framework by revealing the shift from more perceptual tasks to tasks in the teaching sequence that mobilize complex geometric concepts, demonstrating institutional changes in how teachers understand and plan the relationship between Mathematics and Art. It is concluded that Escher's work represents a powerful pedagogical resource for integrating Art and Mathematics, promoting interdisciplinarity not as an artificial overlap, but as a structuring practice.

Keywords: Early Years; Elementary Education; Visual Arts; Geometry; Teaching Sequence.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

> "Cabe ao professor, especialmente ao educador, tirar os obstáculos entre as pessoas e o conhecimento, e que ela sinta, no professor e educador, como o conhecimento transformou aquela pessoa. "
> Leandro Karnal

Este exórdio tem em seu cerne uma menina acuada por não ter conseguido decorar a tabuada do sete e, coberta de vergonha não sabia de onde vinham aqueles números. Após o confronto com sua professora da quarta série primária, no início dos anos 80, essa menina foi rever a tabuada e isso lhe trouxe uma indignação estratosférica. Estratosférica porque o que descobriu a deixou abismada: como ninguém nunca disse que a tabuada do 7 era só contar de 7 em 7, era fazer adições sucessivas. Assim, não decorou a tabuada. O que tinha decorado, *desdecorou*. E aprendeu! Aprendeu sozinha que carregaria consigo a tabuada por onde fosse, que o vexame passado nunca mais aconteceria porque fazia as operações em sua cabeça com muita ligeireza. Era assim que essa menina era conhecida pelos professores, Ligeirinha. Ligeira para terminar a tarefa e muito ligeira para ir de carteira em carteira ajudando os colegas.

Essa menina fez magistério e foi lecionar. Alfabetizou por um tempo, até ir parar em uma turma de terceira série, na década de 90, o que hoje é o quarto ano. E ela que tinha prometido a si mesma, como dizem os franceses: *lui a promis elle-même*[1], foi fazer com seus alunos aquilo que não tinham feito com ela. Lá foi ela inventar moda, enrolar as aulas como diziam, e explicar de onde surgiu a tabuada, as frações, o sistema de numeração decimal, as operações e assim novamente atingiu a estratosfera.

Foi assim que para ensinar Geometria trouxe Alfredo Volpi para participar de suas aulas. Descobriu esse senhor ítalo-brasileiro de forma despretensiosa através de folhetos, e aquela menina que continua dentro dela até hoje, novamente foi em busca das estrelas. Por que não ensinar Geometria com Arte? Nascia ali, naquele momento, suas aulas que permitiram a muitos alunos entenderem os conceitos da Geometria de uma maneira tão delicada, cheia de sentido, cheias de amor. E como todo pintor tem exposição de suas obras, de suas novas coleções, seus alunos também teriam que ter um evento que mostrasse suas produções artísticas tão primorosas. Era o trabalho de um ano todo que culminava com um *vernissage*[2] para mostrar

---

[1] Tradução realizada pela pesquisadora, do francês para o português: ela prometeu a si mesma.

[2] Um vernissage é um evento privado ou uma prévia exclusiva de uma exposição de arte, realizada para um público selecionado antes da abertura formal ao público. O termo, de origem francesa, originalmente se referia ao momento em que os artistas aplicavam o último verniz protetor às suas obras. Atualmente, é um encontro social e cultural onde artistas, curadores, críticos, colecionadores e amantes da arte se reúnem para celebrar a exposição, interagir e ter um primeiro contato com as peças.

para toda a comunidade escolar a obra final. Esta obra era uma cópia que o aluno escolhia dentre todas que foram trabalhadas, além dos demais trabalhos realizados durante o ano letivo. Iniciou-se neste momento *O lanchinho geométrico* que foi a criação de sua própria *vernissage*, uma forma de seus alunos mostrarem toda a grandiosidade de seus trabalhos elaborados durante todo o ano letivo. Assim, todos foram para o telejornal local da Rede Globo de Televisão, os telejornais de emissoras de Campo Mourão e também de impressos. Os prêmios vieram, Agrinho[3], Televisando o Futuro[4], e lauream aquela menina sonhadora que somente queria que seus alunos aprendessem Matemática de uma maneira que mostrasse que nada é difícil e que tudo depende da perspectiva do olhar.

Estas ações de sala de aula tão singelas foram o mote para que aquela menina fosse escrever um projeto para pleitear ser discente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Alguém comprou essa quimera, a professora doutora Mariana Moran. Ela trouxe mais desafios ao apresentar M. C. Escher. Para quem carrega consigo a tabuada e sabe que não passam de adições, foi fácil. É muito fácil trocar Volpi por Escher. Trocar o bidimensional pelo impossível.

Cá está aquela menina, concluindo sua pesquisa que foi muito além do que ela imaginava. Estamos na metade da segunda década do terceiro milênio. Pertinho do dia do arremesso[5], pertinho da aposentadoria e buscando, e também mudando, planos para o futuro. Foi duro. Foi sofrido. Mas, hoje há muitas meninas, e um menino, fazendo de suas aulas um lugar mágico onde a Matemática é fácil, é gostosa de aprender, e nem um pouco escalafobética. Isso porque essas meninas e esse menino participaram desta pesquisa. Muitas crianças vão adentrar por este terceiro milênio compreendendo Geometria e Arte.

---

[3] O Agrinho completa 30 anos de trabalhos no Paraná. Concebido em 1995, foi à campo em 1996, levando às escolas da rede pública de ensino uma proposta pedagógica baseada em visão complexa, na inter e transdisciplinaridade e na pedagogia da pesquisa. O Agrinho premia as melhores experiências pedagógicas do Estado do Paraná.

[4] O Televisando o Futuro é um projeto de responsabilidade social da RPC e do Instituto GRPCOM que utiliza a televisão como ferramenta pedagógica para aproximar a comunidade escolar da mídia, promovendo a reflexão sobre temas sociais relevantes e o desenvolvimento da cidadania. O projeto premia as melhores experiências pedagógicas das regionais, neste caso a Regional que premiou foi a pesquisadora foi a de Maringá.

[5] A Família Dinossauros, série da década de 90 do séc. XX, foi exibida originalmente nos Estados Unidos de 1991 a 1994. A série representava de forma cômica a rotina diáriados seis integrantes da família Silva Sauro. Um dos episódios mais memoráveis que mostram essa transmissão de mensagens políticas de forma satírica, porém com viés de respeito e inclusão, ocorreu logo no terceiro episódio, chamado "O Dia do Arremesso", quando a família se prepara para se despedir da Vovó Zilda, que, ao completar 72 anos, deve ser arremessada no poço de piche, de acordo com a tradição jurássica, para "protegê-la" da exposição aos predadores.

INTRODUÇÃO

> "Cabe ao professor, especialmente ao educador, tirar os obstáculos entre as pessoas e o conhecimento, e que ela sinta, no professor e educador, como o conhecimento transformou aquela pessoa. "
> Leandro Karnal

Nesta pesquisa buscou-se possíveis respostas à seguinte questão: Que imbricações entre obras de M. C. Escher e Geometrias podem ser manifestadas por meio de tarefas produzidas por professores que ensinam Matemática e Arte nos anos iniciais do Ensino Fundamental em um contexto de formação continuada?

Teles (2007) utiliza-se do vocábulo *imbricações* em sua tese de doutorado e menciona que o dicionário Aurélio (Ferreira, 2009, p. 1073) o define: substantivo feminino, sendo a "disposição que apresentam certos objetos quando se sobrepõem parcialmente uns aos outros, como as telhas de um telhado ou as escamas do peixe". Iremos nos apropriar do verbo imbricar para caracterizar a sinergia das geometrias e das artes visuais de Maurits Cornelis Escher pesquisando essa sobreposição que pode se manifestar de diversas maneiras.

As imbricações das obras de M. C. Escher se revelam com a exploração de padrões geométricos, simetrias, ilusões de ótica e paradoxos visuais, criando composições de artes visuais criativas, complexas e intrigantes. Sampaio (2012) conclui que as imagens de M. C. Escher, à primeira vista, transmitem uma sensação de harmonia, mas um olhar mais atento revela desconforto e inquietação. Em um sentido conotativo, M. C. Escher buscou representar a falta de atenção do ser humano ao mundo que o cerca.

A presente dissertação ancora-se na Teoria Antropológica do Didático (TAD), formulada por Yves Chevallard, consolidada como uma das principais referências em Didática da Matemática. A TAD (Chevallard, 1999, 2018) parte do princípio de que os saberes escolares não são reproduções diretas do conhecimento científico, mas produtos de um processo de transposição didática, no qual os conhecimentos se transformam em objetos de ensino e assumem novas funções no espaço escolar. Esse movimento se organiza por meio das praxeologias, entendidas como sistemas compostos por tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias, que estruturam o funcionamento das práticas didáticas.

Assim, a TAD não é apenas um suporte teórico, mas uma ferramenta de leitura e interpretação da prática pedagógica. É a partir dela que se pretendeu compreender as imbricações entre Arte e Matemática como eixo estruturante desta dissertação. A TAD permitiu compreender que tais interações não se limitaram a uma inovação metodológica, mas constituíram uma possibilidade concreta de transformação das experiências de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o uso da TAD nesta dissertação não se limita à aplicação de um modelo analítico, mas se configurou como escolha epistemológica que valorizou o caráter situado e relacional do saber escolar. É nesse terreno que a pesquisa se inseriu, buscando iluminar as formas pelas quais docentes do Ensino Fundamental – Anos Iniciais articulam práticas pedagógicas capazes de imbricar Arte e Geometria em experiências significativas de ensino.

Nesta pesquisa foi proposta e realizada uma formação no formato de curso de extensão intitulado *Obras de Escher e Geometrias*. Essa formaç que proporcionou todo o desenvolvimento da pesquisa, na qual, pelo ponto de vista da TAD, o objeto é a geometria e a instituição é o grupo de professores participantes da formação continuada que lecionam Matemática e Artes. A formação envolveu 34 professores da rede municipal de Campo Mourão, Paraná. Os participantes foram organizados em grupos que, após discussões sobre a biografia e a produção artística de Escher, bem como sobre os conteúdos curriculares de Geometria e Artes Visuais previstos para o 5º ano, planejaram e elaboraram tarefas. Foram escolhidas tarefas, entre as produzidas pelos professores, pela pesquisadora, para compor uma sequência didática. As tarefas que compuseram a sequência didática foram analisadas à luz da TAD.

Até então, não há ocorrência de uma investigação em que a TAD, M. C. Escher, Geometria, Arte e uma formação continuada com professores que lecionam matemática no último ano do Ensino Fundamental - Anos Iniciais sejam exploradas e perscrutadas juntas em uma única análise. A aplicação desta pesquisa a coloca em uma posição onde o protagonismo da TAD está reunido com Arte, com as obras de M. C. Escher e com uma composição, ainda, com Geometria que também são recombinadas em um contexto de uma formação continuada com professores que lecionam Matemática e Arte. Na seção 3.3 será possível observar pesquisas que tangenciam os temas anteriormente descritos, porém com objetivos diferentes da presente proposta.

Com a finalidade de transmitir a inquirição proposta, nesta pesquisa, se faz necessário um objetivo geral que auxilie na busca por responder ao questionamento que foi citado acima. Sendo este: analisar, por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD), possíveis imbricações de obras de Maurits Cornelis Escher e as Geometrias durante uma formação continuada com professores que ensinam Matemática e Arte no 5° ano do Ensino Fundamental - Anos Iniciais.

Cabe aos objetivos específicos:

♦ Elaborar e desenvolver uma formação continuada em Matemática e Arte com professores que atuam no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, estruturada a partir das obras de artes visuais de M. C. Escher;

♦ Analisar os tipos de tarefas produzidas pelos professores, à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Nesta investigação, a formação continuada com docentes foi gerada e amadurecida no âmago do Grupo de Pesquisa em Ensino de Geometria–GPEG, do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Maringá, que é coordenado pela professora doutora Mariana Moran, sendo a partir de então o coração desse estudo.

A formação continuada foi realizada em 5 encontros presenciais, com duração de 3 horas cada, com os professores regentes do 5° ano que ministram aulas de Matemática e Arte. Os professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais da rede de ensino municipal de Campo Mourão-PR são, em sua maioria, professores pedagogos que tiveram ou ainda têm contato com a Matemática a partir de suas experiências enquanto estudantes até o Ensino Médio. Esse contato também se faz durante as aulas que são ministradas pelos mesmos e por meio de formações continuadas oferecidas a todos os professores da rede municipal pela Secretaria da Educação de Campo Mourão (Seced).

Esta pesquisa se manifesta em duas dimensões complementares para o âmbito acadêmico e para os professores participantes. No âmbito acadêmico o estudo buscou contribuir para o campo da Didática da Matemática ao aprofundar a compreensão da TAD em contextos interdisciplinares, evidenciando como a análise dos tipos de tarefas pode ser suficiente para revelar dinâmicas significativas de circulação e ressignificação dos saberes escolares. A investigação ampliou as discussões sobre o ensino de Geometria associado às Artes Visuais, tema ainda pouco explorado na literatura. A pesquisa dialogou com documentos oficiais como a BNCC (2018) e a PPC (2020) oferecendo subsídios teóricos e metodológicos para pesquisas futuras.

Para os professores participantes, a importância do estudo pode se revelar na possibilidade de ampliar o repertório conceitual e didático, incorporando noções matemáticas como tesselação, simetria e transformações isométricas, muitas vezes ausentes na formação inicial. Deste modo, uma formação continuada proporciona aos professores aproximações de novos conhecimentos e transformações às suas práticas pedagógicas (Dias, 2005).

A seguir encontra-se a estrutura dessa dissertação, organizada em cinco capítulos e a conclusão em que são tecidas algumas considerações.

No primeiro capítulo é discorrido sobre a formação continuada com professores e seu processo histórico brasileiro lançando o desígnio de situar no tempo histórico essa pesquisa e o panorama em que estará fundamentada. O capítulo aborda a trajetória histórica da formação continuada de professores no Brasil, destacando como esse processo evoluiu desde os primórdios da educação no país até as políticas mais recentes do século XXI. A análise parte da compreensão de que a formação docente não se encerra na graduação inicial, sendo a formação continuada uma necessidade constante diante das transformações sociais, culturais e tecnológicas que impactam a prática pedagógica. Há o apontamento que evidencia os marcos legais que fortaleceram essa perspectiva, como a LDB 9394/96 e suas atualizações, além de documentos fundamentais como a BNCC, a BNC-Formação Inicial e Continuada, que delinearam diretrizes claras para o aprimoramento profissional dos professores da educação básica.

No segundo capítulo é ressaltada a relação entre geometrias e arte a partir da obra de M. C. Escher, com foco na integração desses saberes no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, especialmente no 5º ano. Com base na BNCC (2018) e na Proposta Pedagógica Curricular (PPC, 2020), destacamos como a geometria, tanto euclidiana quanto não euclidiana, pode ser abordada de maneira interdisciplinar, valorizando a estética e os padrões presentes nas expressões artísticas. A trajetória e produção de M. C. Escher são apresentadas como um elo potente entre os dois campos, oferecendo aos professores uma base concreta para explorar conceitos matemáticos por meio da arte. A ressignificação da geometria no contexto escolar, a partir de sua presença histórica e cultural nas artes, é colocada como uma estratégia para ampliar a percepção dos alunos sobre o mundo ao seu redor, despertando interesse e promovendo um aprendizado mais significativo. É apresentada uma trajetória histórica que evidencia como o saber geométrico, ora impulsionado por necessidades práticas, ora sistematizado por esforços filosóficos, sempre teve potencial para dialogar com outras áreas do conhecimento, inclusive a Arte.

O terceiro capítulo dedica-se à apresentação da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, que constitui o referencial teórico central desta pesquisa. O capítulo destaca como a TAD compreende o saber escolar como resultado de processos institucionais e culturais e como esse referencial possibilita olhar para o ensino da Matemática em articulação com outras áreas do conhecimento, especialmente a Arte. Ao tratar a matemática não como um saber neutro, mas como uma prática cultural situada, a TAD permite investigar as transformações que os saberes sofrem até se tornarem conteúdos escolares ensináveis, processo esse denominado de transposição didática. Nessa perspectiva, a pesquisa irá analisar os dados produzidos por professores em formação continuada à luz dos conceitos fundamentais da TAD, buscando entender como os conteúdos matemáticos, especialmente os relacionados à Geometria, são abordados, modificados e articulados com outras áreas do conhecimento, neste caso a Arte. A opção por esse quadro teórico sustenta a investigação e justifica o recorte metodológico adotado, centrado nos tipos de tarefas elaboradas pelos professores participantes da formação continuada.

Em seu quarto capítulo é descrito os procedimentos metodológicos desta pesquisa, focando no contexto, nos participantes e no processo de produção dos dados. A formação continuada, parte central da pesquisa, é detalhada em suas ações e execuções, evidenciando o protagonismo dos professores participantes, que trouxeram seus saberes e os disponibilizaram para o desenvolvimento do estudo. A pesquisa adota uma abordagem qualitativa, conforme a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), que ressaltam a importância do ambiente natural como fonte de dados, com o pesquisador atuando como principal instrumento de coleta. A partir dessa abordagem, busca-se compreender o comportamento e as experiências humanas, com foco na construção de significados pelas pessoas e na descrição desses processos de maneira narrativa e descritiva.

O quinto capítulo dedica-se à análise das tarefas produzidas pelos professores participantes da formação continuada, reunidas em uma sequência didática fundamentada nas obras de M. C. Escher. Essas tarefas foram examinadas à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), com foco na identificação dos tipos de tarefas evidenciando como o saber circula e se ressignifica no contexto escolar. Além da descrição e análise das tarefas, são destacados os diálogos estabelecidos com os participantes, incluindo momentos de reflexão crítica em que revisitaram suas produções, identificando ajustes e novas possibilidades de articulação entre Arte e Matemática. Dessa forma, a análise buscou não apenas descrever as tarefas elaboradas, mas compreender os sentidos que elas assumiram ao longo do processo formativo, revelando possibilidades de transformação da prática pedagógica.

O texto se encerra com as considerações finais, nas quais são apresentadas as principais conclusões da pesquisa, evidenciando as contribuições teóricas e práticas decorrentes da integração entre Arte e Matemática no contexto da formação docente, bem como as perspectivas para futuras investigações. Por fim, são apresentados os anexos e os apêndices, que reúnem os materiais utilizados e produzidos ao longo do estudo, incluindo os slides empregados durante a formação, o roteiro da entrevista semiestruturada aplicada aos participantes, documentos complementares e as tarefas elaboradas coletivamente pelos professores em grupo, compondo o registro integral do percurso formativo desenvolvido.

Assim, esta dissertação se constitui como fruto de um percurso que une lembranças pessoais, inquietações docentes e referenciais teóricos, buscando compreender como Arte e Matemática podem se imbricar de forma significativa no espaço escolar. Almeja contribuir tanto para o campo acadêmico da Didática da Matemática quanto para a formação de docentes, reafirmando que o ensino se fortalece quando atravessado por experiências que unem sensibilidade artística, rigor matemático e compromisso com a aprendizagem dos alunos.

1 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES NO BRASIL E SEU CONTEXTO HISTÓRICO NO INÍCIO DO SÉCULO XX

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção. ”
Paulo Freire

Este capítulo foi desenvolvido com a pretensão de adentrar nesta pesquisa, inicialmente, inteirando-se brevemente sobre a história da formação continuada de professores no Brasil.

Há diferentes meios e contextos nos quais os professores podem realizar seu processo de crescimento profissional, sendo a formação continuada uma destas ações. Assim, a consciência de sua evolução histórica leva à compreensão do caminho percorrido pela formação continuada no Brasil. Os professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais têm o favorecimento dos municípios em que atuam através da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) 9394/96 com o apoio dos governos federal e estadual. Esse apoio favorece a oferta de formações continuadas que promovem desenvolvimento profissional e permitem a análise de suas práticas pedagógicas, de acordo com as leis vigentes, um tema que iremos tratar neste capítulo.

1.1 Cenário histórico da educação no Brasil: da colonização à atualidade

O cenário escolar está passando por um movimento de mudanças acelerado neste momento histórico, especialmente com o advento do século XXI, com a rápida disseminação de informações por meio das mídias audiovisuais e, principalmente, da internet. Essas informações chegam abundantemente à maior parte das pessoas, e entendemos que é relevante reconhecer a importância do papel do professor na transformação dessas informações em conhecimento visto que a escola é o agente que permite essa comutação. Chimentão (2009) confirma esse pensamento conjecturando a importância de diferenciar informação e conhecimento. Alega, ainda, que o verdadeiro poder está na capacidade de transformar a informação em conhecimento por meio da interpretação e atribuição de significado por parte do indivíduo. Ressaltando, além disso, a importância do desenvolvimento das habilidades cognitivas na era da informação.

Chimentão (2009) ainda reafirma que sobre o professor em serviço também recai algumas novas exigências. A formação continuada é uma ferramenta essencial para garantir o enfrentamento destes desafios atuais da educação, incorporando novas práticas, metodologias e abordagens pedagógicas mais eficazes e alinhadas com as necessidades dos alunos e da sociedade em geral.

A estratégia de atualização do professor de acordo com Dias (2005, p. 16) e "[...] o objetivo dos programas de formação continuada, é fator que contribui para a mudança de condutas em sala de aula". O protagonismo do professor contemporâneo traz consigo a indigência de rever práticas, teorias, informações, conhecimentos curriculares e pedagógicos para a formação de um novo profissional que acompanhe constantemente as mudanças que estão ocorrendo no momento histórico que vivemos. O professor precisa para essa transformação, de requisitos básicos que podem ser proporcionados através dos programas de formação continuada que instiguem a estratégia de

> [...] uma perspectiva crítico-reflexiva, que forneça aos professores os meios de um pensamento autónomo e que facilite as dinâmicas de auto-formação participada. Estar em formação implica um investimento pessoal, um trabalho livre e criativo sobre os percursos e os projectos próprios, com vista à construção de uma identidade, que é também uma identidade profissional (Nóvoa, 1995, p. 25).

A escola e o professor são partes integrantes de um sistema complexo que, no decorrer do século XX, lidaram com construções de políticas nacionais para as formações inicial e continuada (Silva, 2017). Saviani (2020) destaca como início da educação no Brasil a chegada dos jesuítas em meados de 1549, que fundaram escolas com intuito de alfabetizar e catequisar os indígenas locais, até sua expulsão pelos portugueses em torno de 1759. Entretanto, foi com a chegada da coroa portuguesa no Brasil em 1808 que ocorreu uma significativa transformação da educação e da cultura.

A corte portuguesa, na figura de D. João VI, instituiu o ensino técnico e cursos superiores, mas o ensino primário foi deixado à margem. Com a independência em 1822 novas mudanças aconteceram para a educação com o acordo do Império em garantir, na Constituição de 1824, o ensino primário com gratuidade para toda a população (Matté *et al*. 2016).

O entendimento da história da educação no Brasil nos leva à compreensão de que os

> [...] principais países, não apenas da Europa, mas também da América Latina, como se pode ver pelo exemplo de nossos vizinhos, a Argentina, o Chile e o Uruguai, tendo organizado os seus sistemas nacionais de ensino a partir do final do século XIX, lograram universalizar o ensino elementar e, com isso, erradicar o analfabetismo. O Brasil não fez isso. Após uma tentativa fracassada por ocasião da Constituinte de 1823 e, depois, com a lei das escolas de primeiras letras de 1827, relegou-se a educação básica durante todo o Império e ao longo da Primeira República às Províncias e, depois, aos Estados

> federados, desobrigando-se desse dever o Estado Nacional. Foi somente após a Revolução de 1930 que a educação no Brasil começou a ser tratada como uma questão nacional dando-se precedência, porém, ao ensino secundário e superior já que foi só em 1946 que viemos a ter uma lei nacional relativa ao ensino primário (Saviani, 2001, p. 1).

A primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) 4.024/61 teve seu início quando seu projeto "[...] deu entrada no Congresso em 29 de outubro de 1948, tendo sido distribuído às Comissões de Educação e Cultura [...]" de acordo com Saviani (1986) e sua trajetória para ser concluída levou morosos 27 anos.

A LDB 9394/96 trouxe a obrigatoriedade da formação mínima exigida para professores, promoveu mais autonomia aos órgãos estaduais de educação além de regulamentar os Conselhos Estaduais e Federal de Educação assegurando a diligência obrigatória dos recursos do Orçamento da União e de Municípios para investimentos para a Educação. Mas, até esse momento histórico não houve menção à formação continuada do professor, somente regulamentação das exigências para a formação inicial desses profissionais.

A estruturação do ensino superior, ensino de segundo e de primeiro graus foram promovidas através das Leis 5.540/68 e 5.692/71 que perduram até a atualidade (Saviani, 2001) estabelecendo a responsabilidade e colaboração entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios. Essas leis denotaram que a formação profissional seria garantida a todos, para o ingresso no mercado de trabalho, deixando que o ensino superior permanecesse com a elite. Para Saviani (2001, p. 2) é fato observar que

> [...] o referido dualismo se faz presente também na política educacional atual não apenas quando, na reforma do ensino médio, se separa o ensino técnico do ensino médio de caráter geral e quando se advoga no ensino superior os centros de excelência destinados a ministrar às elites um ensino de qualidade articulado com a pesquisa em contraste com as instituições que ofereceriam ensino sem pesquisa. Esse dualismo se manifesta também no ensino fundamental ao se propor para a rede pública um ensino aligeirado avaliado pelo mecanismo da promoção automática e conduzido por professores formados em cursos de curta duração organizados nas escolas normais superiores com ênfase maior no aspecto prático-técnico em detrimento da formação de um professor culto, dotado de uma fundamentação teórica consistente que dê densidade à sua prática docente. Esta última alternativa ficará reservada às escolas destinadas às elites que certamente continuarão a recrutar os seus professores dentre aqueles formados nos cursos de licenciatura longa, preferentemente oriundos dos centros de excelência constituídos pelas universidades públicas que preservarão a exigência da indissociabilidade entre ensino e pesquisa.

Com a promulgação da nova Constituição em 1988 ocorreu a elaboração de uma nova LDB que guiou a substituição da Lei n. 5692/71 pela Lei n. 9.394/1996 trazendo um novo olhar para a formação continuada tributando os avanços reivindicados pelos movimentos da comunidade educacional (Silva, 2017). Com as mudanças proferidas pela nova LDB a formação continuada obteve um protagonismo permitindo que os professores entrassem no novo século mais atualizados e amparados pelo conhecimento.

A preocupação com a formação do professor, seja inicial ou continuada, está presente em esferas educacionais e políticas. Segundo Machado (2011) um contexto surgiu a partir de 1990 "[...] um novo modelo educacional de formação educacional [...], a Capacitação [...]" com ênfase em continuidade da formação docente. As discussões se fazem presente e fluem para o entendimento de que a formação docente precisa estar alicerçada na necessidade de atualização de seus conhecimentos. Os professores são seres em construção em suas vidas profissionais. A provocação de situações de aprendizagens em sala de aula, pelos professores, onde eles também estão aprendendo, os levam a conviver entre o ensinar e o aprender, nessas iniciativas e suscitações de ensino.

Por meio de várias proposições em educação e entre muitos debates a formação continuada se faz presente para essa constituição de saberes elencando importância à prática pedagógica do docente. Dias (2005, p. 15) dispõe que "[...] parece adequado que os cursos de formação continuada proporcionem aos professores acesso a informações e experiências a partir do domínio de novos conhecimentos, mudanças em suas formas de agir e pensar. "

Nunes (2001) destaca a importância de considerar o professor como sujeito de sua própria formação, enfatizando um processo de autoformação em que os saberes iniciais são reelaborados a partir da reflexão sobre a prática vivenciada. Essa perspectiva reflexiva configura-se como um novo paradigma na formação docente, promovendo o desenvolvimento pessoal e profissional dos professores e das instituições escolares.

A atuação do professor de Anos Iniciais tem que ser refletida, entre outros fatores, pela busca de ações que valorizem suas práticas pedagógicas, sendo necessária uma constante atualização. Seu desenvolvimento profissional vem carregado de complexidades que permeiam sua atividade docente, entre as quais, Estevam (2015) cita suas crenças, conhecimentos e concepções pessoais.

A formação continuada dos professores no Ensino Fundamental - Anos Iniciais principia um novo campo de ação na primeira década do século XXI com a efetivação e direcionamento de estudos do Conselho Nacional de Educação (CNE) culminando com "[...] a aprovação do Plano Nacional de Educação pelo Congresso Nacional e a sanção Presidencial, sem vetos, que resultaram na Lei nº 13.005/2014, inaugurando uma nova fase para as políticas educacionais brasileiras" (Dourado, 2015, p. 301). A partir dessa celeuma a formação continuada de professores rumou para uma nova abordagem das Diretrizes entre outras normas que eram pertinentes ao assunto.

A formação continuada proporciona aos professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais uma aproximação de novos conhecimentos e transformações para suas práticas pedagógicas (Dias, 2005). Os saberes e as ações docentes são fatores determinantes que refletem as práticas e atividades do professor na sala de aula e o processo de formação continuada pode possibilitar que o *saber docente* (Tardif, 2014) seja construído e reconstruído.

Silva (2017, p. 49) apresenta "[...] um quadro que delineia, de forma resumida, os programas de formação continuada voltados aos professores dos anos iniciais do ensino fundamental desenvolvidos no Brasil desde o início do século XXI". Os programas são descritos e analisados de acordo com seus objetivos e ações mostrando o princípio, em meados dos anos 2000 até 2018, com os caminhos percorridos pela nova política educacional que começou com a Constituição de 1988.

As metas e estratégias estipuladas por essa nova política educacional mudou os rumos da educação em geral com significativas mudanças na formação inicial e continuada dos professores garantindo uma melhor organização entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios coordenados pelo Ministério da Educação (MEC).

1.2 As políticas públicas de formação continuada para professores da educação básica

Em 2009 a LDB 9.394/96 trouxe um novo avanço em política pública em formação continuada, com o acréscimo da Lei 12.056 que em seu parágrafo primeiro, discorre que a "[...] União, o Distrito Federal, os Estados e os Municípios, em regime de colaboração, deverão promover a formação inicial, continuada e a capacitação dos profissionais de magistério" (Brasil, 2009, n.p.). Foi um avanço que distribuiu de quem é a responsabilidade da formação dos professores de norte a sul do Brasil. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) é um documento com o aporte de uma lei, trouxe um estruturamento de renovação dos currículos e metodologias de ensino dependentes da formação dos professores.

Com a vigência da BNCC (Brasil, 2018) e com a deferência à formação do professor para que o ensino e a aprendizagem sejam atribuídos com qualidade, ocorreram mudanças para esse quesito com a definição da regulamentação da Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica – BNC-Formação (Brasil, 2019), que reformulou os currículos de Pedagogia e licenciaturas, com alinhamento à Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica – BNC-Formação Continuada (Brasil, 2020) que observa em seu artigo 3° que as

> [...] competências profissionais indicadas na BNCC-Formação Continuada, considerando que é exigido do professor sólido conhecimento dos saberes constituídos, das metodologias de ensino, dos processos de aprendizagem e da produção cultural local e global, objetivando propiciar o pleno desenvolvimento dos educandos, têm três dimensões que são fundamentais e, de modo interdependente, se integram e se complementam na ação docente no âmbito da Educação Básica: I - conhecimento profissional; II - prática profissional; e III - engajamento profissional (Brasil, 2020, p. 2).

Com a resolução 2/2019 do CNE/CP (Conselho Nacional de Educação/Conselho Pleno) que considera e regulamenta no artigo 6° que "[...] a política de formação de professores para a Educação Básica, em consonância com os marcos regulatórios, em especial com a BNCC, tendo como princípios relevantes" trouxe nos parágrafos, VI a X, atribuições à formação continuada que garante

> VI - a equidade no acesso à formação inicial e continuada, contribuindo para a redução das desigualdades sociais, regionais e locais;
> VII - a articulação entre a formação inicial e a formação continuada;
> VIII - a formação continuada que deve ser entendida como componente essencial para a profissionalização docente, devendo integrar-se ao cotidiano da instituição educativa e considerar os diferentes saberes e a experiência docente, bem como o projeto pedagógico da instituição de Educação Básica na qual atua o docente;
> IX - a compreensão dos docentes como agentes formadores de conhecimento e cultura e, como tal, da necessidade de seu acesso permanente a conhecimentos, informações, vivência e atualização cultural; e
> X - a liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte, o saber e o pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas (Brasil, 2/2019).

Com essa institucionalização, a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação), definiu principalmente que a formação continuada deve estar em igualdade com a formação inicial sendo uma ação ativa durante toda a vida docente, sendo que seja articulada com a formação inicial. A BNC-Formação Continuada trouxe em seu artigo 4° que a

> [...] Formação Continuada de Professores da Educação Básica é entendida como componente essencial da sua profissionalização, na condição de agentes formativos de conhecimentos e culturas, bem como orientadores de seus

> educandos nas trilhas da aprendizagem, para a constituição de competências, visando o complexo desempenho da sua prática social e da qualificação para o trabalho (Brasil, 1/2020).

Com relação à Resolução CNE/CP n° 1/2020, esta enfatiza ainda as parcerias que podem vir a ser feitas, como a que é proposta nesta pesquisa, com instituições de ensino superior que nesse caso é a Universidade Estadual do Paraná. Essa recomendação se respalda no artigo 6° primeiro inciso que discorre sobre a fundamentação pedagógica "como contexto preferencial para a formação de docentes, da sua prática e da sua pesquisa" (Brasil, 2020, p. 4) para a formação de docentes da Educação Básica.

A Seced – Secretaria Municipal da Educação de Campo Mourão, além das resoluções nacionais citadas aqui, possui a Lei n° 4.356 de 27 de outubro de 2022 que considera em seu artigo 3° inciso segundo "[...] a associação entre teorias e práticas, inclusive a formação continuada em serviço[...]" (Campo Mourão, 2022, p. 2). A *Formação Continuada em Serviço* é apurada na CNE/CP 01/2020 no capítulo 4 como sendo uma "[...] das políticas para a **formação além da vida**, em **serviço** [...]" (Brasil, 2020, p. 5, grifo nosso) mediante a implementação, estruturação e articulação entre as escolas, as redes escolares e sistemas de ensino.

Essas ações devem ter alinhamento com o contexto onde estão inseridos esses professores, que irão socializar com seus pares compartilhando suas aprendizagens ao longo da vida profissional com apoio de um formador experiente, um tutor (Brasil, 2020). Pode-se complementar que a *Formação em Serviço* vem a ser um processo de troca de experiências, conhecimentos e vivências do professor para ampliação de seus saberes. Esses fatos fundamentam e demonstram a importância da formação continuada proposta e executada nesta pesquisa.

Um professor não se faz sozinho. É necessário ter armas para lutar, é preciso ter conhecimento tanto sobre como ensinar, tanto como conhecimento do que ensinar. As armas são adquiridas desde o primeiro momento que se escolhe ser professor. Continua por toda a sua vida, sua formação nunca é estática e está em constante movimento. A preocupação com a formação do professor, seja inicial ou continuada, está presente em esferas educacionais e políticas. Segundo Machado (2011) um novo contexto surgiu a partir de 1990 "[...] um novo modelo educacional de formação educacional [...], a Capacitação [...]" com ênfase na continuidade da formação docente. As discussões se fazem presente e fluem para o entendimento que a formação docente precisa estar alicerçada na necessidade de atualização de seus conhecimentos. Os professores são seres em construção em suas vidas profissionais. A provocação de situações de aprendizagens em sala de aula, pelos professores, onde eles também estão aprendendo, permeando o ensinar e o aprender, em suas iniciativas de ensino.

Guy Brousseau (1996) menciona que o trabalho do professor como uma *recontextualização do saber* procurando dar sentido às experiências ensinadas. A forma de ensinar e aprender Matemática desses professores partem dessas vivências assumindo uma importância expressiva, enquanto peça primordial, na constituição de saberes formais, aqueles adquiridos na escola e também de seus alunos.

A atribuição dos professores é possibilitar a constituição de saberes para que no futuro seus alunos estejam preparados para serem sujeitos com autonomia, reflexivos e preparados para transformar a realidade em que vivem, visto que, o mundo atual é volante e a escola também deve adaptar seu ensino, acompanhando mudanças e evoluções. Santaló (2009, p. 17) diz que isso é "[...] proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade. "

Por meio de várias proposições na educação e entre muitos debates a formação continuada se faz presente para essa constituição de saberes elencando importância à prática pedagógica do docente. Dias (2005, p. 15) dispõe que "[...] parece adequado que os cursos de formação continuada proporcionem aos professores acesso a informações e experiências a partir do domínio de novos conhecimentos, mudanças em suas formas de agir e pensar. "

Nunes (2001) destaca a importância de considerar o professor como sujeito de sua própria formação, enfatizando um processo de auto-formação em que os saberes iniciais são reelaborados a partir da reflexão sobre a prática vivenciada. Essa perspectiva reflexiva configura-se como um novo paradigma na formação docente, promovendo o desenvolvimento pessoal e profissional dos professores e das instituições escolares.

A atuação do professor dos Anos Iniciais tem que ser traduzida pela busca de ações que valorizem suas práticas pedagógicas, uma permanente atualização para não se tornar obsoleto. Seu desenvolvimento profissional vem carregado de complexidades que permeiam sua atividade docente, entre as quais, Estevam (2015) cita suas crenças, conhecimentos e concepções pessoais.

No que diz respeito aos professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, destacamos que estes são responsáveis por ministrar vários componentes curriculares, no entanto, esses profissionais não possuem habilitação ou especialização específicas em Matemática ou Educação Matemática, em sua maioria, são formados em Pedagogia, além dos que também são formados no Ensino Médio no curso de Formação para Docentes. Sendo assim, se faz importante a formação continuada com professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais que lecionam Arte e Matemática.

Uma formação continuada pensada em Matemática e Arte pode demonstrar a relação entre elas, partindo de explorações que estimulem não só a visualização de formas, linhas e espaços. Essa interação pode fornecer a construção de ideias geométricas e o desenvolvimento de significados mais complexos a partir da percepção dos elementos visuais, de acordo com Santos e Bicudo (2015).

2 GEOMETRIA, ARTE E M. C. ESCHER

> "Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. "
> Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997, p.82

Este capítulo tem o intuito de abordar sobre Geometria[6] e Arte[7] situando-as juntamente a composição de uma breve biografia de M.C. Escher, proporcionando a possibilidade da imbricação dos conteúdos programáticos de Matemática[8] e Arte, contidos na BNCC (2018) e na Proposta Pedagógica Curricular - PPC (2020), das unidades temáticas Geometria e Artes Visuais[9].

A aproximação das geometrias, euclidiana e não euclidiana, com a Arte constitui uma parte fundamental desta pesquisa, assim como algumas obras de M. C. Escher exploradas na formação com os professores do 5° Ano alinhados com a BNCC (2018) e a PPC (2020).

O entrelaçamento da arte e da geometria é encontrado nas composições artísticas desde a antiguidade transpondo culturas e períodos históricos, como demonstrado na Figura 1 com a escultura do calendário asteca[10] em que há muitos elementos geométricos utilizados em sua execução.

Figura 1 - Pedra do Sol: o imenso calendário asteca

Fonte: Cola da Web (sem data).

Moraes (2020) explana, em seu texto, que conforme as ideias de Franco, considera-se "[...] o ato de relacionar Arte e Matemática um processo que integra tanto as informações

[6] Iremos nos referir à Geometria, com iniciais maiúsculas, para designar a unidade temática de acordo com a BNCC (2018).
[7] Iremos nos referir à Arte, com iniciais maiúsculas, para designar o componente curricular de acordo com a BNCC (2018).
[8] O componente curricular Matemática será citado com inicial maiúscula, de acordo com a BNCC (2018).
[9] Será referido, com iniciais maiúsculas, à unidade temática Artes Visuais do componente curricular Arte, de acordo com a BNCC (2018).
[10] Para mais informações acerca da Pedra do Sol: acessar https://ensinarhistoria.com.br/a-pedra-do-sol-asteca/.

matemáticas da obra de arte quanto as informações culturais e históricas que o aluno traz para ela". A compreensão histórica do desenvolvimento da geometria ao longo do tempo oferece uma base que mostra a evolução dos conceitos e suas aplicações práticas.

Segundo Flores e Kercher (2021, p. 27) "aprender matemática *com* arte nos leva, assim, a vislumbrar um tipo de aprender que ocorre no *entre*: entre signos que afetam o corpo, a mente e o pensamento". A arte enriquece a experiência sensorial e emocional oferecendo novas maneiras de compreender e interpretar a realidade ao redor. O aprendizado através da decifração de signos, evidencia como este processo pode ser ativado por meio de atividades criativas e sensoriais, tais como recortar, colar, colorir, dobrar, olhar e ouvir. A interação com os materiais e os signos contribuem para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda e enriquecida do mundo e dos significados que ele contém. O aprendizado irá ocorrer através da não repetição do já conhecido, mas se dará pela abertura ao novo e ao inesperado, pela capacidade de ver além das representações habituais e de reconhecer novos padrões e significados (Flores e Kercher, 2021, p. 28).

Moraes (2020, p. 8) manifesta, novamente o pensamento de Franco, que "o artista é o sujeito posicionado num local de interação, que se utiliza de conhecimentos matemáticos e dos modos de viver de uma época para criar sua arte. Veja, por exemplo, as pinturas de Escher". Segundo Barth (2006, p.79), M. C. Escher "[..] foi um observador muito sutil de tudo o que estava à sua volta [..] visualizava nos lugares por onde passou o espaço e as formas, tudo o que via transformava em gravuras [..]" conforme se observa na Figura 2, Castrovalva[11], uma litografia[12] que retrata o povoado medieval de Castrovalva visitada na década de 30 do século XX. Ernst (2012, p. 14) traz o relato de M. C. Escher: "quase um dia inteiro fiquei sentado a desenhar neste pequeno e estreito caminho de montanha. Em cima havia uma escola e eu ouvia a voz clara das crianças a cantarem cantigas".

[11] Castrovalva é uma vila situada no cume de uma colina íngreme que pertence a Anversa degli Abruzzi, uma comuna na província de L'Aquila, na região de Abruzzo, na Itália.

[12] A litogravura é um estilo de impressão que funciona como uma gravação feita por meio de desenhos sobre uma matriz porosa. Trata-se de um processo químico, que tem como base o princípio da repulsão entre água e óleo. Feito por meio de uma ferramenta gordurosa, como um lápis ou bastão, o desenho surge por meio do acúmulo de gordura na superfície da matriz.

Figura 2 – Castrovalva de M. C. Escher (1930)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

M. C. Escher se apropria de geometrias ao abordar em suas obras de artes visuais, padrões e conceitos geométricos por meio de suas percepções e vivências estabelecendo os elementos presentes na natureza para cada fase criativa pela qual passou em seus processos criativos. Moraes (2020, p. 8), argumenta a ideia de Franco, de que "[...] Na ação interdisciplinar, percebemos que o artista deixou marcas matemáticas formais que se caracterizam como pistas, oferecendo uma possibilidade para refazermos o trajeto de produção da imagem e da construção do seu sentido histórico e cultural". Entender, brevemente, a biografia do artista traz compreensão para essa afirmação, pois, a influência de cada momento vivido e a localidade geográfica em que esteve teve relevância para tal.

2.1 O encontro da arte e de geometria

Ao olharmos para o passado da humanidade iremos perceber que a arte sempre esteve presente na vida do ser humano desde os primeiros tempos em suas representações rupestres, ora em pinturas ora em cerâmicas, entre outros achados arqueológicos. O ser humano sempre pintou e desenhou fazendo suas representações na superfície da realidade do espaço (Ernst, 2012, p. 46). De acordo com Sampaio (2012, p. 50) "[...] já na antiguidade a matemática surgia associada à arte".

Para Ernst (2012, p. 46) "[...] os objetos que os homens primitivos das cavernas queriam representar – bisontes, cavalos, veados, etc. – eram, pois, em três dimensões e eles, no entanto, pintaram-nos em rochedos". Santos e Bicudo (2015, p.1331) tratam que "a afinidade entre a construção dos conceitos geométricos e o desenvolvimento do senso artístico e da criatividade evidencia, sobremaneira, a ligação entre arte e matemática".

Fainguelernt e Nunes (2006, p. 18) suscitam que

> A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade. Na verdade, podemos observar a influência mútua de uma sobre a outra desde os primeiros registros históricos que temos de ambas. Essas duas áreas sempre estiveram intimamente ligadas, desde as civilizações mais antigas, e são inúmeros os exemplos de sua interação. Muitos povos utilizaram elementos matemáticos na confecção de suas obras: os egípcios com suas monumentais pirâmides e gigantescas estátuas; os gregos com o famoso Parthenon e com seus belíssimos mosaicos; os romanos com suas inúmeras construções com formas circulares, entre elas o Coliseu.

A Figura 3, expõe um mosaico presente na cidade romana de Conímbriga[13], localizada em Portugal, que reforça o que Fainguelernt e Nunes (2006) fomentam: uma belíssima obra de arte com intrincados detalhes e técnicas apuradas na sua execução.

Figura 3 – Mosaico: Minotauro de Conímbriga

Fonte: National Geografic Portugal (2023).

Pitágoras, que na atualidade é reconhecido como matemático, era também filósofo em sua época e morreu 60 anos antes do nascimento de Platão, acreditava que a matemática explicava o mundo sozinha em detrimento à arte ou a qualquer outro âmbito. Por muitos séculos a cultura grega fez uso da geometria, e também, produziu obras em busca da beleza perfeita, mas, que eram norteadas e guiadas pela proporção e simetria, mantendo um certo distanciamento entre essas duas partes citadas, a geometria e a arte (Zaleski, 2013).

---

[13] Para mais informações sobre esta cidade romana, acessar: https://www.nationalgeographic.pt/historia/as-sete-vidas-conimbriga_2176.

Gorodski (2009, p. 15) traz o relato do historiador grego Heródoto explicando "[...] que a geometria nasceu no antigo Egito, os registros mais antigos de que dispomos de atividades humanas nessa área parecem remontar à época das antigas civilizações da Mesopotâmia". Há apontamentos da familiaridade do antigo império babilônico com o Teorema de Pitágoras, assim como, há o desenvolvimento de "[...] formas primitivas de geometria[...]" também identificadas nos povos "[...] hindus, chineses e japoneses [...]" que sugestionam a motivação em geral serem "[...] as necessidades práticas de medições geométricas, como por exemplo mensuração e demarcação de terras e construção de templos e altares [...]" mas que também podem ser os motivos estarem parcialmente sugestionados "[...] por sentimentos estéticos em relação a configurações simétricas e ordenadas [...]" (Gorodski, 2009, p. 15).

Eves (2011, p. 58) infere que a geometria surgiu inicialmente a partir da necessidade de mensuração o que, por sua vez, foi fundamental para o desenvolvimento de atividades essenciais como a agricultura e a engenharia. Esta perspectiva destaca a geometria não apenas como uma disciplina teórica, mas como uma ciência prática intrinsecamente ligada ao avanço das civilizações antigas. A ênfase de Eves (2011, p. 60-61) na aplicação prática da geometria reforça a ideia de que muitos dos conceitos geométricos básicos que conhecemos hoje foram desenvolvidos a partir de necessidades cotidianas e desafios enfrentados pelas primeiras sociedades. A medição de terras agrícolas e a construção de infraestruturas hídricas, das civilizações como babilônicas, egípcias e mesopotâmicas, são exemplos claros de como a geometria serviu como uma ferramenta indispensável para a organização e o progresso social no qual a civilização se encontra no século XXI.

Há imprecisão seja ela histórica ou étnica de quando a geometria deixou de ser indutiva para ser analisada de forma mais criteriosa ocasionando o conhecimento mais específico e profundo nos fundamentos e fatos que a compõe.

Euclides de Alexandria, que pode ter vivido por volta de 300 a.C., trouxe em sua obra *Os Elementos* um compilado de quase totalidade do conhecimento matemático grego à sua época não havendo informações sobre a intenção da obra de Euclides se seria para utilização no ensino ou para somente obter o registro desses conhecimentos matemáticos adquiridos. A composição de 13 livros não se ocupa somente de geometria e traz aritmética, álgebra e geometria sistematizadas dando consonância, formalidade e lógica completando, coordenando lacunas dessa organização (Semmer, 2013).

Segundo Semmer (2013, p.21) Euclides sintetizou e sistematizou os "[...] conhecimentos geométricos de Tales de Mileto, Pitágoras e Platão, entre outros geômetras e filósofos gregos da época[...]", em um conjunto de postulados e teoremas que formaram a base da geometria euclidiana. Sendo eles

> (1) por dois pontos passa uma única reta; (2) uma reta é infinita; (3) em um ponto, somente existe uma única circunferência com mesmo centro e mesmo raio; (4) todos os ângulos retos são de mesma medida, e (5) se uma reta corta outras duas, a soma dos ângulos internos de um mesmo lado da reta inicial é menor que dois retos, no infinito, se cortam do mesmo lado da reta (Semmer, 2013, p. 21).

Esse sistema ordenado e lógico permitiu uma compreensão mais estruturada da geometria, que perdurou como o paradigma principal da disciplina por mais de dois mil anos. Para Gorodski, (2009, p.14) a "[...] extraordinária percepção de Euclides na escolha de seus cinco postulados básicos no primeiro livro dos Elementos pode ser vista como resultado de um processo contínuo de aperfeiçoamento da geometria grega".

A geometria também não foi o objeto de estudo, por alguns séculos, sendo a principal causa do adormecimento e falta de prestígio dentro da formação matemática daqueles que procuravam o saber erudito, conclui Zaleski (2013). A geometria ficou inativa como conhecimento formal do declínio do Império Romano até meados dos séculos XII - XIII de acordo com Zaleski (2013).

A partir do século XII a geometria começa a tomar forma como corpo teórico entre artistas e engenheiros, as artes ressurgem com a aproximação da geometria. Os artistas renascentistas imitam a natureza, que para eles é perfeita, e Leonardo da Vinci, Giordano Bruno e Galileu nos próximos séculos dirão que

> [...] a Natureza é um todo vivo, animado e regido por leis intrínsecas que governam os astros, a queda dos corpos, a circulação do sangue, a distribuição dos elementos, os ciclos das marés e o equilíbrio das massas. Galileu dizia que o livro da Natureza está escrito em linguagem matemática, e que suas palavras são círculos e outras figuras geométricas. Essas palavras também são leis, determinando as formas dos seres existentes por certas relações constantes, de ordem geométrica, essenciais à perfeição do todo, e que definem a beleza própria das coisas naturais que a arte tem por objeto representar (Nunes, 2006, p. 41).

De acordo com Semmer (2013, p. 21) a geometria euclidiana foi direcionada para as artes e grandes navegações por volta do século XV. O domínio de conhecimentos matemáticos e de geometria corroboraram para práticas de artistas, como os citados por Franco (2013), do período renascentista como o arquiteto Filippo Brunelleschi e a exploração da perspectiva em suas obras, mas, Leon Battista Alberti preceituou os princípios da perspectiva.

A partir do século XIX a geometria de Euclides foi questionada em seu quinto postulado quando os matemáticos Lobachevsky (1792-1856), Bolyai (1802-1860), Gauss (1777-1855) e Riemann (1826-1866) que firmaram as bases de novas geometrias coerentes tanto quanto a Euclidiana. Conforme Lovis (2009, p. 31) foi publicado em 1829 a obra intitulada *On The Principles of Geometry* elaborada pelo russo Nicolai Lobachevski marcando, assim, oficialmente a instauração da primeira geometria não euclidiana, a geometria hiperbólica. Ocorreram descobertas concomitantes, na metade do século XIX, à geometria não euclidiana pelo alemão Johann Carl Friedrich Gauss e o húngaro Janos Bolyai que "[...] sem qualquer contato mútuo e sem prévio conhecimento dos trabalhos de Saccheri, desenvolveram, independentemente, um novo tipo de geometria" (Lovis, 2009, p. 31).

Franco (2013) se refere, ainda, a Girard Desargues, arquiteto, engenheiro militar e matemático, que teve sua obra escrita em 1639 rejeitada pelos matemáticos de sua época em detrimento das obras escritas por Descartes, com sua recente geometria cartesiana, e pelos pensamentos de Emmanuel Kant. Sua obra foi revisitada por Jean Victor Poncelet em 1822, tornando após isso a perspectiva parte de uma nova geometria: a geometria projetiva. A construção da geometria projetiva esteve, de acordo com Coxeter (1968, p. 4 *apud* Franco, 2013), conectada intrinsicamente com a arte desde o princípio com a utilização da perspectiva sendo "[...] um dos modelos da geometria elíptica [...]".

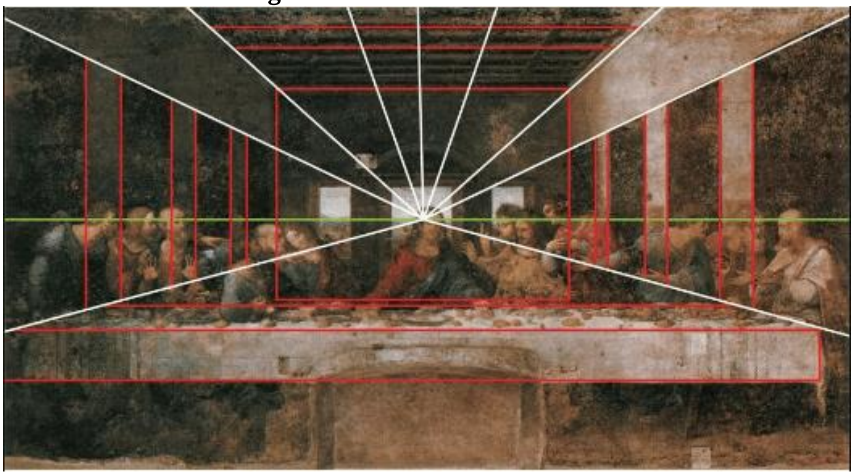
Para Ernst (2012, p. 46)

> o que chamamos hoje de perspectiva, existe só desde a primeira metade do século XV. [...] A princípio, isto acontecia intuitivamente e assim foram feitos muitos erros [...]; mas logo que se estabeleceu um princípio matemático para esta forma de representação, mostrou-se que todo arquiteto e artista via o espaço da mesma forma.

A Última Ceia[14], de Leonardo da Vinci, apresenta o uso da perspectiva linear em que foi utilizado um ponto de fuga central, localizado atrás da cabeça de Jesus, que serve como o ponto de convergência das linhas de perspectiva da pintura, conforme Figura 4.

[14]A pintura original (1494-1498) é um mural localizado em uma parede no refeitório do Convento de Santa Maria a Maria das Graças, em Milão.

Figura 4 – Mural: A Última Ceia



Fonte: Arte até você (2020).

As descobertas de Gauss, Lobachevsky e Bolyai revolucionaram a matemática ao mostrar que a geometria euclidiana não é a única possível nem a única verdadeira. Elas introduziram novas formas de pensar sobre o espaço e a realidade, expandindo significativamente o horizonte matemático e científico. Essas novas geometrias desafiaram a percepção tradicional e abriram caminho para inovações que continuam a influenciar a ciência e a matemática até hoje (Gorodski, 2009, p.19).

O fato é que novas geometrias surgiram, resultantes da procura de tentativas de demonstrar o 5° Postulado de Euclides, sendo que a

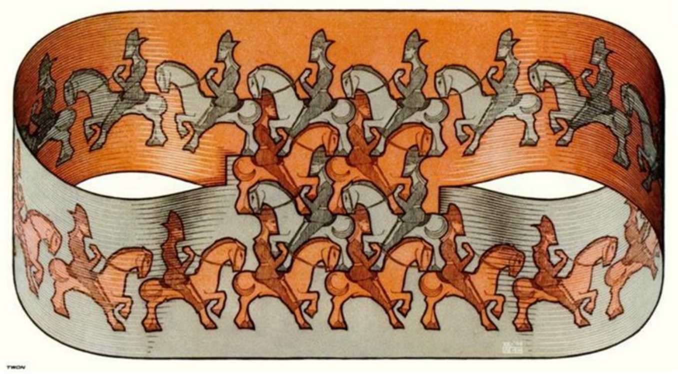
> [...] geometria não euclidiana não invalida a geometria euclidiana; pelo contrário, elas se mostram extremamente necessárias e complementares, uma para ser usada em espaços quando a cuja curvatura é zero, e a outra em espaços com curvatura positiva ou negativa [...] (Lyra, 2008, p.32).

Para Gorodski (2009, p. 19) encerrou-se um período na história da matemática iniciado dois mil anos antes, com a geometria euclidiana, originando a partir desses eventos

> [...] uma transformação profunda não apenas do pensamento matemático, mas também do pensamento teórico em geral, que influenciaria nossas concepções do universo e do mundo físico. Apesar disso, as geometrias não euclidianas permaneceram um tanto marginais por várias décadas antes de serem completamente integradas (Gorodski, 2009, p. 19).

A partir desse ponto da história, e ao longo de diversas produções artísticas e visuais, chega-se até o início do século XX, período em que Maurits Cornelis Escher também traz em sua arte conceitos matemáticos trabalhados de uma maneira inovadora e provocativa. Para Della Nina (et al. 2008, p. 112) "Escher utilizou demasiado em seus trabalhos as isometrias do plano, entre elas a simetria e a translação. Os seus trabalhos impressionam dois mundos – o das Artes e o da Matemática". A xilogravura[15] Cavaleiros (1946), ilustrada na Figura 5, de acordo com Oliveira e Fonseca (2006, p. 36) "[..] demonstram o paradoxo do exterior/interior, do dentro/fora nos fazendo indagar como se define o dentro e o fora? Como se separa a figura e o espaço, o sujeito e o social? "

Figura 5 – Cavaleiros de M. C. Escher (1946)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

M. C. Escher explora padrões geométricos com precisão matemática, não deixando de propor enigmas visuais que instigam reflexões filosóficas e sociais. É um diálogo entre os campos da matemática e das artes. Assim, Escher transforma seus trabalhos em espaços de inquietação e questionamento, nos quais a linguagem visual ultrapassa o estético e se torna um meio de pensamento.

2.2 Maurits Cornelis Escher

Maurits Cornelis Escher nasceu em Leeuwarden, Holanda, em 17 de junho de 1898 vindo a falecer no Hospital Hilversum, em Hilversum também na Holanda, em 27 de março de 1972 sendo alguns meses antes de completar 74 anos de vida. Tornou-se conhecido no início do século XX como um artista matemático, com uma visão geométrica, e principalmente não euclidiana.

Berro (2008, p. 25) cita que o pai de M. C. Escher, um engenheiro hidráulico, considerava que seu filho devesse seguir carreira na área das ciências exatas o matriculando na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas "[...] sob a orientação de um arquiteto bem renomado

[15] A xilogravura, originada dos termos gregos "xilon" (madeira) e "grafo" (escrever ou gravar), é uma técnica de impressão que utiliza a madeira como base para criar imagens e textos. O processo envolve a gravação de um desenho em relevo na superfície da madeira, que é posteriormente entintada e pressionada contra papel ou outro material, funcionando de maneira semelhante a um carimbo.

dessa escola”. No entanto, M. C. Escher enfrentou desafios em sua educação formal, não se destacando em várias disciplinas acadêmicas, exceto em desenho. Sua habilidade artística e interesse em padrões geométricos o levaram a criar obras que desafiavam a percepção visual e exploravam noções matemáticas, como a infinitude, a perspectiva e a simetria.

Após a verificação de que era destituído de talento para a arquitetura, o futuro artista começou a dedicar-se em Artes Decorativas e com o professor Samuel Jesserun de Mesquita, de origem judia e portuguesa, teve a oportunidade de aprender técnicas de gravuras artísticas, incluindo a xilogravura, conforme demonstra a Figura 6.

Figura 6 – Artista entalhando um pedaço de madeira para impressão

Fonte: Artes do Imaginário Brasileiro (2022).

Embora o professor Mesquita o considerar um aluno normal[16], Berro (2008, p. 27) cita que M. C. Escher não se destacava perante os outros, e “[..] era demasiado pouco artista e que faltava fantasia e ideias espontâneas”. De acordo com Ernst (2012, p. 11) “[...] em 1922, Escher deixou a Escola de Arte. Tinha [...] uma boa base em desenho; das técnicas de gravura artística dominava de forma tão considerável a xilogravura que também Mesquita achou que o jovem deveria agora seguir o seu próprio caminho”.

O artista manteve contato com seu professor até 1944, e Berro (2008, p. 27) menciona o conhecimento de que foi nesse “[...] ano que Mesquita e sua família foram assassinados pelos alemães”. Ao término de seus estudos, deu início à extensivas viagens pela Europa passando pela Espanha e pela Itália. Sua estadia em Roma teve um impacto significativo em seu trabalho artístico sendo nesse momento que começou a desenvolver suas famosas obras de perspectiva impossível e ilusões de óticas, inspiradas em parte pelas estruturas arquitetônicas complexas que encontrou na cidade (Barth, 2006).

[16] O professor Mesquita o considerava um aluno sem maiores habilidades, sendo que ele não via um talento grandioso em M. C. Escher. Portanto, para o professor ele era um aluno normal como qualquer outro aluno.

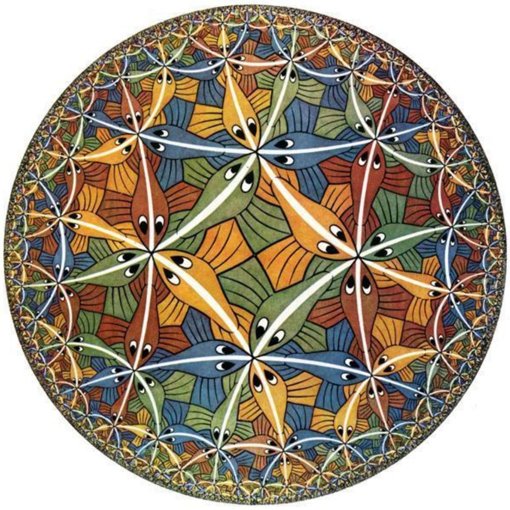
A arte renascentista italiana e as influências islâmicas presentes na arquitetura espanhola e mourisca, igualmente, trouxeram inspiração para M. C. Escher e suas obras com estilo único e visionário à época. Em 1923 fixou residência na Itália e sua arte nessa primeira fase tem como peculiaridade a arquitetura e os campos italianos, evoluindo posteriormente nos anos vindouros uma transformação de objetos ou formas em coisas completamente diferentes do original (Tjabbes, 2011).

M. C. Escher saiu da Itália em 1937, de acordo com Frazão (2020), durante a Segunda Guerra Mundial e em 1945 voltou à Holanda, mas carregaria para sempre consigo a arte que conheceu tanto na Itália quanto na Espanha. Suas fases de produção artística são muito bem delimitadas de acordo com suas inspirações sendo seu encantamento pelos mosaicos das construções árabes visitadas em Alhambra, Espanha, a propulsão para criar mundos fantásticos por meio das transformações geométricas que utilizava para arquitetar padrões tridimensionais.

M. C. Escher apresentou sua obra representada pelas geometrias, seus conceitos, seus padrões tão criativos e carregadas de matemática e de arte, de arte e de matemática, tornou-se atemporal com infinitas possibilidades para esmiuçar seus trabalhos por intermédio de pesquisas. Suas construções nos trazem efeitos de ótica primorosos e uma impressionante *redescoberta* da geometria não euclidiana, conferindo destaque não somente nas artes visuais, mas também na matemática.

Na série *Limite do Círculo* M. C. Escher explora a ideia da eternidade do universo por meio da multiplicação infinita de figuras dentro de um círculo em um conjunto de quatro obras: Limite Circular I, II, III (Figura 7) e IV.

Figura 7 – Limite do Círculo III de M. C. Escher (1959)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

O artista usa a divisão do plano regular e a associa à geometria hiperbólica, uma geometria não euclidiana para simbolizar a infinitude do universo. M. C. Escher criou composições que transcendem a representação tradicional do espaço. Essa associação não se limita a um rigor técnico, mas carrega um simbolismo profundo: a tentativa de representar visualmente a infinitude do universo. A geometria hiperbólica, com suas propriedades que desafiam a intuição euclidiana, serve como metáfora visual para a ideia de um espaço infinito, dinâmico e em constante expansão.

2.3 A gênese da obra de M. C. Escher

No período em que foi residente na Itália, dos anos de 1922 a 1935, M. C. Escher viajou muito e suas viagens moldaram suas criações. As paisagens italianas e mediterrâneas são, em sua maioria, produzidas anteriormente a 1937 com mais 70 gravuras posterior a essa data, sendo que, “ [...] tem-se a impressão de que ele, da primeira à última gravura, se encontra numa viagem de descoberta e cada uma das suas gravuras é um relatório sobre o que descobriu [...]” (Ernst, 2012, p. 24).

Ernst (2012, p. 24) diferencia o trabalho de M. C. Escher em “[..] três temas[17]: estrutura do espaço; estrutura da superfície e representação pictórica da relação entre espaço e superfície plana”. Para o primeiro tema há uma apresentação em três categorias distintas: composições paisagísticas, interpenetração de mundos diferentes e sólidos geométricos abstratos.

As composições paisagísticas culminam até 1937, como a Figura 8 como exemplo desse tema dentro da estrutura do espaço.

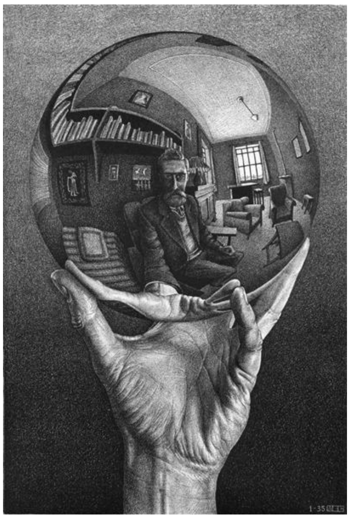
Figura 8 - A ponte de M. C. Escher (1930)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

[17] Ao final da seção 2.3 será apresentado um quadro para melhor visualização dos temas, categorias e divisão dos períodos criativos de M. C. Escher, de acordo com Ernst (2012).

Na interpenetração de mundos diferentes são vistos vários espaços ao mesmo tempo e que se sobrepõem, onde a estrutura espacial não está como nos parece ser. A Figura 9 nos leva a espaços diferentes que se interpenetram, em que mundos diferentes estão adentrados um ao outro.

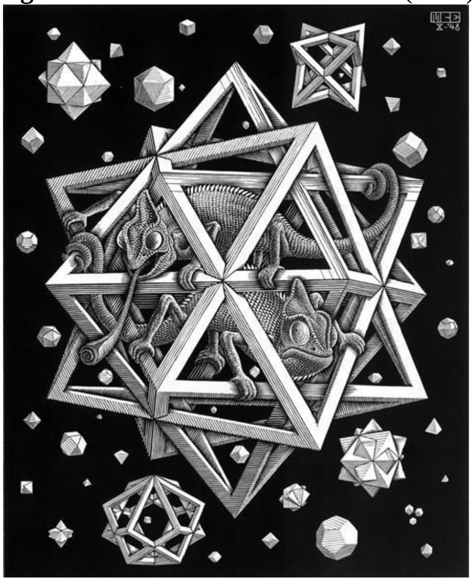
Figura 9 – Mão com esfera de M. C. Escher (1935)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

O interesse por figuras geométricas vai se revelando com os sólidos geométricos abstratos e um belo exemplo é sua obra Estrelas (Figura 10).

Figura 10 – Estrelas de M. C. Escher (1948)

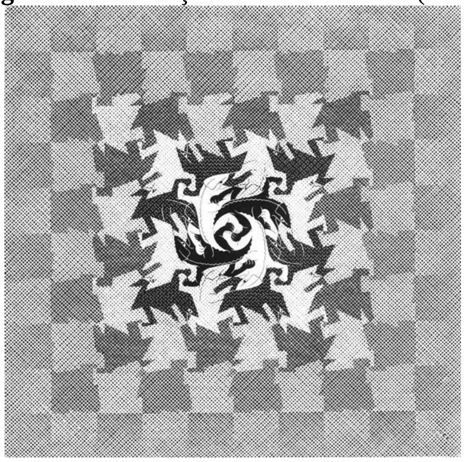


Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

Ao segundo tema, a estrutura da superfície, há a base para três grupos de gravuras: metamorfose, ciclos e aproximação ao infinito. A visita a Alhambra tem o seu protagonismo nesse momento, segundo Ernst (2012, p.24), M. C. Escher estudou intensamente "[...] como não matemático [...]" tendo elaborado"[...] um sistema completo para divisão regular duma superfície plana, que mais tarde viria a despertar a admiração de cristalógrafos e matemáticos".

Para a execução das gravuras das metamorfoses há a transformação de figuras geométricas, gradativamente, em lagartos, pessoas, pássaros, peixes, etc. A Figura 11 traz essa comutação em que quadrados sutilmente se tornam figuras geométricas distintas para posteriormente se tornarem lagartos.

Figura 11 – Evolução I de M. C. Escher (1937)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

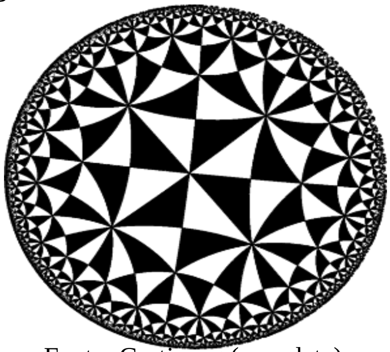
A divisão regular da superfície ainda é utilizada, na maior parte das vezes, no grupo de gravuras com o tema Ciclos. Ernest (2012, p.24) conclui que M. C. Escher aproveita as "[..] formas reconhecíveis: pessoas, plantas, animais, casas, etc. Também em gravuras com o tema circulação, em que a fase inicial e final se diluem uma na outra". A Figura 12 caracteriza esse tema e grupo de gravuras.

Figura 12 - Répteis coloridos de M. C. Escher (1943)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

A aproximação ao infinito traz consigo novamente a divisão regular de superfície. A superfície é preenchida com figuras idênticas e após M. C. Escher encontrar uma possibilidade diferente para a aproximação ao infinito em um livro de Harold Scott MacDonald Coxeter e a partir de uma ilustração, o modelo de disco de Poincaré[18], Figura 13, desenvolveu seu próprio plano para essa construção (Ernst, 2012, p. 112).

Figura 13 – Modelo de Disco de Poincaré



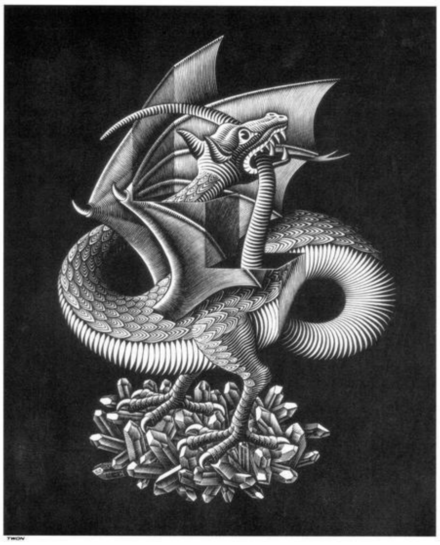
Fonte: Gratispng (sem data).

Ao terceiro e último tema, representação pictórica da relação entre espaço e superfície plana, há, mais uma vez, três grupos de gravuras: a essência da representação (conflito espaço-superfície), perspectiva e figuras impossíveis. M. C. Escher explorou padrões geométricos e ilusões de ótica, enfrentando desde cedo um desafio inerente à representação espacial: como traduzir três dimensões em um plano bidimensional. Essa questão é central na Arte e na Matemática, e ele a abordou com criatividade e inovação. Suas obras desafiam a percepção, criando cenas que parecem tridimensionais em uma superfície plana e ao manipular perspectivas, explorar transformações geométricas e jogar com a percepção visual, conseguiu representar profundidade, volume e complexidade espacial em suas gravuras, mesmo trabalhando em um meio bidimensional.

Na essência da representação (conflito espaço-superfície) a gravura Dragão (Figura 14) caracteriza esse tema.

[18] Matemático francês, Jules Henri Poincaré, desenvolveu um modelo para demonstrar a geometria hiperbólica, onde a partir de um ponto fora de uma linha, passam precisamente duas linhas paralelas a esta linha, em contraste com a geometria euclidiana, onde existe apenas uma linha paralela. No modelo de Poincaré, a infinidade de uma superfície hiperbólica é representada dentro de um grande círculo finito, onde as linhas retas são representadas por arcos de círculo que tocam a borda do disco em ângulos retos.

Figura 14 – Dragão de M. C. Escher (1952)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

Ao investigar as leis da perspectiva, utilizada desde o renascimento para representar o espaço, M. C. Escher encontrou novas leis e fez uso delas em suas gravuras com perspectivas (Ernst, 2012, p. 24). Na perspectiva clássica, um conceito fundamental na arte e na geometria, estabelece que as linhas paralelas que se estendem na direção da figura devem ser desenhadas como linhas paralelas no plano da imagem. De acordo com essa regra, essas linhas não convergem para um ponto de fuga, uma característica comum em outras técnicas de perspectiva que criam a ilusão de profundidade (Ernst, 2012, p.46). Na terminologia da geometria de projeção, isso significa que os pontos de intersecção, dessas linhas paralelas, se encontram no infinito reforçando a ideia de que, na representação clássica, essas linhas nunca se encontram. Essa abordagem é fundamental para a compreensão de como diferentes técnicas de perspectiva podem influenciar a percepção de espaço em obras de arte e representações gráficas.

Ernst (2012, p. 46) que a perspectiva clássica reforça uma concepção espacial ordenada e previsível, mas também limita a possibilidade de representar a profundidade de forma dinâmica. Ao destacar essa característica, evidencia-se como a perspectiva clássica, ao mesmo tempo em que garante a coerência geométrica, impõe uma visão restrita do espaço, que contrasta com abordagens ou alternativas que exploram outras geometrias e perspectivas para sugerir infinitude, distorções ou paradoxos espaciais.

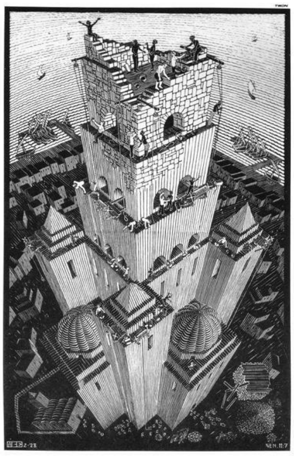
Para Ernst (2012, p. 47) "isto iria, pois, contrariar a nossa própria experiência: se estivermos ao pé de uma torre, vemos as linhas verticais convergirem num ponto, e se fizermos uma fotografia tirada do mesmo lugar, vemos isto ainda mais claro". Portanto, há um contraste entre a perspectiva clássica e a nossa experiência perceptiva cotidiana. Embora, teoricamente, linhas verticais paralelas devam permanecer paralelas sem ponto de fuga, na prática, ao observarmos uma torre de perto, percebemos essas linhas convergindo para um ponto acima. Essa observação revela como a visão humana e os registros fotográficos desafiam a rigidez das construções geométricas tradicionais, mostrando que a percepção do espaço é muito mais flexível e sujeita a distorções ópticas.

Segundo Ernst (2012, p.47)

> [...] isto resulta das regras da perspectiva clássica, porque o quadro já não é mais perpendicular à terra. Se colocarmos o quadro horizontalmente e olharmos para baixo, vemos todas as linhas verticais convergirem num ponto sob os nossos pés: no *nadir.*

Na xilogravura Torre de Babel (Figura 15) M. C. Escher faz uso da perspectiva *nadir*.

Figura 15 – Torre de Babel de M. C. Escher (1928)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

M. C. Escher usou a perspectiva nadir para criar uma visão dramática acentuando a altura e imponência do que está sendo observado, aqui a xilogravura Torre de Babel, em que as linhas verticais convergem para um ponto de fuga acima da cena, fora do campo visual, criando uma sensação de verticalidade extrema.

Ernst (2012, p.47) cita que foi usada por M. C. Escher também “[...] pela primeira vez, conscientemente, o zênite como ponto de fuga [...]” em que é mostrado “[...] alguém que vindo das profundezas tenta alcançar a luz. A legenda diz: *Vamos sair disto* – uma alusão às consequências da Segunda Guerra Mundial”. Ernst (2012, p. 47) suscita que o zênite é a visão de um de um observador que “[...] está deitado no chão e olha a direito para cima [...] se traçarmos algumas linhas que convergem num ponto, então este ponto pode representar muita coisa, por exemplo o zênite, nadir, ponto de distância, etc... Isso depende completamente da relação em que está”.

A Figura 16 mostra como M. C. Escher fez uso do *zênite*.

Figura 16 – ExLibris-Kring de M. C. Escher (1946-1947)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

Na criação de mundos impossíveis[19] M. C. Escher juntou em uma única imagem dois ou três mundos diferentes. Para Ernst (2012, p. 77)

> Vermos dois mundos diferentes em um único lugar e ao mesmo tempo, suscita uma sensação de feitiço. Isso é impossível; onde está um corpo, não pode estar outro. Temos de inventar uma nova palavra para esta impossibilidade – simultópica- ou descrevê-la; ocupação, ao mesmo tempo, do mesmo lugar. Só um artista nos pode dar esta ilusão e através dela nos proporcionar uma sensação tão peculiar, uma experiência de um sentido absolutamente novo. A partir de 1934, Escher fez gravuras, nas quais ele procurava com consciência esta s*imultopia*.

Em Belveder, de 1958, inicialmente se vê um edifício, mas, não pode haver um edifício na realidade. Entre tantos detalhes que corroboram para essa aceitação está, segundo Ernst (2012, p. 91)

> Os oito pilares que ligam os dois pisos têm também em si algo peculiar. São só normais os pilares na ponta direita e na ponta esquerda [...]. Os outros seis pilares ligam sempre a parte da frente com a parte de trás e têm, de uma forma

[19] Ernst (2012) observa que M. C. Escher, ao sobrepor em uma mesma imagem dois ou três mundos distintos, não apenas cria composições esteticamente impactantes, mas também tensiona os limites da representação espacial. Esses “mundos impossíveis” revelam-se como construções visuais que desafiam a lógica da perspectiva e da geometria euclidiana, ao mesmo tempo em que convidam o observador a refletir sobre a coexistência de dimensões incompatíveis no espaço real.

> ou outra, de seguir diagonalmente pelo espaço central. O mercador, que apoia a mão direita no pilar do canto, notaria isso bem depressa, se quisesse apoiar a mão esquerda no pilar seguinte.

Na Figura 17, a litografia[20] Belveder, que nos estudos prévios de M. C. Escher seria denominada casa-fantasma pode-se averiguar que sua arquitetura é impossível.

Figura 17 – Belveder de M. C. Escher (1958)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

A obra de M. C. Escher ainda é dividida, de acordo com Ernst (2012), em quatro períodos diferentes, distinguidos por uma cronologia que se pode conjugar em duas fases, antes e depois de 1937.

Em sua primeira fase suas produções artísticas vinham da inspiração do ambiente à sua volta como Sampaio (2012, p. 9) expõe que "[..] a maioria das suas gravuras são paisagens e pequenas cidades do sul de Itália, tendo retratado ainda alguns animais, plantas, pessoas [..]". A partida do artista, em 1938, da Itália foi o precursor de mudanças ocasionando a distinção das fases de sua produção artística e conforme Sampaio (2012, p. 9), a partir de 1937, "[...] o real deixa de ser o centro da sua obra para se tornar num ornamento".

Para Ernst (2012) a obra de M. C. Escher é organizada por seus períodos criativos em que cada um tem suas gravuras apontando para o início e o fim, além do ponto culminante dentro desse período. Os períodos iniciam com o das paisagens indo de 1922 a 1937, seguido

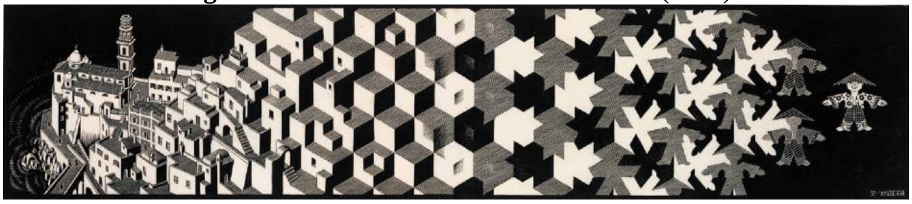
[20] A litogravura é um estilo de impressão que funciona como uma gravação feita por meio de desenhos sobre uma matriz porosa. Trata-se de um processo químico, que tem como base o princípio da repulsão entre água e óleo. Feito por meio de uma ferramenta gordurosa, como um lápis ou bastão, o desenho surge por meio do acúmulo de gordura na superfície da matriz.

pelo período das metamorfoses de 1937 a 1945, pelo período das gravuras subordinadas à perspectiva de 1946 a 1956 chegando, assim, ao seu último período o da aproximação ao infinito compreendido entre 1956 e 1970.

No período das paisagens suas viagens e suas percepções delas são registradas fugindo das ruínas antigas dando ênfase à natureza, às cidadezinhas e suas peculiaridades. Segundo Ernst (2012) o ponto culminante desse período é Castrovalva (1930).

O anúncio para o período das metamorfoses vem com Metamorfose I (1937), Figura 18, que "[...] mostra a transformação gradual duma pequena cidade, passando por cubos, numa boneca chinesa" (Ernst, 2012, p. 26).

Figura 18 – Metamorfose I de M. C. Escher (1930)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

O ponto culminante determinado para esse período é Dia e Noite (1938) e seu fim Colunas Dóricas (1945) (Ernst, 2012).

No período das gravuras subordinadas à perspectiva Ernst (2012, p. 27) menciona que "[...] a gravura à maneira negra Um outro mundo I (1946) que ainda não foi bem-sucedida, mostra já um ponto que, ao mesmo tempo, é zênite, nadir e ponto de fuga". O ponto culminante vem a ser, Em cima e embaixo (1947), Figura 19.

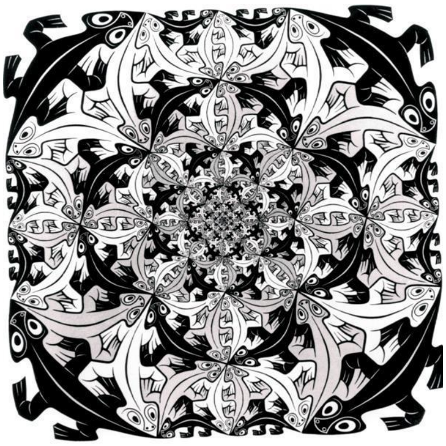
Figura 19 – Em cima e embaixo de M. C. Escher (1947)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

Para o fim desse período nota-se um regresso à perspectiva tradicional, o interesse em sólidos geométricos simples, espirais no espaço e as faixas de Möebius.

No período da aproximação ao infinito o início é determinado pela xilogravura Cada vez menor I (1956), Figura 20.

Figura 20 – Cada vez menor I de M. C. Escher (1956)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

O ponto culminante desse período é a impressionante Galeria de Arte (1956) e sua última gravura foi Serpentes (1969), Figura 21, com uma apresentação menos primorosa em decorrência de sua saúde debilitada, mas, não menos impressionante.

Figura 21 – Serpentes de M. C. Escher (1969)

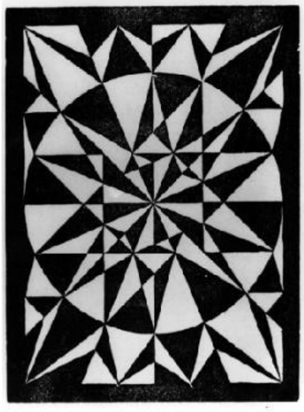
Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

Ernst (2012, p. 114) relata que "[...] em 1969, quando Escher já sabia que de novo se tinha de submeter a uma grave operação, aproveitou todas as oportunidades, sempre que se sentia capaz, para trabalhar em sua última gravura". Uma obra despretensiosa em relação a outras representações ao infinito, mas, tão genial e maravilhosa como todo o conjunto de suas obras.

A seguir serão apresentadas as obras de M. C. Escher que foram selecionadas para este trabalho. Essas obras foram selecionadas por apresentarem a técnica de tesselação em suas execuções pelo artista e pelas possíveis transformações isométricas que podem ser observadas. As obras foram apresentadas aos participantes da pesquisa e cada grupo de professores participantes utilizou apenas uma delas na execução das tarefas que foram solicitadas.

Uma das obras selecionadas foi a *Flor de Pascua-Beautiful* (1921). Esta obra faz parte do primeiro período, de sua primeira fase e com o terceiro tema, de acordo com a cronologia descrita por Ernst (2012). Com a representação característica da relação entre espaço e superfície plana, conforme a Figura 22.

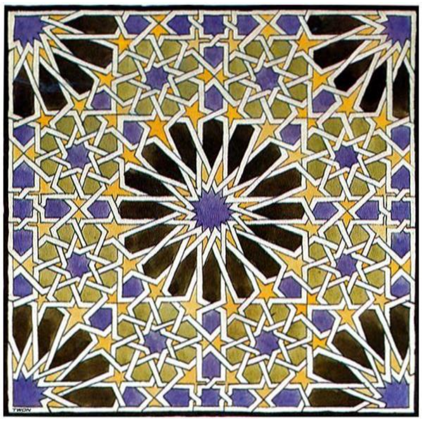
Figura 22 - Flor de Pascua-Beautiful de M. C. Escher (1921)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

O fascínio de M. C. Escher pelo Alhambra foi eternizado, sendo a segunda escolha para a pesquisa, em seu *Mural Mosaic in the Alhambra* (1922) na Figura 23.

Figura 23 - Mural Mosaic in The Alhambra de M. C. Escher (1922)



Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

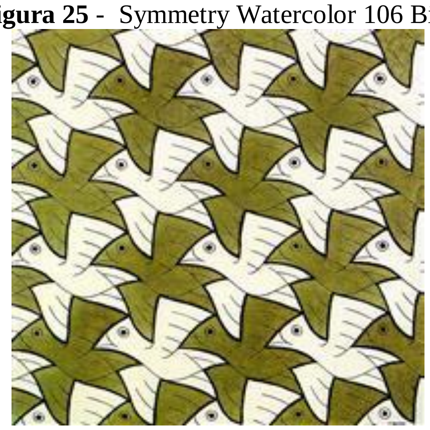
Há a escolha da gravura *Two Birds* (1938) ilustrada na Figura 24, tema estrutura da superfície, para esta pesquisa com os professores na formação continuada.

Figura 24 - Two Birds de M. C. Escher (1938)

Fonte: WikiArt – Visual Art Encyclopedia.

A gravura *Symmetry Watercolor 106 Bird* (1959) está representada no tema estrutura da superfície, Figura 25, sendo assim uma das opções para esta pesquisa.

Figura 25 - Symmetry Watercolor 106 Bird



Fonte: Escher (1959).

A gravura *Interlaced Hexagon* (1967), Figura 26, pertencente ao tema estrutura da superfície é a quinta gravura escolhida para a pesquisa.

Figura 26 - Interlaced Hexagon

Fonte: Escher (1967).

O Trecho 2 da *Metamorphosis III excerpt 2* (1967-1968), conforme Figura 27, é a sexta e última gravura utilizada na pesquisa sendo pertencente ao período das metamorfoses.

Figura 27 - Metamorphosis III excerpt 2

Fonte: Escher (1967-1968).

As gravuras de M. C. Escher não são meras ilustrações de curiosidades visuais, constituem verdadeiros laboratórios visuais onde se experimentam tesselações, simetrias, perspectivas não usuais e paradoxos espaciais. Portanto, ao selecionar e analisar estas obras de M. C. Escher no contexto desta pesquisa, estabelece-se um alicerce para os desdobramentos subsequentes, que incluem a formação continuada de professores, o estudo das transformações isométricas e a elaboração de tarefas que articulam Matemática e Artes Visuais. Ao mesmo tempo, reforça-se o caráter do presente trabalho, que não se limita à contemplação estética das gravuras, mas as incorpora criticamente em uma proposta fundamentada teoricamente e voltada para a transformação das práticas pedagógicas.

Encerrando este percurso, constata-se que a gênese da obra de M. C. Escher revela não apenas a evolução estética de um artista singular, mas a complexidade conceitual que permeia seus trabalhos, em íntima relação com fundamentos matemáticos e geométricos. Conforme Ernst (2012, p. 24-25) demonstra os temas e suas categorias, apresenta-se a Tabela 1.

Tabela 1 - Temas e Categorias das Artes Visuais de M. C. Escher

Estrutura do Espaço	**Estrutura da superfície**	**Representação pictórica da relação entre espaço e superfície plana**
- Composições paisagísticas	Metamorfoses	- A essência da representação (conflito espaço-superfície)
- Interpenetração de mundos diferentes	- Ciclos	- Perspectiva
	- Aproximação ao infinito	
- Sólidos geométricos		- Figuras impossíveis

Fonte: Adaptado de Ernst (2012), elaborado pela autora da pesquisa.

A Tabela 1 evidencia como a obra de M. C. Escher se organiza em torno de grandes eixos conceituais, revelando sua capacidade de articular o rigor matemático com soluções visuais inovadoras. Esses temas e categorias não apenas estruturam a produção artística, mas também permitem compreender como cada período criativo foi marcado por preocupações distintas, embora interligadas entre si. Para visualizar de forma mais clara essa evolução, apresenta-se a seguir a Tabela 2, que organiza cronologicamente os diferentes momentos da trajetória de Escher, relacionando-os aos principais focos de sua pesquisa estética e geométrica.

Tabela 2 – Cronologia das Artes Visuais de M. C. Escher

1922 – 1937	**1937 – 1945**	**1946 – 1956**	**1956 – 1970**
Período das paisagens	Período das metamorfoses	Período das gravuras subordinadas à perspectiva	Período da aproximação ao infinito

Fonte: Adaptado de Ernst (2012), elaborado pela autora da pesquisa.

A relação entre as duas tabelas permite compreender a profundidade do percurso criativo de Escher. Enquanto a Tabela 1 evidencia os temas e categorias centrais que atravessam sua produção, a Tabela 2 demonstra como esses elementos se desdobraram ao longo do tempo em fases distintas. Portanto, cada fase é marcada por ênfases próprias: do encantamento inicial com as paisagens, passando pelas metamorfoses e jogos de perspectiva, até alcançar as composições em que a aproximação ao infinito se torna protagonista. Dessa forma, percebe-se que a evolução cronológica não se restringe a uma sucessão linear, mas revela um movimento contínuo de aprofundamento conceitual e estético, em que os fundamentos geométricos e matemáticos permanecem como eixo estruturador da obra.

2.4 Arte e Geometrias, Geometrias e Arte: a possibilidade de imbricações

Os documentos oficiais da União, do Estado do Paraná e do Município de Campo Mourão contém as regulamentações que são seguidas pela Seced e utilizadas nessa pesquisa para que fiquem claros os elementos que conduzem essa pesquisa. Com o intuito de esclarecimento, na obrigatoriedade imposta para o ensino atual, é salutar transcrever em totalidade o artigo 26 da LDB n° 9.394/96 que alega no

> Art. 26 – Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela. §1.º – Os currículos a que se refere o caput devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da Língua portuguesa e da Matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil. § 2.º – O ensino da Arte constituirá componente curricular obrigatório nos diversos níveis da educação básica, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos alunos.

A articulação dos conteúdos programáticos com suas respectivas progressões dos componentes curriculares, como são tratadas nas disciplinas de Matemática e Arte na BNCC (2018) no decorrer do período em que o aluno estiver no ensino fundamental, traz que as Artes Visuais são uma das linguagens da Arte que o aluno deve explorar em todos os anos, sendo que também a Geometria em Matemática tem essa especificidade, podendo convergir para a integração além de suas próprias delimitações, questões e objetos de estudo, manifestando a possibilidade da imbricação sugerida por esta pesquisa.

As "[...] Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica visam estabelecer bases comuns nacionais para [...] o Ensino Fundamental [...] bem como para as modalidades com que podem se apresentar [...]" e inserem autonomia, a partir desse momento, para que os sistemas de educação tanto nas instâncias federais, estaduais e municipais, atribuam suas competências próprias e complementares para que formulem "[...] suas orientações assegurando a integração curricular das três etapas sequentes desse nível da escolarização, essencialmente para compor um todo orgânico" (Brasil, 2013, p. 8) .

Nesse encadeamento, na BNCC (Brasil, 2018, p. 271) o componente curricular Matemática traz em sua unidade temática Geometria que a geometria "[...] envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento[...]" e com a expressão criativa proposta em Arte-Artes Visuais podem ser utilizadas para a exploração da geometria por meio de de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

A Geometria e a Arte, para Flores e Kerscher (2021, p. 2), possuem uma conexão em que "[...] não se busca ver matemática na arte, tampouco fazer da aula de Matemática um lugar prazeroso, motivado pela arte, e também não aprender matemática reconhecendo conteúdos matemáticos na obra de arte". Há arte nas geometrias, há geometrias na arte. Há vivência em ambos os domínios e os documentos oficiais brasileiros corroboram para que isso aconteça.

Ao longo do Ensino Fundamental - Anos Iniciais o trabalho com o espaço, formas geométricas planas e espaciais, simetria de reflexão, congruências de figuras geométricas planas, entre outros, são alguns dos objetos de conhecimento explorados, desenvolvidos e ampliados continuamente a cada ano escolar com o fim de obter-se as habilidades descritas na BNCC (2018) no componente curricular Matemática.

Considerando essas informações a possibilidade de convergência de conteúdos programáticos de Arte e Matemática do 5° ano do Ensino Fundamental - Anos Iniciais pode ser proporcionada para concretizar o que já foi adquirido nos anos anteriores além de ampliar e compor saberes através desse início de interação.

A PPC Ensino Fundamental Anos Iniciais – 5° Ano (2020) é um documento estabelecido pela Seced e desenvolvido por meio da implementação da BNCC e adaptação das Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) à realidade local, necessidades específicas dos alunos e recursos disponíveis, que neste caso foram organizados pelas equipes pedagógicas, os professores, os gestores e comunidade escolar da Seced do município de Campo Mourão.

Perante isso, a PPC Ensino Fundamental Anos Iniciais - 5º Ano discorre que é no Ensino Fundamental - Anos Iniciais que

> [...] deve-se dar ênfase ao desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas, utilizando ferramentas matemáticas, em uma variedade de contextos. Desse modo, trabalhar na perspectiva do letramento permite assegurar aos estudantes o reconhecimento de que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e na comunidade local na qual estão inseridos (Campo Mourão, 2020, p. 96).

Perante esse entendimento é importante elencar que a BNCC traz o termo *letramento matemático* citando que

> [...] é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (Brasil, 2018, p. 266).

O letramento matemático é referido à capacidade dos alunos de compreender, interpretar e usar efetivamente a linguagem matemática em uma variedade de contextos e situações. A definição dos objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas em sala de aula deve ser orientada para promover o letramento matemático, não sendo somente uma busca de ensino de conceitos e procedimentos matemáticos, mas, o desenvolvimento da capacidade de raciocinar matematicamente, resolver problemas, comunicar ideias matemáticas para uma aplicabilidade de seu pensamento crítico em situações do mundo real. A integração do letramento matemático ao currículo do Ensino Fundamental - Anos Iniciais visa preparar os alunos para serem cidadãos participativos e competentes em uma sociedade cada vez mais orientada pela matemática e pelas ciências (PPC, 2020).

Portanto, a BNCC e a PPC Ensino Fundamental Anos Iniciais - 5º Ano reconhecem a importância de uma educação que vá além do aspecto puramente acadêmico, buscando contribuir para o desenvolvimento integral dos alunos em todas as suas dimensões: intelectual, física, afetiva, social, ética, moral e simbólica (BNCC, 2018; PPC, 2020). A integração da Matemática com outras áreas do conhecimento, como a Arte, pode levar o aluno a explorar conexões entre as diferentes disciplinas e entender como os conceitos matemáticos são aplicados em diferentes contextos e problemas do mundo real (BNCC, 2018; PPC, 2020).

Os conteúdos programáticos para o 5° ano são organizados de acordo com a BNCC (2018) no componente curricular Matemática em unidades temáticas, sendo: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e Estatística. Essa organização apresenta uma estrutura para os Anos Iniciais na qual são definidos os objetos de conhecimento e habilidades a serem abordados em cada unidade temática ao longo dos anos letivos visando a orientação do planejamento curricular e pedagógico.

No componente curricular Arte a composição é feita em quatro linguagens artísticas principais: Artes visuais, Dança, Música e Teatro. Cada linguagem envolve saberes diversos relacionados a produtos e fenômenos artísticos específicos como: a pintura, o desenho, a escultura e outras formas de Artes visuais, movimentos corporais expressivos e coreografias na Dança, etc. As práticas em Arte vão além da simples reprodução de técnicas e padrões estéticos, envolvendo atividades de criação, leitura, produção, construção e reflexão sobre formas artísticas (BNCC, 2018).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) estabelece que a abordagem das linguagens artísticas no contexto educacional deve articular-se com seis dimensões fundamentais do conhecimento que, em conjunto, configuram a experiência estética e ampliam o repertório cultural dos estudantes, a saber: criação, crítica, estesia, expressão, fruição, reflexão. Dentre essas dimensões, destaca-se inicialmente a estesia, entendida como a capacidade de perceber e interpretar manifestações artísticas por meio dos sentidos e das emoções. Essa dimensão é essencial para que o aluno desenvolva a sensibilidade necessária à observação de detalhes, ao reconhecimento de padrões e à apreciação das qualidades estéticas presentes nas obras de arte.

No campo da criação, a BNCC enfatiza o envolvimento ativo do estudante na produção artística, seja por meio do desenho, da pintura, da composição musical, da dança ou do teatro. Ao se engajar nesses processos, o aluno não apenas explora suas ideias e emoções, mas também constrói e manifesta sua identidade, ampliando sua autonomia criadora e seu potencial expressivo.

A reflexão emerge como um convite à análise crítica e à interpretação das obras, assim como à compreensão do próprio processo de criação. Tal reflexão propicia ao aluno situar o fazer artístico em um contexto mais amplo, reconhecendo significados, influências históricas e culturais, além de avaliar o impacto e a intencionalidade de suas próprias produções.

Articulada à reflexão, a crítica ocupa um papel de destaque ao possibilitar o entendimento do contexto sociocultural, histórico e político em que as obras foram concebidas. Essa dimensão amplia a capacidade do aluno de estabelecer relações entre o objeto artístico e seu tempo, percebendo o papel que a arte desempenha na sociedade e seus possíveis desdobramentos no presente.

A fruição, por sua vez, refere-se à apreciação estética e ao deleite proporcionado pela experiência artística. Seja por meio da contemplação visual de uma obra plástica, da escuta atenta de uma composição musical ou da observação de uma performance cênica. A fruição promove vivências sensoriais e emocionais significativas, favorecendo o prazer estético e contribuindo para o enriquecimento pessoal.

Por fim, a expressão artística, tal como concebida pela BNCC, transcende o âmbito da experiência individual para englobar processos colaborativos e coletivos. Ao compartilhar suas criações e experiências em um contexto dialógico, o aluno participa da construção coletiva de sentidos. Sendo assim, amplia suas perspectivas e promove o diálogo intercultural, consolidando a arte como espaço privilegiado de encontro, interação e formação humana.

Por conseguinte, a BNCC (2018) propõe que o ensino das linguagens artísticas no contexto escolar incorpore essas seis dimensões do conhecimento de maneira integrada e interdisciplinar, proporcionando ao aluno uma experiência artística rica, diversificada e significativa. As dimensões do conhecimento em Arte na escola representam uma abordagem flexível e dinâmica que valoriza a interdisciplinaridade, a criatividade e a expressão pessoal dos alunos, promovendo uma educação em Arte mais inclusiva, diversificada e relevante para os desafios do século XXI.

Diante do que foi exposto nos documentos oficiais, infere-se que a oferta de práticas pedagógicas que estabeleçam conexões entre Geometria e Arte se revela pertinente como possíveis situações que contribuem com o ensino. A introdução da Geometria por meio de atividades exploratórias, articuladas tanto com os conceitos da Geometria quanto com as linguagens das Artes Visuais, mostra-se uma estratégia promissora. Tal abordagem pode contribuir para o desenvolvimento das seis dimensões do conhecimento que fundamentam a experiência artística, ampliando possivelmente o repertório sensível, criativo, reflexivo e crítico dos estudantes.

2.4.1 A unidade temática Geometria no Ensino Fundamental – Anos Iniciais

Nos Anos Iniciais o aluno deve retomar as experiências e vivências sistematizadas na Educação Infantil para proporcionar uma transição suave e significativa para o aprendizado mais formal da Matemática. Os objetos de conhecimento se tornam o ponto de partida para o planejamento curricular onde o ensino deve ser flexível, contextualizado e centrado no aluno, propendendo à uma abordagem de conteúdos não lineares e não isolados.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de Nove Anos (Resolução CNE/CEB nº 7/2010) estabelecem um encadeamento que busca garantir a continuidade e a coerência dos currículos ao longo da trajetória escolar. Tal orientação revela-se para potencializar o processo formativo dos estudantes, especialmente nos momentos de transição, seja do contexto da Educação Infantil para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, seja destes para os Anos Finais. Ao propor essa articulação, o documento visa reduzir as descontinuidades que frequentemente comprometem o percurso escolar. Portanto, visa garantir condições para o desenvolvimento integral do aluno e para a consolidação de aprendizagens progressivas, respeitando o seu ritmo e as especificidades de cada fase. A PPC do Ensino Fundamental Anos Iniciais - 5º Ano (2020, p. 32) trata que

> O Referencial Curricular do Paraná também atenta ao processo de articulação da transição que deve ser observado quando o aluno avança do 5º ano para o 6º ano do Ensino Fundamental. Tais etapas da escolarização são de suma importância para o desenvolvimento do estudante, pois o mesmo adentrará a novas relações com o mundo. [...] A criança, ao chegar à escola, traz consigo um conjunto de saberes matemáticos construídos em interação com seu meio social. Trata-se, então, de incentivá-la a utilizar tais conhecimentos para resolver situações que apresentem significado para ela e que facilitem a construção de saberes mais elaborados nas etapas posteriores.

Os conceitos matemáticos se aprofundam ano após ano nos Anos Iniciais, segundo a PPC, pois se tem

> [...] a ideia de que um conceito pode levar mais de um ano para ser aprendido. Assim, um mesmo conteúdo aparece em diversos anos, mas as expectativas de aprendizagem aumentam a cada nova etapa, bem como as habilidades que se espera desenvolver a partir do conhecimento construído em sala de aula (Campo Mourão, 2020, p. 85).

A elaboração do currículo escolar para o 5° Ano, para a unidade temática Geometria, segue a proposição da BNCC (Brasil, 2018, p. 271) que sugere

> [...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Para tanto, a BNCC especifica ainda que os alunos em Geometria

> [...] identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, *tablets* ou *smartphones*), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de *softwares* de geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 272).

A organização do componente curricular Matemática na BNCC (2018, p. 296-297) segue como disposto no Quadro 2.

Quadro 2 – Matemática – 5° ano

Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Geometria	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas. (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.
	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.
	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Fonte: Brasil (2018).

Na implementação e adaptação do currículo escolar prevista na PPC (2020) do Ensino Fundamental Anos Iniciais, especificamente para o 5º ano, observa-se que os objetos de conhecimento e as habilidades foram organizados em conformidade com as diretrizes estabelecidas pela BNCC (2018). Este documento normativo é explicitamente referenciado como objetivo norteador na PPC (2020), assegurando alinhamento entre as propostas curriculares locais e o que preconiza a política educacional nacional. Essa relação é evidenciada e sistematizada com coerência por meio do planejamento pedagógico da PPC (2020) e com as normativas vigentes previstas pela BNCC (2018), como demonstra o Quadro 3.

Quadro 3 - Componente curricular: Matemática – 5º ano
Unidade temática – Geometria

Objeto(s) do conhecimento	Objetivos de aprendizagem	Conteúdo(s)	Trimestre
Geometria espacial	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos utilizando recursos manipuláveis e digitais para visualização.	Figuras geométricas espaciais: prismas, pirâmides, cilindros e cones; classificação e planificações.	1°
Plano cartesiano	(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; localizar objetos (pontos ou imagens) a partir da indicação das coordenadas geográficas representadas em malhas quadriculadas; resolver e elaborar problemas que envolvem o deslocamento de pessoas/objetos no espaço; ler mapas e croquis para localizar-se no espaço e criar representações deste (plantas baixas e maquetes). (EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1.º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros; resolver e elaborar problemas envolvendo a localização e a movimentação de objetos/pessoas no plano cartesiano (1º quadrante); visualizar e representar os objetos (bidimensional e tridimensional) em diferentes posições (vista superior, frontal e lateral).	Localização de objetos no plano: mapas, croquis, plantas baixas e maquetes. Localização no espaço: mudanças de direção (horizontal e vertical) e sentido (direita, esquerda, para frente, para trás, de cima para baixo, de baixo para cima e vice-versa). Movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante). Problemas que envolvem localização e movimentação de objetos e/ou pessoas no plano cartesiano (1º quadrante). Posições: vista superior, frontal e lateral. Bidimensionalidade e tridimensionalidade	2°
Geometria plana	(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais; classificar os polígonos de acordo com seus atributos: regulares e irregulares; quadriláteros, triângulos e outros.	Geometria plana: Ângulos. Classificação de polígonos: quadriláteros e triângulos, regulares e irregulares. Comparação de polígonos considerando os lados, vértices e ângulos.	2°
Geometria plana	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais; ampliar e reduzir polígonos, proporcionalmente, utilizando malhas quadriculadas e tecnologias digitais; reconhecer que, ao ampliar ou reduzir um polígono, proporcionalmente, o ângulo se mantém congruente; reconhecer que, ao ampliar ou reduzir um polígono, a medida de todos os lados deve aumentar ou diminuir na mesma proporção.	Congruência de ângulos. Proporcionalidade: ampliação e redução de figuras planas.	3°

Fonte: Campo Mourão (2020, p. 88-95).

Os conteúdos e objetivos, da unidade temática Geometria, foram apurados para identificar possíveis contribuições das obras de M. C. Escher sugeridas durante a formação com os professores do 5°ano.

2.4.2 A unidade temática Artes Visuais no Ensino Fundamental - Anos Iniciais

O componente curricular Arte é organizado em dois blocos sendo correspondentes aos anos iniciais (1° ao 5° ano) e anos finais (6° ao 9° ano). O objetivo dessa composição é facilitar a adaptação e adequação dos currículos e das propostas pedagógicas às suas realidades e contextos específicos das escolas, dos sistemas de ensino, dos professores e alunos. Essa abordagem permite que a unidade temática seja abordada em conciliação com as características e necessidades específicas dos alunos em cada faixa etária. As habilidades devem ser aperfeiçoadas para preparar os alunos para as etapas posteriores a cada ano escolar estando sempre de acordo com a BNCC (2018).

A aprendizagem em Arte, segundo a BNCC (2018) não deve seguir linearidade, rigidez, mas, ser um processo com dinamismo, flexível e inclusivo. A complexidade da aprendizagem da Arte deve vir com explorações de encorajamento da criatividade, da autenticidade e expressões individuais permitindo que o aluno explore diferentes técnicas, estilos e conceitos da Arte.

A BNCC (2018) oferece uma estrutura para orientar o currículo e o ensino de Arte, assim como em outros componentes curriculares, a organização é uma orientação e direcionamento para a adaptação e interpretação de seus critérios pelos professores, equipe pedagógica, gestores, etc. Com essa liberdade a PPC Ensino Fundamental Anos Iniciais 5° Ano (2020) definiu seu currículo escolar transpondo as necessidades específicas do contexto educacional em que estão inseridos os alunos da rede municipal de ensino do município de Campo Mourão. Foram considerados os recursos disponíveis, o perfil dos alunos, as características da comunidade, entre outros.

A BNCC (2018) elege no componente curricular Arte, na unidade temática Artes Visuais o aparelhamento conforme o Quadro 4.

Quadro 4 – Arte – 1° ao 5° ano

Unidade temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
Artes visuais	Contextos e práticas	EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético.
	Elementos da linguagem	(EF15AR02) Explorar e reconhecer elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.).
	Matrizes estéticas e culturais	(EF15AR03) Reconhecer e analisar a influência de distintas matrizes estéticas e culturais das artes visuais nas manifestações artísticas das culturas locais, regionais e nacionais.
	Materialidades	(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.
	Processos de criação	EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.
	Sistemas da linguagem	(EF15AR07) Reconhecer algumas categorias do sistema das artes visuais (museus, galerias, instituições, artistas, artesãos, curadores etc.).

Fonte: Brasil (2018, p. 200-201).

A PPC (2020), da rede municipal de ensino de Campo Mourão, realizou a adaptação e a interpretação das orientações da BNCC, de acordo com a unidade temática Artes Visuais. O Quadro 4 (BNCC, 2018) foi referência para a elaboração da unidade temática Artes Visuais da PPC (2020) onde se detalham os devidos conteúdos de acordo com os objetos de conhecimento. Os objetivos de aprendizagem são descritos como as habilidades da BNCC (2018) e, também suas competências previstas para essa área do conhecimento, distribuídas em três trimestres conforme Quadro 5.

Quadro 5 – Componente curricular Arte – 5° ano - Unidade temática - Artes Visuais

(continua)

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM	CONTEÚDOS	TRIMESTRE
Artes visuais	Contextos e práticas	(EF15AR01) •Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético. Conhecer trabalhos artísticos e seus produtores (as) de intervenções e de instalações, compreendendo seu conceito, para aumentar seu repertório imagético e realizar estes trabalhos na escola.	Formas distintas das artes visuais das tradicionais às contemporâneas. Instalação: compreender e identificar o conceito de instalação.	1°
	Elementos da Linguagem	(EF15AR02)• Explorar e reconhecer elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.)• Realizar composições artísticas, tendo como referência, não como modelo, obras de arte ou objetos artísticos de alguns diferentes períodos (Pré-história à Contemporaneidade, ser a obrigatoriedade de ser linear) para compreender o conceito de bidimensional e tridimensional.	Composições artísticas tendo como referências obras e objetos artísticos.	
	Matrizes estéticas e culturais.	(EF15AR03) •Reconhecer e analisar a influência de distintas matrizes estéticas e culturais das artes visuais nas manifestações artísticas das culturas locais, regionais e nacionais.	Matrizes estéticas e culturais: indígenas, africanas, afro-brasileiras e outras-reconhecer algumas manifestações artísticas e culturais local e regional	
	Materialidades	(EF15AR04) •Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.	Composições artísticas visuais diversas com o uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.	
Artes visuais	Matrizes estéticas Culturais	(EF15AR03) Continuação •Conhecer as diversas expressões artísticas em artes visuais encontradas no seu dia-a-dia, para reconhecer a importância da arte como um meio de comunicação, de transformação social e de acesso à cultura, respeitando as diferenças e o diálogo de distintas culturas, etnias e línguas percebendo ser um importante exercício para a cidadania.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	2°

(continua)

	Sistemas da linguagem	(EF15AR07) •Reconhecer algumas categorias do sistema das artes visuais (museus, galerias, instituições, feiras, artistas, artesãos, curadores etc.), local ou regional, por meio de visitas e/ou registros fotográficos, cartazes, catálogos e/ou meios audiovisuais.	Reconhecimento e registro de algumas categorias do sistema das artes visuais.	
	Sistemas da linguagem	(EF15AR09) •Estabelecer relações entre as partes do corpo e destas com o todo corporal na construção do movimento dançado. •Conhecer o corpo como totalidade formado por dimensões (física, intelectual, emocional, psicológica, ética, social) compreendendo que se relacionam, analisando suas características corporais em suas singularidades: diferenças e potencialidades para explorar as possibilidades expressivas que o corpo pode realizar de modo integral e suas diferentes partes.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	
	Contextos e práticas	EF15AR08) •Experimentar e apreciar formas distintas de manifestações da dança, presentes em diferentes contextos, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório corporal.	Manifestações artísticas diversas em dança: festas e comemorações locais e/ou regionais.	
	Processos de criação	(EF15AR12) •Discutir, com respeito e sem preconceito, as experiências pessoais e coletivas em dança vivenciadas na escola, como fonte para a construção de vocabulários e repertórios próprios.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	
	Elementos da Linguagem	(EF15AR02) •Explorar e reconhecer elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.). • Relacionar obras de arte ou objetos artísticos de alguns diferentes períodos (Pré-história à Contemporaneidade, sem a obrigatoriedade de ser linear) a linguagens gráficas (cartaz, outdoor, propaganda, catálogo de museu, ilustrações e outros), para compreender as possibilidades do fazer artístico e integrar linguagens gráficas com pictóricas, dentre outras, em suas composições artísticas. • Conhecer o conceito de textura gráfica realizando trabalhos que utilizem a textura gráfica ou visual: estamparia e grafismos corporais.	Leitura de imagem: relacionar imagens pictóricas e gráficas diversas de tempos, contextos e locais diferentes. Textura gráfica ou visual: estamparias e grafismos corporais.	

(conclusão)

	Materialidades	EF15AR04) •Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais. • Realizar trabalhos de diversas expressões artísticas: desenho, pintura, colagem, modelagem, gravura, fotografia, construções tridimensionais e outros, conhecendo os diferentes materiais, instrumentos e técnicas, para que tenha maior domínio no seu fazer artístico desenvolvendo uma linguagem própria / poética pessoal na perspectiva da criação, experimentação, exercício e investigação de materiais artísticos e alternativos e na produção de trabalhos originais.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	
	Materialidades	•Produzir trabalhos de diversas expressões artísticas, utilizando diferentes suportes (papel, tecido, muro, chão etc.) de cores, formas, tamanhos e texturas diferentes, propiciando segurança e variedade de possibilidades em suas criações.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	
	Contextos e práticas	(EF15AR01) Continuação •Compreender e analisar os diferentes gêneros da arte como: retrato e autorretrato, paisagem, natureza morta, cenas da mitologia, cenas religiosas e cenas históricas e dos diferentes contextos históricos/artísticos comparando-os a partir das diferenças formais.	Gêneros da arte: cenas religiosas e/ou cenas históricas.	
	Materialidades	•Cantar músicas e executar jogos e brincadeiras cantadas, do repertório musical brasileiro, identificando gêneros musicais variados, percebendo a diversidade existente.	Cantar músicas e executar jogos e brincadeiras cantadas do repertório musical brasileiro.	
	Processos de criação	•Explorar a dança com o uso de figurinos e objetos, adereços e acessórios, com e sem o acompanhamento musical, em improvisações em dança.	Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).	3°

Fonte: Campo Mourão (2020, p. 9-15).

Portanto, por meio desta pesquisa foi introduzida as possibilidades de articular Geometria e Arte, propostas para o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, por meio da investigação às obras de M. C. Escher. Tal proposta foi implementada em uma formação continuada com professores que lecionam Matemática e Arte no 5° ano, referidos no município de Campo Mourão como regentes 1 e que ministram aulas das duas disciplinas mencionadas.

Foram apresentados nos Quadros 2, 3, 4 e 5, desta seção, as habilidades que constam da BNCC (2018) e da PPC (2020), com integralidade nas unidades temáticas Geometria e Artes Visuais. Nesta pesquisa foram comtempladas na sequência didática[21] todas as habilidades de Geometria: EF05MA14, EF05MA15, EF05MA16, EF05MA17, EF05MA18; de Artes Visuais EF15AR01, EF15AR02, EF15AR03, EF15AR04, EF05AR05, EF05AR06, EF05AR07. Estas habilidades permitem a interdisciplinaridade entre Geometria e Arte, conforme será demonstrado mais a frente nesta pesquisa. As habilidadades que são citadas nesta pesquisa direcionam as práticas interdisciplinares que favorecem a leitura, interpretação e produção de imagens, assim como a exploração de regularidades geométricas e padrões visuais nas manifestações artísticas. Desse modo, a utilização das obras de Escher como eixo estruturante da formação continuada realizada com os professores regentes do 5º ano, responsáveis por Matemática e Arte, permite integrar objetivos previstos nos documentos curriculares, promovendo uma aproximação entre conteúdos geométricos e experiências estéticas.

[21] Na sequência didática disponibilizada no Apêndice G contém a descrição das habilidades de Arte (Artes Visuais) e Matemática (Geometria) de acordo com cada tarefa a ser executada pelo aluno.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

> "O saber não existe no vácuo isolado: todo saber aparece em um determinado momento, em uma certa sociedade, ancorado em uma ou mais instituições. "
> Yves Chevallard

Para fundamentar esta pesquisa é apresentado neste capítulo o aporte teórico da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard (1999, 2018), em observância aos objetivos propostos e como sustentáculo dos procedimentos metodológicos tomados nesta investigação. Nas primeiras seções, são expostos os principais conceitos e princípios da TAD, como a noção de transposição didática e o quarteto praxeológico.

Este estudo também foi posicionado em relação às pesquisas referentes aos assuntos aqui tratados, Teoria Antropológica do Didático (TAD), Geometria, Arte e Maurits Cornelis Escher, que será o assunto da última seção.

3.1 Introdução à Teoria Antropológica do Didático – TAD

O desenvolvimento da Didática da Matemática no Brasil reflete uma ampla gama de tendências teóricas que abrangem diferentes enfoques, incluindo aspectos culturais, psicológicos, históricos, filosóficos e outros. Essa diversidade de tendências teóricas nos permite uma compreensão mais ampla e profunda dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Pais (2001, p. 10) nos diz que

> Essas tendências revelam ainda variadas concepções da própria educação, passando pelo enfoque tradicional até uma forma mais libertadora de idealizar a prática escolar. É a partir dessa diversidade de pesquisas, que hoje caracteriza a Educação Matemática no Brasil, que podemos destacar uma determinada forma de descrever e compreender os fenômenos subjacentes a essa prática educativa que constitui o que chamamos de *Didática da Matemática*.

Para Chevallard, Bosch e Gáscon (2001, p.39) " [...] a didática da matemática é a ciência que estuda os processos didáticos, os processos de estudo de questões matemáticas [...]" e complementa, afirmando que a didática da matemática vem a ser " [..] a ciência do estudo e da ajuda para o estudo da *matemática* [..] " (Chevallard; Bosch; Gáscon, 2001, p. 59) se dedicando à compreensão do ensino e da aprendizagem da matemática com o objetivo de descrever e distinguir esses processos.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1998, 1999, 2007, 2018) estabelece o ponto de vista antropológico "[...] ao considerar o matemático e o didático empiricamente inseparáveis [...] com a noção de *fenômeno didático*" que se generaliza "[..] para fazer referência a uma dimensão essencial de toda atividade matemática [..] " (Chevallard; Bosch; Gáscon, 2001, p. 77). A TAD busca a compreensão dos sistemas didáticos e suas devidas ações investigando as relações entre os sujeitos envolvidos no processo sendo esses os alunos, os professores, as instituições educacionais e os saberes ensinados e aprendidos. O modelo teórico, da TAD, viabiliza uma compreensão dos fenômenos didáticos sobre os dispositivos pedagógicos utilizados no processo didático.

Segundo Chevallard (1998, 1999, 2007, 2018) na perspectiva antropológica, que busca ir além das análises técnicas ou instrumentais, a TAD traz a consideração do estudo da matemática desenvolvido em uma abordagem onde o conhecimento é construído e transmitido intrinsecamente em um contexto social e cultural característicos, onde as práticas pedagógicas são instigadas por múltiplos fatores nos quais são incluídas as peculiaridades dos alunos, das políticas educacionais, das tradições culturais e das estruturas institucionais. Os diferentes elementos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem são investigados a partir de suas relações buscando a compreensão de como o sistema didático move-se, como os saberes são designados, dispostos e apresentados no contexto escolar, não somente o que acontece dentro da sala de aula, mas em um contexto mais amplo que engloba os contextos culturais, sociais e históricos.

A composição central da TAD é a dos saberes e das instituições e a partir daí seguem as proposições, de acordo com Chaachoua e Bittar (2019, p. 2) que trazem que

> [..] (1) todo saber é saber de uma instituição, (2) um mesmo objeto do saber pode viver em diferentes instituições, (3) para que um saber possa viver em uma instituição, é necessário que ele se submeta a uma série de restrições, o que implica em modificações sobre o saber, caso contrário, ele não consegue se manter na instituição. Essas três proposições são a base de duas abordagens: a transposição didática e a ecologia dos saberes.

O conceito de transposição didática, segundo Almouloud (2023, p. 138) foi introduzido por Verret[22] trazendo "[..] em vista a ação humana que visa a transmissão de saberes, o modo de torná-los prontos para que sejam 'ensináveis' e aprendidos. Nesse ponto de vista, é importante tornar os saberes acessíveis aos aprendizes, mediante uma simplificação e uma

[22] Sociólogo francês, *Michel Verret*, que apresentou o termo *transposição didática* pela primeira vez em sua tese de doutorado *Les temps des études* (Tempos de Estudo), publicada em 1975.

vulgarização, levando em conta a idade desses aprendizes e seus conhecimentos prévios". Para Pais (2001, p.19), com base em Chevallard, a noção de transposição didática "[...] estuda a seleção que ocorre através de uma extensa rede de influências, envolvendo diversos segmentos educacionais". Essas ideias constam na definição dada por Chevallard (*apud* Pais, 2001, p.19)

> Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado *transposição didática*.

Almouloud (2023, p.140) traz outra definição de Chevallard para a transposição didática como sendo "[...] o conjunto de transformações porque passa o 'saber sábio' a fim de ser ensinado". Para tanto, há a distinção dos saberes, do *sábio* e do *ensinado*. O saber não surge isolado, mas, dentro de um contexto social específico sendo vinculado a uma sociedade que possui instituições que são base para o desenvolvimento e disseminação desse conhecimento. O saber é uma construção coletiva influenciado pelas estruturas sociais, culturais, políticas e econômicas do ambiente em que é gerado. " Todo saber é saber de uma instituição. Um mesmo objeto de saber pode viver em diferentes instituições [...] a instituição da transposição é uma instituição 'oculta', não visível, à qual Chevallard chama *noosfera*. Fala-se de transposição didática quando a instituição visada pela transposição é uma *instituição de ensino* [...]" (Almouloud, 2023, p. 140).

Chevallard (1998) descreve a noosfera como um conjunto de elementos e atores envolvidos no processo de transformação do conhecimento científico em conhecimento escolar. Os participantes, então, seriam todos que influenciam e regulam como o conhecimento é adaptado e modificado para ser ensinado nas escolas incluindo cientistas, educadores, professores, políticos, autores de livros didáticos entre outros que desempenham uma função relevante e determinante na seleção das formas em que o conhecimento científico será apresentado no contexto educacional.

Portanto, a transposição didática ocorre dentro da mesma instituição de ensino envolvendo a adaptação e a transformação dos saberes científicos em saberes acessíveis e compreensíveis ao contexto escolar (Chaachoua; Bittar, 2019, p. 30). Com a nitidez sobre o que vem a ser instituição pode surgir a reflexão sobre as condições da existência do saber e sua variação entre instituições, assim, chega-se a *ecologia dos saberes.* Concernindo a segunda abordagem, a ecologia de saberes, questiona a realidade por meio da interação e integração de diferentes formas de conhecimento e perspectivas. Essa abordagem reconhece as múltiplas maneiras de compreender e interpretar o mundo, buscando a valorização e integração de diferentes saberes, sejam científicos ou populares. Para Chaachoua e Bittar (2019, p. 30)

> A ecologia de saberes é um meio de questionar a realidade: O que existe e por quê? Mas também, o que não existe, e por quê? E o que poderia existir? Sob quais condições? Inversamente, dado um conjunto de condições, quais objetos podem viver ali ou, ainda, quais objetos são impedidos de viver nestas condições?

Segundo Chevallard (2013, p. 12) “[...] a ecologia dos saberes ensinados é regida por leis específicas, pois ela é moldada pelas condições e limitações peculiares da relação didática”. Os saberes ensinados não seguem a aleatoriedade, e sim, padrões e regras específicos influenciados por particularidades de fatores que incluem as condições de ensino, as limitações do ambiente escolar, as interações entre professores e alunos e os objetivos pedagógicos.

Para Matos (2020, p. 39) essas indagações “[...] permitem analisar a própria realidade em busca de compreender o que existe, por que existe ou não existe, bem como qual a razão de não existir. Assim, é possível reconhecer e identificar as particularidades que caracterizam as diversas organizações, advindas de diferentes instituições”.

De acordo com Almouloud (2023, p. 153) a TAD

> [...] é uma contribuição importante para a Didática da matemática, pois além de ser uma evolução do conceito de transposição didática, inserindo a didática no campo da antropologia, focaliza o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas.

O durame da Teoria Antropológica do Didático é o *didático* com descontinuidade da estrutura clássica onde o professor incrementa e o aluno executa (Chevallard, 2018) levando essa relação para além da sala de aula, com suas conjunturas e continências estranhas à escola, sendo o ponto de partida a abordagem da transposição didática extrapolando o ambiente escolar e considerando outras instituições.

A construção da TAD se deu com a ampliação dessas duas abordagens e a introdução de alguns termos primitivos: Objeto, Pessoa, Instituições e Relação Pessoal ou Institucional (Chaachoua; Bittar, 2019, p. 30). A compreensão da Teoria Antropológica do Didática, inicialmente, é levada pela

> [...] palavra “Teoria”. Este termo tem aqui, o próprio significado que lhe é atribuído na TAD: a Teoria é, juntamente com a tecnologia, o *logos*-distinto da *práxis*- de um sistema praxeológico. No entanto, com base em uma utilização anterior, a designação deste componente de uma organização

> 'praxeológica, refere-se a 'um tudo", ou seja, a própria organização praxeológica, na sua totalidade. Quando falamos, em Matemática, sobre a "teoria dos números", a "teoria das probabilidades", a "teoria da medida", a "teoria do caos" etc., não designamos somente a parte teórica (no sentido da TAD) destes vastos complexos praxeológicos, mas, estes complexos em si Chevallard (2018, p. 21).

Na Teoria Antropológica do Didático

> [...]o objeto de estudo é o *didático*. Pode-se apresentar uma definição dessa noção dizendo que o *didático* é feito de qualquer "gesto", de qualquer ação que diante de uma *instância*, isto é, diante de uma *pessoa* ou uma *instituição*, ou mais precisamente, diante de uma certa *posição institucional*, parece ser susceptível de ajudar alguma instância para avançar perante uma outra instância em seu conhecimento relativo a algum objeto (Chevallard, 2018, p. 22).

Chevallard (2018, p. 31) suscita que na Teoria Antropológica do Didático "[...] a primeira noção fundamental é aquela de *objeto"* aqui o objeto pode ser um aparelho, um equipamento ou até mesmo um dispositivo, e também pode ser algo que não se constitui matéria como símbolos, nome dos números, sendo objeto tudo "[...] que existe ao menos, individualmente. Tudo é objeto incluindo pessoas [...]".

Na Didática da Matemática, de acordo com Almouloud (2023, p. 155), a análise a partir da "[...] antropologia do conhecimento (ou antropologia cognitiva), considera que tudo é *objeto* [...]" adotando a prerrogativa que trata tudo como objeto de estudo sendo dentro desse contexto: "[...] *as instituições, os indivíduos e as posições* que os indivíduos ocupam nas instituições, tomando os indivíduos como *sujeitos* das instituições ".

Na segunda noção fundamental é posto a "[...] *relação pessoal* de um indivíduo *x* a um objeto *o*, expressão daquele que designamos no sistema, denominado *R* (*X;O*)" (Chevallard, 2018, p. 31). Chaachoua e Bittar (2019, p. 30) referenciam a relação pessoal como "[...] o conjunto de interações, sem exceção[..]" tais sejam: "segurá-lo, usá-lo, falar sobre ele, sonhar com ele... Ele especifica a maneira como *X* conhece *O*". Chaachoua e Bittar (2019, p. 30) fazem referência à relação institucional descrevendo

> [...] o que é feito em uma dada instituição *I* com o objeto *O*, como este objeto é posto *em cena*. Para cada um dos sujeitos de *I* que ocupam uma posição p, existe uma relação institucional com o objeto *O*, expressa por: *RI* (*p, O*). Esta relação institucional constitui o sistema essencial de condições e restrições sob as quais se forma e evolui uma segunda relação: a relação pessoal de um indivíduo *X* com o objeto *O*.

A terceira noção fundamental "[...] é a noção de *pessoa*, em seguida, a dupla formada por um indivíduo *x* e os sistema de relações pessoais *R*(*X*,*O*) em algum momento da história de *X"* (Chevallard, 2018, p.31), sendo essa pessoa todo indivíduo, em qualquer estágio de vida, desde seu nascimento. Chevallard (2018, p. 32) ainda nos traz uma quarta noção fundamental

> [..] a de *instituição*. Uma instituição *I* é um dispositivo social, 'total', que certamente pode ter pequenas extensões no espaço social (existem 'micro instituições'), mas que permite – e impõe- a seus *sujeitos*, isto é, as pessoas *x*, que nela, ocupam diferentes posições *p* ofertada em *I*, a implementação de maneiras de fazer e pensar próprios – ou seja, as *praxeologias*.

A sala de aula é uma instituição onde o professor e o aluno possuem posições especiais, o sistema educacional é uma instituição que é composta por escolas onde outros sujeitos terão suas devidas posições. Chevallard (2018, p. 32) cita que, por exemplo, uma criança irá estar em contato com uma diversidade de instituições, a começar pela sua família, exemplifica ainda a linguagem dessa criança também como uma instituição, sendo ela, a linguagem, que irá permitir à essa criança a comunicação ao adquiri-la. O contato com uma infinidade de instituições fará com "[...] que o indivíduo *x*" se constitua 'como uma *pessoa'* " (Chevallard, 2018, p. 32).

Para Chevallard (2018, p. 33) nossas relações pessoais ditam nossa história de acordo com as experiências e posições que ocupamos como sujeito nas instituições em que estivemos presentes, tanto no passado como no presente. Para o estabelecimento da descrição da "[...] relação institucional que condiciona a relação pessoal de um sujeito com um objeto do saber, a teoria propõe o modelo praxeológico [...]" sendo, portanto, a introdução deste modelo "[...] uma resposta a uma necessidade metodológica, a de descrever as relações institucionais " (Chaachoua; Bittar, 2019, p. 31).

As instituições tornam-se objetos de estudo da didática através da sua autonomia na teoria do conhecimento que a amparam no habitat desse objeto tornando-o livre de uma disciplina escolar específica. Para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário elaborar uma *praxeologia matemática* constituída por um tipo de problema determinado, uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente (Chevallard; Bosch; Gascón, 2001). Na TAD, essa constituição é ferramenta que permite a análise para a descrição de como as práticas sociais, especialmente no ensino e na aprendizagem da matemática, são organizadas e estruturadas. A busca não é somente sobre como o conhecimento matemático é construído, mas, como é o seu contexto e aplicação em diferentes situações sociais.

Almouloud (2023, p. 156) trata que isso se baseia em três postulados

> a) Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas;
> b) O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica;
> c) A ecologia de tarefas, quer dizer, as condições e restrições que permitem sua produção e sua utilização nas instituições.

As tarefas produzidas pelos professores durante a formação continuada, estruturadas a partir da Geometria e inspiradas nas obras de M. C. Escher, organizadas em uma sequência didática, foram analisadas segundo o bloco prático- teórico[23]. Por meio da análise das tarefas e tipos de tarefas buscou-se as possíveis imbricações entre as obras de M. C. Escher, os conceitos matemáticos e a Arte.

Os objetos de estudo, portanto, foram investigados com o intuito de determinar elementos de respostas, por meio da TAD, dos fenômenos e problemas didáticos através da observação dessas instituições e suas situações didáticas. Gálvez (1996, p. 35) menciona como "sendo as situações didáticas o objeto de estudo da didática da matemática", portanto, a TAD ocupa uma posição determinante na investigação em didática da matemática.

Gálvez (1996) enfatiza que as situações didáticas constituem o objeto privilegiado de estudo da didática da matemática, evidenciando o interesse deste campo em compreender as condições e os processos que caracterizam o ensino e a aprendizagem matemática. Nesse contexto, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) destaca-se como um referencial teórico particularmente relevante, uma vez que possibilita a análise das práticas pedagógicas a partir de uma perspectiva que articula o saber, o fazer e o contexto institucional em que se inserem.

Conforme aponta Artaud (2018, p. 135), a TAD oferece ao professor instrumentos capazes de auxiliar na análise, avaliação e desenvolvimento de seus gestos profissionais, considerando tanto as condições quanto às restrições que impactam a viabilidade das técnicas empregadas para alcançar determinados resultados. Artaud (2018) salienta a importância da distinção proposta pela teoria entre as praxeologias ligadas ao saber a ensinar ou já ensinado, denominadas organizações matemáticas (OM), e as praxeologias voltadas ao estudo desses saberes, chamadas organizações de estudo (OD). Tal diferenciação amplia o olhar sobre o ensino, permitindo compreender não apenas os conteúdos matemáticos em si, mas também os modos como são estruturados, trabalhados e apropriados no ambiente escolar.

[23] Será explicado na seção 5.1 sobre o bloco prático – teórico e o recorte metodológico utilizado nesta pesquisa para analisar as tarefas da sequência didática.

3.2 Organização Praxeológica

A confusão entre ensino e estudo é propensa e não se pode fundamentar que a aprendizagem ocorre somente quando há estudo ou somente quando há ensino. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 57) o estudo – ou processo didático – é um processo mais amplo que não se restringe ao *processo ensino e aprendizagem*, mas o engloba. Chevallard, Bosch e Gascón (2001) ainda consideram que os processos didáticos começam fora da escola e não terminam dentro dela, sendo que o estudo é um processo com amplitude irrestrita ao processo de estudo e de aprendizagem.

O estudo ou processo didático são reunidos em instituições didáticas onde essas instituições, escola ou faculdade, são lugares determinados onde acontecem o estudo, o processo didático, mas não são únicos. As instituições tornam-se objetos de estudo da didática através da sua autonomia na teoria do conhecimento que a amparam no habitat desse objeto tornando-o livre de uma disciplina escolar específica. Para responder a um determinado tipo de questão matemática é necessário "[...] elaborar uma *praxeologia matemática* constituída por um tipo de problema determinado, uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente" (Chevallard; Bosch; Gascón, 2001, p. 275).

Chevallard (2018, p. 34) trata que "a noção de praxeologia é o coração da TAD [...]". A generalização das diferentes noções culturais permite uma compreensão ampla das práticas humanas e das formas como o conhecimento é produzido, transmitido e aplicado. A praxeologia considera que o *saber (logos) e o saber-fazer (práxis)* estão intrinsicamente ligados e são moldados pelas práticas culturais e sociais. Para Chevallard (2018, p. 34) "[...] em uma perspectiva antropológica, não há *práxis* que não seja acompanhada de um *logos* [...]".

Na TAD toda atividade humana, incluindo aquelas relacionadas ao ensino e à aprendizagem, pode ser descrita em termos de uma estrutura que envolve tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Essa estrutura é usada para modelar e entender como o conhecimento é produzido, transmitido e aplicado em diferentes contextos sociais e educacionais. Essa estrutura permite que a TAD modele a prática didática como um sistema interconectado, onde as tarefas que os alunos enfrentam são resolvidas através de técnicas específicas, que são justificadas por tecnologias e fundamentadas em teorias mais amplas. Assim, o conhecimento não é visto apenas como uma série de fatos isolados, mas como parte de um sistema com práticas justificadas e teoricamente fundamentadas.

A compreensão das práticas educativas relacionadas ao ensino da matemática, na TAD, envolve a análise de diferentes praxeologias que no contexto de um saber matemático, podem ser de dois tipos principais: Organização Matemática (OM) e Organização Didática (OD). A OM se concentra no estudo das situações matemáticas como Chaachoua e Bittar (2019, p. 32) destaca e considera

> [...] que, em última instância, toda atividade humana consiste em resolver uma tarefa t de algum tipo T, por meio de uma técnica τ, justificada por uma tecnologia θ que permite simultaneamente pensá-la, produzi-la e que, por sua vez, é justificada por uma teoria Θ.

A OD, por outro viés, observa como as situações matemáticas estudadas na OM foram constituídas e organizadas dentro do processo educativo focando em como o conhecimento matemático é transmitido e aprendido, examinando as etapas e estratégias empregadas durante o processo de ensino, denominadas de *momentos*. A noção de *momento*[24] foi introduzida por Chevallard (1999) e serve para descrever a sequência estruturada de etapas no processo didático. Cada *momento* corresponde a uma fase do processo de ensino, onde certos aspectos do conhecimento são introduzidos, explorados e consolidados.

3.2.1 Praxeologia ou Organização Matemática

A Organização Matemática[25] (OM) é uma forma de praxeologia que abrange todos os componentes necessários para a prática da matemática em um contexto educacional ou social e é descrita por um modelo que combina dois níveis de atividades: a práxis (ação prática) e o logos (discurso racional ou teórico). Esses dois níveis juntos formam o quarteto praxeológico, que é a estrutura fundamental para entender como as práticas humanas, especialmente as matemáticas, são organizadas e justificadas (Lessa, 2017).

O bloco prático-teórico (práxis) compreende o *tipo de tarefas (T)* que se refere às diferentes atividades ou problemas que precisam ser resolvidos, *é o que é feito*. Na matemática, isso pode incluir resolver equações, provar teoremas, realizar cálculos, etc. A *técnica (τ)* vem a ser o método ou procedimento específico utilizado para realizar as tarefas, *é o como é feito*, podendo ser uma fórmula ou uma estratégia de solução (Silva, 2011).

O bloco tecnológico-teórico (logos) compreende a *tecnologia (θ)* que irá fornecer a justificativa para a técnica utilizada, *é o por que é feito dessa maneira*. A *teoria (Θ)* abrange os

[24] Será descrito mais à frente sobre esses momentos.
[25] Em alguns trechos utilizaremos as siglas OM e OD para nos referirmos aos termos Organização Matemática e Organização Didática.

conceitos, princípios e teoremas que dão coerência e *é o que fundamenta essa maneira de fazer* (Silva, 2011).

O quarteto praxeológico é, portanto, uma estrutura que integra a prática e a teoria, mostrando como as atividades humanas, particularmente as matemáticas, não são apenas ações isoladas, mas fazem parte de um sistema de conhecimento interconectado, onde cada ação prática é suportada e justificada por um conjunto de argumentos teóricos. Na OM o quarteto praxeológico é estudado e analisado permitindo compreender como o conhecimento matemático é estruturado e transmitido, bem como as bases racionais e teóricas que sustentam essas práticas dentro do contexto educacional (Chevallard, 1999, 2018).

Segundo Pescini (2021, p. 37) a apreciação de uma análise matemática é fundamentada nos meandros do estudo da matemática por meio “[...] da sua identificação; melhor dizendo, é a verificação proposta dos tipos de tarefa, das técnicas, de suas tecnologias e teorias, relacionada ao quarteto praxeológico. ”

Partindo do princípio que Chevallard (2018) dispõe o que é *objeto* na TAD, nesta pesquisa o objeto é a geometria e a *instituição*, o grupo de professores participantes da ação de formação continuada que lecionam Matemática e Artes, assim iremos focar, sobretudo, na Organização Matemática Pontual para analisar a produção de dados obtidas na ação de formação com esses professores. Para Chevallard (1999, 2007a) e Almouloud (2023) as Organizações Matemáticas (OM) ou Organizações Praxeológicas (OP) podem ser apontadas de acordo com suas complexidades sendo: pontual, local, regional e global. Almouloud (2023, p. 158) considera que “um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefas forma uma *organização* ‘praxeológica’ (ou praxeologia) *pontual*. ”

Nesta pesquisa foram analisados os dados produzidos pelos professores participantes da formação continuada, consistindo principalmente nas tarefas elaboradas e nos tipos de tarefas identificados (T). Dessa forma, a análise concentrou-se na dimensão prático-teórica, representada pelo conjunto {T/t}, que, segundo Chevallard (2018), corresponde a práxis ou, em certos casos, pode ser compreendida como o *saber fazer*. Essa escolha justifica-se pelo fato de que as tarefas são o espaço mais imediato onde se materializam os processos de circulação e ressignificação dos saberes. É nelas que a Matemática se encontra com a Arte, revelando concretamente como os docentes constroem pontes interdisciplinares em suas práticas pedagógicas. Esse foco permitiu compreender como os professores reelaboram o conhecimento matemático ao planejar atividades que, ao mesmo tempo, mobilizam conceitos geométricos e exploram elementos artísticos.

Segundo Chevallard (1999), o tipo de tarefas constitui o primeiro elemento da praxeologia, definindo a ação a ser realizada e o saber mobilizado. Chevallard (2007b) amplia essa análise ao considerar a função institucional dessas tarefas e suas relações ecológicas com outros saberes, o que permite compreender as transformações didáticas e epistemológicas observadas no processo de formação docente.

O tipo de tarefas (T) é o núcleo operativo da praxeologia, ele define a ação a ser realizada, ou o problema a ser resolvido. Para identificá-lo, Chevallard (1999; 2007b) propõe critérios que permitem reconhecer, descrever e classificar as tarefas em função do objeto de saber mobilizado e da finalidade institucional da ação didática. Podemos citar como exemplos: *reproduzir um mosaico com base em uma obra de M.C. Escher, identificar eixos de simetria em uma figura, criar uma composição utilizando translações.* O enunciado da tarefa define seu tipo, caracterizado principalmente pelo verbo que expressa a intenção do fazer (reconhecer, construir, comparar, analisar, transformar, etc.).

Cada tipo de tarefas está associado a um objeto de saber ou a um domínio de prática institucional. Em Matemática, por exemplo: medir, calcular, classificar, representar, justificar, e em Arte: observar, compor, reinterpretar, reproduzir, criar. A identificação do tipo de tarefas implica determinar qual saber matemático, artístico ou interdisciplinar está sendo acionado e com que propósito. Um tipo de tarefas não é um ato isolado, ele pertence a uma família de ações regulares que podem ser reproduzidas sob condições semelhantes. Assim, *identificar simetrias* e *classificar figuras quanto ao tipo de simetria* pertencem à mesma família de tarefas, ainda que se diferenciem em nível de complexidade.

Chevallard (1999) destaca que um tipo de tarefas se reconhece pela regularidade institucional de seu uso, isto é, pela frequência com que aparece em práticas didáticas de uma instituição. Chevallard (1999) define os critérios explicítos, sendo os seguintes, de acordo com Almouloud (2023, p. 167)

1. Critério de identificação: verifica quais tipos de tarefas são apresentados de forma clara;
2. Critério das razões de ser: verifica quais razões de ser dos tipos de tarefas são explicitadas ou, ao contrário, se esses tipos de tarefas aparecem sem motivos válidos;
3. Critério de pertinência: verifica quais tipos de tarefas considerados são representativos das situações matemáticas frequentemente encontradas, bem como se são pertinentes tendo em vista as necessidades matemáticas dos alunos.

A partir desses critérios, a análise das produções docentes possibilita identificar famílias de tarefas que evoluem de ações perceptivas e reprodutivas (nível elementar) para ações analíticas e criativas (nível avançado), de acordo com Chevallard (1999; 2007b). Essa progressão revela movimentos de institucionalização do saber, nos quais a Arte e a Matemática deixam de ser campos isolados e passam a constituir uma praxeologia integrada, coerente com os princípios da TAD e com os objetivos da formação continuada (Chevallard, 1999; 2007b). A fim de operacionalizar esses princípios teóricos no contexto empírico da pesquisa, elaborou-se o Quadro 10, que sintetiza os critérios de identificação e análise dos tipos de tarefas segundo a TAD.

Quadro 10: Critérios de identificação dos tipos de tarefas segundo a Teoria Antropológica do Didático (TAD)

CRITÉRIO	**DESCRIÇÃO TEÓRICA**	**PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO NA PESQUISA**	**ASPECTOS OBSERVADOS NAS TAREFAS DOCENTES**
Clareza do objeto e da finalidade da ação (O que se faz?)	Cada tipo de tarefa é definido pelo enunciado que expressa a ação a ser realizada e sua finalidade didática.	Analisar o verbo de ação do enunciado (reconhecer, construir, representar, criar, comparar etc.) e o resultado esperado.	Exemplo: *Reproduzir mosaico inspirado em Escher* → tarefa de representação; *Identificar eixos de simetria* → tarefa de análise geométrica.
Natureza do saber mobilizado	A tarefa se relaciona a um objeto de saber pertencente a um domínio (Matemática, Arte, ou interdisciplinar).	Identificar o conteúdo central e o campo de saber que fundamenta a tarefa.	Exemplo: Geometria (simetria, translação), Artes Visuais (composição, cor, textura), imbricação entre ambos.
Regularidade e recorrência da ação	Os tipos de tarefas pertencem a famílias de práticas institucionais que se repetem em contextos semelhantes.	Comparar as tarefas produzidas, agrupando-as por finalidade e estrutura recorrente.	Exemplo: família de tarefas de reconhecimento, de construção, de criação ou de análise crítica.
Contexto institucional e função do saber	O tipo de tarefas depende da instituição (escola, formação, currículo) e do papel do saber nesse contexto.	Analisar a intenção formativa: se a tarefa é introdutória, exploratória, de formalização, avaliação ou criação.	Exemplo: tarefas introdutórias de observação estética → exploratórias; tarefas com justificativa geométrica → formalizadoras.

Fonte: Adaptado de Chevallard (1999, 2007) e Bosch & Gascón (2014). Elaborado pela autora da pesquisa.

Dessa forma, a compreensão dos tipos de tarefas, enquanto elemento central da praxeologia, exigiu a adoção de critérios analíticos que permitissem observar de que modo as ações docentes expressaram a mobilização dos saberes matemáticos e artísticos em contextos interdisciplinares. Com base nas proposições de Chevallard (1999; 2007b) e na sistematização apresentada por Almouloud (2023), foram definidos critérios teóricos e procedimentos de identificação que orientaram a análise das produções realizadas pelos professores durante a formação continuada. Esses critérios, sintetizados no Quadro 10, serviram como instrumento metodológico para reconhecer a natureza e a função institucional dos tipos de tarefas elaboradas, permitindo compreender as relações entre o fazer docente e os saberes que o sustentam.

As tarefas elaboradas a partir das obras de M. C. Escher exemplificaram movimentos, tais como: tesselação, simetria e transformações isométricas.

Ao adotar a TAD como referencial, nesta pesquisa buscou, portanto, ir além da avaliação de conteúdos ou metodologias isoladas. A análise dos tipos de tarefas, neste contexto, tornou-se não apenas uma escolha metodológica, mas uma estratégia de investigação capaz de revelar os caminhos pelos quais a Arte e a Matemática se encontram e se entrelaçam no ensino dos anos iniciais.

3.2.2 Praxeologia ou Organização Didática

Visto que a OM é construída para transformar o conhecimento matemático abstrato em algo acessível e significativo para os alunos, a OD promove uma estruturação do ensino permitindo a transposição do conhecimento matemático para o contexto escolar. O professor desempenha um papel crucial nesse processo, atuando como mediador entre o conhecimento matemático e os alunos (Chevallard, 1999).

Chevallard (2002 apud Almouloud, 2023, p. 164) estabelece uma relação entre as OM e OD apontada como "[...] fenômeno de co-determinação entre as organizações [...]". Almouloud (2023, p. 164, 165) sugere a alegação de Chevallard de

> [...] que quando se trata de um objeto relativo às práticas de ensino, deve-se, em primeiro lugar, observar o objeto, depois descrevê-lo, analisá-lo e avaliá-lo, para finalmente, desenvolver atividades que têm por objetivo o ensino e a aprendizagem desse objeto, categorizado da seguinte forma: a realidade matemática (Organização Matemática – OM); como se pode construir essa realidade (Organização Didática – OD).

A OD referida por Chevallard (1999) e em Chevallard, Bosch e Gascón (2001), apresenta seis momentos didáticos, que podem ser considerados como uma grade de análise das praxeologias didáticas nas diversas instituições de ensino. Os momentos didáticos são etapas funcionais que organizam o processo de ensino e aprendizagem, permitindo que o professor e os alunos construam e desenvolvam o conhecimento de forma progressiva e significativa.

Segundo Chevallard (1999) os *momentos didáticos* são etapas que estruturam a Organização Didática (OD) e descrevem como o conhecimento é construído e desenvolvido em sala de aula. Eles não são necessariamente lineares ou cronológicos, mas funcionais, podendo ocorrer simultaneamente ou se repetir ao longo do processo de ensino. Almouloud (2023, p. 165) apresenta que

> O primeiro momento refere-se ao encontro com a organização praxeológica por meio de tarefas [...]. Esse momento consiste em encontrar a OM por meio de, pelo menos, um dos tipos de tarefas que a constituem e que, no entanto, não determina completamente a relação com o objeto, porque a OM é construída e modificada durante o processo de estudo.

Almoloud (2023, p.165) apresenta no segundo momento a exploração de tarefas e a elaboração de técnicas, sendo assim, nesta etapa, os alunos são expostos a tarefas ou problemas relacionados ao tema. Há uma sondagem com estratégias diferentes e o desenvolvimento das técnicas para resolução das tarefas organizadas e apresentadas de forma clara pelo professor para que o conhecimento seja explorado e construído pelos alunos sendo formalizado e sistematizado.

O terceiro momento refere-se à construção de um ambiente tecnológico e teórico que se inicia desde o primeiro encontro e vai se tornando mais preciso ao longo do estudo (Almouloud, 2023, p. 166). Esse processo envolve a estruturação de um espaço onde a tecnologia e a teoria se interligam, permitindo a aplicação e o desenvolvimento de conceitos de forma gradual e consistente para a consolidação do aprendizado e do desenvolvimento de habilidades práticas. A precisão desse ambiente aumenta à medida que o estudo avança, refletindo uma maior compreensão e domínio dos elementos envolvidos, passando assim a ser um momento terminante para a consolidação do conhecimento e para a criação de bases sólidas que sustentem as etapas subsequentes do trabalho em questão.

O quarto momento representa uma etapa de maturação e validação da técnica, essencial para sua efetiva integração e utilização no contexto matemático. Esse processo permite que a técnica seja aprimorada por meio da mobilização de um conjunto de tarefas que são representativas, tanto qualitativa quanto quantitativamente, da organização matemática em discussão. A prática da técnica em diversas situações, que abrangem diferentes aspectos e complexidades da matemática, contribui para seu refinamento e adaptação para sua consolidação (Almouloud, 2023).

O processo de institucionalização ocorre no quinto momento, no qual a organização matemática é formalmente definida e estabelecida representando a consolidação e a validação da técnica desenvolvida ao longo dos momentos anteriores. A institucionalização implica a estruturação e a sistematização dos conceitos, métodos e práticas que foram explorados e refinados, transformando-os em um corpo de conhecimento reconhecido e legitimado dentro do contexto matemático. Esse processo não apenas valida o percurso realizado, mas também abre caminho para novas investigações e avanços no campo, podendo ocorrer novas introduções através das relações institucionais e suas transformações (Almouloud, 2023).

O sexto momento para Almouloud (2023, p.166) “é considerado sob dois aspectos: a avaliação das relações pessoais e a avaliação institucional, ambas em relação ao objeto construído, à técnica construída, buscando verificar sua capacidade intelectual”. A compreensão de como os sujeitos se apropriam do conhecimento e como o aplicam permite identificar se o processo dessa construção foi significativo e se ocorreram contribuições para o desenvolvimento cognitivo e crítico dos envolvidos com o objeto e a técnica estabelecidas.

Na análise do objeto e da técnica no contexto institucional é aludido suas inserções e validações dentro de uma estrutura organizacional. A avaliação sobrevém sobre o conhecimento construído com observância às expectativas e necessidades institucionais, se é coerente com os objetivos propostos e se possui aplicabilidade e relevância no âmbito em que será utilizado. Em súmula, o sexto momento representa uma fase de reflexão crítica e validação, tanto no nível individual quanto coletivo buscando garantir que o objeto e a técnica construídos não apenas atendam aos critérios intelectuais e práticos, mas também sejam integrados de maneira significativa e eficaz nos contextos pessoal e institucional (Almouloud, 2023, p. 166 - 168).

3.3 A Perspectiva de Pesquisas com Geometria, M. C. Escher, Formação de/com Professores e a TAD em Pesquisas Brasileiras

A busca por pesquisas brasileiras que abordam M. C. Escher, Geometria, Arte e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) no contexto da formação de professores permitiu identificar investigações que exploraram esses temas de maneira articulada ou isolada. O objetivo central desta revisão foi examinar o panorama nacional sobre o assunto, situando o presente trabalho frente ao que já foi produzido e possibilitando mapear avanços, limites e lacunas existentes na literatura. Ao reunir e analisar essas produções acadêmicas, buscou-se construir um referencial que não apenas fundamentasse teoricamente esta pesquisa, mas também evidenciasse sua pertinência, originalidade e potencial contributivo para o campo da Educação Matemática e para práticas envolvendo a imbricação entre Arte e Geometria.

O levantamento das pesquisas anteriores a esta se deu por meio da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações[26] (BDTD), durante o mês de abril de 2024. Os critérios utilizados na BDTD foram:

1- Buscar por: ‘Teoria Antropológica do Didático’, ‘TAD’, ‘geometrias’, ‘geometria’, ‘artes’, ‘arte’, ‘Maurits Cornelis Escher’, ‘M. C. Escher’, ‘Escher’, ‘formação continuada’, ‘formação com docentes’, ‘formação de docentes’, ‘formação com professores’, ‘formação de professores’ em todos os campos;
2- Idioma: português;
3- Tipo de documento: tese e/ou dissertação;
4- Ilustrado: sem preferência;
5- Ano da publicação: sem especificação.

A exploração das palavras utilizadas na busca, que são o núcleo desta pesquisa na BDTD, se iniciou com a *busca avançada*, seguida da correspondência de busca *todos os termos* e busca por *todos os campos*: ‘Teoria Antropológica do Didático’ and ‘TAD’ and ‘ ‘geometrias’ and ‘geometria’ and ‘artes’ and ‘arte’ and formação continuada’ and ‘formação com docentes’ and ‘formação com professores’ and ‘formação de professor’ and ‘formação docente’ and ‘Maurits Cornelis Escher’ and ‘M.C. Escher’ and ‘Escher’. Com essa configuração deparou-se com o número de 0 teses e/ou dissertações.

Alguns descritores para busca foram excluídos em algumas configurações. Com inúmeras tentativas de configurações com a utilização destes descritores nas buscas efetuadas, partiu-se de uma abrangência em uma delas: ‘geometria’ and ‘arte or artes’ and ‘geometria or geometrias’, quando se obteve o número de 413 teses e/ou dissertações. Com seguimento para a configuração ‘geometria or geometrias’ and ‘arte or artes’ and ‘formação docente or formação de professores’ and ‘formação continuada’ obteve-se 22 pesquisas.

Com 22 pesquisas encontradas, das quais 3 estavam em duplicidade, seguiu-se para a leitura, a análise dos resumos e a exclusão de trabalhos não pertinentes aos nossos objetos de estudo. Dentre estas pesquisas sobressaiu-se a tese de Santos (2019), intitulada Conhecimentos de professores: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias. O estudo de Santos (2019) abordou de maneira integrada os temas da Geometria, da Arte e da formação docente, sendo referenciada neste trabalho por sua relevância para a discussão proposta.

[26] Ibict – Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/.

Partindo para outra configuração em que se abandona a formação de docentes, de professores ou continuada e considerando-se a busca por 'geometria or geometrias' and 'arte or artes' and 'Maurits Cornelis Escher' chegamos a 6 pesquisas relevantes: Andrade (2015), Holanda (2018), Barth (2006), Costa (2010), Modesto (2015) e Silva (2018).

Ao reconfigurar a busca para os descritores 'geometria' and 'arte' and 'teoria antropológica do didático', foram encontradas inicialmente duas dissertações. Contudo, apenas o trabalho de Luz (2007) contemplou efetivamente a relação entre a pesquisa em geometria, arte e a Teoria Antropológica do Didático, revelando-se, assim, pertinente para o escopo desta investigação.

Os trabalhos identificados por meio das buscas realizadas incluindo, portanto, a tese de Santos (2019), a dissertação de Luz (2007) e as pesquisas de Andrade (2015), Holanda (2018), Barth (2006), Costa (2010), Modesto (2015) e Silva (2018) foram utilizados como referências teóricas e comparativas. Estes estudos oferecem fundamentos conceituais e metodológicos que dialogam com a proposta deste trabalho, além de situar a investigação no contexto acadêmico já consolidado, permitindo evidenciar sua relevância, originalidade e potencial de contribuição para o campo da Educação Matemática, em especial no que se refere à articulação entre Geometria, Arte, a obra de M. C. Escher e a formação docente.

A questão de pesquisa de Santos (2019) foi uma investigação sobre como professores do Ensino Fundamental - Anos Iniciais mobilizam conhecimentos ao articular geometria, artes e culturas visuais por meio da simetria. Santos (2019) fundamenta suas pesquisas em Shulman (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o conhecimento docente, bem como na Abordagem Triangular de Barbosa (1998; 2002; 2008; 2015), que valoriza a arte como linguagem e forma de conhecimento, trilhando um caminho em busca da compreensão dessa interseção no ensino. Ao analisar planos de aula e sua implementação, Santos (2019) buscou evidenciar o papel fundamental do conhecimento pedagógico do conteúdo na transformação do conteúdo especializado em algo que se torna acessível para os alunos, refletindo que a prática pedagógica vai além do simples domínio do conteúdo.

Os resultados revelaram que os professores mobilizam um tipo específico de conhecimento, denominado *conhecimento de interseção*, ao integrar conceitos e metodologias da Geometria e das Artes Visuais. A pesquisa sublinha a importância de o professor conhecer essas dificuldades e características para ajustar sua prática pedagógica, de os professores estarem aptos a escutar e interpretar as concepções dos alunos, reconhecendo os erros mais comuns e as alternativas frequentemente apresentadas pelos mesmos em relação aos conteúdos abordados.

Andrade (2015) tem sua dissertação intitulada Construção de mosaicos inspirados nas obras de Maurits Cornelis Escher. Sua pesquisa foi desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), da Universidade de Brasília. Motivado pelo aumento do desinteresse dos alunos do ensino básico pelo estudo da Matemática, Andrade (2015) propôs-se a desenvolver um trabalho que possibilitasse aos estudantes compreender conceitos essenciais de Geometria e sua relação com a Arte, evidenciando ainda suas diversas aplicações no cotidiano.

A pesquisa teve como base teórica o estudo dos mosaicos formados por polígonos regulares, explorando as possibilidades de criação de figuras abstratas auto encaixáveis inspiradas nas técnicas de M. C. Escher. Como procedimento metodológico foram realizadas atividades práticas, implementadas por Andrade (2015) em escolas públicas do Distrito Federal ao longo de quinze anos, devidamente registradas e avaliadas, sempre buscando articular os conteúdos abordados em sala de aula com as práticas concretas propostas. Os resultados indicaram que tais experiências contribuíram para despertar o interesse dos alunos pela Geometria, favorecendo uma aprendizagem mais significativa ao integrar conceitos matemáticos e manifestações artísticas (Andrade, 2015).

Holanda (2018) também desenvolveu seu trabalho no mestrado profissional do PROFMAT, da Universidade de Brasília. Com o título Uma proposta didática utilizando caleidociclos[27] de Maurits Cornelis Escher, foi apresentada a investigação da relevância dos materiais concretos para o desenvolvimento da aprendizagem e como esses recursos podem ser adequadamente integrados ao contexto escolar, de modo a potencializar o processo educativo. A proposta explorou a interdisciplinaridade entre Arte e Matemática, com o objetivo de oferecer contribuições que incentivem e estimulem a aprendizagem da Geometria por meio do uso de materiais diferenciados em seu ensino (Holanda, 2018).

Segundo Holanda (2018), os caleidociclos ofereceram uma oportunidade para explorar diferentes conteúdos da Geometria, desde conceitos de geometria plana e espacial. Quando suas planificações são recobertas com obras de M. C. Escher, a proposta didática torna-se ainda mais atrativa, pois os elementos matemáticos presentes nas criações do artista funcionam como um recurso eficaz para introduzir noções fundamentais de simetria e pavimentação, essenciais para a compreensão e construção dos caleidociclos. De acordo com Holanda (2018) este trabalho

[27] Os caleidociclos são anéis de tetraedros semelhantes conectados, dois a dois, por suas arestas em comum de forma que cada tetraedro está ligado a exatamente dois outros tetraedros por arestas opostas. A principal característica dos caleidociclos é que eles são capazes de girar pelo seu centro “olho” continuamente sem que ocorra deformação do anel (Holanda, 2018, p.52).

alcançou sua finalidade ao oferecer uma alternativa didático-pedagógica para o ensino da Geometria. A metodologia empregada promoveu a autonomia dos estudantes na construção e no desenvolvimento de seu aprendizado, tornando-o mais significativo e motivador. Além disso, incentivou a criatividade, o raciocínio e possibilitou a articulação dos conceitos matemáticos com situações do cotidiano.

Sob o título Arte e Matemática: subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher, Barth (2006) utilizou as obras de M. C. Escher como ponto central para explorar a relação entre Arte, Matemática e percepção visual. Barth (2006) teve por objetivo, em sua dissertação, provocar uma reflexão sobre o papel do profissional da educação no redimensionamento de sua prática. O foco esteve em como o desenvolvimento do pensamento, com base no *conhecimento artístico*[28], pode ser um meio para estimular o processo cognitivo dos alunos.

Barth (2006), cita que se constatou, ao longo desta pesquisa, que a arte, enquanto forma de conhecimento, contribui para a educação não apenas ao favorecer o acesso à cultura, mas também ao estimular o pensamento visual, artístico, matemático, estético e outros modos de compreender o mundo. Nesta pesquisa, buscou-se destacar que os processos de aprendizagem e desenvolvimento humano requerem que o professor esteja aberto a um ensino comprometido, reflexivo, criativo e interdisciplinar, permitindo-se ser contaminado por abordagens que rompam com práticas tradicionais e estimulem uma formação mais ampla e significativa (Barth, 2006).

Em sua dissertação, Pensamento e impossibilidade: interseções entre M. C. Escher e Gilles Deleuze, Costa (2010) apresenta uma discussão dentro da Arte e da Filosofia, trilhando para isso um caminho entre a Geometria, a Lógica e a produção artística de M. C. Escher. Com o cerne de sua pesquisa sendo a produção artística de M. C. Escher e os conceitos produzidos por Gilles Deleuze, Costa (2010, p. 13), expõe uma investigação sobre como o processo criativo do artista se torna um motor para a transformação do pensamento e da percepção.

Costa (2010, p. 101) conclui que M. C. Escher é "[...] esta vida atravessada pela oposição entre a profundeza e a altura [...] um Dionísio agitando um fundo e um Apolo sonhando a definição da forma". Para Costa (2010, p.102) M. C. Escher "[...] não é um artista

[28] O vocábulo expressa um entendimento intuitivo sobre o mundo, tanto para o artista que cria símbolos a partir de suas percepções, como também para o apreciador que ao se engajar com a obra de arte faz uso da intuição para buscar ou atribuir possíveis sentidos e interpretações. A experiência artística oferece um espaço para a reflexão e a introspecção, permitindo que o observador construa significados a partir de suas próprias vivências, emoções e percepções.

desvairado ou que percorre a linha abstrata, mas também não se reduza à busca de perspectiva mimética. Ele é um artista hercúleo".

Modesto (2015) tem sua dissertação, Matemática e Arte: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher, relacionando duas propostas de ensino em Matemática fazendo uso de conexões entre Matemática e Arte. Alunos do ensino médio realizaram as propostas de ensino onde a primeira explora a geometria fractal e a segunda, o estudo de conceitos matemáticos que estão presentes nas obras de M. C. Escher. O objetivo do trabalho foi proporcionar aos estudantes a aplicabilidade da Matemática em outras áreas do conhecimento demonstrando como a Matemática não é uma disciplina isolada, mas sim uma ferramenta fundamental para o entendimento e desenvolvimento de diversas áreas, assim como, a Arte.

A questão de pesquisa de Modesto (2015) buscou relacionar conceitos matemáticos e situações reais envolvendo as artes, fazendo uso para isso também, da tecnologia. O intuito de Modesto (2015) foi a demonstração da interseção entre Arte e Matemática, especialmente no que diz respeito ao uso da simetria. Ao focar na compreensão da simetria e nas tesselações, a atividade buscou induzir os estudantes à observação de que a simetria é um elemento central na produção artística de M. C. Escher. Os alunos envolvidos na proposta de Modesto (2015) já conheciam M. C. Escher por visitarem uma mostra no ano de 2013 e demonstraram surpresa ao se depararem com novos conceitos geométricos. A utilização do software SketchUp para a construção dos mosaicos mostrou-se favorável, pois trouxe perceptibilidade dos elementos matemáticos envolvidos tornando as aulas dinâmicas, conclui Modesto (2015).

Silva (2018) investigou em sua dissertação, Poliedros de Arquimedes, Catalan, Kepler-Poinsot, Platão e o Sólido de Escher: contribuições para o ensino e aprendizagem de poliedros, a presença dos poliedros em diferentes contextos como: história, natureza, construções humanas e arte. Silva (2018) apresentou como objetivo incentivar o estudo dos poliedros por meio de uma abordagem que integrasse teoria e prática, ressaltando seu caráter interdisciplinar ao conectar a geometria a diferentes contextos e áreas do conhecimento. Para isso fez uso das obras de M. C. Escher que serviram como ponto de partida para a exploração, levando os alunos a ver a Matemática como uma linguagem universal que conecta ciência, arte e vida. A pesquisa de Silva (2018) versa sobre o ensino de poliedros de forma interdisciplinar, contextualizada e prática, utilizando recursos variados como materiais manipuláveis, softwares digitais e referências artísticas, sendo estas as obras de M.C. Escher.

A conclusão de Silva (2018) aponta, assim, que este trabalho evidencia a importância de incorporar diferentes recursos como materiais manipuláveis, aplicativos e vídeos didáticos, para tornar o ensino da geometria espacial mais atrativo, como o vídeo desenvolvido no GeoGebra[29]. Diante da limitada quantidade de referências em português sobre o tema, reforçou a necessidade de ampliar estudos que incentivem o interesse pela matemática e pela geometria em especial, pontuou Silva (2018).

A dissertação de Luz (2007), Um estudo sobre o ensino de transformações geométricas: da reforma da Matemática Moderna aos dias atuais, apresenta uma exploração sobre o ensino de transformações geométricas, com foco na análise de exercícios propostos em livros didáticos publicados a partir da década de 1960 no estado de São Paulo. O trabalho buscou compreender a evolução do ensino dessas transformações, tendo como objetivo “[...] examinar, com base na análise dos livros didáticos, o ensino de transformações geométricas ministrado no período do movimento de Matemática Moderna, bem como nos períodos imediatamente subsequentes a este [...]” (Luz, 2007, p. 21).

Luz (2007) analisou com integralidade a Organização Matemática Local, à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, das transformações geométricas com abordagem das simetrias na natureza e na arte, definições formais das transformações no currículo escolar e aspectos históricos do desenvolvimento da geometria. A metodologia envolveu a análise de livros didáticos, focando no agrupamento dos exercícios em tipos de tarefas**,** o que possibilitou a identificação tanto das técnicas de resolução quanto das tecnologias matemáticas empregadas para justificá-las. Essa abordagem permitiu uma compreensão mais detalhada sobre como as transformações geométricas são apresentadas no material didático e sua evolução ao longo do tempo.

As conclusões desta pesquisa indicam que, apesar das mudanças observadas nos diferentes períodos, os desafios no ensino das transformações geométricas não foram plenamente superados. O movimento da Matemática Moderna enfatizou a estrutura matemática, mas sem dar destaque à sua aplicação prática, enquanto que com a publicação dos PCN, houve um avanço na relação entre isometrias, homotetias e níveis superiores de abstração matemática, porém, a ausência de elementos tecnológicos pode ter comprometido a plenitude da organização matemática (Luz, 2007).

Embora o arrolamento perpetrado nesta revisão bibliográfica não tenha obtido paridade nas pesquisas, o levantamento trouxe uma visão ampla de uma indagação que nos aparenta não poder ser limitada, mas sim proporcionada com infinitas possibilidades em que os mesmos

[29] O GeoGebra é um software de matemática dinâmico e gratuito que combina geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo, permitindo aos usuários visualizar e interagir com conceitos matemáticos de forma dinâmica.

assuntos podem ser arranjados, recombinados e reunidos. O aproveitamento de várias visões ou interpretações sobre um mesmo assunto é sempre produtivo e o levantamento das pesquisas aqui descritas, com suas abordagens distintas e diferenciadas, demonstrou que ora se pesquisa um assunto atrelado a outro.

O aporte de Luz (2007) nesta pesquisa veio através da TAD, da matemática e com mais precisão as transformações geométricas e as simetrias na natureza e na arte. Esta abordagem permitiu uma visão histórica do assunto, mas, também a compreensão dos avanços que esse conteúdo obteve trazendo para este momento e esta pesquisa um entendimento desta conjuntura. É fato, chegar à conclusão de que esta pesquisa poderá subsidiar também outros estudos pertinentes a todas as indagações que foram colocadas nesta pesquisa, podendo ser ainda acrescida com mais termos de investigações e abrangendo assuntos relativos à TAD, à Arte, à Geometria, à formação continuada, e à Maurits Cornelis Escher.

As contribuições das pesquisas citadas aqui são pertinentes, como o trabalho de Santos (2019), que trouxe para esta pesquisa a visão de que a investigação pode demonstrar e evidenciar que a prática docente vai além do domínio do conteúdo, exigindo a utilização de estratégias didáticas que tornem o ensino mais significativo e compreensível. Sendo assim, o *conhecimento pedagógico* se faz decisivo para o professor, de acordo com Santos (2019).

Com a pesquisa de Barth (2006) o aporte veio através de como explorar a relação entre arte, matemática e a percepção visual utilizando as obras de M. C. Escher. Costa (2010) trouxe para essa pesquisa uma visão filosófica das obras de M. C. Escher em uma trilha elencada pela geometria, a lógica e a produção do artista. Um conhecimento através de um olhar filosófico sobre a s obras de M. C. Escher e reafirma que o artista extrapola o senso comum criando espaços inimagináveis, paradoxos tangíveis e uma infinidade de infinitos.

Modesto (2015) veio subsidiar esta pesquisa corroborando com a demonstração da Matemática como uma disciplina que se alia a outras disciplinas evidenciando sua aplicabilidade como um instrumento para conceber entendimento e desenvolvimento, principalmente, a Arte. A contribuição de Silva (2018) incide no trabalho interdisciplinar e sua pesquisa fez uso das obras de M. C. Escher para analisar conceitos matemáticos juntamente com tecnologias.

A seguir, no Quadro 6, apresenta-se um quadro comparativo que organiza os principais objetivos, procedimentos metodológicos, referenciais teóricos e resultados das pesquisas analisadas nesta revisão. Esse quadro tem como finalidade situar o presente estudo em relação aos trabalhos já realizados, evidenciando tanto suas aproximações quanto suas diferenças. Também destaca o caráter desta investigação que articula, de forma integrada, a Teoria

Antropológica do Didático (TAD), as obras de M. C. Escher, Geometria, Arte e a formação continuada de professores que ensinam Matemática e Arte nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para melhor evidenciar as aproximações e distanciamentos entre esta pesquisa e os estudos previamente identificados na revisão bibliográfica, apresenta-se o quadro 6.

Quadro 6 - Panorama das pesquisas que fundamentam esta investigação

(continua)

Pesquisador (a)	**Objetivo geral**	**Metodologia**	**Resultados e contribuições**	**Comparação com esta pesquisa**
Luz (2007)	Analisar o ensino de transformações geométricas em livros didáticos, da Matemática Moderna aos PCN.	Estudo documental e análise segundo a TAD (OM/OD e tipos de tarefas).	Mostrou avanços e limitações do ensino de isometrias e homotetias no Brasil.	Fundamentou-se na TAD, mas não relacionou diretamente com arte, Escher ou formação continuada de professores do Ensino Fundamental.
Santos (2019)	Investigar conhecimentos de professores ao articular geometria, artes visuais e simetrias no Ensino Fundamental.	Análise de planos e práticas de aula; fundamentação em Shulman, Ball et al. e Barbosa.	Evidenciou o "conhecimento de interseção" mobilizado por professores, destacando o papel do conhecimento pedagógico do conteúdo.	Não utilizou Escher nem a TAD. Concentrou-se na articulação arte/geometria na prática docente, mas sem isometrias ou formação focada em Escher.
Andrade (2015)	Desenvolver mosaicos inspirados em Escher para motivar o estudo de geometria.	Atividades práticas em escolas públicas, registradas ao longo de 15 anos.	Integração arte-geometria despertou interesse e aprendizagem significativa.	Não envolveu professores elaborando tarefas, nem análise didática por tipos de tarefas (TAD) ou formação docente estruturada.
Holanda (2018)	Explorar o uso de caleidociclos com obras de Escher para o ensino da geometria.	Projeto com materiais concretos (caleidociclos) em ambiente escolar	Projeto com materiais concretos (caleidociclos) em ambiente escolar	Foco em alunos, não em formação docente, nem uso da TAD para analisar tarefas.
Barth (2006)	Refletir sobre a prática docente e o desenvolvimento do pensamento visual e matemático por meio da arte.	Discussão conceitual e interdisciplinar	Destacou a necessidade de um ensino reflexivo, criativo e interdisciplinar.	Não aplicou atividades específicas com professores ou Escher em tarefas escolares analisadas pela TAD.
Costa (2010)	Discutir interseções entre Escher e Deleuze, na arte e filosofia.	Abordagem filosófica e estética.	Interpretou Escher como artista que rompe o senso comum, gerando paradoxos e infinitos.	Não teve recorte didático ou voltado para formação docente ou tarefas escolares.
Modesto (2015)	Relacionar fractais e tesselações de Escher no ensino médio, conectando Matemática e Arte.	Propostas didáticas com software SketchUp.	Mostrou a matemática como linguagem que dialoga com arte e realidade.	Voltado para alunos do ensino médio, sem formação continuada de professores do ensino fundamental.

(conclusão)

Silva (2018)	Incentivar o estudo de poliedros de forma interdisciplinar usando Escher.	Uso de materiais manipuláveis, software e obras de Escher	Defendeu o uso de recursos variados para tornar a geometria espacial mais atrativa.	Foco em poliedros e geometria espacial, não em isometrias ou TAD aplicada à formação docente.
Esta pesquisa	Analisar imbricações entre obras de Escher, geometrias e tipos de tarefas elaboradas por professores do 5º ano em formação continuada, articulando Matemática e Arte.	Formação continuada com professores de Matemática e Arte do 5º ano, elaboração e análise de tarefas por meio das tarefas e tipos de tarefas).	Reúne TAD, Escher, isometrias e formação docente voltada para Matemática e Arte, evidenciando contribuições para práticas pedagógicas integradas no Ensino Fundamental.	Articula temas ainda não combinados em um mesmo estudo, contribuindo com lacuna identificada na literatura.

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa (2025)

Esta análise comparativa das pesquisas anteriores permitiu destacar não apenas os diferentes enfoques dados à relação entre Geometria, Arte, as obras de M. C. Escher e a prática docente, mas também apontar como esta dissertação avança ao integrar, de forma articulada, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), a formação continuada de professores que lecionam Matemática e Arte nos Anos Iniciais e a análise das tarefas produzidas por esses docentes. Ao reunir esses elementos em um único corpus investigativo, este trabalho amplia o escopo das pesquisas existentes, fornecendo subsídios teóricos e metodológicos para novas formas de compreender e operar a articulação entre conhecimentos geométricos e artísticos no contexto escolar. Além disso, ao adotar a TAD como ferramenta de análise, aprofunda-se a compreensão do processo de ensinar e aprender, revelando como se constituem os saberes necessários para o professor transpor conteúdos matemáticos e artísticos em situações didáticas significativas.

Diante deste exposto, este estudo não apenas dialoga com um conjunto significativo de pesquisas anteriores, mas também propõe uma convergência entre Geometria, Arte, as obras instigantes de M. C. Escher, a Teoria Antropológica do Didático em um contexto de formação continuada de professores que lecionam Matemática e Arte nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As investigações analisadas revelaram contribuições para o entendimento das interseções entre Matemática e Arte. Há destaque para a importância dos conhecimentos pedagógicos e das abordagens interdisciplinares. Observa-se, ainda, um espaço fecundo para a articulação mais profunda desses elementos em experiências formativas que envolvam diretamente o planejamento e a análise de tarefas docentes.

Assim, encerrando este capítulo, reafirma-se o compromisso desta investigação não só em contribuir com a produção acadêmica, mas, sobretudo, em lançar sementes para que o ensino da Matemática e da Arte possa florescer em práticas pedagógicas mais integradas e humanizadas, capazes de inspirar professores e alunos a construírem novos sentidos para o conhecimento e para a escola.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

"A alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não podem dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria".
Paulo Freire

Este capítulo delineia os procedimentos metodológicos desta pesquisa detalhando seu contexto, os participantes e o processo de produção de dados. A descrição do contexto da pesquisa e a estrutura da formação continuada, e seus participantes, expõem as ações realizadas minudenciando suas execuções.

De caráter qualitativo, esta pesquisa permeia a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994, p.47) ao afirmar que "[...] na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal", sendo essa sua primeira característica de cinco que são apontadas pelos autores. A fonte direta de dados foi, nesta pesquisa, uma formação continuada organizada para que os professores participantes elaborassem tarefas. Os participantes da pesquisa tiveram seu destaque e relevância ao compartilharem seus saberes disponibilizando-os para as análises dessas tarefas e seus tipos de tarefas.

Para Bogdan e Biklen (1994, p. 70) o objetivo do investigador qualitativo é "[...] o de melhor compreender o comportamento e experiência humanos. [...] compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados".

Bogdan e Biklen (1994, p. 48) introduzem a segunda característica "A investigação qualitativa é descritiva". Essa característica indica que os dados coletados devem ser transcritos e analisados com o intuito de descrevê-los por meio de uma narrativa. Nesta pesquisa serão descritos e analisados os dados coletados baseando-se a narração na fundamentação teórica.

Nesta investigação foram analisadas as tarefas produzidas por este grupo de professores, sendo assim, a terceira característica determinada por Bogdan e Biklen (1994, p. 49) que se apoia na afirmação de que "Os investigadores qualitativos se interessam mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos". Atendendo a essa característica, esta pesquisa priorizou a compreensão do processo para conhecer a perspectiva dos participantes, seguindo assim um percurso construído para que acontecesse uma análise indutiva, como os autores sugerem na investigação qualitativa. Sendo essa a quarta característica "Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva", de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 50).

A quinta característica traz que "O significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (Bogdan e Biklen, 1994, p.50). Esta característica denota a importância da fidelidade e rigor ao descrever e interpretar os dados obtidos na investigação, para tanto se faz necessário que "[...] os investigadores qualitativos estabeleçam estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências e ponto de vista do informador" (Bogdan e Biklen, 1994, p.50).

4.1 Contexto da pesquisa

A pesquisa foi engendrada com um grupo de 50 professores da rede municipal de ensino do município de Campo Mourão, atuantes no 5° ano do ensino fundamental lecionando Arte e Matemática, que participaram de um curso de extensão (conforme Anexo A) ofertado pela UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná – campus Campo Mourão, conforme sugerido pela BNCC – Formação Continuada (Brasil, 2020), em parceria com a Secretaria Municipal da Educação (Seced) de Campo Mourão – Paraná, conforme Anexo C. O curso de extensão sob o título *Obras de Escher e Geometrias* foi uma formação continuada que constou do calendário das formações ofertadas pela Seced no primeiro semestre de 2024 e utilizada para esta pesquisa, sendo este seu principal intuito. A pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos – CEP e após o parecer favorável deu-se seguimento para que ocorresse a formação continuada.

Foi formada uma equipe para a execução da formação por meio do PRPGEM - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e do colegiado de Matemática da UNESPAR com a seguinte composição: Rosemeri Neves de Souza, Mariana Moran, Raquel Polizeli, Vanessa Cristina Rhea, Pedro Janu, Gisele Zilotti, Bruna Mascotte e Jéssica Barragan Alves, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 - Equipe para execução da formação continuada

Nome	Formação acadêmica inicial/atual	Função	Atuação profissional
Rosemeri Neves de Souza	Licenciada em Ciências Biológicas, Mestranda em Educação Matemática	Formadora	Professora dos Ensino Fundamental - Anos Iniciais e do Ensino Fundamental – Anos Finais
Mariana Moran	Licenciada em Matemática, Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática	Coordenadora	Professora associada da Universidade Estadual de Maringá
Raquel Polizeli	Bacharel e licenciada em Matemática, Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática	Tutora	Professora associada da Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Vanessa Cristina Rhea	Licenciada em Matemática, Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática (2022)	Coordenadora	Professora Adjunta da Universidade Estadual do Paraná – campus Campo Mourão
Bruna Caroline Mascotte	Licenciada em Matemática, Mestranda em Educação Matemática	Tutora	Estudante de mestrado
Jessica Suzana Barragan Alves	Licenciada em Matemática, Doutorado em Estatística	Tutora	Professora temporária na Universidade Estadual de Maringá
Gisele Zilotti	Estudante da graduação em Matemática – licenciatura	Tutora	Estudante de licenciatura em Matemática
Pedro Janu	Licenciado em Matemática, Mestrando em Educação Matemática	Tutor	Estudante de mestrado

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa (2024)

A formação aconteceu em uma sala do campus da UNESPAR – Campo Mourão localizado na Avenida Comendador Norberto Marcondes, 733, Centro, nos meses de junho e julho de 2024, nos períodos matutino e vespertino ocorrendo as quintas e sextas feiras dos referidos meses. A sala de aula possuía um projetor multimídia que foi utilizado em todos os dias de formação para que os professores tivessem acesso à teoria necessária e as artes de M. C. Escher. A Seced comunicou as direções das escolas de que deveriam providenciar materiais para os professores como: cartolinas coloridas, régua, lápis de cor e tesoura para desenvolver as atividades práticas que serão propostas em alguns dias da formação.

Os professores envolvidos foram previamente informados sobre o propósito da formação continuada que ocorreu no contexto de um estudo de mestrado do PRPGEM – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. A maioria dos professores participantes, 34, aceitou participar da pesquisa e receberam uma cópia do TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo B), garantindo a utilização ética dos dados obtidos.

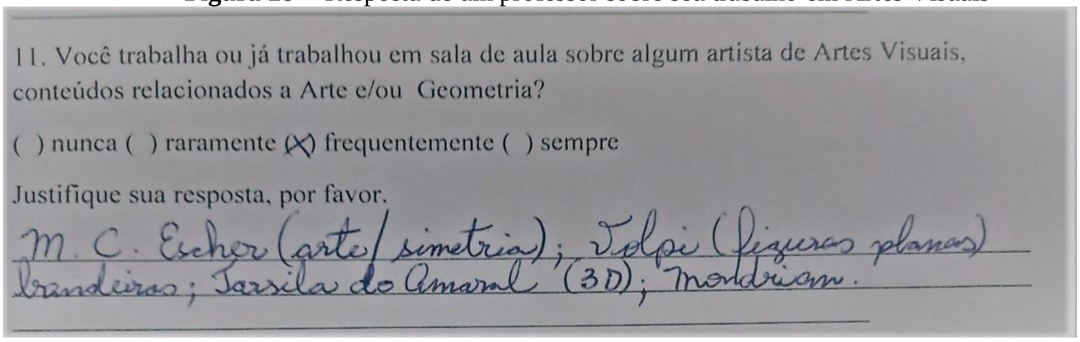
Após concordarem em integrar o estudo, responderam a uma entrevista semiestruturada (Apêndice A) com o objetivo de levantar informações sobre seu perfil permitindo, assim, um mapeamento mais detalhado dos assuntos pertinentes à pesquisa com o fornecimento de subsídios importantes para a produção e análise dos dados. O restante dos professores também participou da formação, sendo 16 professores que não aceitaram fazer parte da pesquisa, perfazendo um total de 50 professores com acesso à formação continuada. Os professores do 5° ano que possuíam regência nos dois períodos, ou seja, possuíam duas turmas de 5° ano, uma no matutino e outra no vespertino, optaram por participar em um dos períodos da formação.

Foram realizados 5 encontros presenciais com carga horária de 15 horas, sendo 3 horas para cada encontro. Para a realização das tarefas acertou-se uma organização dos professores em 7 grupos, com 6 a 7 professores em cada. Cada grupo sorteou uma arte de M. C. Escher para seu trabalho. O número de professores nos grupos variou de acordo com a quantidade de professores que possuíam 2 regências em salas de aulas de 5° ano e foram feitas adequações para que não ocorressem prejuízo à pesquisa.

A formação foi gravada em áudio, com a utilização de equipamentos, para obter material das atividades executadas pelos professores nos momentos em que os mesmos realizaram o trabalho em grupo com as artes escolhidas para a sequência didática. Assim, foram registradas suas falas e interações durante o desenvolvimento das tarefas, com o objetivo de realizar posteriormente a análise desses dados.

Quando questionados na entrevista semiestruturada sobre o trabalho com Artes Visuais com conteúdos relacionados entre Arte e/ou Geometria, somente 5 professores disseram que frequentemente utilizam obras de arte em suas aulas, citando os artistas Romero Brito, Tarsila do Amaral, Pablo Picasso, Alfredo Volpi, Mondrian, Aldemir Martins. Somente um professor trabalha em suas aulas com M. C. Escher informando inclusive o conteúdo, simetria. Esse mesmo professor é, também, o único que citou Volpi e Mondrian além de se referir à Tarsila do Amaral com o respectivo conteúdo trabalhado com suas artes visuais, sendo a tridimensionalidade, de acordo com a Figura 28.

Figura 28 - Resposta de um professor sobre seu trabalho em Artes Visuais


11. Você trabalha ou já trabalhou em sala de aula sobre algum artista de Artes Visuais, conteúdos relacionados a Arte e/ou Geometria?

( ) nunca ( ) raramente (X) frequentemente ( ) sempre

Justifique sua resposta, por favor.

M. C. Escher (arte/simetria); Volpi (figuras planas) bandeiras; Tarsila do Amaral (3D); Mondrian.

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Um número muito expressivo, 26 professores, nunca viram as obras de artes visuais de M. C. Escher, o restante afirmou conhecer pouquíssimo sobre o artista e suas obras. Somente um professor, que já foi citado acima, disse conhecer um pouco o autor e suas obras.

4.2 Perfil dos professores participantes

Os professores atuantes na rede municipal de ensino de Campo Mourão são concursados no cargo de professor do Ensino Fundamental - Anos Iniciais com formações variadas tanto no Ensino Médio quanto na graduação. Os participantes, no entanto, em sua maioria são formados na graduação em Pedagogia - licenciatura conforme demonstra a tabela 3.

Tabela 3 - Perfil dos Participantes na Formação Continuada

Nível de formação	Número de professores
Pedagogia – licenciatura	21
Letras –licenciatura	5
Geografia – licenciatura	1
História – licenciatura	1
Ciências Biológicas – licenciatura	1
Matemática – licenciatura	2
Ciências Econômicas – bacharelado	1
Magistério – Formação de docentes	7
Não informou	8

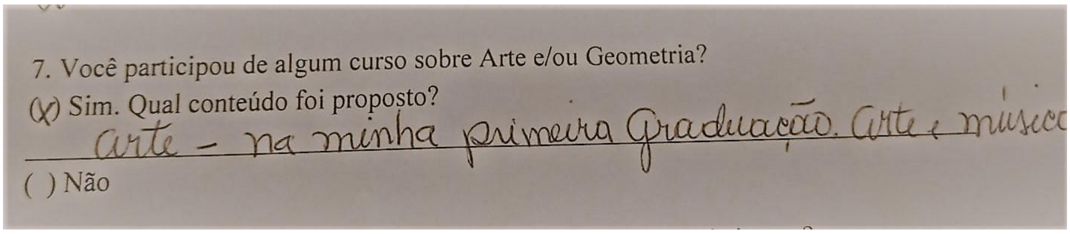
Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa (2024)

Dos professores que possuíam formação em magistério/formação de docentes somente um não possuía graduação em sua formação. A exigência para o ingresso no cargo de professor do Ensino Fundamental – Anos Iniciais é a formação a nível médio em magistério e/ou formação para docente e/ou a licenciatura em pedagogia. Sendo assim, todos os graduados possuem especialização em diversas áreas de atuação e um professor possui mestrado inclusive possuindo duas graduações com licenciatura, uma em pedagogia e outra em matemática.

O tempo de atuação destes professores como professores do Ensino Fundamental – Anos Iniciais variou entre 15 dias até 27 anos, sendo a maioria entre 10 e 25 anos de exercício na função de professor dos anos iniciais. A experiência destes professores em 5° ano também é muito variada partindo de 15 dias, com 10 professores em torno de 4 a 5 meses, até o maior número onde 6 professores têm a experiência de 5 anos lecionando Arte e Matemática no 5° ano, mas ainda há um único professor com experiência de 20 anos.

Três professores relataram ter participado de alguma formação ao longo de suas carreiras. Destes, um destacou que o curso foi voltado especificamente para a Arte – Artes Visuais, mas direcionado ao contexto da educação infantil. Outro professor pontuou que participou de um curso sobre Arte e Música em sua primeira graduação, conforme figura 29.

Figura 29 – Resposta de um professor participante sobre participação em curso de Arte e/ou Geometria


7. Você participou de algum curso sobre Arte e/ou Geometria?
(X) Sim. Qual conteúdo foi proposto?
arte – na minha primeira Graduação. Arte e músic
( ) Não

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Os professores que trabalham o conteúdo de Arte e Geometria juntos, num total de 17 professores, consideram atividades para identificar figuras geométricas em obras de arte, sejam figuras planas ou sólidos geométricos e fazendo releitura de obras. Foram citadas a pavimentação do plano, construção de mosaicos, simetrias, bidimensionalidade e tridimensionalidade por somente 3 professores.

4.3 Descrição da Formação

Os cinco encontros presenciais foram estruturados partindo da apresentação de M. C. Escher e os conteúdos de Matemática e Arte do 5° ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais sendo esse o fio condutor de toda a formação continuada. A produção de dados iniciou-se em

20 de junho de 2024 com encerramento em 05 de julho de 2024, perfazendo 15 horas distribuídas em cinco dias de curso.

Cada encontro teve como prioridade em seu início a acolhida dos participantes, sendo recebidos no primeiro dia e nos subsequentes com uma mensagem que levava à reflexão sobre a prática docente e um bombom, sendo esse momento de diálogo livre entre os professores e o formador. Na sequência aconteceu a introdução do conteúdo proposto para o encontro, como demonstra o Quadro 8.

Quadro 8 - Síntese da Formação Continuada

Encontro	**Conteúdos previstos no curso**	**Atividades realizadas**
1° Encontro Conhecendo M. C. Escher	• Quem foi Maurits Cornelis Escher: vida e obra do artista • Períodos criativos de suas obras • Documentos oficiais brasileiros: LDB, DCN, PNE, BNCC, PPC. • Conteúdos das unidades temáticas Artes Visuais e Geometria de acordo com a PPC.	♦ Assinatura do Termo de Consentimento Livre Esclarecido. ♦ Entrevista semiestruturada. ♦ Apresentação de slides (Apêndices B e C).
2° Encontro Elaboração de tarefas	• Conteúdos das unidades temáticas Artes Visuais e Geometria de acordo com a PPC.	♦Apresentação de slides (Apêndice D). ♦ Elaboração de tarefas pelos professores participantes da formação continuada de acordo com a obra escolhida pelo grupo. ♦ Socialização das tarefas pelos grupos.
3° Encontro Interdisciplinaridade e transversalidade no ensino de Geometria e Artes Visuais	• Sequência didática: obra Flor de Pascua – Beautiful, M. C. Escher, 1921. • M. C. Escher e a tesselação. • Transformações isométricas: rotação, translação e reflexão. • Simetria.	♦ Apresentação de uma sequência didática elaborada pelo formador/pesquisador a partir das tarefas elaboradas pelos grupos para demonstrar a possibilidade de interdisciplinaridade. ♦ Discussão sobre a sequência didática e a possibilidade de imbricação dos conteúdos de Matemática e Arte de acordo com a BNCC e a PPC. ♦ Apresentações de slides: M. C. Escher e a tesselação.
4° Encontro	•Transformações isométricas: rotação, translação e reflexão. • Simetria. • Plano cartesiano	♦Apresentação de slides sobre o conteúdo (continuação slides Apêndice D) ♦ Criação de uma figura no plano cartesiano: um peixe, a partir das coordenadas dadas pelo formador/pesquisador. ♦ Criação da mesma figura na malha quadriculada utilizando as transformações isométricas.
5° Encontro	Geometria: •Transformações isométricas: rotação, translação e reflexão. • Simetria. • Plano cartesiano Artes Visuais: •Formas distintas das artes visuais das tradicionais às contemporâneas. •Composições artísticas tendo como referências obras e objetos artísticos. •Leitura de imagem: relacionar imagens pictóricas e gráficas diversas de tempos, contextos e locais diferentes. •Elementos da linguagem visual (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.).	♦Análise em grupos das tarefas elaboradas no 2° encontro e discussão para identificação de mais conteúdos que poderiam ser imbricados nelas. ♦Análise das obras de M. C. Escher utilizadas pelos grupos para identificação das transformações isométricas e possíveis simetrias e discussão. ♦Criação de uma arte, em grupo, com moldes (Apêndice F) em cartolina utilizando as transformações isométricas. ♦Socialização das artes criadas pelos grupos e identificação das transformações isométricas utilizadas. ♦Debate final: considerações sobre a contribuição da formação continuada para a prática em sala de aula

Fonte: Elaborado pela autora da pesquisa (2024)

No primeiro encontro, foi apresentado através de slides (Apêndices B e C) a trajetória de vida de M. C. Escher e seus períodos criativos, além de sua produção artística. Os componentes curriculares Matemática e a unidade temática Geometria, e Arte com a unidade temática Artes Visuais, também foram tratados neste momento de acordo com os documentos oficiais utilizados pela Seced, neste caso a PPC Ensino Fundamental Anos Iniciais – 5° Ano (2020).

No segundo encontro, foram apresentadas as obras selecionadas de M. C. Escher, e cada grupo de professores, por meio de sorteio, escolheu uma delas para elaborar tarefas.

Durante a etapa de produção das tarefas pelos grupos, o formador/pesquisador optou por não intervir, permitindo que os participantes conduzissem o trabalho de forma autônoma. Para esse desígnio era importante que os professores elaborassem a atividade proposta alicerçados somente em suas vivências e suas práticas em sala de aula.

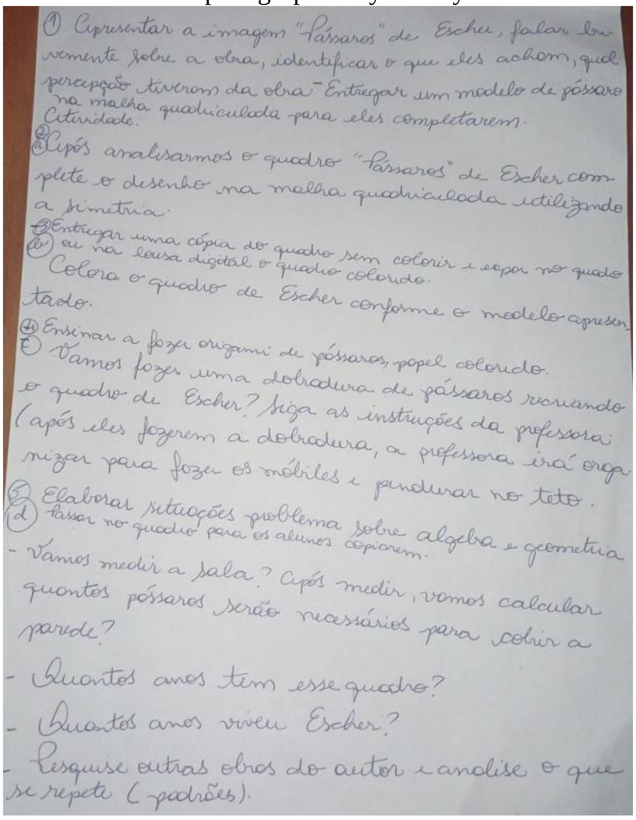
Os professores participantes são denominados, a partir daqui, por PP (Professor Participante) acrescidos de um número organizador por ordem de fala. Iniciaram-se os questionamentos pelas informações verbais do grupo[30] 2 Symmetry Watercolor 106 Bird (Escher, 1959).

> Quantos pássaros? Aqui, a gente identifica uma espécie de pássaro, né? Agora vai contar quantos tem, como que é (PP1)?
> Ah, mas vocês não vão usar o celular! É isso aí mesmo, na prática. A gente vai fazer sem celular. Não tem celular (PP2).
> Tá, mas como que a gente vai escrever? Qual que é o (inint) (PP3)?
> Não, mas qual que é o intuito, na verdade? Porque eu acredito que ela falou como os professores pensam em trabalhar a obra de Escher em matemática e arte, entendeu? Então vamos fazer assim, ó (PP2).
> Dá pra analisar. Fazer apreciação. Mas eu acho que ali cada um vai fazer uma tarefa (PP4).
> Vai fazer cinco tarefas. Eu entendi (PP1).
> São cinco tarefas por um grupo. Tá bom. Ó, mas dá pra aqui também (PP1).

Foi possível a identificação das tarefas elaboradas pelo grupo 2 devido a obra disposta para esse fim, Symmetry Watercolor 106 Bird (Escher, 1959). A obra é citada pelo grupo 2 como *Pássaros*, as tarefas elaboradas trabalham muito pouco a Geometria, mas integra Artes Visuais. O grupo 2 ainda sugere tarefas com álgebra, como pode-se verificar na Figura 30.

[30] Os grupos de professores participantes da formação continuada foram identificados a partir da obra utilizada pelos mesmos na execução das tarefas. Os professores participantes do período matutino são pertencentes ao grupo 1 e os do período vespertino são do grupo 2.

Figura 30 - Tarefas elaboradas pelo grupo 2: Symmetry Watercolor 106 Bird (1959)



1 Apresentar a imagem "Pássaros" de Escher, falar brevemente sobre a obra, identificar o que eles acham, qual percepção tiveram da obra - Entregar um modelo de pássaro na malha quadriculada para eles completarem.
Atividade:
2
a Após analisarmos o quadro "Pássaros" de Escher complete o desenho na malha quadriculada utilizando a simetria.
3 Entregar uma cópia do quadro sem colorir e expor no quadro
b ou na lousa digital o quadro colorido.
Colora o quadro de Escher conforme o modelo apresentado.
4 Ensinar a fazer origami de pássaros, papel colorido.
C Vamos fazer uma dobradura de pássaros recriando o quadro de Escher? Siga as instruções da professora: (após eles fazerem a dobradura, a professora irá organizar para fazer os móbiles e pendurar no teto.
5 Elaborar situações problema sobre algebra e geometria
d Passar no quadro para os alunos copiarem.
- Vamos medir a sala? Após medir, vamos calcular quantos pássaros serão necessários para cobrir a parede?
- Quantos anos tem esse quadro?
- Quantos anos viveu Escher?
- Pesquise outras obras do autor e analise o que se repete (padrões).

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

A princípio as dúvidas foram a respeito de como elaborar as tarefas, se colocariam Arte e Geometria juntas nas tarefas, enquanto alguns já demonstraram logo de início a segmentação e separação das tarefas, como revela a transcrição abaixo da informação verbal do PP 5, em seu grupo.

> Esse aqui é um exercício. Então dá para fazer na matemática. Dá para fazer um exercício de matemática, dá para fazer um exercício de artes. Estou com um planejamento (PP5).

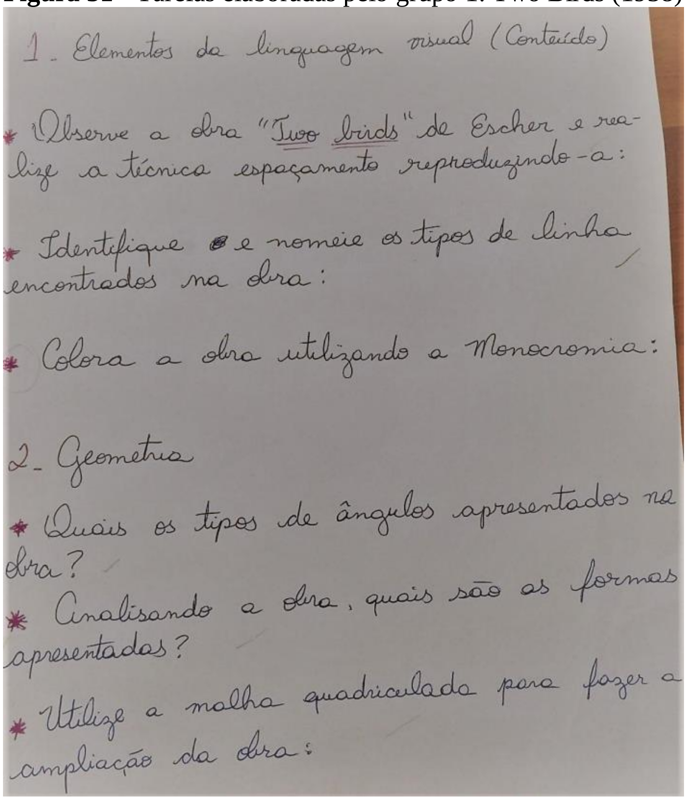
Um grupo demonstrou o preceito de efetuar um trabalho que conectasse a Arte e a Matemática. As informações verbais tidas abaixo evidenciam essa preocupação em vincular estes componentes curriculares.

> Então, vamos fazer a primeira atividade. A recomendação aqui. A gente tem que encaixar lá duas (inint) Matemática e arte (PP6).
> Ela falou cinco atividades (PP7).
> Ela não disse (PP6).
> A gente pode estudar arte e matemática. O que dá para encaixar nas duas ligações? A primeira que você falou foi a do recorte (PP7).
> Então, posso escrever espaçamento. Deixa eu ver o nome. Espaçamento (PP8).
> Espaçamento. Sequência também dá. Entra naquele do espaço lá (PP6)
> Elementos da linguagem visual. Esse que é o conteúdo. Então, um seria elementos da linguagem visual (PP7).

Entra ponto, linha, forma, espaço, movimento. Aquelas coordenadas todas lá que a gente trabalha. Linha já está bem (PP7).
Espaço, linha, forma. Elementos da linguagem visual (PP3).
Elementos da linguagem visual. Que é o conteúdo. Não colocar entre parênteses (PP4).
A matemática é a arte (PP5).
E a habilidade que ela busca lá (PP4).
Então, você não precisa colocar tudo (PP3).
Você já vai jogando a atividade. Aí você consegue ver. O que é para fazer com essa atividade? Só o conteúdo. E daí o que a gente vai fazer? Tem que escrever, eu acho (PP4).
Vai ser trabalhado (PP5).
Isso. A atividade. Eu acho que é a atividade que a gente precisa colocar (PP4).

A Figura 31 ratifica essa informação verbal pela qual foi possível identificar as tarefas produzidas pelo grupo 1: Two Birds (1938).

Figura 31 - Tarefas elaboradas pelo grupo 1: Two Birds (1938)



1 - Elementos da linguagem visual (Conteúdo)

* Observe a obra "Two birds" de Escher e realize a técnica espaçamento reproduzindo-a:

* Identifique e nomeie os tipos de linha encontrados na obra:

* Colora a obra utilizando a Monocromia:

2 - Geometria

* Quais os tipos de ângulos apresentados na obra?
* Analisando a obra, quais são as formas apresentadas?
* Utilize a malha quadriculada para fazer a ampliação da obra:

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Outro grupo apontou para a importância de se pensar no aluno ao elaborar as tarefas com criatividade.

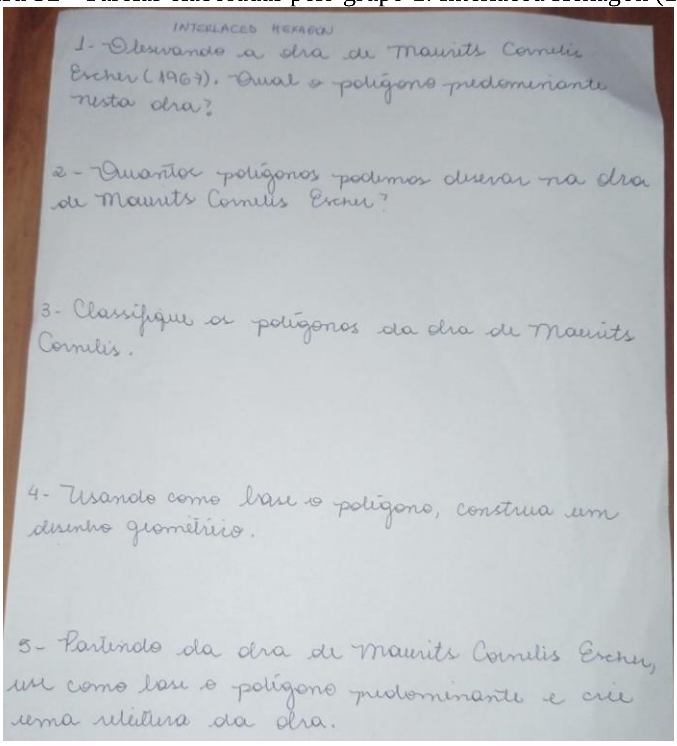
Você tem que elaborar cinco tarefas. E daí vocês usam a criatividade de vocês para elaborar essas cinco tarefas (PP6, informação verbal).
Pensem nos alunos de vocês. Não se preocupem que vocês têm que colocar o objetivo. O que você viu? (PP7, informação verbal)
Tem folha? Tem folha para escrever? Cinco tarefas (PP8, informação verbal).

Surgiram muitas ideias de abordagem inicial para trabalhar com a obra de M. C. Escher, escolhidas pelo grupo de professores participantes, sendo que em sua maioria optaram pela Geometria. O trecho do diálogo de outro grupo aponta para essa escolha.

> Então, estamos pensando já nos exercícios para ver qual começamos com a gente. Olha, aqui a gente poderia começar. Que tipo de figuras geométricas você consegue visualizar? Já seria uma. Aí depois, assim. Você consegue perceber os animais que estão presentes? Ah, mas vocês não vão usar celular (PP8, informação verbal).
> Estou pensando no planejamento (PP9, informação verbal)

Um exemplo de tarefas elaboradas exclusivamente com a Geometria é a do grupo 1 que explorou a obra Interlaced Hexagon (Escher, 1967), manifestado na Figura 32.

Figura 32 - Tarefas elaboradas pelo grupo 1: Interlaced Hexagon (1967)



INTERLACED HEXAGON

1- Observando a obra de Maurits Cornelis Escher (1967). Qual o polígono predominante nesta obra?

2- Quantos polígonos podemos observar na obra de Maurits Cornelis Escher?

3- Classifique os polígonos da obra de Maurits Cornelis.

4- Usando como base o polígono, construa um desenho geométrico.

5- Partindo da obra de Maurits Cornelis Escher, use como base o polígono predominante e crie uma releitura da obra.

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Na sequência, ocorreu a socialização da atividade, quando os grupos apresentaram suas tarefas conforme a proposta de arte visual que desenvolveram.

No terceiro encontro, a pesquisadora apresentou uma sequência didática construída exclusivamente a partir das tarefas produzidas pelos grupos, como proposta de articulação entre Geometria **e** Artes Visuais (BNCC, 2018; PPC, 2020). As tarefas foram mantidas na íntegra e re-organizadas por progressão e correspondência a habilidades/objetivos**;** a sequência preserva o caráter interdisciplinar, podendo ser desenvolvida em aulas de Matemática, Arte ou ambas.

Coube à pesquisadora elencar na sequência didática a que habilidades e objetivos essas tarefas pertenciam, de acordo com a PPC (2020) utilizadas pelos professores participantes. As habilidades e objetivos estão separados de acordo com seu componente curricular, mas as aulas não sofrem esta separação, pois os conteúdos são trabalhados interdisciplinarmente e estão imbricados entre si. As aulas da sequência didática podem ser realizadas em aulas de Matemática ou aulas de Arte, ou ambas disciplinas. A sequência didática foi organizada em um cronograma com 10 aulas onde as atividades foram distribuídas de acordo com o tempo previsto para execução de cada uma.

Partindo desse contexto foi transmitido, através de slides, aos professores participantes a premissa de que a PPC (2020, p.2) traz que "[...] a formação integral se compromete com o diálogo entre os diversos conhecimentos curriculares e a realidade dos estudantes, com a transversalidade e a interdisciplinaridade". Além de que a PPC (2020, p.85) descreve que

> Apesar do acervo de conhecimentos matemáticos ser organizado didaticamente em unidades temáticas, conforme o Referencial Curricular do Paraná (2018), a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como uma área em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si, o documento enfatiza o desenvolvimento de competências no aluno. O foco do ensino e aprendizagem está no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade. Fica claro que hoje o aprendizado vai além do conteúdo do livro, plataforma educacional ou atividade. Falamos aqui de interdisciplinaridade.

A técnica de M. C. Escher utilizada em algumas obras, principalmente nas estudadas aqui, é a tesselação e sua cobertura do plano. Foram mostradas para os participantes o conceito de transformação isométrica e simetria, além de como estão apresentados esses conteúdos na PPC (2020), e também como funcionam na cobertura do plano. A translação, reflexão e rotação e suas combinações foram explicitadas juntamente com o objeto do conhecimento *plano cartesiano*, em Geometria, para que fossem feitas as correspondências entre os conceitos. É importante partir do pressuposto que os participantes, em sua maioria, não possuíam conhecimento acerca das transformações isométricas e tesselação.

O quarto encontro trouxe uma atividade prática onde os participantes foram levados, através de coordenadas, a criar uma figura na malha quadriculada construindo primeiramente os eixos do primeiro quadrante. O plano cartesiano será introduzido no sétimo ano do Ensino Fundamental - Anos Finais, do nesse primeiro contato no quinto ano os alunos são levados ao entendimento de mudança de direção e sentido no primeiro quadrante. Os conceitos de transformação isométrica e simetria foram primeiramente aprofundados através dos slides (Apêndice D) com discussões para que a atividade prática pudesse acontecer. Os demais conteúdos e conceitos foram abordados durante as execuções das tarefas.

No quinto encontro os grupos novamente foram formados para que ocorresse um novo olhar para as tarefas realizadas pelos mesmos no segundo encontro, para então acontecer a verificação de possibilidades de imbricação dos conteúdos de Artes Visuais e Geometria. Os grupos analisaram suas tarefas a fim de observar se haveria necessidade de retirar alguma tarefa ou acrescentar tarefas àquelas que foram feitas no segundo encontro. Neste momento não foram analisadas somente as tarefas escolhidas para compor a sequência didática, mas todas as tarefas produzidas pelos grupos de professores. As obras de M. C. Escher utilizadas para compor as tarefas foram novamente analisadas e discutidas pelos grupos para identificar as transformações isométricas contidas em cada uma. Esta atividade aconteceu, visto que, os professores participantes se apropriaram dos termos geométricos a partir do terceiro encontro e uma análise posterior das obras, a princípio, mostrou-se necessário.

A partir de modelos (Apêndice F) sugeriu-se a criação de obras inspiradas em M. C. Escher utilizando a tesselação e as transformações isométricas. Após a atividade ocorreu a socialização das artes e a discussão sobre a contribuição da formação continuada e a possibilidade da implementação em sala de aula. As tarefas produzidas pelos 7 grupos de professores participantes da pesquisa estão disponibilizadas em sua íntegra no Apêndice E.

4.3.1 A Sequência Didática

De acordo com Brousseau (1996, p. 54) “ o professor realiza primeiro o trabalho inverso ao do cientista, uma recontextualização do saber: procura situações que deem sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados. ” Partindo desse pressuposto, o entendimento é de que essa recontextualização do saber mencionada por Brousseau dialoga com a TAD, reconhecendo que o conhecimento escolar é um saber transposto, adaptado e ressignificado. O professor, sendo assim, necessita de competências para selecionar, organizar e propor tarefas que não apenas ensinem, mas façam o aluno pensar, interpretar e construir sentido, colocando-o em uma posição de criador de oportunidades de aprendizagem e não um reprodutor do conhecimento.

A competência em selecionar, organizar e propor tarefas vêm a ser um trabalho pedagógico organizado, sendo uma dessas organizações a sequência didática. Dentre as muitas percepções sobre como elaborar e o que vem a ser uma sequência didática, Brosseau (1986, *apud* Santos, 2006, p. 25) define a sequência didática com sendo " um conjunto de condições potencialmente capaz de gerar a produção de um conhecimento determinado, como resposta a um problema proposto e graças a interação do aluno com o meio didático que foi criado. "

Com base nas tarefas elaboradas pelos professores, construímos uma sequência didática que foi organizada de forma progressiva, promovendo a articulação entre os conteúdos de Matemática e Artes Visuais, com as unidades temáticas Geometria e Artes Visuais, utilizando a simetria e a linguagem visual como ferramentas para a leitura, interpretação e criação artística. Ao longo da sequência, observa-se uma passagem do fazer técnico ao fazer expressivo, com momentos de análise, criação, ampliação, releitura e modelagem tridimensional, evidenciando a imbricação entre estas áreas do conhecimento, a Arte e a Matemática.

O intento da sequência didática foi de iniciar as discussões sobre a possibilidade de imbricação entre os conteúdos programáticos de Matemática e Arte, com M. C. Escher e as obras de artes visuais que compuseram as tarefas.

Sob a perspectiva da TAD, nossas análises concentraram-se exclusivamente nas tarefas selecionadas para a constituição da sequência didática, entendidas como parte de uma organização matemática específica.

4.3.2 A sistematização da sequência didática

A fim de evitar qualquer distorção dos dados decorrente da imposição de um direcionamento temático, solicitou-se aos participantes que elaborassem livremente cinco tarefas possíveis de serem desenvolvidas a partir da obra escolhida, sem a exigência de que contemplassem, necessariamente, as unidades temáticas de Geometria ou Artes Visuais. A pesquisadora triou e organizou essas propostas em sequência didática, explicitando a vinculação a habilidades e objetivos dos documentos curriculares. A sequência assume a progressão das atividades e a coerência interdisciplinar pretendida A seguir, tem-se as habilidades da BNCC (2018) e os conteúdos explorados no material construído a partir dos componentes curriculares Matemática e Arte com as Unidades Temáticas Geometrias e Artes Visuais para o 5°ano e com base nas tarefas elaboradas pelos professores participantes.

Arte:

Habilidades da BNCC

(EF15AR01) Identificar e apreciar formas distintas das artes visuais tradicionais e contemporâneas, cultivando a percepção, o imaginário, a capacidade de simbolizar e o repertório imagético.

(EF15AR02) Explorar e reconhecer elementos constitutivos das artes visuais (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.)

(EF15AR03) Reconhecer e analisar a influência de distintas matrizes estéticas e culturais das artes visuais nas manifestações artísticas das culturas locais, regionais e nacionais.

(EF15AR04) Experimentar diferentes formas de expressão artística (desenho, pintura, colagem, quadrinhos, dobradura, escultura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia etc.), fazendo uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.

(EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade.

(EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.

(EF15AR07) Reconhecer algumas categorias do sistema das artes visuais (museus, galerias, instituições, artistas, artesãos, curadores etc.).

Conteúdo

- Formas distintas das artes visuais das tradicionais às contemporâneas.
- Instalação: compreender e identificar o conceito de instalação.
- Composições artísticas tendo como referências obras e objetos artísticos.
- Composições artísticas visuais diversas com o uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.

Matemática

Habilidades da BNCC

(EF05MA14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas.

(EF05MA15) Interpretar, descrever e representar a localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano (1.º quadrante), utilizando coordenadas cartesianas, indicando mudanças de direção e de sentido e giros.

(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

(EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

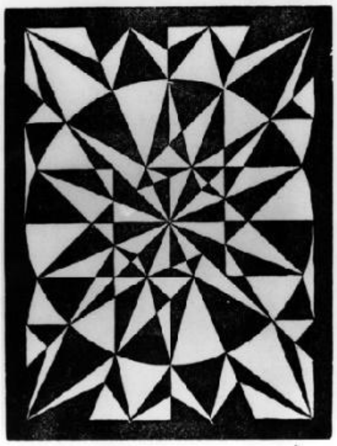
(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Conteúdo

- Localização no espaço: mudanças de direção (horizontal e vertical) e sentido (direita, esquerda, para frente, para trás, de cima para baixo, de baixo para cima e vice-versa).
- Movimentação de objetos no plano cartesiano (1º quadrante).
- Problemas que envolvem localização e movimentação de objetos e/ou pessoas no plano cartesiano (1º quadrante).
- Posições: vista superior, frontal e lateral.
- Bidimensionalidade e tridimensionalidade.
- Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.
- Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos.
- Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes.

Esta sequência didática foi elaborada como uma proposta cronológica que possibilita ao estudante o conhecimento de M. C. Escher, sua obra e a investigação das potencialidades geométricas contidas nessa exploração.

Flor de Pascua – Beautiful/Maurits Cornelis Escher, 1921.



Os principais objetivos da sequência são:

Arte:

• Conhecer trabalhos artísticos e seus produtores (as) de intervenções e de instalações, compreendendo seu conceito, para aumentar seu repertório imagético e realizar estes trabalhos na escola.

• Realizar composições artísticas, tendo como referência, não como modelo, obras de arte ou objetos artísticos de alguns diferentes períodos (Pré-história à Contemporaneidade, de forma linear) para compreender o conceito de bidimensional e tridimensional.

Matemática:

- Localizar objetos (pontos ou imagens) a partir da indicação das coordenadas geográficas representadas em malhas quadriculadas.

- Resolver e elaborar problemas que envolvem o deslocamento de pessoas/objetos no espaço.

- Resolver e elaborar problemas envolvendo a localização e a movimentação de objetos/pessoas no plano cartesiano (1º quadrante).

- Visualizar e representar os objetos (bidimensional e tridimensional) em diferentes posições (vista superior, frontal e lateral).

- Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos utilizando recursos manipuláveis e digitais para visualização.

- Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

- Classificar os polígonos de acordo com seus atributos: regulares e irregulares; quadriláteros, triângulos e outros.

-Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais; ampliar e reduzir polígonos, proporcionalmente, utilizando malhas quadriculadas e tecnologias digitais.

- Reconhecer que, ao ampliar ou reduzir um polígono, proporcionalmente, o ângulo se mantém congruente.

- Reconhecer que, ao ampliar ou reduzir um polígono, a medida de todos os lados deve aumentar ou diminuir na mesma proporção.

A seguir, apresenta-se a sequência didática, organizada por meio de discussões com os professores participantes e entrelaces com as habilidades da BNCC (2018) conforme foi tratado no primeiro encontro nas unidades temáticas: Artes Visuais e Geometria. Também, para que se complementasse o que é sugerido na BNCC (2018), no segundo encontro foi levado à discussão da PPC (2020), ambas tratadas em slides no Apêndice D, com suas respectivas unidades temáticas. Estas discussões nos levaram às habilidades da BNCC (2018) que foram elencadas como objetivos gerais e sendo os objetivos específicos de acordo com a PPC (2020) e seus concernentes conteúdos a cada unidade temática e componente curricular. Esta organização de objetivos foi seguida de acordo com a que os professores participantes já executam em seus planejamentos diários e também trimestrais.

Sequência didática[31]:

Momento 1: Introdução do conteúdo

1- Apresentar uma breve biografia de Maurits Cornelis Escher e suas obras.

2 - Descrever oralmente as principais características da obra escolhida, Flor de Pascua – Beautiful (Escher, 1921).

3 - Localizar na obra observada, elementos da geometria (objetos geométricos, polígonos, figuras geométricas, propriedades geométricas).

4 - Enumerar os polígonos de acordo com sua quantidade presentes na obra (oralmente).

5 - Analisar as obras pesquisadas e seus padrões repetitivos (oralmente).

Momento 2: Desenvolvimento - teoria e prática

Tarefa 1

1.1 - Analisar uma cópia da obra Flor de Pascua- Beautiful (Escher, 1921) em preto e branco e uma colorida para comparar os detalhes.

1.2 - Completar um modelo da obra na malha quadriculada.

Tarefa 2

2.1 - Reconhecer características relacionadas à dimensão da obra (2D ou 3D) observando se há intenção de profundidade e se a obra contempla uma única direção ou sentido no plano.

2.2 - Completar a obra Flor de Pascua – Beautiful (Escher, 1921) observada na malha quadriculada respeitando suas principais características.

[31] A sequência didática na íntegra se encontra no Apêndice G, além, das demais informações para que a sequência seja aplicada em aulas de Geometria e/ou Artes Visuais.

2.3 – Construir uma obra tendo como base o polígono utilizado por Escher na obra estudada.

Tarefa 3

3.1 – Ampliar proporcionalmente, em malha quadriculada, obedecendo o sentido e a direção, a obra que está sendo estudada

3.2 – Colorir a ampliação utilizando a técnica de monocromia.

3.3 – Identificar se existe e qual a simetria na ampliação realizada, e comparar com a atividade em que o aluno teve que completar a metade da obra em malha quadriculada.

Tarefa 4

4.1 – Elaborar em grupo uma releitura da obra utilizando formas geométricas diferentes.

Tarefa 5

5.1 – Confeccionar em grupo uma maquete transformando a obra em tridimensional.

Momento 3: Sugestão de fechamento da Sequência Didática

Apresentar em grupo a maquete para os demais alunos da escola em horário a definir com a orientação.

Recursos utilizados:

- Livro didático;
- Slides;
- Lousa digital ou projetor multimídia;
- Folhas de sulfite;
- Malha quadriculada;
- Lápis de cor;
- Régua;
- Lápis de escrever;
- Materiais recicláveis para a maquete.

Metodologias implementadas:

- Discussão em grupo;
- Ensino expositivo;
- Aprendizagem baseada no concreto e em práticas.

Avaliação

Observação das atividades práticas, assim como da participação nas atividades em grupo e discussões.

Cronograma da sequência didática (10 aulas)

Aulas 1: Introdução e exploração guiada da obra (Momento 1);

Aula 2: Atividades práticas (Tarefas 1);

Aula 3: Atividades práticas (Tarefa 2);

Aula 4-5: Atividades práticas (Tarefa 3);

Aula 6: Criação e releitura (Tarefa 4);

Aulas 7-8: Modelagem/maquete (Tarefa 5);

Aulas 9–10: Socialização (Momento 3).

Os conteúdos contemplados na sequência didática são referentes ao 1° e 3° trimestre da unidade temática de Artes Visuais e do 1° e 3° trimestre, que são referentes às Geometrias. Os professores do Ensino Fundamental – Anos Iniciais da rede municipal de ensino possuem autonomia para articular os conteúdos curriculares de acordo com seu planejamento. Sendo assim, se pode articular os conteúdos do 1° e 3° trimestre da unidade temática Artes Visuais para o 2° trimestre, momento este que o objeto do conhecimento *Plano Cartesiano* é apresentado no componente curricular Geometria para os alunos do 5° ano.

5 ANÁLISE DOS DADOS

“Eu não posso ensinar nada a ninguém, eu só posso fazê-lo pensar. ”

Sócrates

Neste capítulo são apresentadas as análises das tarefas, pertencentes à sequência didática apresentada no capítulo anterior, produzidas pelos professores participantes desta pesquisa que estão dispostas na íntegra no Apêndice E. As análises foram realizadas por meio da TAD com a pretensão de identificar os tipos de tarefas mobilizados pelos professores participantes e as possíveis contribuições das obras de M. C. Escher. Cada tarefa selecionada para a sequência didática foi compreendida em termos de tipos de tarefas. Desse modo possibilitou observar as potencialidades da tarefa proposta para o desenvolvimento das habilidades de Artes e Matemática, bem como o aprendizado de seus conteúdos para o 5º ano do Ensino Fundamental.

5.1 A sequência didática e a análise dos tipos de tarefas

Por se tratar de uma apresentação teórica, não houve análise do Momento 1 da sequência didática. À luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), esta análise situa-se no bloco prático-técnico, com recorte no componente *tipo de tarefas* (T). As técnicas (τ), tecnologias (θ) e teorias (Θ) que completam o quarteto praxeológico não foram objeto de estudo sistemático, constituindo-se em delimitação metodológica coerente com o objetivo de mapear as imbricações entre Arte e Matemática manifestadas nas tarefas docentes. Essa escolha metodológica permitiu concentrar a investigação nas ações e intenções expressas nas tarefas, sem adentrar nas justificativas e fundamentos teóricos subjacentes a cada prática.

Por conseguinte, as análises se iniciaram pela Tarefa 1, da sequência didática apresentada na seção 4.3.2, que nesse primeiro momento se deu com foco nos detalhes visuais e perceptivos que se deslumbram com a mudança de cores e uma ampliação da obra Flor de Páscua-Beautiful (M. C. Escher, 1921). Somente 10 tarefas elaboradas pelos professores participantes foram escolhidas para compor a sequência didática. Algumas adaptações foram feitas nos enunciados destas tarefas, que se fizeram necessárias ao se elaborar a sequência didática. Abaixo estão descritos tipos de tarefas (T_n, em que *n* representa o número da Tarefa correspondente) obtidos a partir das tarefas que foram apresentadas na sequência didática.

Os tipos de tarefas foram descritos de acordo com a definição proposta por Chevallard (1999, 2018) de modo a identificar o verbo de ação e o seu complemento, contidos em cada tarefa elaborada. Por exemplo:

Tarefa: 1.1 - Analisar uma cópia da obra sem cor e uma colorida para comparar os detalhes.

Tipo de tarefas: T_1 - Identificar figuras geométricas em obras artísticas a partir do seu contraste de cores.

Neste caso, o verbo é *identificar* e o complemento é *figuras geométricas em obras artísticas a partir do seu constraste de cores*.

A seguir, é apresentada uma análise à priori de cada Tarefa, bem como o Tipo de tarefas a ela associado:

Tarefa 1:

1.1 - Analisar uma cópia da obra Flor de Pascua-Beautiful (Escher, 1921) sem cor e uma colorida para comparar os detalhes.

T_{1a}: Identificar figuras geométricas em obras artísticas a partir do seu contraste de cores

1.2 - Completar um modelo da obra na malha quadriculada.

T_{2a}: Desenhar uma obra artística em malha quadriculada

Em T_{1a} se propõe que os alunos identifiquem formas geométricas que estão implícitas na obra estudada. Para isso é necessário conhecimento de figuras planas, noção de simetria e organização espacial, mesmo que ainda em um primeiro nível de percepção. Neste tipo de tarefas o aluno é convidado a realizar uma leitura geométrica da obra artística, reconhecendo a presença de figuras planas que emergem a partir da organização cromática. A atividade estabelece uma ponte entre a percepção sensível (contraste de cores) e a formalização matemática (reconhecimento de figuras geométricas), configurando-se como uma tarefa introdutória de caráter analítico (Chevallard, 1998, 1999, 2007a; Almouloud, 2023).

Assim, inaugura-se a construção de uma praxeologia interdisciplinar em que a Matemática oferece categorias de reconhecimento e a Arte fornece os estímulos visuais que sustentam a observação (Chevallard, 1998, 1999, 2007a; Almouloud, 2023). Do ponto de vista praxeológico, trata-se de uma tarefa de identificação e classificação, pois o aluno deve reconhecer figuras geométricas elementares (triângulos, quadriláteros, polígonos, círculos) nas composições visuais (Chevallard, 1998, 1999, 2007a). Conforme Chevallard (1998, 1999, 2007a), a organização das práticas pode articular diferentes instituições de saber neste caso, a

Matemática, que oferece categorias de reconhecimento e a Arte, que fornece os estímulos visuais que sustentam a observação.

O recurso ao contraste cromático funciona como apoio perceptivo para a delimitação das formas neste tipo de tarefas. A comparação entre a obra colorida e a sem cor exige ainda, atenção à composição visual, ao contraste cromático e ao papel que a cor desempenha na forma, um saber característico das Artes Visuais. Há uma articulação sensível entre a percepção estética e a leitura geométrica. Há a criação de um espaço para que aconteça uma abordagem interdisciplinar que reflete uma mobilização de saberes e imbricações entre as Artes Visuais e Geometria.

Pode-se inferir que este tipo de tarefa, insere-se em um primeiro nível de complexidade, ainda centrado na análise e no reconhecimento, preparando o terreno para as tarefas posteriores de maior elaboração como produção, ampliação ou criação (Chevallard, 1998, 1999, 2007a; Almouloud, 2023). Assim sendo, espera-se que o aluno desenvolva a capacidade de transitar entre a percepção artística e a linguagem geométrica, reconhecendo que as formas identificadas na obra não se reduzem ao olhar estético, mas podem ser descritas e classificadas matematicamente. Para o professor, a tarefa exige uma mediação que valoriza tanto a dimensão sensível quanto a formal, abrindo espaço para que a Matemática se insira em um contexto artístico sem reduzir a complexidade da obra a uma mera coleção de formas. Logo, o T_{1a} estabelece a base praxeológica da sequência, introduzindo o diálogo entre Matemática e Arte a partir de uma atividade de reconhecimento estruturado.

O uso de conceitos como proporcionalidade, simetria, translação e percepção da regularidade das figuras para completar a malha com precisão é a exigência da tarefa 1.2. Foi uma tarefa que trabalhou com a construção geométrica e com apoio visual. Ainda que centrado na estrutura geométrica, a atividade continuou com o uso da obra de M. C. Escher, e por isso os alunos precisaram mobilizar também o olhar estético, o entendimento de padrões visuais e de movimento na imagem.

O tipo de tarefas T_{2a}, definida como *desenhar uma obra artística em malha quadriculada*, situou-se como um passo de aprofundamento na sequência didática, em que o aluno passa a operar com recursos de representação mais sistemáticos. Essa tarefa buscou articular o espaço artístico da criação com o espaço matemático da organização e estruturação gráfica. A malha quadriculada funciona como um suporte que permite ao aluno compreender relações de proporção, paralelismo e regularidade, ao mesmo tempo em que viabiliza a reprodução ou elaboração de composições artísticas. Nesse sentido, o T_{2a} promoveu uma passagem da percepção visual espontânea, que foi vista no tipo de tarefas T_{1a}, para uma prática de registro gráfico mediada por uma estrutura geométrica, ampliando a precisão e a consciência do processo criativo.

Consequentemente, o T_{2a} caracterizou-se como uma tarefa de produção apoiada em recursos geométricos com a utilização da malha quadriculada como instrumento para orientar o desenho, controlando dimensões e localizações relativas dos elementos da obra. Assim, o tipo de tarefas combina aspectos de construção geométrica com aspectos de expressão artística, configurando-se como uma prática que envolve tanto a manipulação técnica da malha quanto a liberdade criativa da composição.

Estes tipos de tarefas, T_{1a} e T_{2a}, evidenciaram entrelaçamentos entre Geometria e Artes Visuais - as imbricações - ao mesmo tempo em que faz uma provocação aos professores com uma possível reflexão sobre os modos como os alunos percebem e constroem significados a partir das imagens, o conteúdo, conforme a TAD. Nesse sentido, há indícios de um deslocamento do foco apenas no conteúdo para uma atenção maior aos processos de aprendizagem. Este movimento se alinha às proposições da TAD (Chevallard, 1999, 2018), ao reconhecer a centralidade do saber e de sua circulação nas instituições, assim como o papel do sujeito na configuração das práticas didáticas.

O conjunto T_{1a}–T_{2a} constitui uma família de tipo de tarefas que opera a passagem de uma praxeologia de observação para uma praxeologia técnica (Chevallard, 1999). Em T_{1a} prevalece a leitura geométrica mediada pelo contraste cromático, na qual o saber circula principalmente em registros visuais e verbais. Em T_{2a}, a introdução da malha quadriculada desloca o foco para o registro gráfico-geométrico, institucionalizando procedimentos de proporção, paralelismo e regularidade. Nesse movimento, a função institucional da tarefa também se altera, de sensibilização e reconhecimento, avançando para uma produção orientada**.**

Na Tarefa 2, o imo se dá com a leitura e interpretação espacial da obra estudada, em conexão com as Artes Visuais e Geometria, preparando os alunos para as tarefas posteriores.

Tarefa 2:

2.1 - Reconhecer características relacionadas à dimensão da obra Flor de Pascua-Beautiful (Escher, 1921) (2D ou 3D) observando se há intenção de profundidade e se a obra contempla uma única direção ou sentido no plano.

T_{3a}: Identificar a dimensão geométrica da obra

2.2 – Completar a obra Flor de Pascua-Beautiful (Escher, 1921) observada na malha quadriculada respeitando suas principais características.

T_{2b}: Desenhar uma obra artística em malha quadriculada respeitando suas características

2.3 – Construir uma obra tendo como base o polígono utilizado por Escher na obra estudada.

T_4: Construir uma obra artística a partir de um polígono dado

Observou-se um aprofundamento nas relações entre Geometria e Artes Visuais, por meio da leitura e interpretação espacial da obra Flor de Pascua-Beautiful (M. C. Escher, 1921), na Tarefa 2. O enunciado 2.2 propõe uma sequência de ações que requerem dos alunos a mobilização de diferentes saberes. Inicialmente, a identificação da dimensão geométrica da obra, bidimensional ou tridimensional, pressupõe a leitura de elementos como profundidade, direção e orientação no plano, aspectos essenciais tanto para o pensamento geométrico quanto para a apreciação artística.

O tipo de tarefas T_{3a} mobilizou uma praxeologia de reconhecimento e interpretação visual**,** articulando também, saberes perceptivos e geométricos. Isso expressa o que Chevallard (1999; 2007b) denomina de organização praxeológica parcial, isto é, a maneira como uma tarefa envolve diferentes componentes de saber (a percepção visual, o raciocínio geométrico, a técnica de análise etc.) que coexistem e se articulam no mesmo ato didático. Em uma visão praxeológica, têm-se um tipo de tarefas de análise e classificação, na qual o aluno deve distinguir se a obra se desenvolve em um espaço plano, bidimensional, ou se sugere profundidade e volume, tridimensional. Este tipo de tarefas exige de o aluno observar e classificar a obra quanto à sua dimensão espacial, introduzindo noções fundamentais de bidimensionalidade, tridimensionalidade e profundidade. Novamente, há a possibilidade de o professor analisar o grau de institucionalização destes saberes geométricos, já que o reconhecimento depende tanto da percepção estética quanto do domínio de conceitos geométricos básicos. Ao deslocar a atenção da simples identificação de formas para a análise da dimensão espacial, há uma ampliação do campo de observação e a criação de condições para uma compreensão mais articulada entre Matemática e Arte.

O tipo de tarefas T_{3a} direciona o olhar do aluno ao reconhecimento imediato de formas, observadas no tipo de tarefas T_{1a}, da organização em malha do tipo de tarefas T_{2a}, para uma análise mais estrutural que considera o espaço em que a obra se desenvolve. Assim, o $T_{3a,}$ contribui para consolidar a interdisciplinaridade da sequência ao favorecer a compreensão do espaço como elemento constitutivo tanto da Matemática quanto da Arte.

Em seguida, a tarefa 2.2 apresentou como completar a obra sobre uma malha quadriculada. Esta tarefa demanda atenção à proporção, simetria e ritmo visual, aspectos que articulam o raciocínio matemático com a sensibilidade estética. O tipo de tarefas T_{2b} cita uma praxeologia de produção e reprodução geométrica, envolvendo técnicas ligadas ao uso da malha quadriculada como recurso de regularidade e proporção. Ao completar a obra, o aluno exercita a noção de simetria, congruência e continuidade, articulando organização matemática, geometria plana, e artística, expressão visual. Trata-se de uma tarefa que combina atividade técnica, o desenho na malha, com uma dimensão criativa, na medida em que cada aluno interpreta a forma de acordo com sua percepção.

Definida como *desenhar uma obra artística em malha quadriculada respeitando suas características*, o tipo de tarefas T_{2b} representa um aprofundamento em relação ao T_{2a}, pois acrescenta à simples utilização da grade a necessidade de preservar os elementos constitutivos da obra original, como proporções, formas e organização espacial. Esse tipo de tarefas move a atenção do aluno do uso instrumental da malha para a exigência de fidelidade na reprodução, o que implica maior controle técnico e consciência da relação entre o recurso geométrico e as características estéticas da obra. Deste modo, o T_{2b} promove uma aproximação mais rigorosa entre Matemática e Arte, ao exigir que a malha quadriculada funcione não apenas como apoio para o desenho, mas também como estrutura que garante coerência visual e respeito ao modelo.

O T_{2b} configurou-se como uma tarefa de produção com restrição, em que o aluno deve mobilizar a malha quadriculada para guiar o desenho, mas sem perder de vista as proporções, o equilíbrio e a composição da obra artística de referência. Em contraste com o T_{2a}, em que o foco estava na organização geométrica, o T_{2b} adiciona uma dimensão de análise crítica e de ajuste, pois é necessário considerar a correspondência entre o original e a versão desenhada.

O tipo de tarefas T_{2b} traz a necessidade de mediação entre o rigor geométrico e o olhar estético, orientando os alunos a compreenderem que a malha quadriculada não é apenas um recurso mecânico, mas uma ferramenta para respeitar e traduzir a obra original em outra escala. O $T_{2b,}$ a princípio, une a precisão matemática com a sensibilidade artística, reforçando a interdisciplinaridade e consolidando a percepção de que a construção de imagens envolve tanto regras geométricas quanto escolhas criativas.

Por fim, ao propor a criação de uma nova composição a partir do polígono-base utilizado por M. C. Escher, a tarefa 2.3 convida à exploração criativa de transformações isométricas e padrões de pavimentação, evidenciando o papel da imaginação e da invenção no aprendizado da Geometria. O tipo de tarefas T_4 mobiliza uma praxeologia de criação e generalização, pois exige a transformação de um objeto matemático, o polígono, em uma obra artística. O aluno precisa dominar técnicas de construção geométrica e, ao mesmo tempo, extrapolar esses limites para produzir uma obra original. O aluno deve, assim, mobilizar simultaneamente a precisão geométrica necessária para a construção do polígono e a liberdade criativa para transformá-lo em base de uma obra visual. O trabalho com polígonos aproxima o aluno da ideia da organização matemática utilizada por M. C. Escher como as tesselagens, transformações isométricas e o preenchimento do plano, promovendo a articulação entre técnica geométrica e invenção artística.

O tipo de tarefas T_4 insere uma dimensão produtiva mais complexa, pois coloca o aluno diante do desafio de criar a partir de um objeto geométrico inicial. O T_4 propõe que o polígono, enquanto objeto matemático, seja tomado como elemento gerador de uma composição artística. Tal proposta promove um encontro explícito entre a formalização matemática e a invenção artística, mostrando que um mesmo objeto pode assumir diferentes funções e significados conforme a instituição em que circula.

Diferentemente dos tipos de tarefas anteriores de identificação ou reprodução, o T_{1a}, o T_{2a} e o T_{2b}, no T_4 o aluno é chamado a construir a partir de um dado inicial explorando possibilidades de repetição, transformação ou estilização do polígono para constituir a obra artística. O T_4 exige mediação entre a precisão geométrica da construção e o incentivo à exploração criativa, de modo que os alunos percebam o polígono não apenas como um objeto abstrato, mas como um recurso expressivo. O tipo de tarefas T_4 favorece a apropriação ativa do saber matemático, já que a construção geométrica deixa de ser um fim em si mesma e passa a ser um ponto de partida para a criação artística, continuando com a premissa da interdisciplinaridade proposta pela sequência.

A Tarefa 2 apresenta um movimento gradual que vai da observação e reconhecimento com o tipo de tarefas T_{3a}, para a reprodução orientada por regularidades geométricas no tipo de tarefa T_{2b} e segue finalizando com o tipo de tarefas $T_{4\ \text{com}}$ a criação artística baseada em elementos matemáticos. Esse percurso de tipos de tarefas aponta para um deslocamento do ensino centrado na repetição de procedimentos para uma abordagem que valoriza a construção de sentido e a autoria. É evidente a passagem de praxeologias mais perceptivas e reprodutivas para praxeologias criativas e generalizadoras, o que está em consonância com a lógica da TAD que vem a ser institucionalizar saberes, ao mesmo tempo em que se abre espaço para a produção pessoal e coletiva (Chevallard, 1999, 2018).

Na Tarefa 3, continuamos com a Arte e a Matemática em uníssono. As tarefas em alguns momentos, tendem mais para as Artes Visuais, mas não abandonam a Geometria representando a imbricação entre Arte e Matemática. Portanto, o tipo de tarefas seguinte é a continuação da tarefa anterior na forma de uma complementação entre as tarefas, permitindo uma transição de praxeologias matemáticas para as artísticas mantendo o foco na observação, percepção e expressão do aluno.

Tarefa 3:

3.1– Ampliar proporcionalmente, em malha quadriculada, obedecendo o sentido e a direção, a obra que está sendo estudada.

T_{2c}: Desenhar a ampliação de uma obra artística em malha quadriculada preservando as formas, proporções e orientações espaciais

3.2 – Colorir a ampliação utilizando a técnica de monocromia.

T_5: Aplicar gradações de cores na obra artística ampliada a partir da escolha de uma cor base

3.3 – Identificar se existe e qual a simetria na ampliação realizada, e comparar com a tarefa em que o aluno teve que completar a metade da obra em malha quadriculada.

T_6: Identificar o uso de uma simetria na obra original e utilizá-la durante a construção de sua ampliação da obra artística

O tipo de tarefas T_{2c}, *desenhar a ampliação de uma obra artística em malha quadriculada preservando as formas, proporções e orientações espaciais*, representa um refinamento em relação aos tipos de tarefas T_{2a} e T_{2b}, pois acrescenta à simples utilização da malha o desafio de realizar uma transformação em escala, mantendo a fidelidade ao original. Esse tipo de tarefas promove a compreensão de que a malha quadriculada não é apenas um suporte para reprodução, mas também uma ferramenta de ampliação proporcional da obra, de acordo com as habilidades propostas na BNCC (2018) e nos objetivos e conteúdos da PPC (2020). Ao exigir que o aluno respeite formas, proporções e orientações espaciais, o T_{2c} coloca em evidência conceitos matemáticos de homotetia e proporcionalidade, ao mesmo tempo em que valoriza a coerência estética da composição.

O tipo de tarefas T_{2c} caracteriza-se como uma tarefa de produção com transformação geométrica, em que o aluno deve ampliar a obra sem distorcer suas características essenciais. Aqui há divergência dos tipos de tarefas anteriores, o T_{2a} e o T_{2b}, pois, não basta organizar ou reproduzir na malha quadriculada, é preciso realizar uma operação de escala que exige domínio das relações de proporcionalidade e atenção às orientações espaciais da obra. É um tipo de tarefas de complexidade intermediária que articula reprodução artística e formalização matemática, servindo como ponte entre observação perceptiva e conceitualização geométrica.

O tipo de tarefas T_{2c} favorece ao aluno a compreensão de que as transformações geométricas têm aplicação direta em processos de criação visual, promovendo uma aprendizagem que alia rigor matemático e expressividade estética. O T_{2c} demonstra como a malha quadriculada pode ser um recurso para transformar e recriar obras de maneira consciente e fundamentada. Há a exigência de compreensão de proporção, semelhança e orientação espacial. O tipo de tarefas T_{2c} avança da reprodução simples, como do tipo de tarefas T_{2b}, para aplicação de conceitos geométricos envolvendo transformação proporcional, não somente transposição visual. O tipo de tarefas T_{2b} mantém a articulação entre organização matemática, a proporção e a orientação, com a expressão artística e a fidelidade estética da ampliação. Introduz, ainda, noções de homotetia e escala, ainda que de forma intuitiva, preparando o aluno para conceitos geométricos mais formais.

A tarefa 3.2, *colorir a ampliação utilizando a técnica de monocromia*, amplia o olhar interdisciplinar ao integrar geometria, escala e proporção, já exploradas nas tarefas anteriores, com princípios artísticos de harmonia cromática. O tipo de tarefas T_5: *aplicar gradações de cores na obra artística ampliada a partir da escolha de uma cor base, c*onfigura-se, segundo a TAD, como uma tarefa de aplicação técnica e estética**.** Neste tipo de tarefas, o foco recai sobre a manipulação intencional de elementos cromáticos, mobilizando tanto a percepção visual quanto a capacidade de planejamento na execução da obra.

Enquanto as tarefas geométricas demandam principalmente precisão na organização espacial, o T_5 acrescenta uma dimensão estética mais complexa, exigindo que o aluno administre gradações tonais, controle de intensidade e consistência no tratamento das cores. O tipo de tarefas T_5 concentra-se na expressão cromática e estética da obra. A exigência aqui vem a ser a compreensão de conceitos visuais como graduação de tons, harmonia de cores e intensidade. O aluno é mobilizado para decidir intencionalmente sobre cor, indo além da reprodução, aproximando-o de decisões criativas e estéticas.

O tipo de tarefas T_5 funciona como complemento criativo e expressivo do tipo de tarefas anterior de ampliação, o T_{2c}, agregando dimensão estética à fidelidade geométrica já estabelecida. Isso permite observar se os alunos conseguem transferir conceitos de ampliação geométrica para decisões visuais, firmando a imbricação entre Geometria e Artes Visuais. O objetivo central dessa tarefa é possibilitar que o aluno explore a noção de gradação cromática, construindo uma sequência de variações tonais que preservam a unidade estética da composição. Ao fazer isso, o aluno experimenta a matemática presente na organização gradual da cor, aproximando-se de noções como escala contínua, proporcionalidade e intensidade. Assim, o T_5 promove um refinamento perceptivo, estimulando a autonomia criativa na escolha e no uso das gradações. A percepção estética, o controle técnico e os fundamentos matemáticos de variação gradual, consolidam a imbricação entre Artes Visuais e Matemática nos tipos de tarefas apresentadas até este momento.

Na Tarefa 3.3 os professores participantes da formação continuada explicaram que não era para os alunos identificarem o nome da simetria que ocorria, mas sim observar e responder se elas existem e estão presentes na obra artística.

O tipo de tarefas T_6 definida como *identificar o uso de uma simetria na obra original e utilizá-la durante a construção de sua ampliação da obra artística*, pode ser interpretada à luz da TAD (Chevallard, 1999, 2018), como uma praxeologia que articula o campo matemático da geometria com o campo artístico da composição visual. Nesse tipo de tarefas, o aluno é conduzido a reconhecer a presença da simetria como um objeto matemático que se manifesta em um contexto artístico e, em seguida, a mobilizá-la como técnica de ampliação da obra. O T_6 explicita a articulação entre dois blocos praxeológicos distintos, sendo o da Matemática, centrado nas isometrias, e o das Artes Visuais, voltado para a organização estética da imagem. Tal articulação produz uma praxeologia interdisciplinar, na qual a simetria deixa de ser apenas uma noção formal ou estética isolada e se converte em instrumento de criação.

Nos tipos de tarefas $T_{2c,}$ T_5 e T_6 elevam-se o grau de complexidade praxeológica em que T_{2c} formaliza-se a transformação em escala (homotetia/proporcionalidade) e em T_5 agrega-se planejamento cromático como componente de organização (gradientes, ritmo tonal), encerrando com T_6 fechando o ciclo ao exigir identificação e reemprego de simetria na ampliação. Aqui, o conceito matemático (simetria/isometria) deixa de ser apenas reconhecido para regular a produção artística, configurando uma interdisciplinaridade efetiva: o saber geométrico legitima escolhas estéticas e as decisões estéticas devolvem sentido didático ao conceito geométrico.

Sob a perspectiva da TAD (Chevallard, 1999, 2018), o T_6 configura-se como um tipo de tarefas de caráter imbricado, pois articula dois movimentos complementares: primeiro, a observação e interpretação da simetria presente na obra original; em seguida, a utilização consciente dessa regularidade na elaboração de uma versão ampliada. Tal estrutura favorece a passagem de um trabalho centrado na análise, voltado à identificação e explicitação de propriedades geométricas, para um trabalho de produção no qual o aluno aplica o conceito reconhecido como recurso criativo no campo artístico.

O tipo de tarefas T_6 demanda a gestão de praxeologias provenientes de duas instituições distintas, a Matemática e a Arte, evidenciando as imbricações da proposta. Assim, a T_6 assume relevância didática ao promover um deslocamento da simples reprodução para a criação fundamentada, fortalecendo a construção de um saber que é simultaneamente matemático e artístico.

Na Tarefa 4 os professores trouxeram um trabalho colaborativo entre os alunos, onde estes deveriam reconhecer os conceitos geométricos, além da interpretação subjetiva e estética da obra artística. Nesse momento a sequência didática propõe uma tarefa com elaboração e criação dos estudantes.

Tarefa 4:

4.1 – Elaborar em grupo uma releitura da obra utilizando formas geométricas diferentes.

T_{1b}: Reconhecer os elementos geométricos principais da obra artística original

T_{2d}: Desenhar uma nova versão, em grupo, da obra artística dada fazendo uma reinterpretação ou adicionando um elemento novo (forma geométrica), ou reorganizando os elementos da composição original

O tipo de tarefas T_{1b} consiste em uma tarefa de caráter exploratório, cujo objetivo é levar os estudantes a identificar os traços geométricos predominantes na obra artística original. Em vez de se deter em figuras isoladas, o foco desloca-se para a percepção de relações estruturais que organizam o espaço visual, como alinhamentos, equilíbrios e regularidades. Do ponto de vista praxeológico o T_{1b} é uma tarefa de natureza analítica centrada no trabalho de reconhecimento e descrição, de acordo com o critério de identificação proposto por Chevalllard (Almouloud, 2023, p.167). O objeto de estudo é a própria configuração geométrica que estrutura a obra e convoca o aluno a explicitar figuras, alinhamentos, simetrias ou proporções que constituem a base compositiva. Tal categorização aproxima esse tipo de tarefas da dimensão do saber matemático formal, sem, contudo, perder o vínculo com a linguagem visual.

O T_{1b} propõe que os alunos reconheçam os elementos geométricos principais de uma obra artística original, levando a atenção para os aspectos estruturantes que conferem organização e sentido visual à composição. Trata-se de uma etapa de exploração analítica, como já citado, em que a observação não se limita ao reconhecimento imediato de formas isoladas, mas envolve a identificação de relações espaciais que sustentam a obra.

O tipo de tarefas T_{1b} cumpre a função de afinar o olhar dos alunos, promovendo um exercício de atenção que evidencia a Matemática como linguagem subjacente à Arte e preparando-os para mobilizações mais complexas nas etapas seguintes da sequência. Portanto, o T_{1b} atua como mediador entre o campo artístico e o geométrico, favorecendo uma leitura interdisciplinar que amplia a compreensão da obra para além de sua aparência estética. Para o professor, a mediação dessa tarefa implica orientar o olhar do estudante, destacando como conceitos matemáticos se materializam na produção artística. Nesse sentido, o T_{1b} reforça o papel da análise como etapa fundamental na construção de significados, ao mesmo tempo em que prepara o terreno para tarefas posteriores de produção e transformação. Seguindo, assim, o alvitre da sequência didática e todos seus encadeamentos imbricados, até este momento.

A constituição do tipo de tarefas T_{2d} vem a ser criativa e coletiva, pois propõe que os alunos elaborem, em grupo, uma releitura da obra artística original por meio da introdução de novas formas geométricas ou da reorganização de seus elementos. A Matemática atua como suporte para a exploração estética neste tipo de tarefas. O gesto de reinterpretar exige tanto o reconhecimento prévio da estrutura da obra quanto a habilidade de transformá-la, mobilizando conceitos geométricos em um contexto de produção aberta e flexível. Mais do que reproduzir, trata-se de transformar, mobilizando conhecimentos geométricos em um contexto de invenção e ressignificação.

As três tarefas analisadas nesta etapa, $T_{3a,}$ T_{2b} e $T_{4,}$ realizam um encadeamento praxeológico típico em que T_{3a} consolida a análise da espacialidade e regula o olhar para a dimensão geométrica (plano/profundidade), enaquanto T_{2b} aprimora **a** produção com fidelidade, exigindo controle técnico e coerência compositiva. Enquanto o T_4 introduz explicitamente a modelização, tomando o polígono como objeto gerador de uma composição artística, de acordo com Chevallard (2007b).

O T_{2d} favorece a cooperação, a negociação de ideias e a valorização da diversidade de interpretações, fortalecendo a integração entre Matemática e Arte e estimulando uma postura crítica e participativa diante da criação artística. Há um convite do T_{2d} para os alunos elaborarem, de maneira colaborativa, uma releitura da obra artística introduzindo modificações como a inserção de novas formas geométricas ou a reorganização da composição. O foco não está mais na reprodução fiel, mas na invenção e na capacidade de ressignificar a obra original. Há uma promoção de construção de sentidos em um ambiente de cooperação, de estímulos à negociação de ideias, de argumentação e partilha de diferentes olhares sobre a obra. Ao propor a criação de uma nova versão, há um encorajamento aos alunos a romperem com a lógica da cópia, explorando a Matemática como recurso para reorganizar e reinventar visualmente a produção artística. Continuou-se com este tipo de tarefas a ampliação da interdisciplinaridade da sequência didática, continuou-se buscando a imbricação entre Geometria e Artes Visuais.

Em termos institucionais, T_{1b} e T_{2d} assinalam a passagem de uma leitura estrutural da obra (alinhamentos, equilíbrios, regularidades) para a autoria coletiva. A negociação de ideias**,** a justificativa das escolhas e a ressignificação da composição original evidenciam um deslocamento institucional (Chevallard, 2007b), há um favorecimento da institucionalização da interdisciplinaridade**.**

Os tipos de tarefas apresentados por T_2 revelaram uma progressão que vai da organização inicial em malha, obtidas em T_{2a}, passando pelo aumento do rigor e da fidelidade na reprodução no T_{2b}, pelo domínio da ampliação proporcional no T_{2c}, até chegar à reinterpretação criativa e colaborativa com o T_{2d}. Essa sequência de tipos de tarefas evidenciou um movimento da execução controlada para a produção inventiva, em consonância com a perspectiva da TAD (Chevallard, 1999, 2018), que valorizou a circulação dos saberes matemáticos em diferentes práticas e registros com imbricações os saberes artísticos.

Na Tarefa 5 os alunos foram direcionados à modelagem espacial, continuando com o trabalho cooperativo, com início em um contexto de tridimensionalidade em que novos conceitos geométricos são inseridos para firmar os conhecimentos matemáticos e artísticos apresentados na sequência didática.

Tarefa 5:

5.1 – Confeccionar em grupo uma maquete transformando a obra em tridimensional.

T_{3b}: Transformar alguns elementos da obra artística da bidimensionalidade para a tridimensionalidade

O tipo de tarefas T_{3b} vem a conduzir os alunos a transpor determinados elementos de uma obra artística do registro bidimensional para o tridimensional. Essa passagem não se reduz a uma operação técnica ou de mera reprodução, mas instaura uma mudança de registro semiótico que exige a mobilização de novas categorias cognitivas, espaciais e estéticas. Ao demandar que uma forma plana seja transformada em uma nova forma tridimensional, o tipo de tarefa desafia os alunos a operar no campo da representação e da criação, em um processo que conjuga fidelidade interpretativa e autonomia criativa.

Praxeologicamente, o tipo de tarefas T_{3b} pode ser classificada como de natureza construtiva e projetiva. O saber-fazer trata de executar, mas também de fundamentar as escolhas realizadas, mobilizando conceitos de geometria espacial e noções de composição artística. O objeto de estudo, portanto, não se limita à obra original, mas recai sobre o próprio processo de transformação, no qual linhas se tornam arestas, sombras se convertem em massa e planos se projetam em profundidade.

A dimensão interdisciplinar é visível no sentido que demanda da transposição da bidimensionalidade para a tridimensionalidade convoca conhecimentos oriundos da Arte e da Matemática, da Física. No campo artístico destacou-se a exploração de texturas, cores e formas volumétricas, e na Matemática a aplicação de conceitos de escala, proporcionalidade e geometria espacial, com a possibilidade de recorrer a softwares de modelagem ou impressão tridimensional. Essa articulação entre campos distintos dá concretude ao princípio dialógico da TAD, em que diferentes saberes se encontram para a produção de significados. O tipo de tarefas T_{3b} cumpre a função de ampliar o horizonte de aprendizagem, deslocando o estudante de uma posição de observador ou reprodutor para a de criador. Se em tarefas anteriores o olhar era afinado para reconhecer estruturas, nesta etapa o desafio é materializar relações e dar corpo a conceitos, de modo que a aprendizagem se faz por meio da ação transformadora. Esse movimento promove competências cognitivas e criativas de alto nível, como o pensamento espacial, a capacidade de planejamento, a resolução criativa de problemas e a justificativa de escolhas estéticas e técnicas.

A mediação docente é decisiva nesse processo. Cabe ao professor orientar a passagem entre registros, explicitar como determinados elementos bidimensionais podem ser transpostos ao tridimensional e, sobretudo, estimular a reflexão sobre os critérios adotados pelos alunos. O equilíbrio entre a fidelidade à obra original e a liberdade criativa constitui o núcleo da tarefa, garantindo que ela seja, ao mesmo tempo, um exercício de respeito à linguagem artística e um espaço de autoria.

O tipo de tarefas T_{3b} representa uma etapa de alta demanda cognitiva e criativa, marcada pela transformação e pela interdisciplinaridade. Ela não se restringe à observação ou à reprodução, mas mobiliza o aluno em uma experiência de criação situada, na qual a obra deixa de ser apenas contemplada para tornar-se reconstruída em outra dimensão. Tal categorização reafirma o tipo de tarefas T_{3b} como intermediária entre o saber artístico e o matemático, entre a abstração e a concretude, posicionando-a como momento decisivo no percurso didático e preparando o terreno para práticas ainda mais complexas de produção e reflexão.

A mudança de registro semiótico, de bidimensional em tridimensional, em T_{3b} ativa competências de projeção, composição volumétrica e planejamento espacial. Ao materializar relações geométricas, o tipo de tarefas $T_{3b,}$ imbrica geometria espacial e princípios compositivos das Artes Visuais. Trata-se de um momento de alta demanda cognitiva, que consolida a autoria e prepara o terreno para generalizações posteriores.

Os tipos de tarefas apresentados por T_3 revelaram uma progressão que se inicia no T_{3a}, com o reconhecimento e a classificação da dimensão geométrica da obra, avançando para o T_{3b}, em que se exige a transformação de elementos da bidimensionalidade para a tridimensionalidade. No T_{3a}, o foco está na observação e análise da espacialidade, levando o aluno a distinguir entre representações planas e representações que sugerem profundidade, consolidando a articulação entre percepção estética e conceitos geométricos básicos. Já no T_{3b}, o movimento pedagógico ganha densidade, pois desloca o aluno da simples análise para a ação criativa, mobilizando saberes geométricos e artísticos na tarefa de materializar volumes, proporções e equilíbrios.

Essa sequência de tipos de tarefa evidenciou um encadeamento lógico e progressivo em que se parte da análise e classificação, no T_{3a}, como exercício de afinação do olhar, e que se chega à prática transformadora T_{3b}, que convoca o aluno a projetar e construir em outro registro semiótico. O movimento vai, portanto, do olhar analítico para a ação criativa, em consonância com a perspectiva da TAD (Chevallard, 1999, 2018), que valoriza tanto a circulação dos saberes matemáticos quanto a sua integração com os saberes artísticos em práticas interdisciplinares.

Desta forma, por meio dos tipos de tarefas identificados foi possível observarmos que a sequência didática construída a partir das tarefas elaboradas pelos professores participantes na formação continuada possibilita o diálogo entre a Arte e a Matemática. A análise dos tipos de tarefas (T) também permitiu identificar os saberes mobilizados e as praxeologias desenvolvidas no processo de ensino-aprendizagem, evidenciando uma transição gradual da reprodução para a criação, da observação para a expressão, e da prática para a interpretação. A articulação entre os elementos visuais e geométricos proporcionou um exemplo concreto de prática pedagógica interdisciplinar onde o protagonismo é dividido entre os conteúdos, as unidades temáticas e as obras selecionadas de M. C. Escher. A proposta didática se alinha aos pressupostos da TAD (Chevallard, 1999, 2018), ao promover a mobilização de praxeologias que articulam diferentes tipos de saberes (teóricos, técnicos e artísticos), situando os sujeitos (professores e alunos) em uma rede de práticas interdisciplinares. As tarefas, portanto, não apenas estimulam o desenvolvimento de competências geométricas, mas também favorecem a formação de um olhar mais crítico e sensível diante das relações entre matemática, arte e cultura visual.

A análise da sequência didática evidenciou que os tipos de tarefas configuraram um percurso articulado e progressivo, no qual se entrelaçam dimensões perceptivas, geométricas e artísticas. Partindo de atividades introdutórias de caráter oral, em que a observação estética e a leitura de imagem assumem protagonismo, a proposta avança para tarefas de identificação, o tipo de tarefas T_{1a}, para a organização em malha quadriculada em T_{2a}, para a reprodução com fidelidade no T_{2b} e a ampliação proporcional no T_{2c}. Chegou-se ao alcance de etapas de maior sofisticação como a aplicação cromática do tipo de tarefas T_5, a análise de simetrias do T_6 e o reconhecimento de estruturas geométricas em T_7. O percurso culminou em tipos de tarefas de transformação como em T_{3b} e de reinterpretação criativa em T_{2d}, nas quais a autoria e a colaboração dos alunos tornam-se centrais.

A análise das produções docentes permitiu identificar diferentes tipos de tarefas (T) que emergiram ao longo da sequência didática inspirada nas obras de M. C. Escher, conforme demonstra a tabela 4.

Tabela 4 – Tipos de Tarefas Identificados

Tipo de Tarefas	**Descrição**
T_{1a}	Identificar figuras geométricas em obras artísticas a partir do seu contraste de cores.
T_{1b}	Reconhecer os elementos geométricos principais da obra artística original, destacando relações estruturais como alinhamentos, equilíbrios e regularidades.
T_{2a}	Desenhar uma obra artística em malha quadriculada.
T_{2b}	Desenhar uma obra artística em malha quadriculada respeitando suas características.
T_{2c}	Desenhar uma obra artística ampliada em malha quadriculada preservando as formas, proporções e orientações espaciais.
T_{2d}	Desenhar uma obra artística em grupo, como uma releitura da obra original, introduzindo novos elementos geométricos ou reorganizando a composição.
T_{3a}	Identificar a dimensão geométrica na obra.
T_{3b}	Transformar alguns elementos da obra artística da bidimensionalidade para a tridimensionalidade.
T_4	Construir uma obra artística a partir de um polígono dado.
T_5	Aplicar gradações de cores na obra artística ampliada a partir da escolha de uma cor base.
T_6	Identificar o uso de uma simetria na obra original e utilizá-la durante a construção da ampliação da obra artística.

Fonte: Elaborada pela autora da pesquisa (2025)

A sequência didática analisada revelou uma progressão coerente de tipos de tarefas que avançam do reconhecimento perceptivo e da reprodução geométrica para a criação transformadora e colaborativa, evidenciando a circulação de saberes e a interdisciplinaridade proposta pela TAD. Neste movimento, observou-se a passagem de praxeologias mais analíticas e reprodutivas para praxeologias criativas e generalizadoras, evidenciando a lógica da TAD (Chevallard, 1999, 2018) que enfatiza a circulação de saberes entre instituições e registros. A Matemática apareceu tanto como instrumento de análise (proporção, simetria, homotetia, geometria espacial) quanto como suporte para a criação artística, enquanto a Arte forneceu o campo de experimentação sensível que dá sentido e concretude às práticas matemáticas.

A sequência didática, portanto, não se limita a propor atividades isoladas, mas instaura um encadeamento praxeológico coerente. Cada tipo de tarefas prepara o terreno para a seguinte, numa progressão que parte da observação e chega à criação, do reconhecimento imediato ao pensamento espacial e à expressão coletiva. Tal percurso reforça o caráter interdisciplinar da proposta, promovendo a integração entre Artes Visuais e Matemática, e aponta para a potência formativa de experiências que valorizam tanto a análise rigorosa quanto a invenção criativa.

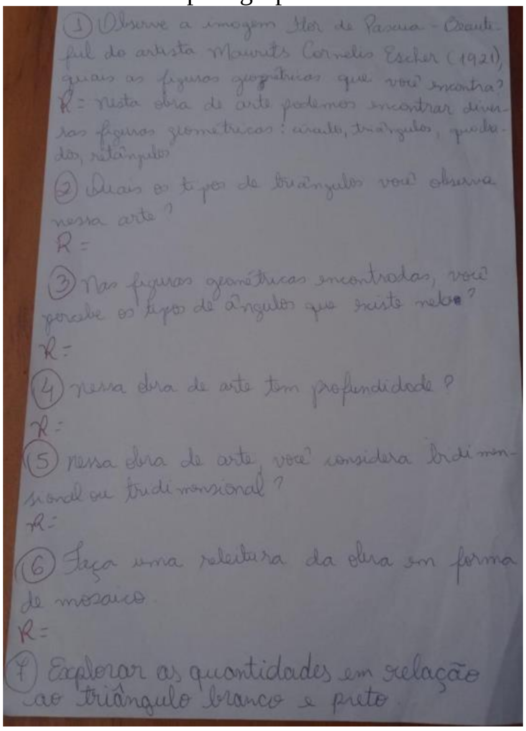
Assim, os tipos de tarefas identificados revelaram não apenas a riqueza da obra de M. C. Escher como recurso pedagógico, mas também a possibilidade de estruturar práticas de ensino que favoreçam a construção de significados, a autonomia criativa dos alunos e a reflexão crítica dos professores sobre os modos de institucionalização dos saberes em sala de aula. A sequência didática analisada demonstrou que a aprendizagem ganha densidade quando se reconhece a imbricação entre Arte e Matemática como eixo estruturante de uma prática pedagógica interdisciplinar. Dessa forma, a proposta reafirma que o ensino se enriquece quando se perfilha a imbricação entre Arte e Matemática como fundamento da aprendizagem significativa.

Portanto, a sequência de tipos de tarefas analisada evidencia um gradiente praxeológico que se desloca de tarefas perceptivas (T_{1a}, T_{1b}) para tarefas técnicas (T_{2a}, T_{2b}), atinge transformações proporcionais e cromáticas (T_{2c}, T_5), alcança formalização e reemprego conceitual (T_6) e culmina em modelização e mudança de registro (T_4, T_{3b}). Esse percurso confirma o alcance do objetivo geral ao analisar as imbricações entre as obras de M. C. Escher e as geometrias manifestadas nas tarefas docentes, mostrando que a interdisciplinaridade se efetiva quando o conceito matemático regula a decisão estética e a decisão estética devolve sentido ao conceito. Esse movimento traduz, em termos de TAD, uma institucionalização integrada do saber (Chevallard, 1999, 2007a, 2018).

5.1.1 Reflexões sobre as tarefas a partir de diálogos com os professores participantes

No último dia de formação, após a apresentação do produto final - a sequência didática - os professores participantes foram convidados a revisitar as tarefas produzidas no segundo encontro. Observou-se que, no momento da elaboração inicial, os grupos não possuíam conhecimentos sistematizados acerca de conceitos matemáticos como por exemplo, os conceitos de tesselação e transformações isométricas. Portanto, chamou a atenção que os grupos compostos por professores com licenciatura em Matemática vinculados à rede municipal, apresentaram diferenças em relação aos demais, uma vez que passaram a empregar termos como *simetria* e *profundidade* na descrição de suas produções. É importante destacar que tais professores não integravam o mesmo grupo, participando em turnos distintos sendo um no período matutino e outro no vespertino, o que reforça a relação entre a formação acadêmica específica e a incorporação de terminologias matemáticas nas tarefas elaboradas. Essas evidências podem ser verificadas na figura 33.

Figura 33 - Tarefas elaboradas pelo grupo 2: Flor de Pascua-Beautiful (1921)



1) Observe a imagem Flor de Pascua - Beautiful do artista Maurits Cornelis Escher (1921), quais as figuras geométricas que você encontra?
R= Nesta obra de arte podemos encontrar diversas figuras geométricas: círculo, triângulos, quadrados, retângulos

2) Quais os tipos de triângulos você observa nessa arte?
R=

3) Nas figuras geométricas encontradas, você percebe os tipos de ângulos que existe nelas?
R=

4) nessa obra de arte tem profundidade?
R=

5) nessa obra de arte, você considera bidimensional ou tridimensional?
R=

6) Faça uma releitura da obra em forma de mosaico.
R=

7) Explorar as quantidades em relação ao triângulo branco e preto.

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Nesta mesma figura podemos observar, a partir da letra diferente das demais, que o grupo adicionou uma última tarefa às demais.

Para estimular a reflexão crítica dos professores sobre o processo formativo, a pesquisadora solicitou que os participantes revisitassem as tarefas elaboradas nos encontros anteriores e avaliassem em que medida a formação havia contribuído para sua prática docente. Neste momento, foram propostas questões direcionadas à percepção de mudanças e aprendizagens decorrentes do percurso formativo conforme informação verbal citada.

> Eu quero que vocês tenham um olhar para as tarefas que vocês elaboraram e vocês me digam quais foram as contribuições dessa formação para a implementação em sala de aula que vocês viram aqui. Então, no primeiro dia, eu trouxe para vocês somente a vida dele, a vida do Escher, a experiência e ação dele. Situamos ele nos temas e períodos criativos e depois eu trouxe os documentos oficiais que utilizamos como a LDB, a BNCC e a PPC. E aí vocês fizeram, elaboraram nessas tarefas. Aí eu quero que vocês me digam o seguinte, olhando para essas tarefas, vocês têm essas tarefas da mesma forma como quando vocês elaboraram elas (Pesquisadora)?

A primeira reação das participantes foi breve e direta no sentido de que o olhar sobre as tarefas já não era o mesmo após a experiência da formação, conforme observou-se na fala do PP1.

> Não (PP1, informação verbal).
> E o que mudou? O que agora agregou? O que a formação toda contribuiu (Pesquisadora)?

Em seguida, emergiu uma fala que destacou a dificuldade inicial em articular Arte e Matemática, mas que também evidenciou um movimento de abertura e reconhecimento do potencial dessa integração, de acordo com o que o PP2 pontuou em sua fala.

> Eu vejo assim, eu sempre gostei de arte. Eu nunca tinha trabalhado com matemática. Meu Deus (PP2, informação verbal)!

Outro professor participante, o PP3, enfatizou o caráter enriquecedor da proposta interdisciplinar, reconhecendo o valor de integrar conteúdos artísticos e matemáticos em sala de aula e apontando para a ampliação do próprio repertório docente.

> Porém, eu aprendi com arte no mesmo dia que com a matemática porque eu acho que dá para aproveitar muito o conteúdo da arte e da matemática juntos. Então, eu acho assim que veio para aumentar o meu conhecimento e mostrar que a prática da arte e da matemática funciona corretamente. Você consegue totalmente trabalhar, incluir a matemática e a arte ao mesmo tempo, por exemplo (PP3, informação verbal).

Entre as reflexões levantadas, também emergiu a preocupação com a articulação efetiva entre os conteúdos de Arte e de Matemática no planejamento escolar. O PP4 ressaltou a importância de superar a lógica de disciplinas isoladas, valorizando o trabalho integrado entre ambas e reconhecendo que a própria formação já havia oportunizado essa experiência de maneira prática.

> O que, olhando para dentro da PPC e dentro lá, o que eu preciso trabalhar no meu conteúdo de Arte, no meu conteúdo de Matemática, o que eu posso usar desses dois conteúdos juntos, trabalhar juntos, não separando o de aula de Arte e o de aula de Matemática, trabalhando os dois juntos. E foi o que nós fizemos agora. Nós acabamos de fazer. (PP4, informação verbal)

Durante o processo avaliativo, alguns participantes retomaram a entrevista semiestruturada aplicada no início da formação, documento disponibilizado e registrado no

Apêndice A, citada pelo PP16[32]. Essa retomada permitiu identificar como determinadas questões propostas inicialmente já haviam provocado reflexões relevantes sobre a articulação entre Arte e Matemática. Nessa perspectiva, uma das professoras destacou a importância da pergunta constante na folha de entrevista, evidenciando o impacto inicial que tal questionamento exerceu sobre sua prática.

> Eu concordo com o posicionamento dela. Porque, desde a primeira aula, acho que você fez um questionamento na folha, falando o quanto a gente trabalha a Arte aliada à Geometria. Eu lembro que aquele dia que eu peguei aquela pergunta, eu já fiquei surpreendida (PP16, informação verbal).

Na continuidade das reflexões emergiu a percepção de que a relação entre Arte e Matemática não se limita a um recurso metodológico, mas se configura como uma integração estrutural de saberes. Trata-se de uma integração estrutural de saberes. Flores e Kerscher (2021) ressaltam que não se busca apenas reconhecer conteúdos matemáticos em obras de arte ou tornar a aula mais agradável pelo recurso artístico. Há, de fato, arte nas geometrias e geometrias na arte, configurando vivências em ambos os domínios. A BNCC (2018) também aponta que a Geometria, ao dialogar com obras artísticas, permite estabelecer conexões com diferentes áreas do conhecimento, reforçando a necessidade dessa articulação interdisciplinar. Um dos professores participantes, o PP17, destacou como os elementos constitutivos da arte, aliados às regras próprias da geometria, revelam a conexão entre as duas áreas do conhecimento, reconhecendo nelas uma interdependência evidente.

> Se a gente for analisar os elementos da arte, que é a tela e o que mais, a gente está sempre trabalhando, né? Quando a gente trabalha a geometria, a gente trabalha as questões das regras. Então, são duas disciplinas e a gente vê que elas estão interligadas, né (PP17, informação verbal)?

Outro aspecto ressaltado pelos professores participantes foi o potencial da interdisciplinaridade para tornar o ensino mais atrativo e significativo aos estudantes. Ao reconhecer que a Matemática pode ser constantemente articulada à Arte, a fala do PP18 evidencia como essa aproximação contribui para despertar maior interesse dos alunos, rompendo com a rotina tradicional e promovendo novas formas de engajamento.

[32] Os áudios dos professores participantes foram ouvidos e transcritos conforme os turnos em que participaram, o PP16 é um participante que iniciou os diálogos do período vespertino.

> Qualquer trabalho que fazer, na Matemática, dá para relacionar com a Arte. Então, eu trouxe essa impressão que, também, esse trabalho com a arte, quando a gente vê esse trabalho, a história fica mais interessante. Como os alunos, que ficam mais interessados em nomear essas formas, sai um pouco da rotina do que a gente está tentando fazer (PP18, informação verbal).

As impressões dos professores também revelaram que a integração entre Arte e Matemática provocou reflexões desde os primeiros momentos da formação, tornando os conteúdos mais significativos. Nesse sentido, o PP16 novamente destacou a relevância das discussões propostas e como elas possibilitaram um olhar renovado sobre a relação entre as duas disciplinas.

> Então, eu achei legal ter essa informação. Ela trouxe muitas reflexões acerca dessas duas disciplinas, desse trabalho de modo a que se torna mais interessante. E, desde o início, como eu falei, já trouxe reflexão, né (PP16, informação verbal)?

Também, foi possível observar que alguns professores participantes incorporaram em suas práticas pedagógicas os conhecimentos adquiridos durante a formação, compartilhando suas experiências com o grupo. Um dos depoimentos, o do PP4, evidencia como a articulação entre Matemática e Arte foi aplicada em sala de aula, ressaltando a contribuição da proposta para o enriquecimento de sua prática docente.

> Então, eu penso assim, inclusive quando eu tirei o quadro, eu fui trabalhando aquele quadro com meus alunos porque eu gosto muito de envolver a matemática com a arte. Então, eu acho assim que me fez acrescentar o meu aprendizado, bastante. Eu aproveitei bastante (PP4, informação verbal).

O professor participante 15 destacou que a formação não apenas ampliou seus referenciais teóricos, mas também modificou a forma como passou a olhar para a relação entre Arte e Matemática em sua prática pedagógica. Nesse sentido, relatou que embora já tivesse trabalhado anteriormente com obras de arte em conexão com a Geometria, a formação lhe possibilitou adotar uma nova perspectiva, mais atenta aos detalhes e às interações entre as duas áreas, o que repercutiu diretamente em sua atuação em sala de aula.

> Então, antes eu já havia trabalhado obras de arte junto com a questão da geometria. Mas, com essa formação, eu estou usando uma outra perspectiva. Dos detalhes, a maneira de entender a obra de arte na visão matemática e entender a matemática dentro da visão artística. A presença dessa matemática que está incrustada nas obras de arte. E eu tenho certeza que a partir de agora, toda vez que eu vi uma obra de arte, eu vou começar a

> olhar, será que aqui há uma reflexão? Será que aqui há uma translação? O que o pintor quis expressar com esse movimento de rotação? Então, assim, eu achei bastante interessante, né? Já comecei a aplicar com meus alunos, implementar na sala de aula. E vi também o interesse deles ao trabalho dessa forma (PP15, informação verbal).

Na condução do diálogo, a pesquisadora buscou direcionar o olhar dos professores para a aplicabilidade prática das aprendizagens desenvolvidas durante a formação. A ênfase foi colocada na análise dos planejamentos docentes e na possibilidade de incorporar elementos das tarefas trabalhadas à prática pedagógica. O convite à reflexão teve como objetivo identificar quais contribuições a sequência didática poderia oferecer para os próximos planejamentos de sala de aula.

> O que mais? O olhar que vocês têm até o próximo planejamento. Então, olhando lá no planejamento de vocês e para as tarefas que vocês trouxeram e também pensando, por exemplo, lá naquela sequência didática que eu fiz com as tarefas que vocês elaboraram. O que vocês vão levar de contribuição para vocês implementarem nesse planejamento de vocês? Pode entrar lá, gente. Não se preocupe com o áudio (Pesquisadora).

Na sequência das discussões, alguns participantes apontaram de forma objetiva os aspectos da formação que puderam ser imediatamente aproveitados em suas práticas pedagógicas. O PP5 destacou a relevância das propostas que envolviam deslocamentos espaciais e relatou já ter incorporado essa experiência em sua atuação com os alunos.

> O que vai comentar? O deslocamento no espaço foi bem válido, né? Eu já aproveitei, eu já fiz (PP5, informação verbal).

No decorrer das falas, alguns professores evidenciaram que a formação proporcionou não apenas novos conhecimentos, mas também mudanças significativas no modo de interpretar a relação entre Arte e Matemática. Um deles, o PP10, destacou que, embora já tivesse realizado experiências interdisciplinares anteriormente, a proposta trouxe um olhar diferenciado, marcado pela atenção aos detalhes e pela leitura da obra artística a partir de conceitos geométricos como reflexão, translação e rotação. Essa nova perspectiva foi imediatamente incorporada em sua prática em sala de aula, repercutindo de forma positiva no interesse dos alunos.

> Já pode falar? Pode! Então, antes eu já havia trabalhado obras de arte junto com a questão da geometria, mas com essa formação eu estou, assim, usando uma outra perspectiva dos detalhes, a maneira de entender a obra de arte na visão matemática e

> entender a matemática dentro da visão artística. A presença dessa matemática que está, assim, incrustada nas obras de arte. E eu tenho certeza que a partir de agora, toda vez que eu vir uma obra de arte, eu vou começar a olhar, será que aqui há uma reflexão? Será que aqui há uma translação? Será que o que que o pintor quis expressar com esse movimento de rotação? Então, assim, eu achei bastante interessante, já comecei a aplicar com meus alunos, implementar na sala de aula e vi também o interesse deles quanto ao trabalho dessa forma (PP4, informação verbal).

Ao revisitar suas experiências pedagógicas, o PP8 ressaltou que já havia integrado a Arte a outras disciplinas, como o Português, por meio da leitura e interpretação de textos e biografias de autores. No entanto, revelou que até então essa integração não havia sido pensada em relação à Matemática.

> Você se lembra que eu posso trabalhar arte com o português? Então, eu trabalhava antes naquele conceito de interpretação do autor. A biografia do autor, a obra, entendeu? Ainda dá para trabalhar. Agora, eu não tinha pensado em matemática e artes, que eu achei que era outra coisa, bem extremas. Agora já não. As obras de arte, dá para trabalhar em formas geométricas, dá para trabalhar em espaçamento. Eu não tinha visto isso. É só se identificar mais geometria dentro. Então, eu sempre trabalhei a arte junto com o português. Por exemplo, um poema, e daí a imagem daquele poema reflete lá na arte (PP8, informação verbal).

Essa fala revelou um movimento de ampliação das concepções sobre a interdisciplinaridade da Arte. Inicialmente, a aproximação mais comum relatada era com o ensino de Língua Portuguesa, por meio da interpretação de textos, da análise de biografias e da contextualização histórica dos autores. A Matemática, nesse contexto, era vista como uma área distante, quase oposta, dificultando a percepção de possíveis relações. Contudo, a formação possibilitou uma ressignificação desse olhar, evidenciada na fala do PP8, ao reconhecer que as obras de arte podem ser exploradas por meio de conteúdos de Geometria. Esse deslocamento demonstra como o processo formativo contribuiu para romper com visões compartimentalizadas do conhecimento e abriu espaço para a *imbricação* entre Arte e Matemática no planejamento pedagógico.

Em alguns relatos, os professores destacaram como a formação possibilitou não apenas a compreensão sobre a relação entre Arte e Matemática, mas também a experimentação de práticas imediatas em sala de aula. O PP19 relatou, por exemplo, que mesmo em uma situação imprevista em uma turma de quinto ano que o professor faltou e foi substituí-lo, buscou integrar os conteúdos. O PP19 utilizou recursos digitais para abordar conceitos geométricos e, em seguida, propôs uma atividade artística contextualizada no cotidiano dos alunos. Essa experiência reforça a ideia de que a interdisciplinaridade pode ser incorporada de modo criativo e significativo no processo de ensino.

> Sim, mesmo da forma que se apresenta a gente pode usar agora essa ideia, mas essa visão para causar uma transformação e fazer algo mais significativo para os alunos por exemplo, essa semana eu tinha que dar uma aula de regência na escola, que não era meu horário e tudo e não tinha o que fazer aqueles alunos eu falei, eu lembrei disso eu joguei geometria no data show e no final falei assim pegue os cadernos de arte agora e agora você vai desenhar os azulejos com a parede da sua casa, no banheiro vocês tinham que dizer aonde que eles iam colocar aquilo (PP19, informação verbal).

Os diálogos apresentados até aqui evidenciam como os professores reconheceram a relevância das tarefas produzidas durante a formação, apontando percepções iniciais e compartilhando impressões sobre sua implementação em sala de aula. Essas reflexões inaugurais permitiram compreender o impacto imediato da proposta, ainda marcado pelas primeiras leituras e experiências práticas.

5.1.2 *Reflexões críticas em diálogo final sobre as tarefas*

Na seção anterior foram discutidas as percepções iniciais dos professores sobre a elaboração das tarefas, nesta subseção o foco recai sobre as reflexões posteriores, emergidas em novos diálogos. Este momento revelou que a compreensão das propostas não se encerrou na produção inicial, mas se ampliou à medida que os docentes revisitaram suas escolhas, reelaborando sentidos e identificando possibilidades de ajustes. As falas evidenciam um processo de amadurecimento, no qual Arte e Matemática passaram a ser compreendidas de forma mais integrada, sobretudo pela apropriação de conceitos matemáticos específicos que enriqueceram a análise das obras de M. C. Escher.

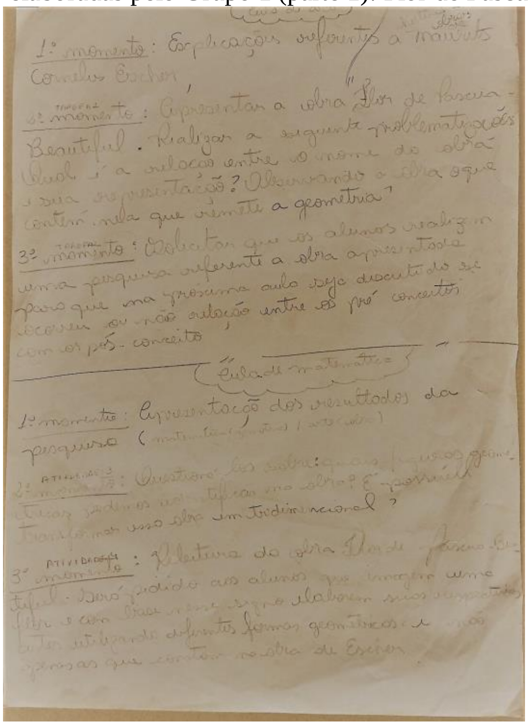
Deste modo foi encerrada a etapa inicial de diálogos, em que foram evidenciadas percepções sobre a formação e relatos de implementação em sala de aula. Abriu-se, por conseguinte, espaço para examinar um conjunto de falas que trouxeram interpretações renovadas acerca das tarefas elaboradas pelos professores. Se antes os depoimentos enfatizavam o impacto imediato da experiência formativa, os diálogos seguintes revelaram um olhar amadurecido marcado por revisões, ajustes e deslocamentos de sentido.

Este movimento demonstrou que a compreensão do processo não se esgotou na produção inicial das atividades, mas se prolongou no tempo à medida que os docentes revisitaram suas práticas e refletiram sobre as possibilidades da imbricação entre Arte e Matemática. Assim, os diálogos aqui reunidos não apenas complementam a análise anterior, mas também aprofundam a leitura sobre como os professores reelaboraram os sentidos atribuídos às tarefas durante e após a formação.

Na abertura deste novo momento, a pesquisadora instigou os participantes a revisitarem criticamente as tarefas, questionando sua pertinência e a possibilidade de reconfiguração do conjunto produzido. O objetivo era compreender se, após a formação, manteriam as escolhas iniciais ou se acrescentariam novos elementos às tarefas, de acordo com os aprendizados construídos ao longo do percurso.

Embora as modificações não tenham sido registradas de forma sistemática em documentos escritos, elas emergiram com clareza nos grupos de discussão, onde os professores expressaram percepções, sugeriram ajustes e apontaram novas possibilidades de exploração. Esse debate coletivo evidenciou que a reelaboração das tarefas ultrapassou a formalidade da produção inicial, consolidando-se no espaço dialógico como processo de construção de significados. O grupo 1: Flor de Pascua-Beautiful fez apontamentos acrescentando algumas ações em suas tarefas, como pode ser identificado na Figura x. Importante enfatizar que os professores participantes desse grupo pensaram nas tarefas de Arte e Matemática em momentos distintos, como podem ser apreciados nas Figura[33] 34 e 35.

Figura 34 - Tarefas elaboradas pelo Grupo 1 (parte 1): Flor de Pascua –Beautiful (1921)

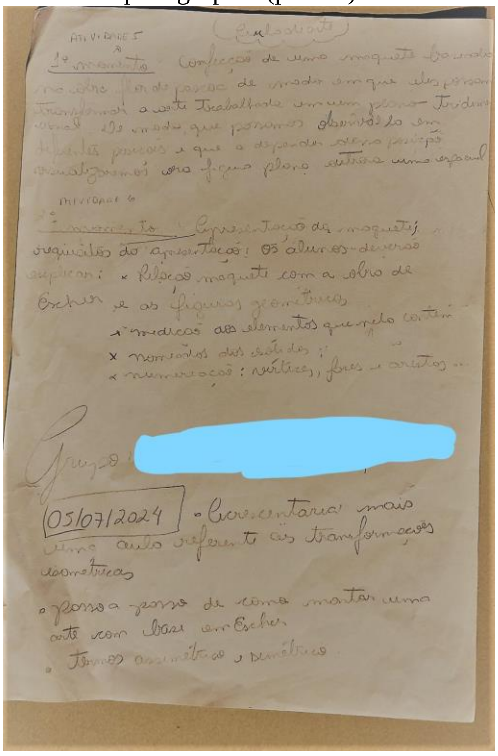

1º momento: Explicações referentes a maurits Cornelius Escher,
2º momento: Apresentar a obra "Flor de Pascua-Beautiful". Realizar a seguinte problematização: Qual é a relação entre o nome da obra e sua representação? Observando a obra o que contém nela que remete a geometria?
3º momento: Solicitar que os alunos realizem uma pesquisa referente a obra apresentada para que na proxima aula seja discutido se ocorreu ou não relação entre os pré conceitos com os pós-conceito
Aula de matematica
1º momento: Apresentação dos resultados da pesquisa
2º momento: Questione-los sobre: quais figuras geométricas podemos identificar na obra? É possível transformar essa obra em tridimensional?
3º momento: Releitura da obra Flor de Pascua-Beautiful. Será pedido aos alunos que imaginem uma flor e com base nessa elaborem suas respectivas flores utilizando diferentes formas geométricas e ... que contem na obra de Escher.

Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

---

[33] As Figuras 34 e 35 não possuem boa qualidade por terem sido escritas a lápis. A íntegra das tarefas elaboradas pelo Grupo 1 está no Apêndice E.

Figura 35 - Tarefas elaboradas pelo grupo 1 (parte 2): Flor de Pascua-Beautiful (1921)



Fonte: Acervo da pesquisa (2024)

Os docentes se dedicaram à releitura das tarefas originais, debatendo em que medida deveriam ser mantidas, ajustadas ou ampliadas. O diálogo mostrou que, ainda que não houvesse necessidade de transformações radicais, os professores identificaram formas de tornar as tarefas mais significativas. Mesmo que essas tarefas fossem modificadas pela inclusão de conceitos matemáticos específicos, seja pela adoção de um olhar mais crítico e refinado sobre as obras analisadas, como será demonstrado a seguir.

> Eu estou terminando, só para poder estar escutando, fazer alguma coisa. Vamos ler nossas perguntas, então, agora, né? O que nós poderíamos mudar nessa questão da (inint) ler as perguntas. (PP1, informação verbal)
> Eu nem lembro mais as perguntas. (PP8, informação verbal)
> Então, observando a obra de Escher, que é aquela azul lá, né? (PP3, informação verbal)
> Também dá para conservar, né? (PP7, informação verbal)
> Um desenho da obra de Escher. Um desenho do vaso, por exemplo, da planta e uma releitura da obra. (PP3, informação verbal)
> (inint)
> Eu acho que mudaria, é a mesma coisa, eu acho que a forma de conduzir a explicação para eles, eu acho que mudaria. (PP4, informação verbal)
> Verdade? (PP4, informação verbal)
> Verdade. (PP1, informação verbal)
> É a forma de você, eu acho que você, na hora da exposição, da obra, eu acho que a sua leitura mudaria em relação ao que você explicava. (PP4, informação verbal)
> Mas a questão de atividade mudaria? (PP8, informação verbal)
> Mas a questão das atividades não mudaria. (PP4, informação verbal)

> Mas aqui poderia acrescentar a questão da translação, da rotação. (PP7, informação verbal)
> Que é um olhar mais específico. Você vai trabalhando passo a passo e no final da obra ele vai ter essa visão de olhar e encontrar os movimentos de translação. Que é o que traz o interesse no trabalho, na obra. (PP3, informação verbal)
> Então, talvez acrescentar.... Acrescentar mais essas questões ali, né? Não mudaria. (PP7, informação verbal)
> O modo de fazer a leitura da arte, os movimentos, né? (PP3, informação verbal)
> (inint)
> Isometria. Isometria é uma forma mais profunda, entendeu? Muda alguma coisa. Isso muda. (PP2, informação verbal)
> Muda alguma coisa? (PP5, informação verbal)
> Muda. (PP8, informação verbal)
> É diferente, né? (PP9, informação verbal)
> Dá uma diferença? (PP8, informação verbal)
> A obra ficou mais viva ali. Ela ficou mais viva. (PP9, informação verbal)
> Mudou alguma coisa na obra de arte? Não. (PP8, informação verbal)
> Então sim, gente. Mudou. (PP7, informação verbal
> Analise a obra e escreva qual é o movimento. (PP6, informação verbal)
> Quais movimentos utilizar? (PP8, informação verbal
> Então, só acrescentaria, né? (PP4, informação verbal)
> Só acrescentaria. (PP6, informação verbal)
> Mas uma questãozinha só. Eu acho que mudaria mais a forma que eu vejo a obra hoje. Isso. (PP4, informação verbal)
> Eu gosto de ter uma visão mais... (PP7, informação verbal)
> Acurada, refinada, especialista. Agora eu estou especialista. (PP4, informação verbal)
> Uma visão mais crítica, né? (PP8, informação verbal)
> Nós já tínhamos colocado definido como uma obra, né? (PP10, informação verbal)
> Então deixa a obra. Isométrico. (PP2, informação verbal)
> Utilizando a isometria, analise a obra. (PP3, informação verbal)
> Encontre os movimentos. (PP9, informação verbal)
> Ou identifique. (PP3, informação verbal)
> Identifique os movimentos presentes na obra. Observe, né? (PP9, informação verbal)
> Isso. Eu apresentaria isso, né? Daqui então. É assim? Olha, gente. Vivendo e aprendendo. (PP7, informação verbal)

Os primeiros depoimentos mostraram certa dificuldade em recordar as perguntas originais, mas, ao retomá-las, alguns professores participantes destacaram que a forma de condução poderia ser modificada. Foi enfatizado que o essencial não estava na mudança das atividades em si, mas na maneira como seriam apresentadas e discutidas em sala de aula. Outros professores sugeriram acréscimos, como a inclusão de movimentos de translação e rotação, para enriquecer a análise das obras.

Também foi ressaltada a necessidade de utilizar termos matemáticos mais precisos, como *isometria*, a fim de aprofundar a compreensão dos alunos e conferir maior densidade às tarefas. Para alguns, esse detalhe trouxe uma diferença perceptível, tornando a leitura da obra *mais viva*, mais crítica e, em suas palavras, com um olhar de *especialista*. A ideia central, compartilhada por diferentes falas, foi a de que a mudança não estaria tanto no conteúdo das tarefas, mas no modo de observá-las, descrevê-las e problematizá-las

Este diálogo revelou que o processo formativo promoveu nos professores uma postura mais atenta e exigente em relação às tarefas, marcada por um olhar crítico e pelo uso de terminologias adequadas da Matemática. A partir desta reinterpretação, os docentes não apenas reafirmaram a pertinência das tarefas já propostas, mas também apontaram caminhos para sua ampliação qualitativa, como o uso de conceitos geométricos específicos como translação, rotação, isometria, além da valorização da análise detalhada das obras. Desta forma, intuiu-se a percepção de que a principal transformação não esteve na substituição de tarefas, mas na forma como elas passaram a ser lidas, conduzidas e aplicadas, levando à ênfase da imbricação entre Arte e Matemática.

No decorrer dos diálogos, alguns professores destacaram o impacto da formação no contato com conceitos matemáticos, até então, pouco familiares em seu vocabulário pedagógico. O PP4, por exemplo, evidenciou sua surpresa ao se deparar com o termo isometria, até então desconhecido.

E sem falar nos termos. Eu nem sabia o que era isometria. (PP4, informação verbal).

Em sequência, o PP12 reforçou a relevância da apropriação desses conceitos, observando que no planejamento escolar são utilizados termos como giro, direção e localização, mas que a formação permitiu compreender tais elementos de maneira mais sistemática, como transformações isométricas.

> Exatamente, e sem falar nos termos que trouxe para a utilização no nosso dia a dia. Porque assim, lá no nosso planejamento, nós vamos encontrar lá assim, giro, direção... Localização. Mas o que é isso? São as transformações isométricas. (PP12, informação verbal).

Na mesma direção, o PP15 enfatizou a importância de os alunos dominarem noções ligadas ao plano e à localização, relatando inclusive a explicação sobre padrões geométricos a partir do uso de malhas quadriculadas com diferentes configurações.

> Então, eles têm que ter o domínio desse plano, da localização, de como eles vão se mover ali na malha quadriculada. Tanto é que eu expliquei, fui até agora explicar para a Cláudia a questão dos padrões, certo? Porque eu trouxe uma malha quadriculada. (PP15, informação verbal).

O PP6 também destacou a importância de introduzir os termos corretos, defendendo que as apropriações conceituais, mesmo de noções consideradas complexas, podem ser trabalhadas de modo acessível com os alunos desde que mediada de forma adequada.

> As transformações isométricas do plano. É legal a gente trazer os termos corretos quando a gente se apropria deles, né? Nós não temos, por isso que eu acho superinteressante essa questão, porque a gente entender como que a gente pode transformar uma coisa que é complexa, dita complexa, mas para que o nosso aluno lá de 10 anos, ele entenda e ele saiba o que ele está fazendo, né? (PP6, informação verbal).

Por fim, o PP4 retomou sua fala reforçando que tais noções fundamentais não se restringem ao campo da geometria, mas servem como base para outras áreas do conhecimento:

> Então, assim, essa base, essas noções são muito importantes e elas são feitas a partir de nós, né? (PP4, informação verbal).

Estas falas evidenciaram que a formação oportunizou não apenas à experimentação de tarefas interdisciplinares, mas também a apropriação de uma linguagem matemática mais precisa e conceitualmente fundamentada. Professores que inicialmente desconheciam termos como *isometria* reconheceram a importância de integrá-los ao seu vocabulário pedagógico, compreendendo-os como parte de conceitos já presentes em seu planejamento, mas antes tratados de forma fragmentada ou intuitiva, como *giro*, *direção* e *localização*. Ao mesmo tempo, os relatos indicaram um esforço em transpor tais noções para situações concretas de ensino, como o uso da malha quadriculada para explorar padrões geométricos e movimentos no plano.

Ao conduzir a discussão, a pesquisadora reforçou a ideia central da formação de que a imbricação entre Matemática e Arte não deve ser vista como interrupção ou sobreposição de disciplinas, mas como uma prática conjunta e articulada, especialmente no caso da Geometria. Nessa perspectiva, instigou os professores a revisitar a lista de tarefas produzidas, questionando a pertinência de manter, retirar ou ampliar propostas, à luz das aprendizagens construídas ao longo do processo formativo.

> E daí é legal de vocês terem se apropriado disso e entender que eu não preciso parar a minha aula. Não é aula de matemática com arte, vem arte com geometria. São as duas juntas ali. Não é para uma anular a outra, né? Mas as duas juntas. É a matemática e a arte, né? É a arte e a matemática e, no nosso caso, a geometria. Olhando as tarefas que vocês fizeram, tem alguma tarefa que vocês tirariam? Alguma coisa que vocês apresentariam? Como ficaria essa lista de tarefas hoje? (Pesquisadora, informação verbal).

Nos diálogos seguintes, os professores refletiram sobre o percurso da formação, reconhecendo como, em um primeiro momento, o foco recaiu com mais intensidade sobre os aspectos artísticos, mas que, progressivamente, foi possível ampliar a atenção aos conceitos matemáticos envolvidos. Esse movimento de oscilação entre Arte e Matemática destacou tanto a complexidade da obra de M. C. Escher, quanto a necessidade de integrar os dois campos em equilíbrio, de modo a não reduzir a experiência a uma leitura parcial. O PP1 relembrou as primeiras impressões diante da proposta, ressaltando a dificuldade inicial em selecionar quais elementos deveriam ser destacados nas tarefas.

> No começo, a gente ficou assim, tem muitas coisas que eu vou colocar aqui, né? (PP1, informação verbal).

Na sequência o PP2 complementou observando como o olhar sobre as tarefas foi se modificando ao longo da formação.

> Agora, olhando... (PP2, informação verbal).

O PP5 enfatizou que, no início, a ênfase estava mais voltada para os aspectos artísticos, reconhecendo que havia menos aprofundamento matemático naquele momento.

> Sem ter se aprofundado, né? Eu digo que o tempo que eu estava, né? A gente ficou um pouquinho mais dentro da arte. (PP5, informação verbal).

Essa percepção foi retomada por outros docentes. O PP3, por exemplo, destacou a importância de reequilibrar o foco ampliando o espaço da Matemática, mas sem romper com a presença da Arte.

> Não ficou muito para a matemática, né? Então, agora a gente pode aprofundar mais dentro da matemática, mas com os outros conceitos que foi. Sim, inclusive, por exemplo, quando eu comecei a falar, eu já transito tudo para dentro da matemática, do que dentro da arte, né? (PP3, informação verbal).

O PP20 reforçou que mesmo com a forte presença da Matemática nos diálogos, a Arte permaneceu como dimensão fundamental, ressaltando que a compreensão da obra de M. C. Escher vai muito além da simples referência ao artista.

> E elas fizeram isso em cima da... A matemática, porque eu cheguei a ter a noção da matemática. E agora vocês, mesmo ligando muito na matemática, vocês conseguem ver a arte? Sim, com certeza. É interessante até essa questão dos termos, que, por exemplo,

não é somente falar assim, ah, porque a obra do Escher... O Escher foi muito além disso." (PP20, informação verbal).

Na mesma direção, o PP19 reconheceu que sua participação inicial também se concentrou mais nos elementos artísticos, mas que o percurso da formação abriu caminho para o aprofundamento matemático.

> Sem ter se aprofundado, né? Eu digo que o tempo que eu estava, né? A gente ficou um pouquinho mais dentro da arte. (PP19, informação verbal).

O PP10 reafirmou esse movimento, ressaltando que, gradualmente, passou a transitar com mais naturalidade para dentro da Matemática sem perder a dimensão artística:

> Não ficou muito para a matemática, né? Então, agora a gente pode aprofundar mais dentro da matemática, mas com os outros conceitos que foi. Sim, inclusive, por exemplo, quando eu comecei a falar, eu já transito tudo para dentro da matemática, do que dentro da arte, né? (PP10, informação verbal).

De modo semelhante ao PP8, que ressaltou que a leitura da obra de M. C. Escher não se limita à sua estética, mas envolve conceitos mais amplos, como perspectivas e movimentos que demandam olhar matemático.

> Sim, com certeza. É interessante até essa questão dos termos que, por exemplo, não é somente falar assim, ah, porque a obra do Escher... O Escher foi muito além disso. (PP8, informação verbal).

O PP16 trouxe à discussão sobre as chamadas *obras impossíveis*, destacando o valor da tesselação e das perspectivas criadas por M. C. Escher, ressaltando que o conceito vai além da simples ideia de ladrilhamento do plano.

> Então, nós temos a questão das obras lá, impossíveis, que ele traz perspectivas e visões, assim, completamente diferentes, né? E a tesselagem não é simplesmente uma. Hoje vocês veem a tesselagem como simples? É simplesmente um ladrilhamento, uma cobertura do plano, ou tem toda uma ciência por trás disso? (PP16, informação verbal).

Esta fala foi complementada pelo PP18 que afirmou ter compreendido de forma mais clara a base científica por trás da tesselação, relacionando-a às transformações isométricas e à produção de padrões.

> Tem uma ciência, claro que tem, óbvio que tem a ciência. Tem toda uma bagagem ali, no caso, das transformações isométricas, que é a forma como nós vamos produzir. Até

> o conceito que você falava da tesselagem, agora eu entendi, né? (PP18, informação verbal).

As falas reunidas nesses diálogos revelaram o movimento de transição vivenciado pelos professores que foram de um primeiro contato em que o olhar esteve mais voltado à Arte, para uma progressiva valorização dos conceitos matemáticos implicados nas tarefas. Essa trajetória demonstra que a formação favoreceu uma ampliação de perspectivas, permitindo que os docentes percebessem a obra de M. C. Escher em sua complexidade como objeto simultaneamente artístico e matemático. O reconhecimento de termos específicos, como *tesselação* e *transformações isométricas,* indicaram não apenas apropriação conceitual, mas também um reposicionamento profissional, no qual a Matemática deixa de ser percebida como campo alheio e passa a ser vista como linguagem constitutiva da própria experiência artística.

Em continuidade ao diálogo, a pesquisadora buscou compreender se os professores perceberam a necessidade de realizar ajustes significativos para implementar em suas rotinas escolares as práticas discutidas durante a formação. A questão colocada tinha como objetivo identificar possíveis dificuldades de transposição didática e avaliar se as propostas demandariam grandes adequações para serem efetivamente incorporadas ao planejamento cotidiano.

> Vocês vão ter que fazer muitas adequações para vocês colocarem isso na rotina do planejamento de vocês? Não, não. Para essa implementação? (Pesquisadora, informação verbal)
> E essa cobertura do plano, quando a gente fala em relação à cobertura do plano, é de entender que, no nosso mundo, nada é plano. (PP16, informação verbal)
> Não. De jeito nenhum. Já está dentro do planejamento. (PP19, informação verbal)
> Já está dentro. Exatamente. E aí, por estar dentro, essa visão de vocês que foi modificada, é uma coisa fantástica. (Pesquisadora, informação verbal)
> Ela falou que um exercício só, uma tarefa só, é de uma complexidade, né? A gente poderia ter trocado essa tarefa com o pessoal da manhã, com nós da tarde, dar uma olhada como que ia ser. (PP20, informação verbal)
> Então, assim, teve um grupo que foi até (inint). Dá para perceber aqui, quando vai, tem muitos que foram para o lado da arte. E daí a questão de separar mesmo a geometria, a matemática com a arte toda. (PP17, informação verbal)

Este conjunto de diálogos evidencia que o avanço mais expressivo da formação não esteve em alterar radicalmente as tarefas elaboradas, mas em reinterpretá-las à luz de novas compreensões. O exercício de revisitação fortaleceu a segurança dos professores e estimulou um olhar mais atento, capaz de articular dimensões estéticas e matemáticas sem estabelecer hierarquias. Ficou evidente que as mudanças propostas pelos professores não se concentraram em substituir ou rejeitar tarefas, mas em qualificar sua condução e potencializar seus sentidos, seja pela escolha de termos mais adequados, seja pela valorização de análises mais críticas e detalhadas.

Uma das mudanças residiu na ampliação do repertório docente, que deixou de tratar Arte e Matemática como campos isolados para reconhecê-los em sua complementaridade. O que firmou, portanto, a compreensão de que a prática pedagógica se fortalece quando sustentada por uma visão integrada, em que Arte e Matemática dialogam de modo equilibrado. Neste percurso a obra de M. C. Escher assumiu papel emblemático que ao mesmo tempo em que instigou a sensibilidade artística, ofereceu recursos para que conceitos matemáticos como simetria, tesselação e transformações isométricas fossem explorados em profundidade.

5.1.3 Experiência de implementação da sequência didática com adaptações em sala de aula

A sequência didática interdisciplinar construída durante a formação continuada foi posteriormente aplicada em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental por uma das professoras participantes. A professora quis compartilhar o que está desenvolvendo com seus alunos do 5° ano e enviou áudios para a pesquisadora. O relato transcrito de sua experiência revela de que modo as atividades planejadas se materializaram na prática escolar e como foram recebidas pelos estudantes. A professora não executou toda a sequência didática até o momento final da entrega dessa dissertação.

O relato evidencia que a aplicação da sequência didática produziu deslocamentos conceituais e atitudinais. Os alunos ampliaram seu repertório artístico, compreenderam propriedades geométricas antes desconhecidas e reconheceram a conexão entre Arte e Matemática como prática concreta e significativa. Para a professora, a experiência consolidou aprendizagens da formação, mostrando que a obra de Escher é um recurso potente para fomentar interdisciplinaridade e engajamento dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem.

A informação verbal da professora, que iremos designar Professora Colaboradora, foi transcrita em sua íntegra para essa dissertação.

> Rose, eu iniciei essa sequência didática interdisciplinar com Arte, Matemática, apresentando para eles uma biografia. No primeiro momento, eu apresentei quem era Escher, e trouxe uma breve biografia para eles. Eles fixaram no caderno, eles fizeram a leitura (Professora Colaboradora).
> Depois, lá no projetor, eu apresentei algumas obras de alguns períodos das fases de Escher, para eles conhecerem. Eles ficaram maravilhados, porque eles não conheciam o Escher. E eu trabalhava Escher antigamente, mas não dessa forma, depois que eu fiz a formação com você.

Então, assim, amplia os olhares. Eu sempre gostei de trabalhar, aliar a matemática com a arte, porque, assim, desde que teve uma Olimpíada de Matemática, da OBMEP, eu não me recordo o ano que foi. Então, sempre caía a Matemática, trazendo uma abordagem da disciplina de Arte.
Ou era Matemática e a Música, com as notas musicais, aí já vem as frações dos tempos, as notas dos tempos. E me encantou quando caiu uma OBMEP da Geometria, justamente a Matemática, trazendo a Geometria da Matemática junto com a Arte. Depois, em outro momento, eles coloriram, eu deixei eles experimentarem algumas obras de Escher, os peixes e pássaros, e mostrei para eles, tem um site também da OBMEP que mostra como é feito esse encaixe das obras de Escher.
E trouxe também para eles, em outro momento, aí já foi uma pesquisa da Nova Escola[34], aquela pesquisa que você apresentou também, os tipos de simetria, por que alguns ângulos encaixam, alguns polígonos, aí a gente já trabalha a pavimentação, o cobrimento do plano. Então, trouxe alguns polígonos para eles, apresentei qual que se encaixam e por que se encaixam.
E eles compreenderam que se encaixam porque se fecham a um ângulo de 360 graus. E eles experimentaram outros polígonos irregulares, que não conseguiam se encaixar, alguns não conseguiam, e depois outros regulares, mas que não fechavam o ângulo. Então, resumindo, só os quadrados, os retângulos, os triângulos equiláteros e os hexágonos, que eles fizeram alguma arte assim.

Depois, em outro momento, já trouxe mais, já que nós estávamos trabalhando orientação, localização também, já trouxe, já viajei, já viajei e trouxe o plano cartesiano, né, que é coordenação também. E depois movimentação dentro do plano, esquerda é mover tantos centímetros para a direita, movimentação para cima, para baixo, atividades com, ainda estou terminando essa atividade com os sólidos geométricos, movimentação no plano. E em outro momento também, nós fizemos essa movimentação do plano que você abordou lá na sua atividade, na sua formação.
Eles fizeram a bandeirinha, né, eu trouxe os quatro quadrantes do plano cartesiano, expliquei as abscisas, expliquei as coordenadas, expliquei o valor de x, y, né, tudo explicadinho para eles. E eles fizeram essa movimentação, eles fizeram a simetria de rotação no plano. Eles amaram, né, no começo tiveram muita dificuldade, nem todos deram conta, mas realizaram.
Depois em outro, lá em outro momento, que isso demora muito tempo, né, eu trouxe algumas atividades de simetria e localização da OBMEP Mirim, né. Eles gostaram também, porque isso nos motiva, o que é novo também é gostoso trabalhar. E por último, o que eles fizeram, essa atividade que eu enviei para você, você do produto final, que eles tiveram que fazer a própria arte deles, né.

Conforme comprovam as Figuras 36, 37 e 38, com os trabalhos dos alunos expostos em sala de aula.

[34] A Nova Escola é uma plataforma digital focada em educadores, que oferece reportagens, cursos autoinstrucionais, planos de aula e materiais educacionais gratuitos e pagos para auxiliar no fortalecimento da prática docente no Brasil. Embora tenha sido uma revista impressa com mais de 30 anos de história, que encerrou sua publicação em 2019, a Nova Escola continua sua missão como uma marca independente e sem fins lucrativos, acessível através do seu site, redes sociais e conteúdo em vídeo.

Figura 36 – Produto final 1 da sequência didática adaptada

Fonte: Professora Colaboradora (2025)

Figura 37 – Produto final 2 da sequência didática adaptada

Fonte: Professora Colaboradora (2025)

Figura 38 – Produto final 3 da sequência didática adaptada

Fonte: Professora Colaboradora (2025)

> Muitos não conseguiram, né, eu tenho alunos laudados e alguns que têm mais limitações, deixei eles fazerem novamente, fizeram o recorte, fizeram os moldes e foram brincando. Alguns deixei viajar mesmo, porque esse é o objetivo, né. Mas enfim, ó, amei. Hoje consigo ver cada vez mais diferença ainda, né, através das formações, que a gente pode ir longe. Nossa, não tem fim. E ainda estou desenvolvendo algumas coisas, mas qualquer coisa que eu tiver algo diferente, eu te envio, tá bom?

Nesta adaptação da sequência didática que foi proposta na formação continuada culminou na produção de obras autorais. Os alunos criaram composições próprias inspiradas nas tesselações de Escher, utilizando recortes e moldes. Embora nem todos tenham conseguido realizar integralmente a tarefa, o exercício de criação promoveu engajamento, despertou o interesse e possibilitou que cada estudante explorasse a articulação entre formas geométricas e expressividade artística em seu próprio ritmo.

O relato da Professora Colaboradora reforça os achados da pesquisa ao demonstrar que a sequência didática não apenas favoreceu a apropriação de conceitos matemáticos, como simetria, tesselação e transformações geométricas, mas também promoveu experiências estéticas significativas. A prática evidenciou que a integração entre Arte e Matemática pode ser mobilizada de maneira acessível e criativa, despertando entusiasmo nos alunos e ampliando as possibilidades de ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa nasceu do interesse em compreender de que modo a conexão entre Arte e Matemática, mediada pelas obras de Maurits Cornelis Escher, poderia contribuir para a elaboração de tarefas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O estudo foi desenvolvido no contexto de uma formação continuada realizada com professores da rede municipal de Campo Mourão, que além de planejar e elaborar tarefas interdisciplinares, foram convidados a revisitar criticamente suas produções, reinterpretando-as à luz das aprendizagens construídas ao longo do processo.

O percurso metodológico esteve ancorado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), de Yves Chevallard, que ofereceu suporte para a análise das praxeologias mobilizadas e possibilitou compreender como os saberes circularam, como foram institucionalizados e ressignificados no espaço escolar. Ainda que a investigação não tenha avançado no estudo do quarteto praxeológico completo com Tarefas, Técnicas, Tecnologias e Teorias, limitando-se à identificação dos tipos de tarefas (T), foi possível observar movimentos institucionais relevantes e indícios de como os docentes passaram a perceber a imbricação entre Arte e Matemática.

Ao unir a Teoria Antropológica do Didático a essa tessitura de imagens, formas, simetrias e subjetividades, esta pesquisa amplia as lentes pelas quais podemos enxergar o ato de ensinar. Revela-se, portanto, que educar não é apenas transmitir conteúdos, mas cultivar olhares, despertar curiosidades, alimentar a imaginação e construir, junto aos alunos, caminhos que façam sentido, caminhos que se abrem para o inusitado e para o belo.

Ao possibilitar que professores vivenciem, reflitam e criem tarefas que articulam Matemática e Arte, oferece-se a chance de que também eles se transformem, experimentem outras formas de ver o mundo e redescubram a potência criadora que habita o seu próprio fazer. Neste sentido, a pesquisa aqui desenvolvida se posicionou como uma proposta que não apenas preenche lacunas identificadas, mas também amplia as possibilidades de reflexão sobre o papel do professor como sujeito criador, capaz de integrar diferentes campos do saber para tornar o ensino mais expressivo, crítico e significativo.

Ao incorporar a TAD como lente teórica, ao valorizar a riqueza estética e geométrica das criações de M. C. Escher e ao direcionar o olhar para a prática docente no cotidiano escolar, este estudo reafirma a necessidade de uma educação que ultrapasse o ensino fragmentado. Há a necessidade de promover experiências que estimulem a imaginação, o raciocínio, a sensibilidade artística e o pensamento matemático, reconhecendo a pluralidade dos modos de conhecer e ensinar.

A análise evidenciou que embora os professores tivessem pouco ou nenhum contato prévio com a obra de M. C. Escher, assim como com conceitos como tesselação, simetria, transformações isométricas e plano cartesiano, a formação proporcionou uma apropriação gradual desses conhecimentos. Nos primeiros encontros, a ênfase recaía sobre os aspectos estéticos das obras, com propostas de tarefas voltadas majoritariamente para a apreciação visual e para a reprodução de elementos artísticos, sem aprofundamento matemático. Esse dado revelou uma lacuna na formação inicial e/ou continuada, sobretudo dos docentes licenciados em Pedagogia que relataram pouca familiaridade com conteúdos de Geometria.

Com o decorrer da formação esse quadro foi sendo transformado. A introdução sistemática de conceitos matemáticos como transformação isométrica, rotação, reflexão, translação e isometria, entre outros, ampliou o repertório conceitual dos professores participantes, que passaram a incorporá-los em suas propostas e discussões. A tesselação antes percebida como mero recurso decorativo, passou a ser entendida como recurso pedagógico. A simetria, antes intuída, foi reconhecida como objeto de estudo formal. A geometria deixou de ser vista como abstração distante, para se revelar como linguagem constitutiva da experiência estética.

A sequência didática construída a partir das tarefas revelou um percurso progressivo e coerente. Iniciou-se com atividades de reconhecimento perceptivo e de observação como o T_1 e o T_{2a}, avançou para a reprodução em malha quadriculada com o T_{2b}, seguiu com tarefas de ampliação proporcional e exploração cromática com os T_{2c} e T_5, incluiu análises de simetria no T_6 e culminou em práticas de maior complexidade criativa, como a releitura coletiva no T_{2d} e a transposição da bidimensionalidade para a tridimensionalidade com o T_{3b}. Este encadeamento mostrou que a formação não se restringiu a propor novas tarefas, mas a organizar trajetórias didáticas que transitam da percepção à criação, da análise à autoria.

A sequência didática organizada no âmbito desta pesquisa não se restringe a um exercício teórico[35]. Ela pode ser implementada em sala de aula com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais**,** etapa para a qual foram selecionados os conteúdos de Geometria e Artes Visuais previstos na BNCC (2018) e na Proposta Pedagógica Curricular de Campo Mourão (2020). Embora o foco do estudo tenha sido a análise das tarefas produzidas pelos professores durante a formação continuada, o encadeamento construído revela caráter

[35] A sequência didática está disponível no Apêndie F para fins de implementação em sala de aula.

aplicável, com possibilidade de orientar práticas pedagógicas interdisciplinares. Assim, ainda que nesta investigação não tenha sido realizada a aplicação direta junto aos alunos, a sequência didática foi concebida como recurso para a prática escolar, permitindo que futuros desdobramentos a validem em contextos de ensino real.

Outro aspecto foi o exercício de revisitação das tarefas pelos próprios professores realizado no último encontro. Este momento não resultou na substituição das atividades, mas em sua ressignificação quando foram sugeridos ajustes na forma de condução, na escolha de termos mais adequados e na valorização de análises críticas, incorporando noções como isometria, tesselação e movimentos geométricos. Essa mobilização reforçou que o avanço mais expressivo não esteve na elaboração de novas tarefas, mas na mudança de perspectiva sobre como olhar, problematizar e aplicar estas tarefas em sala de aula.

A maioria dos professores participantes, um total de 31 de 34 professores, relatou que não teve oportunidade de participar de cursos ou formações continuadas voltadas para Geometria, Arte - Artes Visuais, ou mesmo para a integração entre Geometria e Arte ao longo de sua trajetória profissional. Esse dado evidencia uma lacuna na formação desses docentes, especialmente considerando a importância de se articular conteúdos matemáticos e artísticos no ensino fundamental.

Assim, reafirma-se que a formação docente não pode ser pensada de forma fragmentada, mas como um processo contínuo que integra saberes, práticas e sensibilidades. O diálogo entre Arte e Matemática, mediado pela obra de Escher e analisado sob a lente da TAD, mostrou-se fecundo não apenas para a produção de tarefas didáticas, mas para a ressignificação do papel do professor e de sua prática pedagógica. A experiência aqui narrada indica que o caminho da interdisciplinaridade não é simples, mas é viável e necessário para responder às demandas de uma escola que pretende formar sujeitos críticos, criativos e reflexivos.

Pode-se inferir que a imbricação entre Arte e Geometria emergiu como eixo de possibilidades didáticas e de uma maneira despretensiosa. Evidenciando o alcance do objetivo desta pesquisa de analisar, por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD), possíveis imbricações de obras de Maurits Cornelis Escher e as Geometrias durante uma formação continuada com professores que ensinam Matemática e Arte no 5° ano do Ensino Fundamental - Anos Iniciais. A Geometria revelou-se mais acessível e aplicável quando associada a expressões visuais e criativas.

Os diálogos docentes também mostraram uma condução conceitual importante. Professores que inicialmente relacionavam a Arte apenas a disciplinas como Português, passaram a reconhecê-la como campo de diálogo com a Matemática. Essa mudança de olhar foi sintetizada em falas que destacaram o papel da geometria *incrustada* nas obras de M. C. Escher e o interesse ao se depararem com conceitos como reflexão, rotação e translação em contextos matemáticos e artísticos. A interdisciplinaridade, nesse âmbito, deixou de ser vista como sobreposição artificial e passou a ser concebida como prática estruturante.

É necessário reconhecer os limites desta investigação. A formação contou com apenas cinco encontros, somando quinze horas, o que restringiu a possibilidade de acompanhamento mais aprofundado das práticas docentes em sala de aula e, sobretudo, de avaliar o impacto direto na aprendizagem dos estudantes. Além disso, a heterogeneidade do grupo revelou desigualdades de base, pois os docentes com licenciatura em Matemática avançaram mais rapidamente na apropriação dos conceitos geométricos, enquanto a maioria formada em Pedagogia apresentou maior dificuldade nesse processo.

Outro limite esteve na ausência de registros escritos detalhados das reelaborações das tarefas nos diálogos finais. Embora as falas tenham sido ricas, a falta de documentação mais sistemática impediu uma análise aprofundada das transformações concretas que seriam aplicadas em sala de aula. Diante desses achados e limites, cabe destacar que esta pesquisa teve como objetivo geral analisar as imbricações entre obras de M. C. Escher e Geometrias manifestadas por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental durante a elaboração de tarefas em um contexto de formação continuada.

A experiência relatada pela Professora Colaboradora, que implementou a sequência didática com adaptações com estudantes do 5º ano, reforçou os resultados alcançados nesta pesquisa ao evidenciar a pertinência prática da proposta. Seu relato destacou o encantamento inicial dos alunos ao conhecerem a biografia e as obras de Escher. Além do desenvolvimento progressivo de conceitos geométricos como tesselação, simetria, rotação e coordenadas cartesianas e o engajamento nas produções artísticas autorais inspiradas no artista. Ainda que tenham surgido dificuldades, especialmente na compreensão das movimentações no plano, a experiência demonstrou que a integração entre Arte e Matemática não apenas ampliou o repertório conceitual dos estudantes, mas também promoveu entusiasmo, criatividade e significados concretos para a aprendizagem, validando o potencial interdisciplinar das propostas desenvolvidas na formação continuada.

No que se refere aos objetivos específicos, verificou-se que a formação continuada foi devidamente elaborada e implementada em cinco encontros, possibilitando aos docentes planejar, discutir e reelaborar tarefas interdisciplinares. Além disso, descreveu-se o processo de elaboração de tarefas, destacando a articulação entre conteúdos de Matemática e Arte na sequência didática construída.

Por fim, os tipos de tarefas foram analisados à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), revelando a circulação e ressignificação de saberes no espaço escolar. Assim, conclui-se que a proposta não apenas cumpriu os objetivos estabelecidos, mas também reafirmou que as obras de M. C. Escher podem ser utilizadas como recurso pedagógico interdisciplinar. Na formação continuada as obras de M. C. Escher estiveram como espaço privilegiado para a reconstrução crítica e criativa.

O momento da reelaboração crítica das tarefas evidenciou que o aprendizado não se encerrou na produção inicial, mas se renovou no debate, na partilha e na crítica compartilhada. O espaço dialógico na construção coletiva de saberes foi ressaltado. O fortalecimento da confiança docente esteve diretamente ligado a esse processo, no qual os professores não apenas aprenderam novos conteúdos, mas se autorizaram a repensar e ressignificar suas práticas

A utilização da TAD como referencial teórico mostrou-se profícua. A identificação dos tipos de tarefas (T) permitiu compreender como os professores passaram de praxeologias centradas na observação estética para praxeologias que mobilizavam conceitos matemáticos mais estruturados. Observou-se, por exemplo, a mudança institucional do espaço escolar, onde a Arte era tradicionalmente vinculada a uma dimensão expressiva, para um espaço em que Arte e Matemática dialogam de modo integrado, imbricado. Assim, a TAD contribuiu para evidenciar a circulação de saberes entre instituições, revelando como os docentes passaram a assumir um novo posicionamento diante de seus próprios planejamentos.

Mesmo que esta pesquisa não tenha se aprofundado no quarteto praxeológico completo com os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias, a identificação dos tipos de tarefas se mostrou suficiente para evidenciar a pertinência da TAD como ferramenta analítica. Este recorte metodológico revelou como os professores transitaram de tarefas mais perceptivas e descritivas para aquelas que exigiam mobilização de conceitos geométricos estruturados. A leitura das tarefas como unidades praxeológicas permitiu identificar movimentos de mudança institucional em que a Arte, antes associada apenas a um espaço de expressão estética, passou a dialogar com a Matemática em um espaço de ensino integrado e interdisciplinar.

O momento da reelaboração crítica das tarefas evidenciou que o aprendizado não se encerrou na produção inicial, mas se renovou no debate, na partilha e na crítica compartilhada. O espaço dialógico na construção coletiva de saberes foi ressaltado. O fortalecimento da confiança docente esteve diretamente ligado a esse processo, no qual os professores não apenas aprenderam novos conteúdos, mas se autorizaram a repensar e ressignificar suas práticas.

Outra perspectiva é expandir a análise para além da formação docente, considerando os modos como os alunos recebem, interpretam e ressignificam tais propostas interdisciplinares.

Esse olhar ampliado poderia oferecer elementos mais robustos para compreender a validade da integração entre Arte e Matemática no desenvolvimento do pensamento crítico, criativo e sensível.

Portanto, esta dissertação monstra que a integração entre Arte e Matemática não é apenas possível, mas desejável e necessária para enriquecer o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A obra de M. C. Escher mostrou-se emblemática nesse processo, pois corporifica de maneira singular a fusão entre rigor matemático e sensibilidade estética. A Arte foi percebida não apenas como expressão estética, mas como campo de investigação estruturado.

Se, como afirmou Sócrates, não se pode ensinar nada a ninguém, mas apenas fazê-lo pensar, a experiência relatada aqui sugere que a integração entre Arte e Matemática é um dos caminhos mais fecundos para estimular esse pensamento. Um pensamento que reconhece a complementaridade entre razão e sensibilidade. Um pensamento que compreende a Matemática não como mera repetição de procedimentos, mas como forma de interpretar o mundo. Um pensamento que entende a Arte não como atividade periférica, mas como espaço legítimo de construção do conhecimento.

Em última instância, esta pesquisa mostrou indícios da integração entre Arte e Matemática, inspirada pela obra de Escher, como um caminho promissor para que o aluno seja desafiado a pensar criticamente, a criar e a compreender a complexidade do mundo em que vivem.

Dessa forma, este trabalho não se encerra em si mesmo. Ele deixa aberta a perspectiva de novas investigações que ampliem o olhar para os impactos junto aos estudantes e que consolidem a integração entre Arte e Matemática como prática estruturante na educação básica. Mais do que respostas prontas, a pesquisa oferece pistas e provocações, sustentando a convicção de que ensinar é, sobretudo, reinventar os modos de ver, pensar e criar.

Tal como nas obras de M. C. Escher, em que cada forma se repete e se transforma em um movimento contínuo de criação, esta pesquisa também se desenha como uma figura em metamorfose. O percurso que começou com a busca por compreender as imbricações entre Arte e Matemática revelou, ao final, que o conhecimento é, em si, um processo de tesselação em que cada novo saber se ajusta, se reflete e se prolonga no outro. A formação docente, nesse contexto, reafirma-se como espaço de criação compartilhada, onde o professor é ao mesmo tempo artista e geômetra, criador e intérprete de mundos possíveis. Assim, mais do que um ponto de chegada, esta dissertação constitui um convite à continuidade: que novas investigações, novas práticas e novos olhares possam ampliar este mosaico em movimento, mantendo viva a simetria entre ensinar, aprender e criar.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba, Editora UFPR, 2023.

ANDRADE, E. T. **Construção de mosaicos inspirados nas obras de Maurits Cornelis Escher**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

ARTAUD, M. Constituir uma organização matemática e uma organização do estudo – praxeologias para o professor, praxeologias para o pesquisador e sua ecologia. *In:* ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (Org.). **A Teoria Antropológica do Didático**: Princípios e Fundamentos. 1 Edição. Curitiba: CRV, 2018. p.135-179.

ATÉ VOCÊ. **Mural**: A Última Ceia. Disponível em: https://arteatevoce.com/a-copia-de-a-ultima-ceia-de-leonardo-da-vinci/. Acesso em 15 fev. 2025.

ARTES DO IMAGINÁRIO BRASILEIRO. **Artista entalhando um pedaço de madeira para impressão**. 2022. Disponível em https://imaginariobrasileiro.com.br/blogs/news/o-que-e-xilogravura. Acesso em 15 fev. 2025.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes itspecial? **Journal of Teacher Education,** 59, n. 5, Nov-Dec, p. 389-407, 2008.

BARBOSA, A. M. **Tópicos Utópicos**. Belo Horizonte: C/Arte, 1998.

BARBOSA, A. M. **John Dewey e o ensino da arte no Brasil**. 5 edição. São Paulo: Cortez, 2002.

BARBOSA, A. M. (Org.). **Inquietações e mudanças no ensino de arte**. 5 edição. São Paulo: Cortez, 2008.

BARBOSA, A. M. **Redesenhando o desenho**: educadores, políticas e histórias. São Paulo: Cortez, 2015.

BARTH, G. M. P. **Arte e Matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

BERRO, R. T. **Relações entre Arte e Matemática: Um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade São Francisco, Itatiba, 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BOSCH, M; GASCÓN, J. **Introduction à la Théorie Anthropologique du Didactique: une approche à la transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2014. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/300275414_Introduction_to_the_Anthropological_Theory_of_the_Didactic_ATD. Acesso em 16 out.2025.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação, Brasília: 2018.

_______. **Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica.** Ministério da Educação, **Brasília**: 2013.

_______. Lei n° 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, dez. 1961. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-publicacaooriginal-1-pl.html. Acesso em 16 fev. 2024.

_______. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União, Brasília**, 23 de dezembro de 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm. Acesso em: 17 fev. 2024.

_______. Lei n° 12.056, de 13 de outubro de 2009. Acrescenta parágrafos ao art. 62 da Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União,** 13 de outubro de 2009. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2009/lei/l12056.htm. Acesso em 17 fev. 2024.

_______. Resolução CNE/CP n° 2, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC Formação). **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, dez. 2019.

_______. Resolução CNE/CP n° 1/2020, de 27 de outubro de 2020. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica (BNC-Formação Continuada). **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, out. 2020. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/outubro-2020-pdf/164841-rcp001-20/file. Acesso em 05 fev. 2024.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

CAMPO MOURÃO. Secretaria Municipal da Educação. **Proposta Pedagógica Curricular Ensino Fundamental Anos Iniciais - 5º Ano**. Campo Mourão, 2020.

________________. Lei n° 4.356, de 27 de outubro de 2022. Dispõe sobre o Plano de Cargos, Carreira e Valorização do Grupo Ocupacional do Magistério do Município de Campo Mourão. **Órgão Oficial n° 2844**, Campo Mourão, out. 2022. Disponível em: https://leismunicipais.com.br/a/pr/c/campomourao/leiordinaria/2022/436/4356/leiordinaria-n-4356-2022-dispoe-sobre-oplanodecargoscarreiraevalorizacaodogrupoocupacional-do-magisterio-do-municipio-de-campo-mourao-e-da-outras-providencias. Acesso em 19 fev. 2024.

CHAACHOUA, H.; BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático: paradigmas, avanços e perspectivas. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/297. Acesso em 20 fev. 2024.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado.** La Pensée Sauvage, Argentina: Aique. 1998. Disponível em: https://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf. Acesso em 15 ago. 2024.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes em théorie antropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol.19, n. 2, p. 221-266, 1999. Disponível em: https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques. Acesso em: 15 maio 2023.

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques,** v. 27, n. 2, p. 131–167, 2007a. Disponível em: https://www.rdm-revue.org. Acesso em 16 out. 2025.

CHEVALLARD, Y. Readjusting Didactics to a Changing Epistemology. *In*: BOSCH, M. et al. **Proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4*).*** Sant Feliu de Guíxols: FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull, 2007b. p. 21–30. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/250151819_Readjusting_Didactics_to_a_Changing_Epistemology. Acesso em 16 out. 2025.

CHEVALLARD, Y. Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, Duque de Caxias, v. 3, n. 2, p.1-14, ago. 2013. Disponível em: https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/2338 . Acesso em 15 ago. 2024. ISSN 2238-2380

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas:** O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2001.

________________. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. *In*: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (Org.). **A Teoria Antropológica do Didático**: Princípios e Fundamentos. 1 Edição. Curitiba: CRV, 2018. p. 31-50.

CHIMENTÃO, L. K. O significado da formação continuada docente. **4° Congresso Norte Paranaense de Educação Física Escolar CONFEP.** 7-10 jul 2009. Disponível em: https://www.uel.br/eventos/conpef/conpef4/trabalhos/comunicacaooralartigo/artigocomoral2.pdf. Acesso em 06 fev. 2024.

COLA DA WEB. **Pedra do Sol**: o imenso calendário astecas. Disponível em: https://www.coladaweb.com/cultura/cultura-maia-asteca-e-inca-pre-ocidentalizacao. Acesso em 24 jun. 2025.

COSTA, P. H. D**. Pensamento e impossibilidade: Interseções entre M. C. Escher e Gilles Deleuze.** 2010. Dissertação (Mestrado em Filosofia), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

DIAS, M. R. **Uma experiência com modelagem matemática na formação continuada de professores.** 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DELLA NINA**,** C. T.; MENEGASSI, M. E. J.; SILVA, M. M. Exploração de trabalhos de Escher em aulas de geometria. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 53, jul-dez 2008. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/329. Acesso em 04 abr. 2024.

DOURADO, L. F. Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada dos profissionais do magistério da educação básica: concepções e desafios. **Educação e Sociedade**. Campinas, v.36, n. 131. Abr-jun, 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/j/es/a/hBsH9krxptsF3Fzc8vSLDzr/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 06 fev 2024.

ERNST, Bruno. **O Espelho Mágico de M. C. Escher**. Koln, Taschen, 2012.

ESCHER, M. C. **Belvedere.** 1958. Resolução máxima: 1280x1993px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/belvedere. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Cachoeira**. 1961. Resolução máxima: 800x1014px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/cachoeira-1961. Acesso em: 11 fev. 2025.

ESCHER, M. C. **Cada vez menor I.** 1956. Resolução máxima: 850x850px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/not_detected_204750. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Castrovalva.** 1930. Resolução máxima: 857x1074px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/castrovalva. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Circle Limit III.** 1959. Resolução máxima: 1280x1993px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/circle-limit-iii. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Development I**. 1937. Resolução máxima: 1280x1267px. Disponível em:

https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/development-i. Acesso em 07 ago. 2024

ESCHER, M. C. **Dragon.** 1946. Resolução máxima: 856x1127px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/dragon. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Flor de Pascua – Beautiful.** 1921. Resolução máxima: 316x425px. Disponível em: https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/flor-de-pascua-beautiful. Acesso em: 26 jun. 2023.

ESCHER, M. C. **Hand with reflecting sphere.** 1935. Resolução máxima: 1280x1903px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/hand-with-reflecting-sphere . Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Horseman.** 1946. Resolução máxima: 1231x677px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/horsemen. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **High and Low.** 1947. Resolução máxima: 1280x3005px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/high-and-low. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Interlaced Hexagon.** 1967. Resolução máxima: 775x768px. Disponível em: https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/interlaced-hexagon. Acesso em: 26 jun. 2023.

ESCHER, M. C. **Mãos desenhando.** 1948. Resolução máxima: 1225x1024px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/maos-desenhando-1948 Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Metamorphosis III excerpt 2.** 1967-1968. Resolução máxima:1136x256px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-2-1968. Acesso em: 01 ago. 2023.

ESCHER, M. C. **Mural Mosaic in The Alhambra.** 1922. Resolução máxima: 767x768px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/mural-mosaic-in-the-alhambra. Acesso em: 09 jan. 2024.

ESCHER, M. C. **New Years Greeting Card.** 1946. Resolução máxima: 363x425px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/new-year-s-greeting-card. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Queda d´agua.** 1961. Resolução máxima: 800x1014px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/cachoeira-1961 Acesso em: 12 set. 2023.

ESCHER, M. C. **Reptiles Colour.** 1943. Resolução máxima: 1024x768px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/reptiles-colour. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Stars**. 1948. Resolução máxima: 1544x1897px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/stars. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Symmetry Watercolor 106 Bird.** 1959. Resolução máxima: 775x768px. Disponível em: https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/interlaced-hexagon. Acesso em: 09 jan. 2024.

ESCHER, M. C. **Snakes.** 1969. Resolução máxima: 1326x1610px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/snakes. Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **The Brigde.** 1930. Resolução máxima: 303x425px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/the-bridge . Acesso em 07 ago. 2024.

ESCHER, M. C. **Two Birds.** 1938. Resolução máxima: 1136x256px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-2-1968. Acesso em: 09 jan. 2024.

ESCHER, M. C. **Tower of Babel**. 1928. Resolução máxima: 780x1220px. Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/tower-of-babel. Acesso em 15 fev. 2024.

ESTEVAM, E. J. G. **Práticas de uma comunidade de professores que ensinam matemática e o desenvolvimento profissional em educação estatística.** 2015. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, 2015.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5 ed. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2011.

FAINGUELERNT. E. K.; NUNES, K. R. A. **Fazendo arte com a matemática**. Porto Alegre: Artmed. 2006.

FERREIRA, A. B. H. **Novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 4 ed. Curitiba: Positivo, 2009.

FLORES, C. R.; KERSCHER, M. M. Sobre Aprender Matemática com a Arte, ou Matemática e Arte e Visualidade em Experiência na Escola. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 22-38, abr. 2021. Disponível em https://www.scielo.br/j/bolema/a/FyCY44jtx8YqB97MxGbSh8s/#. Acesso em: 08 nov. 2023.

FRANCO, V. S. As geometrias não euclidianas na arte e na matemática. **Anais do XI do Encontro Nacional de Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas**. Curitiba, 2013. Disponível em https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/4129_2224_ID.pdf. Acesso em 20 jun. 2024.

FRAZÃO, D. M. C. Escher: artista gráfico holandês. **Ebiografia**, 2020. Disponível em https://www.ebiografia.com/m_c_escher/. Acesso em: 28 abr. 2023.

GÁLVEZ, G. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. *In:* PARRA. C.; SAIZ, I. (org.). **Didática da Matemática**: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 242-264.

GORODSKI, C. Um breve panorama histórico da geometria. **Revista Matemática Universitária**, n. 44, p. 14-29, 2009. Disponível em: https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n44_Artigo02.pdf. Acesso em: 04 jul. 2024.

GRATINSPNG. **Modelo do disco de Poincaré**. Resolução: 599x600. Disponível em https://www.gratispng.com/png-wu6zrx/ Acesso em 08 ago. 2024.

HOLANDA, K. C. **Uma Proposta Didática Utilizando Caleidociclos De Maurits Cornelis Escher**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade de Brasília, Brasília, 2018.

LYRA, W. L. D. **Intercomunicação entre Matemática – Ciência – Arte:** um estudo sobre as implicações das geometrias na produção artística desde o gótico até o surrealismo. 2008. Tese (Doutorado em Comunicação), Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.

LESSA, L. F. C. F. **Construção de um modelo epistemológico de referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2017.

LOVIS, K. A. **Geometria Euclidiana e Geometria Hiperbólica em um ambiente de geometria dinâmica:** o que pensam e o que sabem os professores. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

LUZ, V. A. **Um estudo sobre transformações geométricas:** da reforma da matemática moderna aos dias atuais. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MACHADO, V. M. **Prática de estudo de Ciências: formação inicial docente na unidade pedagógica sobre a digestão humana.** 2011. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011.

MATOS, N. A. **Análise praxeológica das técnicas utilizadas por licenciandos em matemática ao resolverem tarefas visuais.** 2020. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática), Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2020.

MATTÉ, A. A.; CASTRO, R. M.; REIS, V. C. T. A formação de professores e didática: alguns aspectos históricos e teóricos. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia- RECIT,** Medianeira, v. 2, n. 14, p. 18-30, jul./dez. 2016. Disponível em https://periodicos.utfpr.edu.br/recit/article/view/4296. Acesso em 14 fev.2024.

MODESTO, C. F. **Matemática e Arte:** explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher. 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

MORAES, J. C. P. de. O que os olhos e o coração veem e sentem: três encontros com arte e educação matemática. **EccoS – Revista Científica**, São Paulo, n. 53, p. 1-16, abr./jun. 2020. Disponível em https://www.researchgate.net/publication/346531803_O_que_os_olhos_e_o_coracao_veem_e_sentem_Tres_encontros_com_arte_e_educacao_matematica. Acesso em: 13 jun. 2023.

NATIONAL GEOGRAFIC PORTUGAL. **Mosaico**: Minotauro de Conímbriga. Disponível em: https://www.nationalgeographic.pt/historia/o-mosaico-do-minotauro-conimbriga_2120. Acesso em 15 fev. 2025.

NÓVOA, António. Formação de professores e profissão docente. **Os professores e a sua formação**. 2. ed. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995. p. 16-33.

NUNES, B. **Introdução à Filosofia da Arte**. São Paulo: Ática, 2006.

NUNES, C. M. F. Saberes docentes e formação de professores: Um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação & Sociedade Revista da Ciência e Educação,** Campinas, ano XXII n. 74, p. 30, abr./2001. Disponível em https://www.scielo.br/j/es/a/3RwPLmZMRk35bjpfhPGDsTv/abstract/?lang=pt# . Acesso em 15 dez. 2023.

OLIVEIRA, A.M.; FONSECA, T.M.G. Conversas entre Escher e Deleuze: tecendo percursos para se pensar a subjetivação. **Psicologia & Sociedade**, v. 18, p. 34-38, dez 2006. Disponível em https://www.scielo.br/j/psoc/a/yYzCWNhvgQGrWkDP7KHzFzR/?lang=pt#. Acesso em 06 ago. 2024.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: Uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** Matemática. Curitiba: Secretária de Estado da Educação do Paraná, 2008.

________. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica:** Arte. Curitiba: Secretária de Estado da Educação do Paraná, 2008.

________. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Referencial Curricular do Paraná:** Princípios, Direitos e Orientações **-** Educação Infantil e Componentes Curriculares do Ensino Fundamental. Curitiba, 2018

PESCINI, A. E. **Uma análise praxeológica da geometria dos fractais em livros didáticos de matemática do ensino médio.** 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória, 2021.

SAMPAIO, P. A. S. R. A matemática através da arte de M. C. Escher. **Millenium – Revista de Educação, Tecnologias e Saúde**, Viseu, n. 42, p. 49-58, jan-jun. 2012. Disponível em https://revistas.rcaap.pt/millenium/article/view/8193. Acesso em 04 abr. 2024.

SANTALÓ, L. A. Matemática para não matemáticos. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SANTOS, R. R. **Formação continuada de professores sobre estruturas multiplicativas a partir de sequências didáticas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

SANTOS, L. F. **CONHECIMENTOS DE PROFESSORES:** as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SANTOS, M. R.; BICUDO, M. A. V. Uma Experiência de Formação Continuada com Professores de Arte e Matemática no Ensino de Geometria. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 53, p. 1329-1347, dez. 2015. Disponível em https://www.scielo.br/j/bolema/a/qMNZMmBkDmVLbgTnn6zv67h/?format=pdf&lang=pt. Acesso em 30 jul. 2024.

SAVIANI, D. **O Congresso Nacional e a educação brasileira**: significado político da ação do Congresso Nacional no processo de elaboração das leis n. 4024/61, 5540/68 e 5692/71. 1986. Tese (livre-docência), Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponível em: https://hdl.handle.net/20.500.12733/1578687. Acesso em: 16 fev. 2024.

SAVIANI, D. Educação no Brasil: concepção e desafios para o século XXI. **Revista HISTEDBR**, Campinas, n.3, jul. 2001. Disponível em **https://www.fe.unicamp.br/sites/www.fe.unicamp.br/files/documents/2021/01/doc1_1.pdf** Acesso em 28 dez. 2023.
SAVIANI, D. **A Pedagogia no Brasil:** História e teoria. Campinas: Editores Associados, 2020.

SEMMER, Simone. **Ensino de Geometrias Não-Euclidianas Usando Arte e Matemática.** 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Ciência e Tecnologia), Universidade Tecnológica do Paraná, campus Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

SHULMAN, L. Knowledge and Teaching: foundations of the neu reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, 1, p. 1-22, 1987. Disponível em: http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf. Acesso em : 31 maio 2015.

SHULMAN,L. Those who understand: knowlwdge growth in teaching. **Educational Research**, n. 15, 5, p. 4-14, 1986. Disponível em: http://ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf. Acesso em: 20 abr. 2015.

SILVA, E. M. **Poliedros de Arquimedes, Catalan, Kepler-Poinsot, Platão e o Sólido de Escher:** contribuições para o ensino e aprendizagem de poliedros. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

SILVA, J. V. G. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de Matemática do 6° ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SILVA, R. M**. Formação continuada de professores:** propostas e contribuições para os anos iniciais do ensino fundamental no início do século XXI. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 7 edição. Petrópolis: Vozes, 2014.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar:** um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométrica planas. 2007. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

TJABBES**,** P. **O Mundo Mágico de Escher.** São Paulo: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011.

ZALESKI FILHO, D. **Matemática e Arte**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

APÊNDICE A

Entrevista semiestruturada

Professor número: _______

1. Em quais níveis de ensino você atua?
( ) Fundamental Anos Iniciais Ano_________
( ) Fundamental Anos Finais/ Disciplina _______________ Ano _________________
( ) Educação Infantil Nível _____
( ) Ensino médio/Disciplina___________ Ano ________

2. Qual o nível de sua formação?
a) Nível médio:____
b) Graduação:____
( ) Licenciatura plena
( ) Licenciatura curta____
c) Pós-graduação:____
( ) Especialização
( ) Mestrado
( ) Doutorado

3. Há quanto tempo atua nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? ______________

4. Há quanto tempo atua como regente 1 do 5° ano do Ensino Fundamental?
____

5. Você já participou de formação continuada sobre Geometria?
( ) Sim. Qual conteúdo foi proposto?_____________________________________
( ) Não

6. Você já participou de formação continuada sobre Arte – Artes Visuais?
( ) Sim. Qual conteúdo foi proposto? ______________________________________
( ) Não

7. Você participou de algum curso sobre Arte e/ou Geometria?
( ) Sim. Qual conteúdo foi proposto? _____________________________________
( ) Não

8. Você trabalha ou já trabalhou conteúdos de Arte e Geometria juntos?
( ) Sim. Qual conteúdo foi trabalhado? ________________________________
( ) Não

9. Quais recursos você utiliza para suas aulas de Geometria?

( ) modelos de sólidos geométricos
( ) livro didático
( ) computadores, tablets
( ) material reciclável
( ) Outros. Quais? ____

10. Você acredita que a Matemática pode ser reconhecida e encontrada na Arte?
( ) Sim
( ) Não
Descreva abaixo, por gentiliza, uma justificativa para a sua resposta:
____

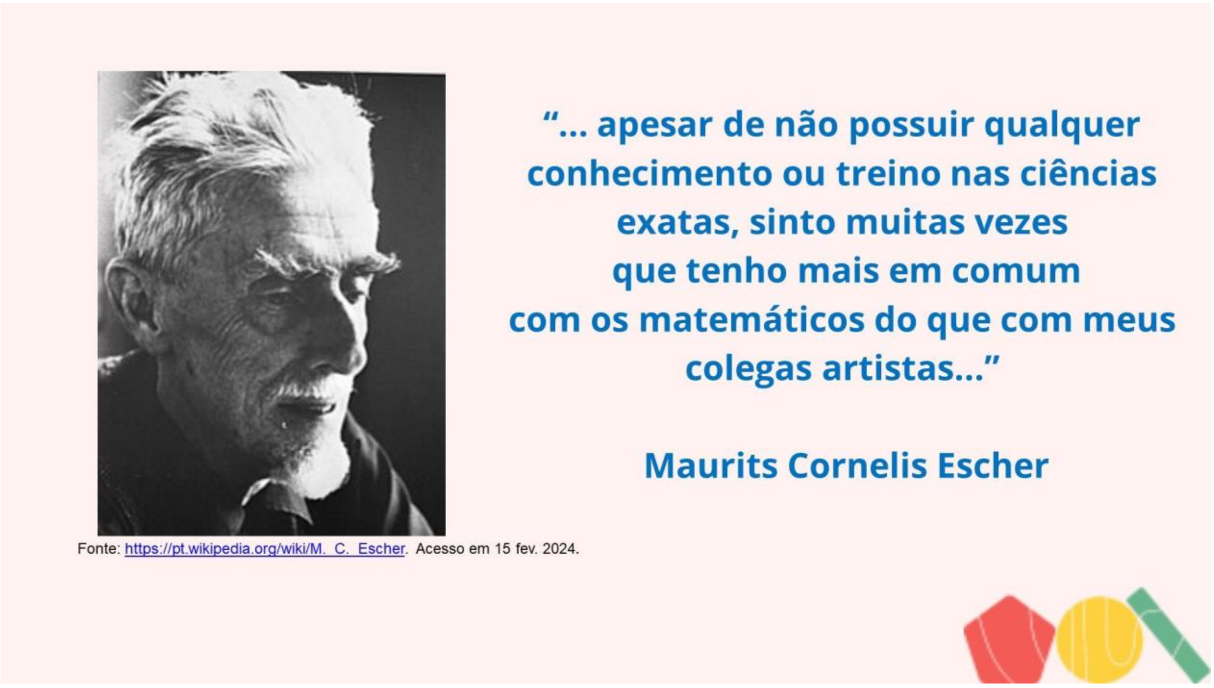
11. Você trabalha ou já trabalhou em sala de aula sobre algum artista de Artes Visuais, conteúdos relacionados a Arte e/ou Geometria?
( ) nunca ( ) raramente ( ) frequentemente ( ) sempre
Justifique sua resposta, por favor.
____
____
____

12.Há alguma preferência, da sua parte, dos conteúdos que você ensina em Matemática? Por quê?
____
____

13. Você conhece as obras de Artes Visuais de Maurits Cornelis Escher?
( ) nunca ouvi falar
( ) conheço pouquíssimo a respeito
( ) conheço um pouco a respeito
( )Outras:____

APÊNDICE B

Slides 1 MAURITS CORNELIS ESCHER E AS ARTES VISUAIS



Quem foi Maurits Cornelis Escher?

Um artista?

Um matemático?

Um matemático artista?

Um artista matemático?

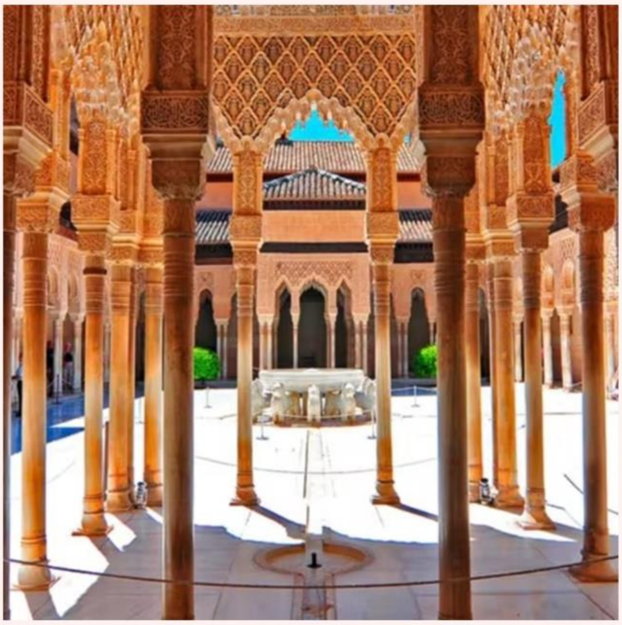
Selfie – Portrait (sem data)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-Escher.
Acesso em 15 fev. 2024.

Palácio Nasrid em Alhambra, Granada, Espanha.

Foto disponível em: https://www.spain.info/pt_BR/descobrir-espanha/alhambra-granada-recomendacoes/.
Acesso em 15 fev. 2024.

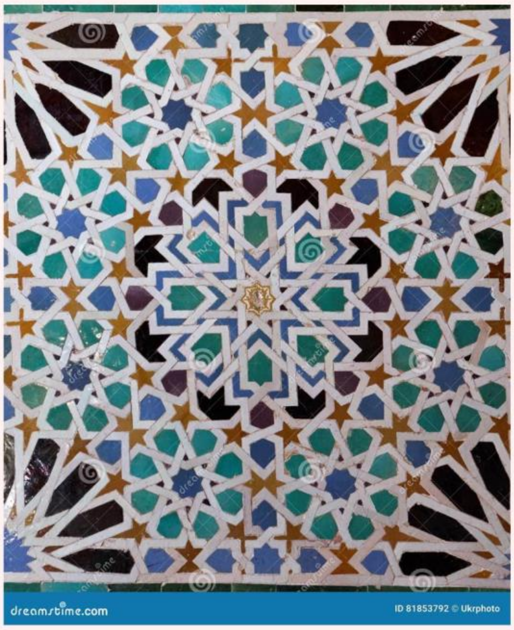
Palácio Nasrid em
Alhambra, Granada,
Espanha.

Foto disponível em:
https://www.spain.info/pt_BR/descobrir-espanha/alhambra-granada-recomendacoes/.
Acesso em 15 fev. 2024.



Mosaicos do Palácio Nasrid em
Alhambra,Granada, Espanha.

Foto disponível em: https://pt.dreamstime.com/foto-de-stock-mosaicos-no-pal%C3%A1cio-de-alhambra-granada-espanha-image81853792.
Acesso em 15 fev. 2024.



Última Ceia, Leonardo da Vinci, (1495-1498)

Disponível em: https://www.todamateria.com.br/a-ultima-ceia-de-leonardo-da-vinci/ Acesso em 15 fev. 2024.

Fonte: https://citaliarestauro.com/mc-escher-ilustracao-do-impossivel/

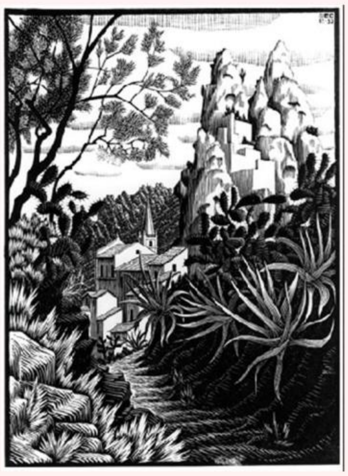
Períodos de suas obras

-período das paisagens:
1922 a 1937

"Nas minhas gravuras eu tento mostrar que
vivemos em um mundo belo e ordenado, e não
em um caos sem regras ... Eu não consigo deixar
de brincar com as nossas certezas estabelecidas.
Tenho grande prazer, por exemplo, em confundir
deliberadamente a segunda e a terceira dimensões,
plana e espacial, e ignorar a gravidade."
M. C. Escher

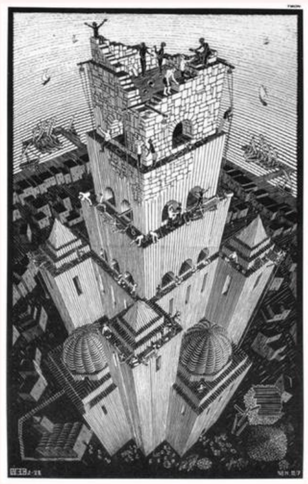
Hand with Reflecting Sphere (1935)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/hand-with-reflecting-sphere.
Acesso em 15 fev. 2024.

Pentedattio, Calabria (January 1930)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/pentedattio-calabria-january-1930-1930.
Acesso em 15 fev. 2024.



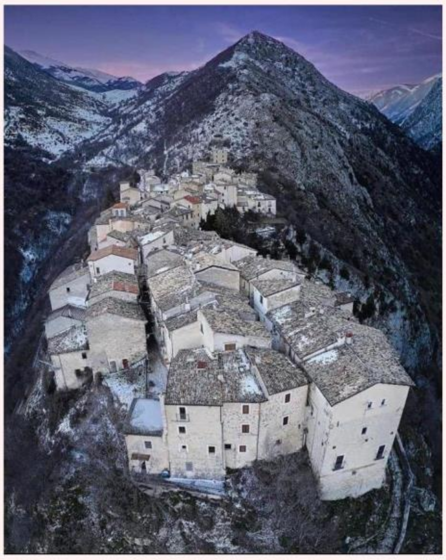
Pentedattio, Calabria (December 1930)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/pentedattio-calabria-december-1930-1930.
Acesso em 15 fev. 2024.

"Presume-se que no mesmo momento em que se confundiram os idiomas, também se originaram as diferentes raças humanas. Por esse motivo, na construção há trabalhadores de pele branca e de pele negra. O trabalho está parado, porque eles não se entendem uns com os outros. Como a cena principal deste drama se passa no alto da torre em construção, esta foi representada pela perspectiva de um pássaro. Daí resultou a necessidade de uma forte redução na perspectiva, para baixo. Só vinte anos mais tarde vim a ocupar-me intensamente com este tema."
M. C. Escher



Tower of Babel (1928)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/tower-of-babel.
Acesso em 15 fev. 2024.

Castrovalva no inverno (foto sem autor). Disponível em: https://www.e-borghi.com/en/sc/2-castles-churches-monuments-museums/l%27aquila-anversa-degli-abruzzi/630/castrovalva.html.
Acesso em 15 fev. 2024.



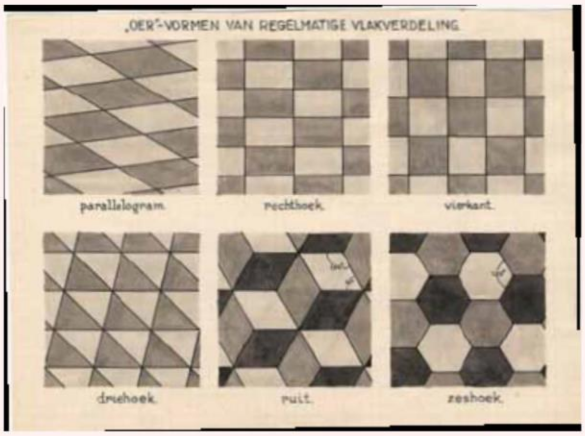
Veduta aerea di Castrovalva (foto Luigi Filice). Disponível em: https://www.vipiu.it/leggi/castrovalva-borgo-escher-doctor-who/ . Acesso em 15 fev. 2024.

Castrovalva (1930)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/castrovalva.
Acesso em 15 fev. 2024.

"A paisagem de montanha foi criada em 1930, na região dos Abruzzi. Lembro-me perfeitamente de ter sentado à beira daquela estradinha vicinal, sem nenhum desejo a não ser o de representar da maneira mais fiel possível a vista ampla e deslumbrante que tinha diante de mim."
M. C. Escher

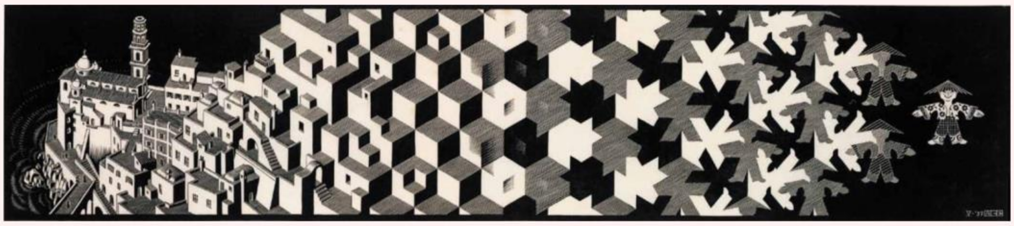
Espelho de vela (1934)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/candle-mirror.
Acesso em 15 fev. 2024.

-período das metamorfoses: 1937 a 1945



Padrões fundamentais de divisão regular do plano

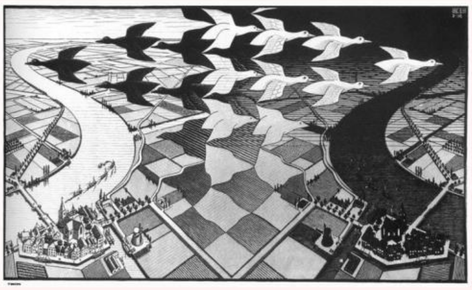
Fonte:TJABBES, P. **O Mundo Mágico de Escher.** São Paulo: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011.



Metamorphosis I – 1937

Fonte: TJABBES, P. **O Mundo Mágico de Escher.** São Paulo: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011.

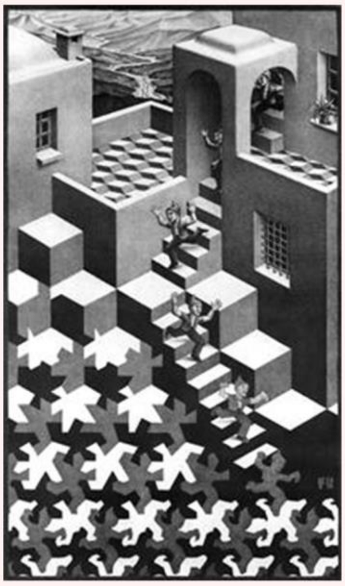
“A ideia de criar uma gravura sobre o tema “Dia e Noite” nasceu da associação lógica de claro com “dia”, e de escuro com “noite”.”
M. C. Escher

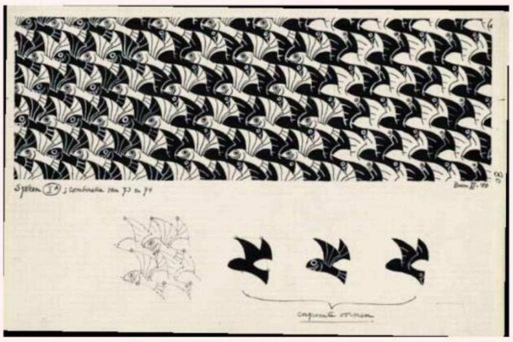


Day and Night (1938)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/day-and-night
Acesso em 15 fev. 2024.

Ciclo - 1938

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/cycle.
Acesso em 15 fev. 2024.

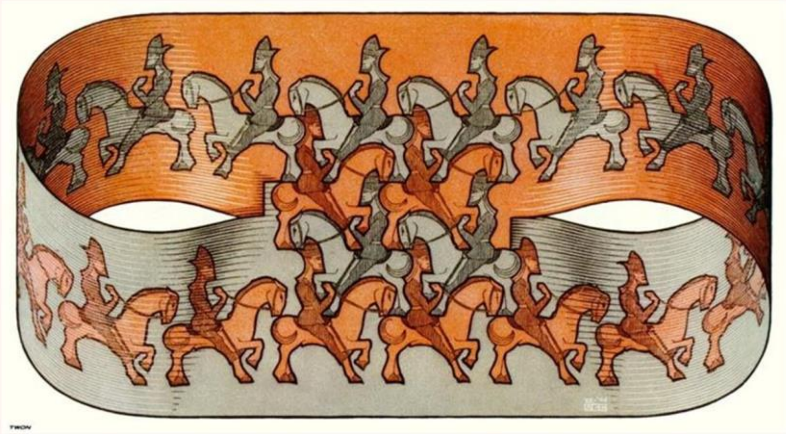




Ladrilhamento com peixes e pássaros (1950)

Fonte: TJABBES, P. **O Mundo Mágico de Escher.** São Paulo: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011.

-período das gravuras subordinadas à perspectiva: 1946-1956



Cavaleiro (1946)

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/horsemen24.
Acesso em 14 fev. 2024.

Convexo
e
concâvo
1955

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/convex-and-concave
Acesso em 15 fev. 2024.

Casca

1955

Dsiponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/rind.

Acesso em 15 fev. 2024.

-período da aproximação ao infinito: 1956-1970

Cada vez menor I

1956

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/smaller-smaller-colour

Acesso em 15 fev. 2024.

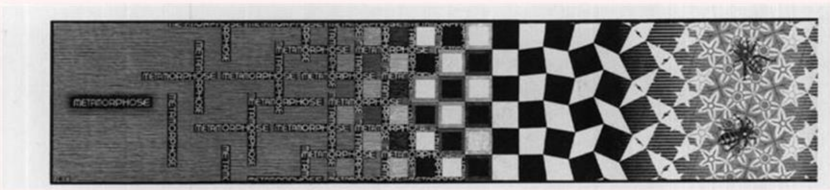
Galeria de Arte

1956

Dsiponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/print-gallery.

Acesso em 15 fev. 2024.

Faixa de Moebius II
1964

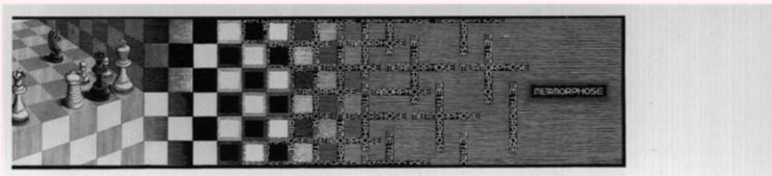


Metamorphosis III excerpt 1
1967-1968

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-1-1968.
Acesso em 15 fev. 2024.

Metamorphosis III excerpt 4
1967-1968

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-4-1968
Acesso em 15 fev. 2024.



Metamorfosis III excerpt 8
1967-1968

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-8-1968.
Acesso em 15 fev. 2024.

M. C. Escher com *Metamorfose III* no Correio Central de Haia, 1969.
Fonte: TJABBES, P. O Mundo Mágico de Escher. São Paulo: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011.

Palácio de Inverno da rainha mãe Emma, dos Países Baixos, Museu Escher in Het Paleis.
Foto disponível em: https://www.getyourguide.com/pt-br/haia-l1267.
Acesso em 08 jun. 2024.

Metamorfose III em exibição no Museu Escher in Het Paleis.
Foto disponível em: https://www.getyourguide.com/pt-br/haia-l1267.
Acesso em 08 jun. 2024.

Exposição permanente no Museu Escher in Het Paleis.
Foto disponível em: https://www.getyourguide.com/pt-br/haia-l1267.
Acesso em 08 jun. 2024.

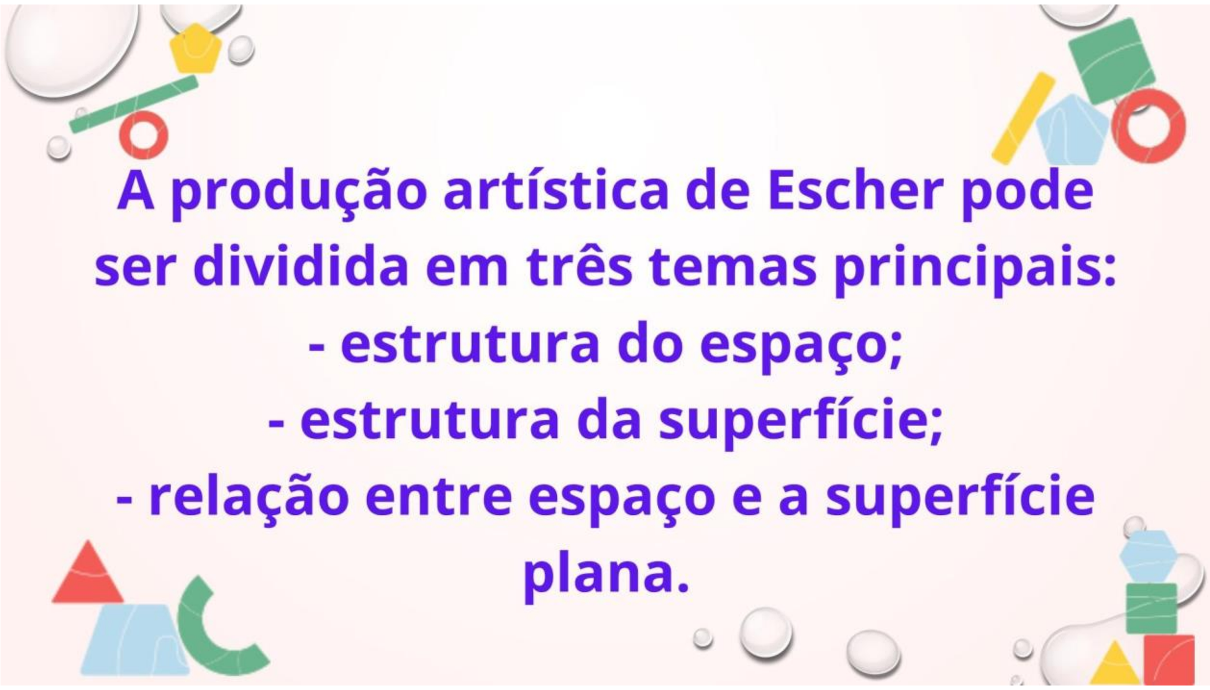
Selfie – portrait (1918)

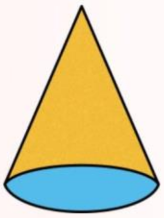
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/self-portrait
Acesso em 15 fev. 2024.

OBRIGADA

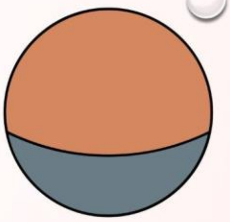
APÊNDICE C

Slides 2 PRODUÇÃO ARTÍSTICA DE MAURITS CORNELIS ESCHER





Estrutura do espaço:

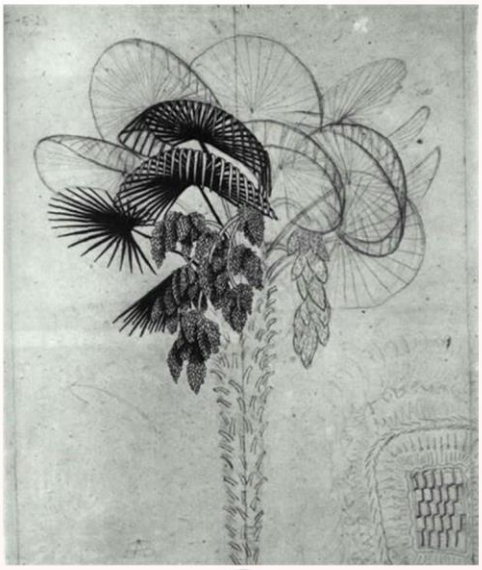


Obras paisagísticas, ilustração de mundos diferentes interpenetrados e sólidos matemáticos.

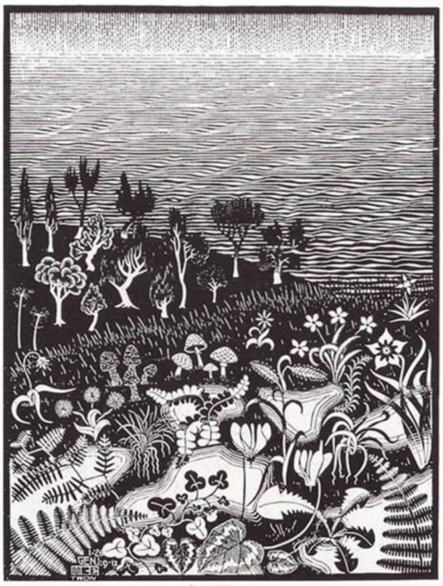
Flor de Pascua - Never think before you act (1921)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/not_detected_204654. Acesso em 09 jan 2024.

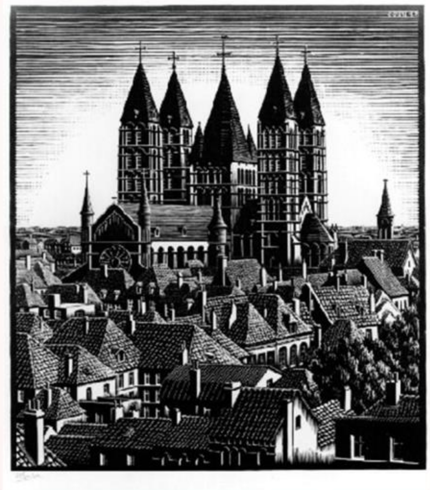
THE ESPHERE (1921)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/the-sphere.
Acesso em 09 jan 2024.

PALM TREE SKETCH (1923)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/palm-tree-sketch.
Acesso em 09 jan 2024.



The 3rd Day of the Creation
(1926)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/the-3rd-day-of-the-creation.
Acesso em 09 jan 2024.



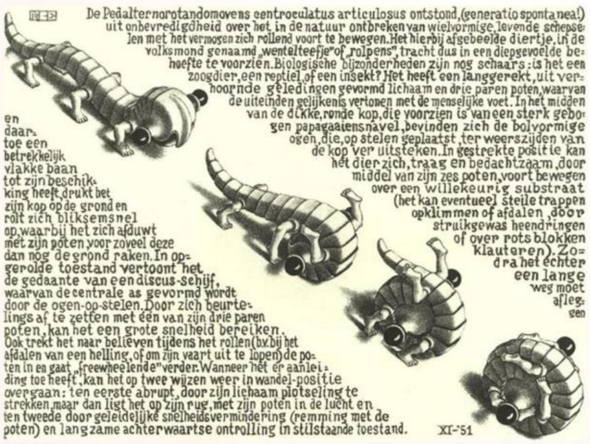


Tournai Cathedral (August 1934)

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/tournai-cathedral-august-1934-1934.
Acesso em 09 jan 2024.

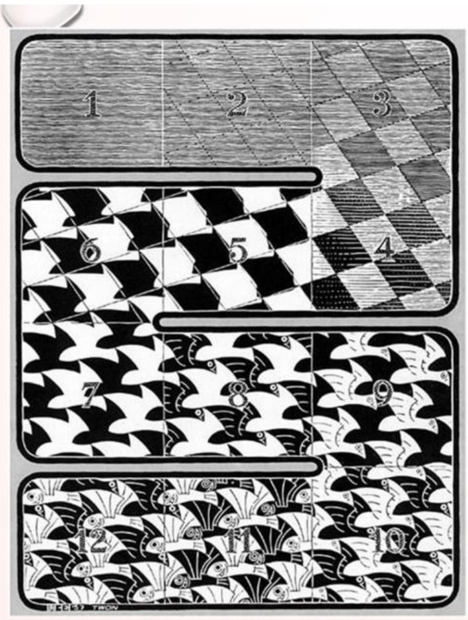
Estrutura da superfície:

-representação da metamorfose;
-transformação da bidimensionalidade em tridimensionalidade;
-ciclos e aproximação do infinito.



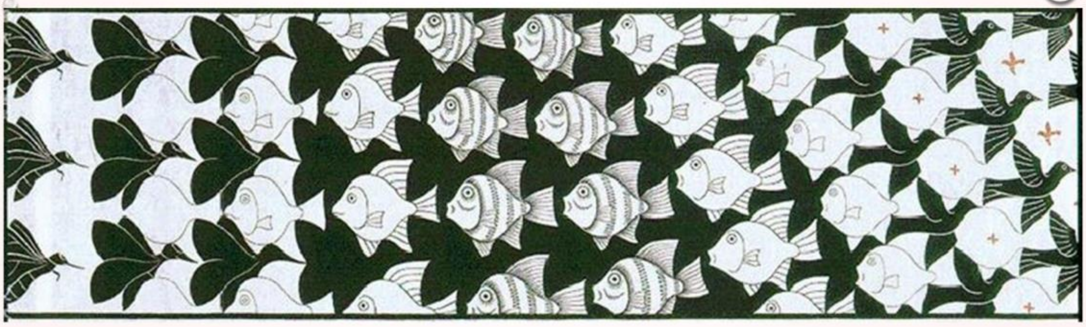
Curl Up **(1951)**
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/curl-up.
Acesso em 09 jan 2024.

SKY AND WATER II (1938)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/sky-and-water-ii.
Acesso em 09 jan 2024.

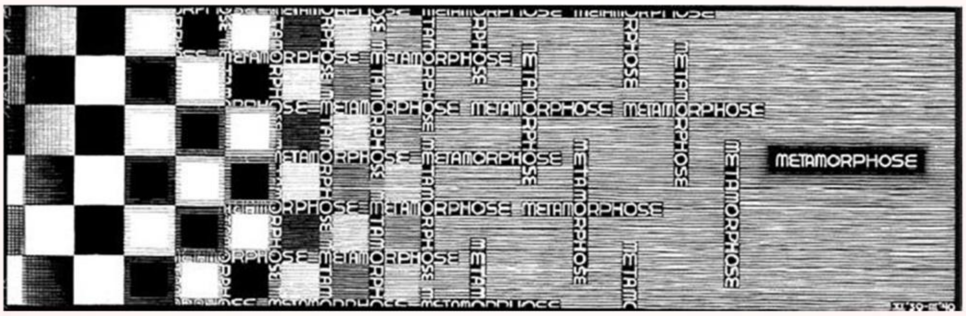


Regular division of the plane (1957)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/regular-division-of-the-plane-i.
Acesso em 09 jan 2024.

Metamorphosis II excerpt 1
(1939)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-ii-excerpt-1 .
Aceso em 09 jan. 2024.



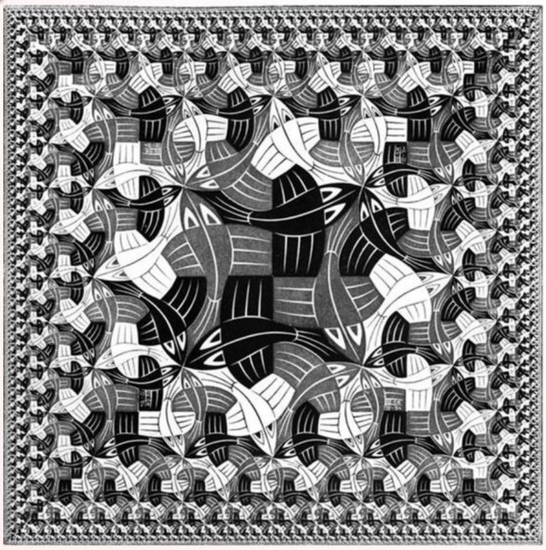
Metamorphosis II excerpt 4
(1939)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-ii-excerpt-4.
Aceso em 09 jan. 2024.



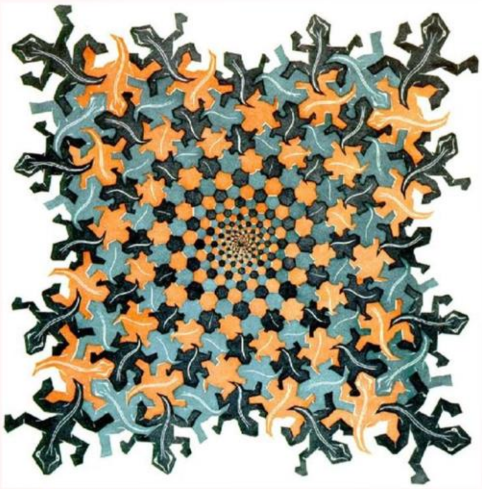
Metamorphosis II excerpt 7
(1939)
Disponivel em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-ii-excerpt-7.
Aceso em 09 jan. 2024.

Moebius Strip I (1961)
Disponivel em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/moebius-strip-i.
Acesso em 08 jun. 2024.

Whirlpools (1957)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/whirlpools.
Acesso em 08 jun 2024.

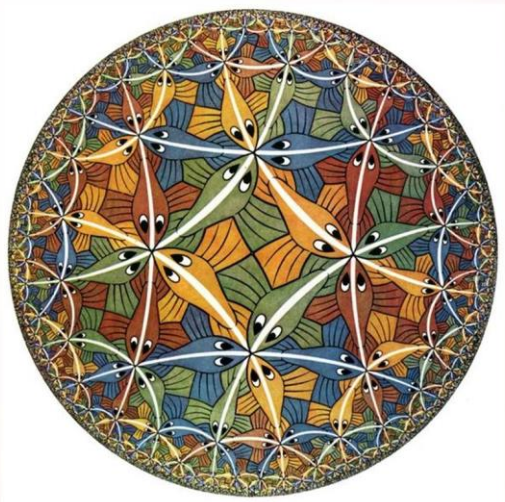


Square limit (1964)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/square-limit .
Acesso em 08 jun 2024.



Development III (1939)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/development-iii.
Acesso em 08 jun 2024.

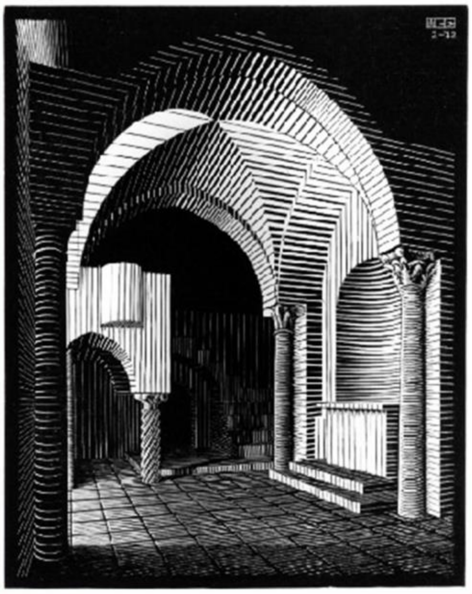
CIRCLE LIMIT II (1959)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/circle-limit-iii.
Acesso em 09 jan 2024.



Relação entre espaço e a superfície plana:

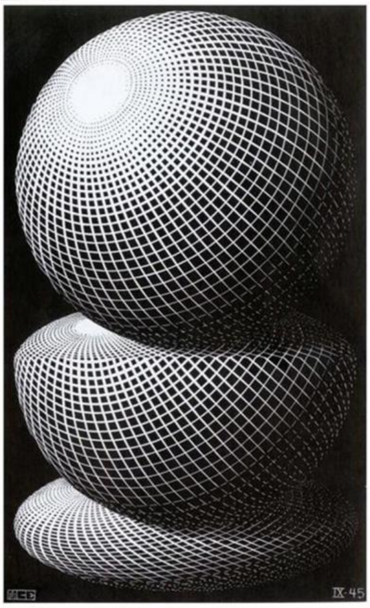
-conflito do espaço-superfície tridimensional;

-figuras impossíveis.



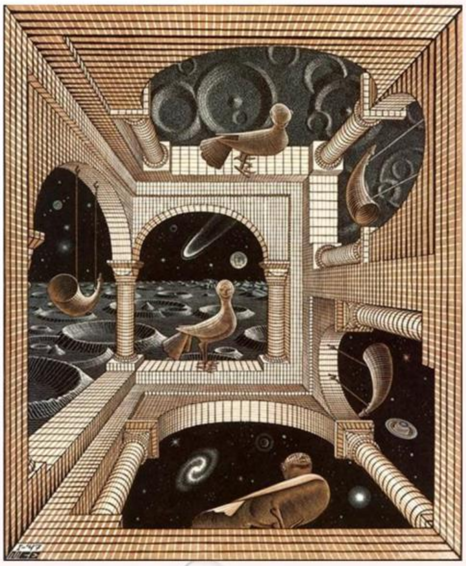
PORTA MARIA DELL' OSPIDALE
(1932)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/porta-maria-dell-ospidale.
Acesso em 09 jan 2024.

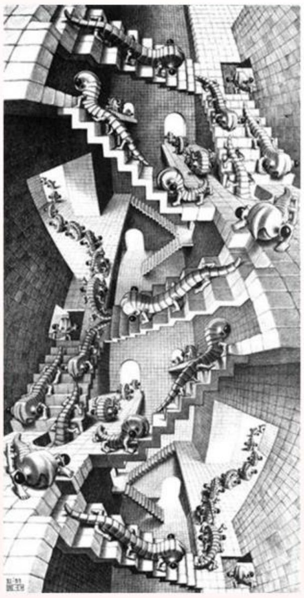
CASTLE IN THE AIR (1928)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/castle-in-the-air.
Acesso em 09 ja**n 2024.**



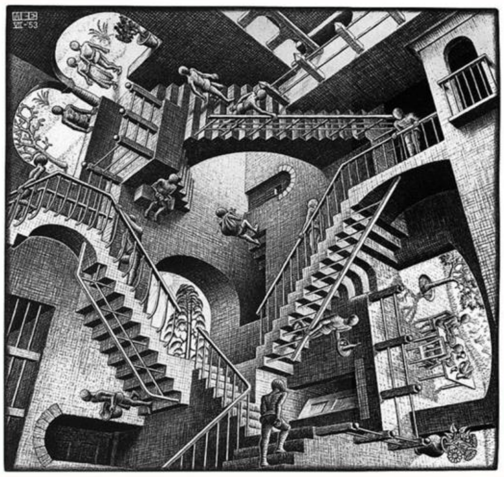
THREE SPHERES I (1945)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/three-spheres-i-scheme.
Acesso em 09 jan. 2024.

OTHER WORLD (1947)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/other-world.
Acesso em 09 jan. 2024.





HOUSE OF STAIRS (1950)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/house-of-stairs.
Acesso em 09 jan. 2024.

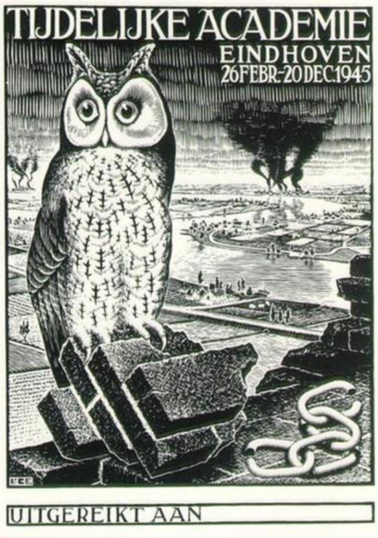


RELATIVITY LATTICE (1953)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/relativity-lattice.
Acesso em 09 jan 2024.

CURIOSIDADES!!!!

LOGO FOR CHINESE-INDONESIAN RESTAURANT "INSULINDE"
(1944)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/not_detected_204726.
Acesso em 09 jan. 2024.

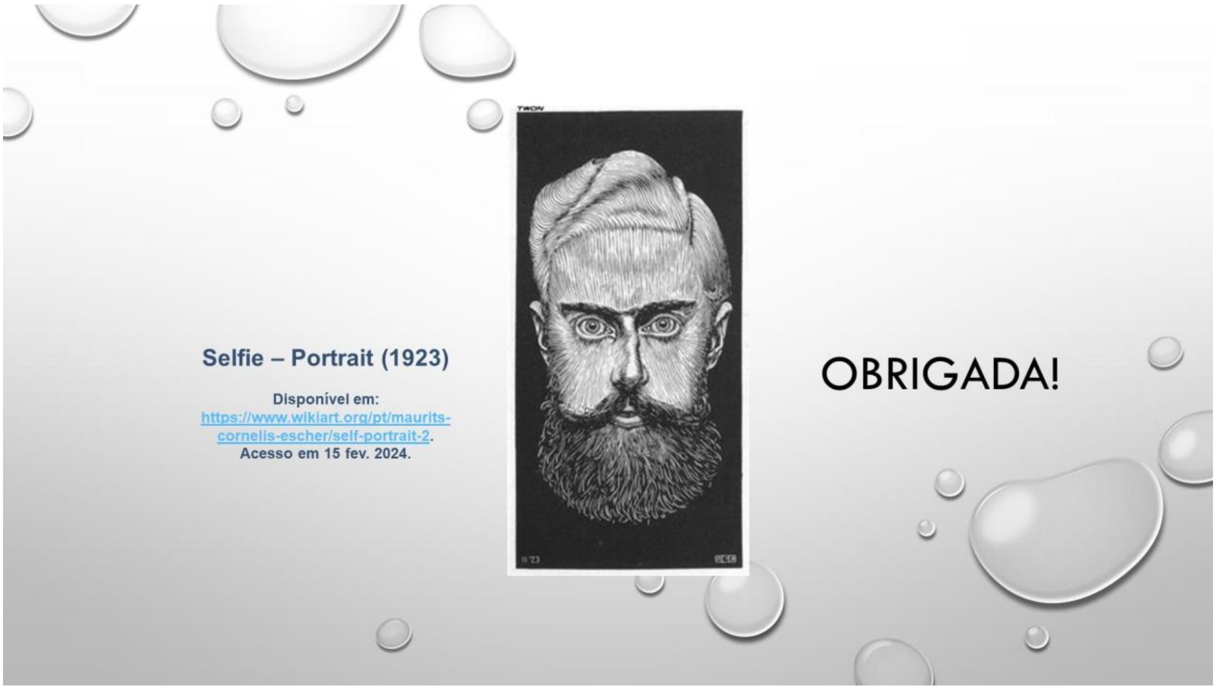
DESIGN FOR WRAPPING-PAPER: ZINGONE
(1933)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/not_detected_204692.
Acesso em 09 jan. 2024.



TEMPORARY ACADEMY DIPLOMA (1945)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/temporary-academy-diploma.
Acesso em 09 jan. 2024.

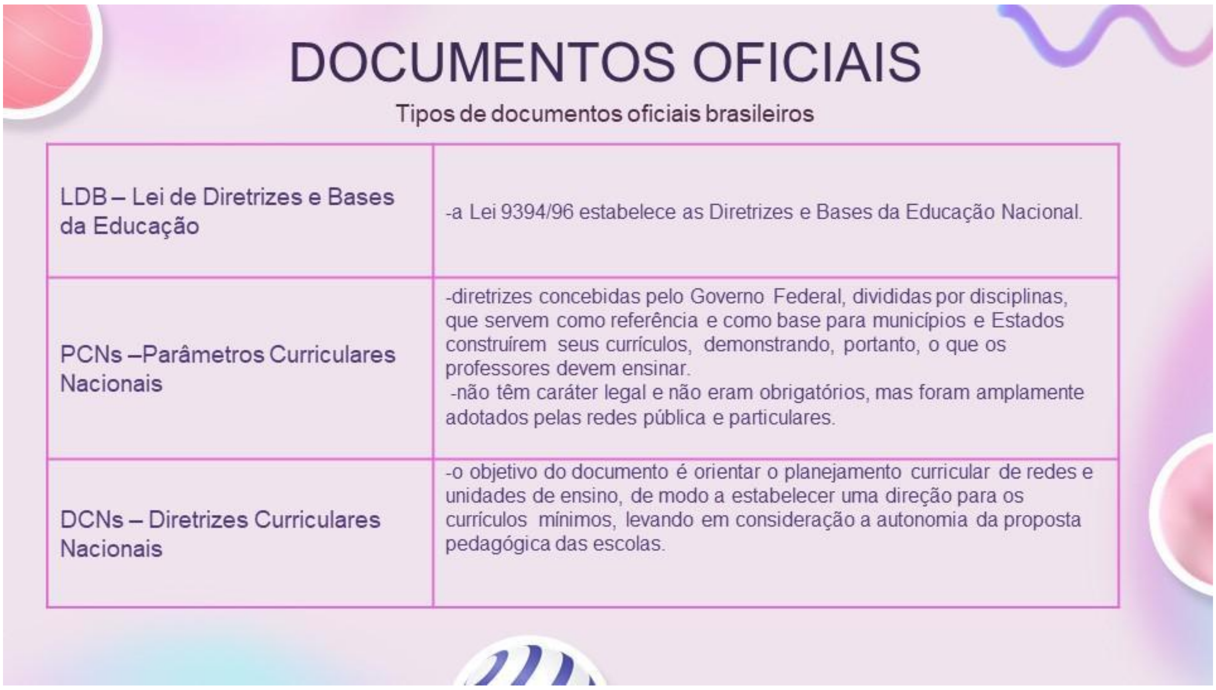
Tapeçaria (1950)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/tapestry.
Acesso em 08 jun. 2024.


Snakes(1969)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/snakes.
Acesso em 08 jun. 2024.


Selfie – Portrait (1923)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/self-portrait-2.
Acesso em 15 fev. 2024.
OBRIGADA!

APÊNDICE D

Slides 3 MATEMÁTICA E ARTE



PNE –Plano Nacional de Educação (2014)	- determina diretrizes, metas e estratégias para a política educacional no período de 2014 a 2024.
BNCC – Base Nacional Comum Curricular (2017)	- documento que define as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras de toda a Educação Básica, da Educação Infantil até o Ensino Médio.
PPC - PROPOSTA PEDAGÓGICA CURRICULAR ENSINO FUNDAMENTAL ANOS INICIAIS 5º ANO (2020) Campo Mourão	- documento que define as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas mourãenses no ensindo fundamental-anos iniciais.

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

(De acordo com o PPC, 2020.)

Unidade temática: Geometrias


1º tri
Objeto(s) do conhecimento:
Geometria espacial
Figuras geométricas espaciais: prismas, pirâmides, cilindros e cones - classificação e planificações.


2º tri
Objeto(s) do conhecimento:
Geometria plana
Figuras geométricas espaciais:
- prismas, pirâmides, cilindros e cones.
- classificação e planificações.

Objeto(s) do conhecimento:

Plano cartesiano

- Localização de objetos no plano: mapas, croquis, plantas baixas e maquetes.
- Localização no espaço: mudanças de direção (horizontal e vertical) e sentido (direita, esquerda, para frente,para trás, de cima para baixo,de baixo para cima e viceversa).
- Movimentação de objetos no plano cartesiano (1ºquadrante).
- Problemas que envolvem localização e movimentação de objetos e/ou pessoas no plano cartesiano (1º quadrante).
- Posições: vista superior, frontal e lateral.
- Bidimensionalidade e tridimensionalidade.

Objeto(s) do conhecimento

Geometria plana

- Ângulos.
- Classificação de polígonos: quadriláteros e triângulos, regulares e irregulares.
- Comparação de polígonos considerando os lados, vértices e ângulos.

3º tri

Objeto(s) do conhecimento

Geometria plana

- Congruência de ângulos.
- Proporcionalidade: ampliação e redução de figuras planas.

A BNCC (2018) traz que

a abordagem das linguagens artísticas deve ser articulada com as seis dimensões do conhecimento que caracterizam a experiência artística, que são:

- estesia;
- criação;
- reflexão;
- crítica;
- fruição;
- expressão.


COMPONENTE CURRICULAR:
ARTE (De acordo com o PPC, 2020.)
Unidade temática: ARTES VISUAIS


1° tri
OBJETOS DE CONHECIMENTO
CONTEÚDOS
Contextos e práticas
Formas distintas das artes visuais das tradicionais às contemporâneas.
Instalação: compreender e identificar o conceito de instalação
Elementos da Linguagem
Composições artísticas tendo como referências obras e objetos artísticos.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Matrizes estéticas e culturais

CONTEÚDOS

Matrizes estéticas e culturais: indígenas, africanas, afro-brasileiras e outras.
Reconhecer algumas manifestações artísticas e culturais local e regional.

Materialidades

Composições artísticas visuais diversas com o uso sustentável de materiais, instrumentos, recursos e técnicas convencionais e não convencionais.

2° tri

OBJETOS DE CONHECIMENTO

CONTEÚDOS

Contextos e práticas

Gêneros da arte: cenas religiosas e/ou cenas históricas.

Elementos da linguagem

Leitura de imagem: relacionar imagens pictóricas e gráficas diversas de tempos, contextos e locais diferentes.
Textura gráfica ou visual: estamparias e grafismos corporais

OBJETOS DE CONHECIMENTO

CONTEÚDOS

Elementos da Linguagem

Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).

Materialidades

Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).
Objetivo como essencialmente procedimental (metodologia).

3° tri

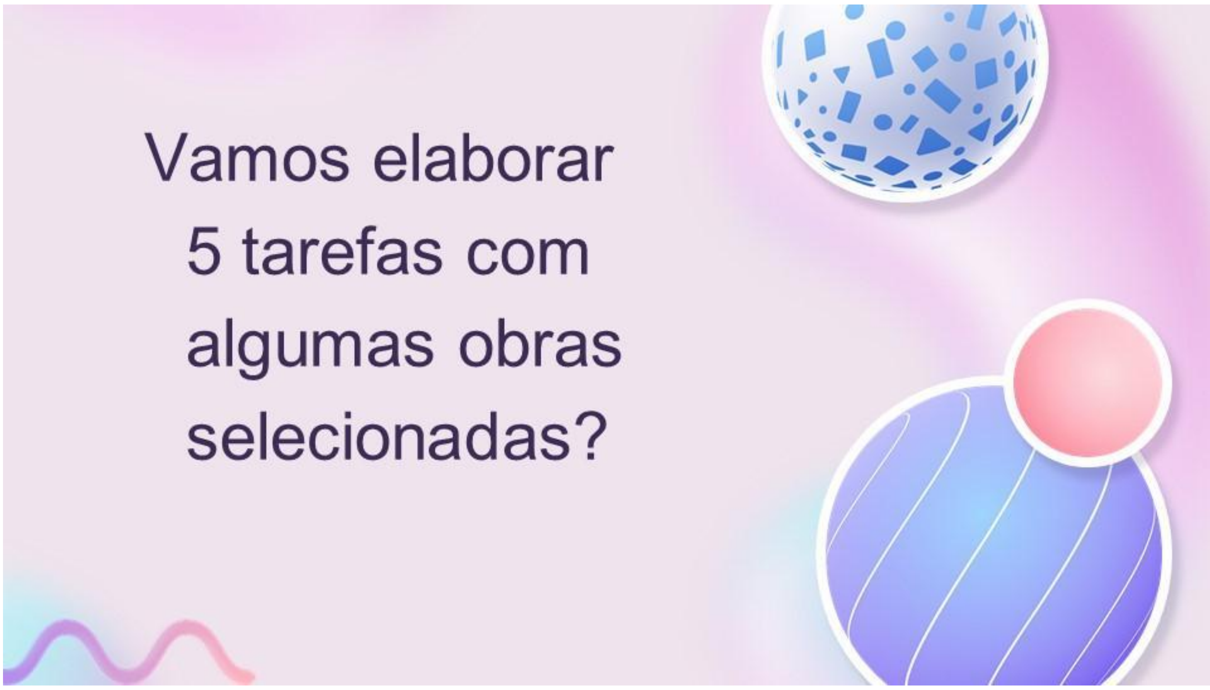
OBJETOS DE CONHECIMENTO

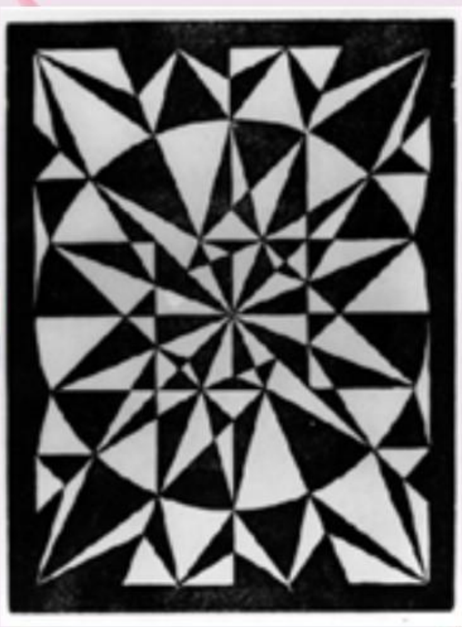
CONTEÚDOS

Elementos da Linguagem

Elementos da linguagem visual (ponto, linha, forma, cor, espaço, movimento etc.).


E agora?

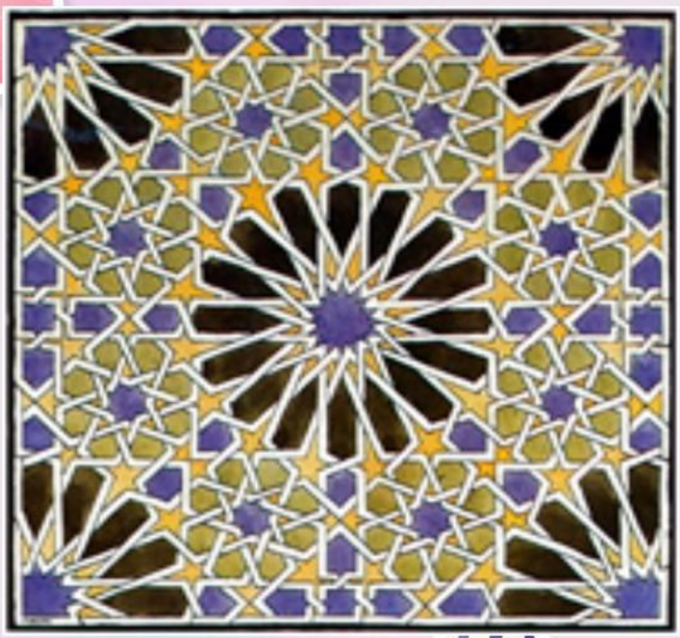

Vamos elaborar
5 tarefas com
algumas obras
selecionadas?



Flor de Pascua - Beautiful (1921)

Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/flor-de-pascua-beautiful.

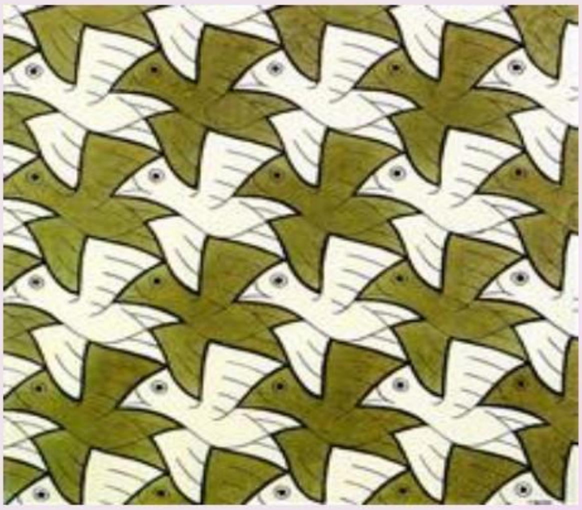
Acesso em 26 jun. 2023.



Mural Mosaic in the Alhambra (1922)

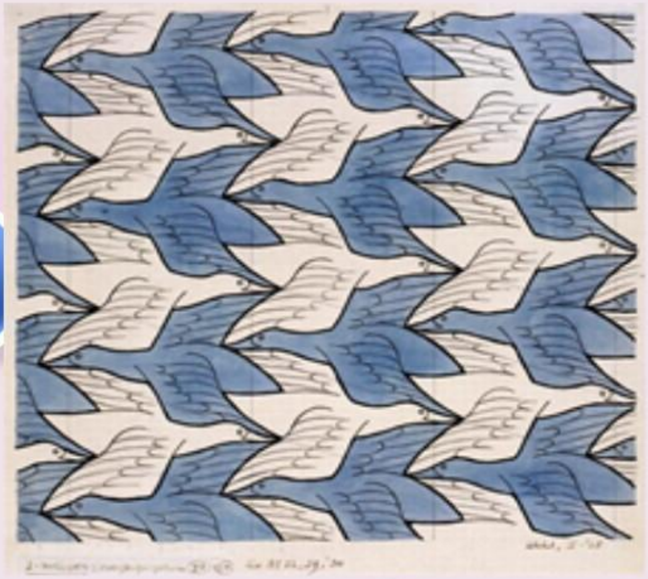
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/mural-mosaic-in-the-alhambra

Acesso em 09 jan. 2024.



Simmetry Watercolor 106 Bird (1959)

Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/symmetry-watercolor-106-bird
Acesso em 09 jan. 2024

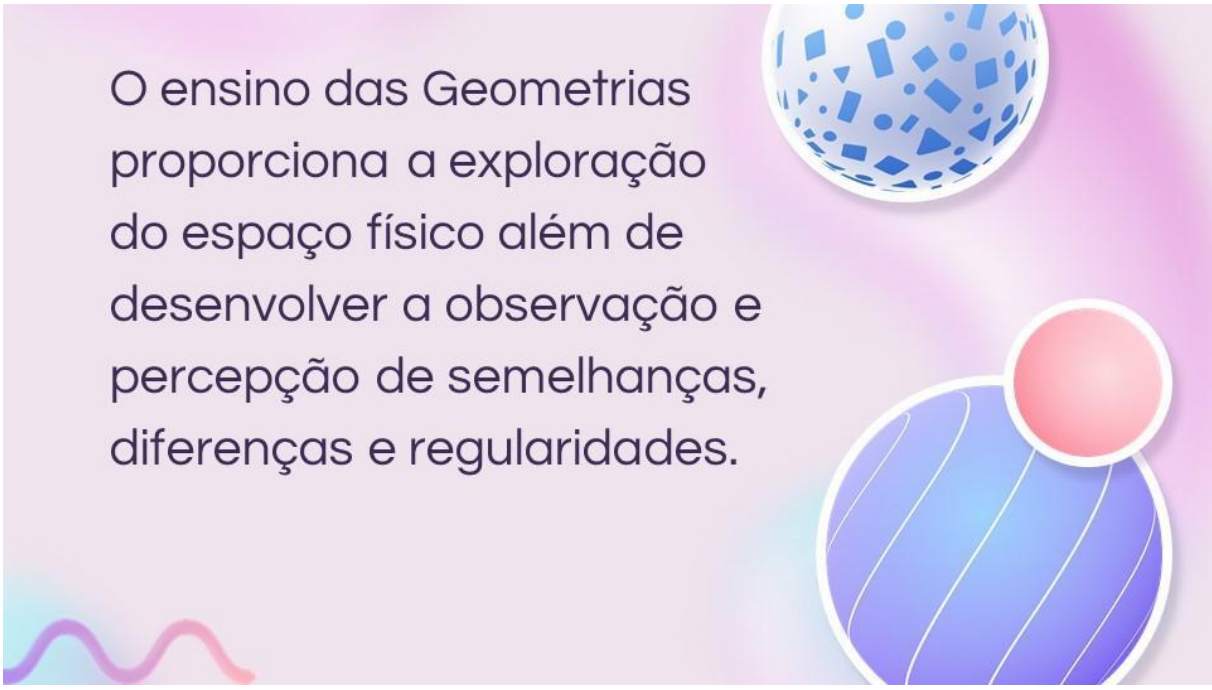


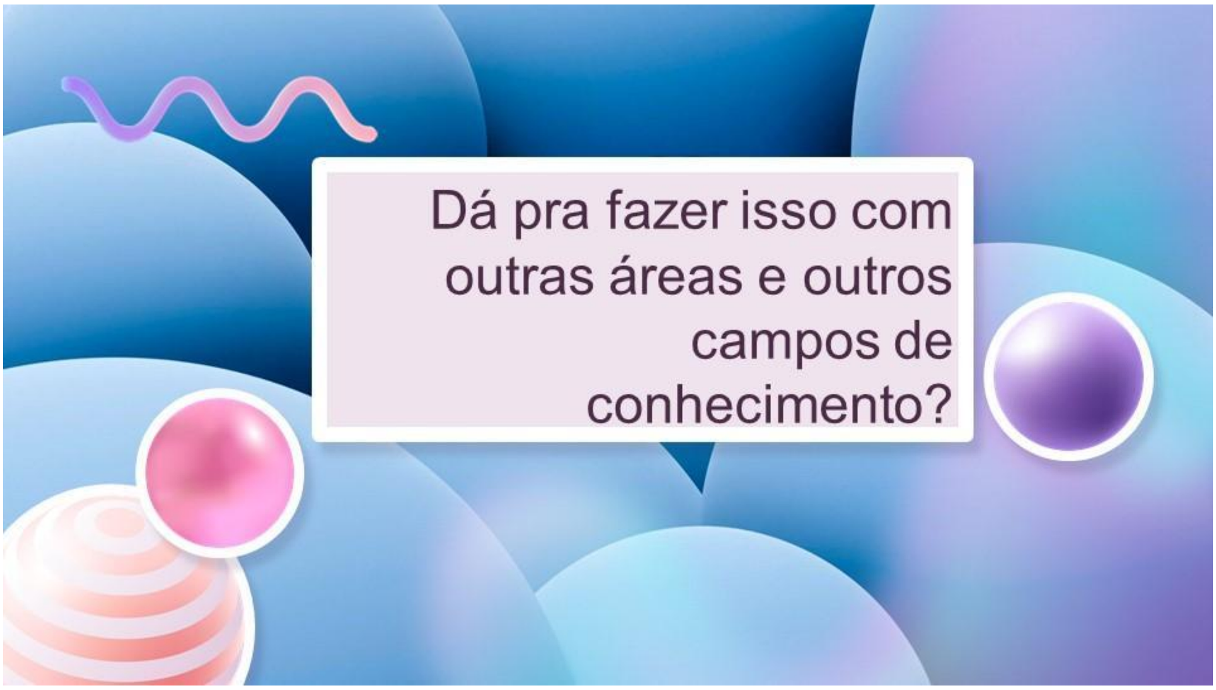
Two Birds (1938)

Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/two-birds.
Acesso em 09 jan. 2024.

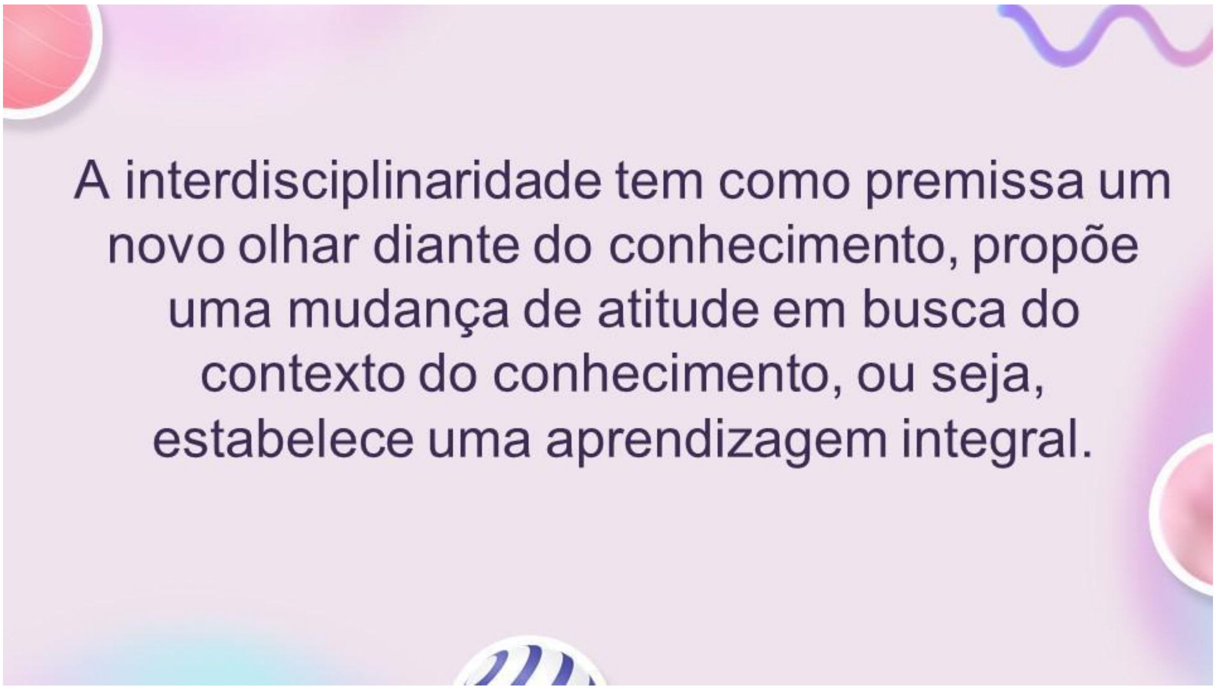
Interlaced
Hexagon (1967)
Disponível em:
https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/interlaced-Hexagon.
Acesso em 26 jun. 2023.

Trecho 2
Metamorphosis III Excerpt 2 (1967-1968)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/metamorphosis-iii-excerpt-2-1968.
Acesso em 01 ago.2023.

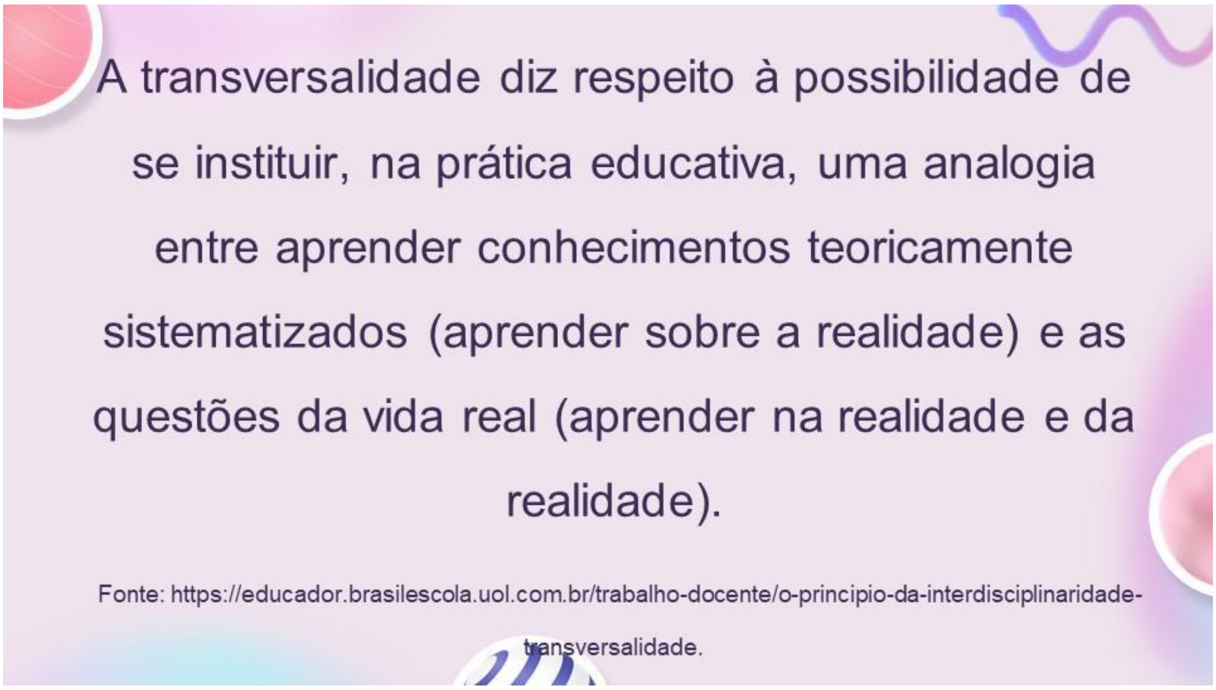

O ensino das Geometrias
proporciona a exploração
do espaço físico além de
desenvolver a observação e
percepção de semelhanças,
diferenças e regularidades.

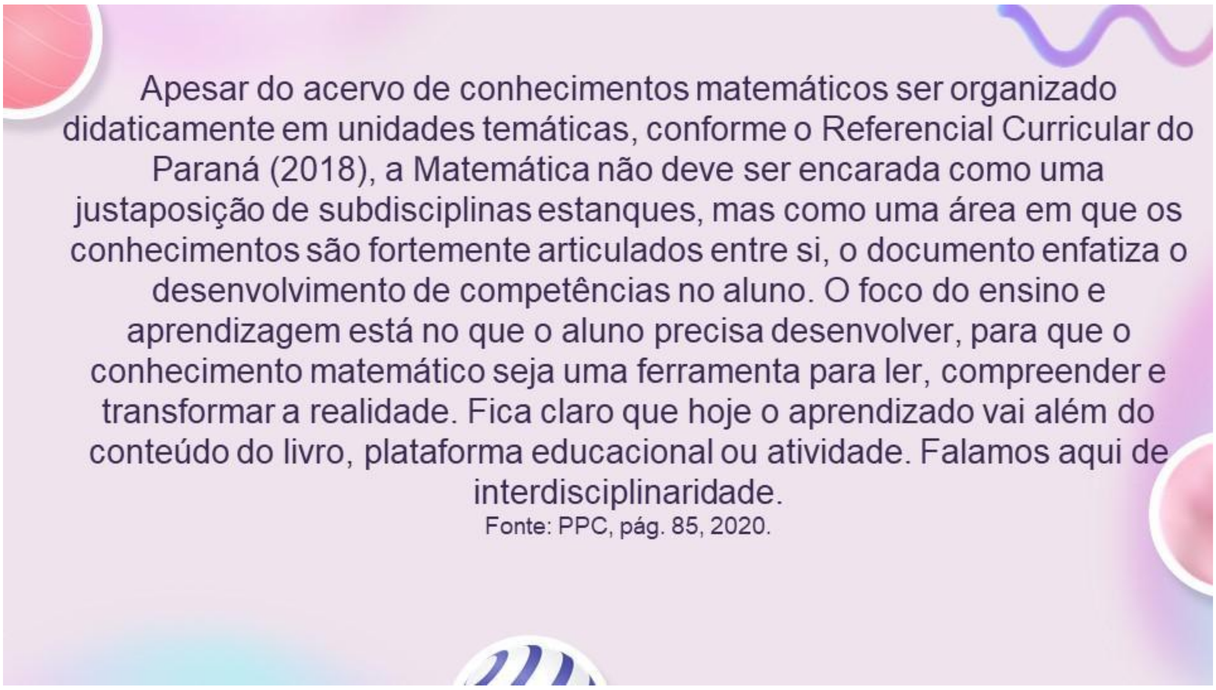

Dá pra fazer isso com
outras áreas e outros
campos de
conhecimento?


Sim!
Principalmente
com a Arte.
A possibilidade de exloração das formas e
características de objetos, obras artísticas,
pinturas, desenhos, mapas, formas encontradas
na natureza (fractais), entre outras criações
humanas ou naturais.

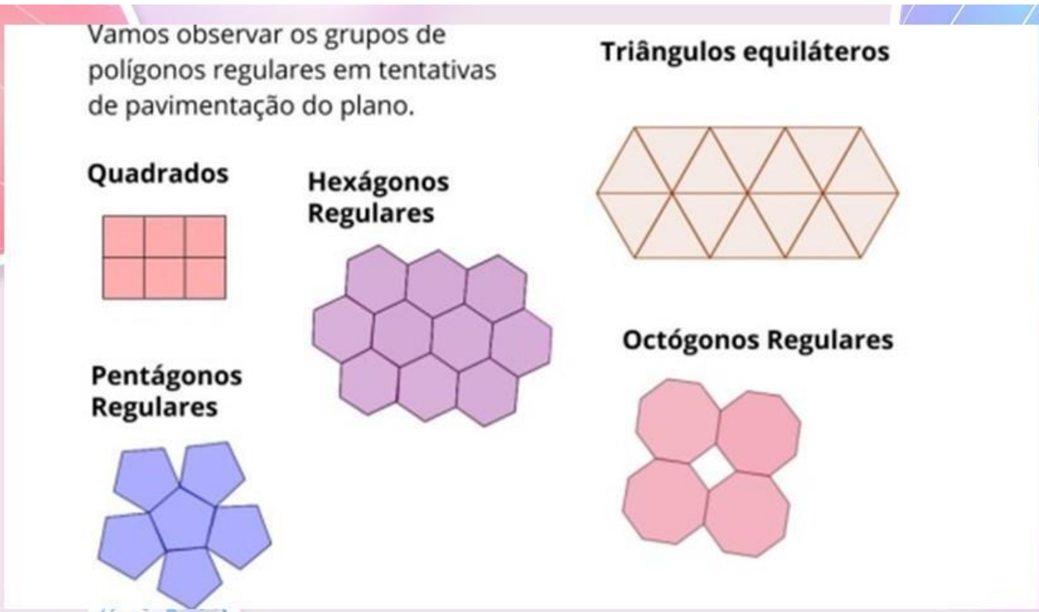

A interdisciplinaridade tem como premissa um
novo olhar diante do conhecimento, propõe
uma mudança de atitude em busca do
contexto do conhecimento, ou seja,
estabelece uma aprendizagem integral.


A formação integral se compromete com o diálogo entre os diversos conhecimentos curriculares e a realidade dos estudantes, com a transversalidade e a interdisciplinaridade.
Fonte:PPC, pág. 2, 2020.

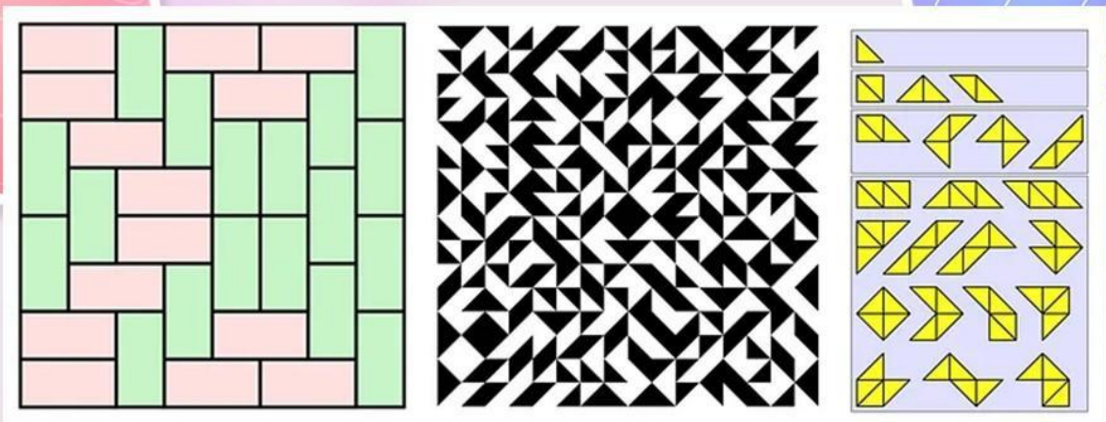

A transversalidade diz respeito à possibilidade de se instituir, na prática educativa, uma analogia entre aprender conhecimentos teoricamente sistematizados (aprender sobre a realidade) e as questões da vida real (aprender na realidade e da realidade).
Fonte: https://educador.brasilescola.uol.com.br/trabalho-docente/o-principio-da-interdisciplinaridade-transversalidade.


Apesar do acervo de conhecimentos matemáticos ser organizado didaticamente em unidades temáticas, conforme o Referencial Curricular do Paraná (2018), a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como uma área em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si, o documento enfatiza o desenvolvimento de competências no aluno. O foco do ensino e aprendizagem está no que o aluno precisa desenvolver, para que o conhecimento matemático seja uma ferramenta para ler, compreender e transformar a realidade. Fica claro que hoje o aprendizado vai além do conteúdo do livro, plataforma educacional ou atividade. Falamos aqui de interdisciplinaridade.
Fonte: PPC, pág. 85, 2020.

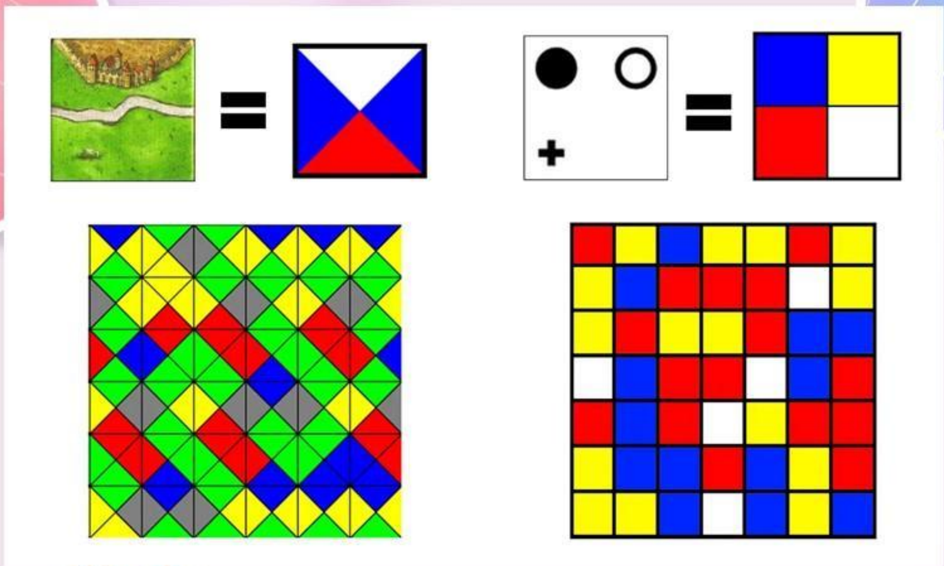

E Escher?
Ele simplesmente usou as transformações isométricas, principalmente em sua última fase criativa.
A principal técnica utilizada por ele é conhecida como **tesselação**.
A **tesselação** representa um conjunto de imagens que cobre uma determinada superfície sem se sobrepor ou deixar espaço, formando uma espécie de mosaico.



Fonte: https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/D2kp8rT9nDErGaPKJwuaZDQwPDYz2rNBWtNzWHjCEJMNyssGYAzjKnG6u7bX/mat7-20geo04.jpg/ Acesso em 24 jun. 2024.



Fonte: https://fernandopasquini.medium.com/tessela%C3%A7%C3%B5es-poliformas-e-o-design-de-tabuleiros-modulares-c68b85139061. Acesso em 24 jun. 2024.



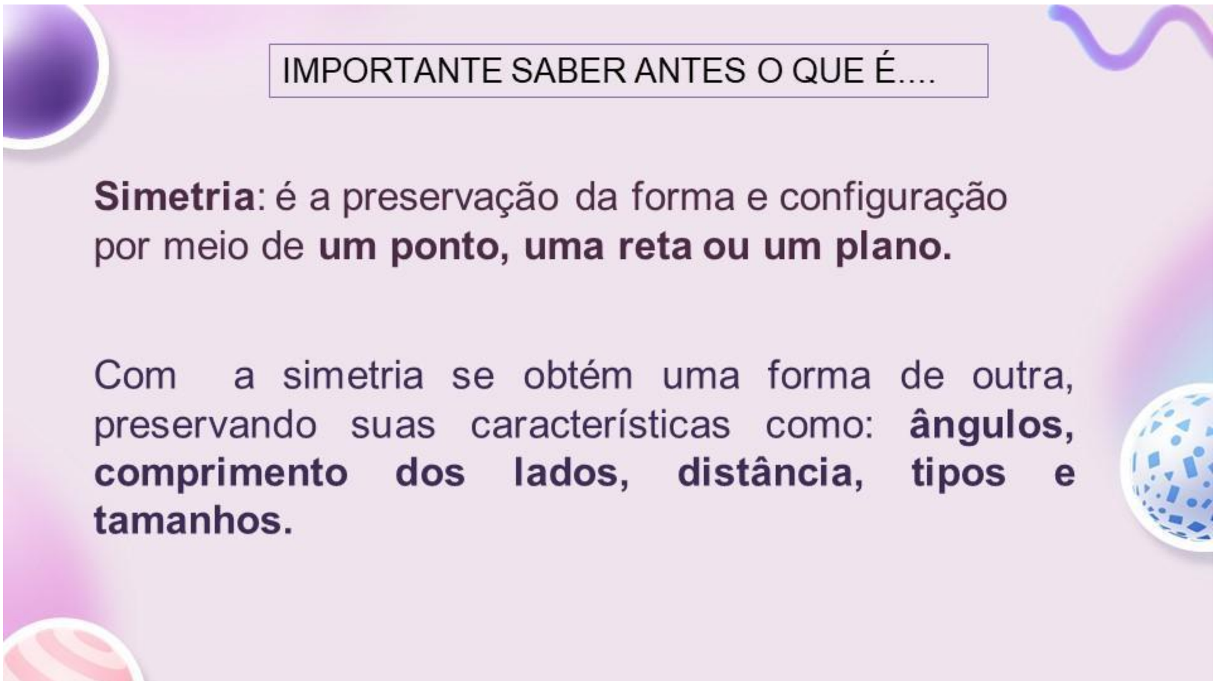
Fonte: https://https://fernandopasquini.medium.com/tessela%C3%A7%C3%B5es-poliformas-e-o-design-de-tabuleiros-modulares-c68b85139061. Acesso em 24 jun. 2024.

Mas como funciona a **tesselagem**?

Basicamente, é preciso escolher um polígono e repeti-lo diversas vezes, de forma que as bordas se encaixem perfeitamente.
O resultado é um padrão contínuo, sem espaços vazios entre as peças.

Para criar padrões complexos com tesselagem, é preciso escolher os polígonos certos.
São eles o quadrado, o triângulo equilátero e o hexágono regular.
É possível combinar diferentes polígonos para criar padrões ainda mais complexos.


E como eu faço?
Utilizando as técnicas usadas para esse processo: as transformações isométricas.
As transformações isométricas de um plano são: a translação, reflexão e rotação, assim como todas as combinações entre elas.


IMPORTANTE SABER ANTES O QUE É....
Simetria: é a preservação da forma e configuração por meio de um ponto, uma reta ou um plano.
Com a simetria se obtém uma forma de outra, preservando suas características como: ângulos, comprimento dos lados, distância, tipos e tamanhos.

Vamos, primeiramente, conhecer como funcionam as transformações isométricas:

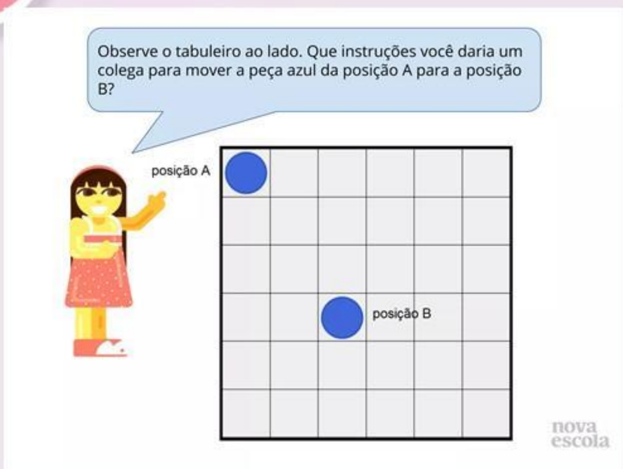
Translação: é o termo usado para' mover' formas, sendo necessárias duas especificações: a **direção** (que pode ser medida em graus) e a **magnitude** (que pode ser medida em alguma unidade de comprimento).

Rotação: é o "giro" de uma formação redor de um ponto chamado **centro de rotação**. A distância ao centro de rotação se mantém constante e a medida do giro é chamada **ângulo de rotação**.

Reflexão: ocorre através de uma reta chamado eixo. O ponto original e seu correspondente na reflexão tem a mesma distância em relação ao eixo.
Exemplo: uma forma refletida no espelho.

Figura disponível em: https://novaescola.org.br. Acesso em 10 fev. 2024.

Vamos colocar em prática as técnicas de transformações isométricas: mãos à obra!



O que essa imagem ao lado tem a ver com as transformações isométricas?

Figura disponível em: https://novaescola.org.br. Acesso em 10 fev. 2024.

A figura abaixo está em plano quadriculado. Ela é o seu modelo para fazer as transformações isométricas.

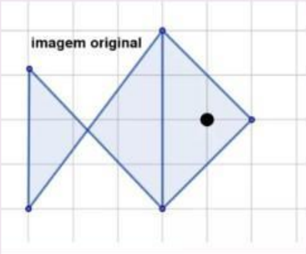


Figura disponível em: https://novaescola.org.br.
Acesso em 10 fev.2024

VAMOS OBSERVAR COM UM NOVO OLHAR A OBRA DE ESCHER ?

Dê uma nova olhada na obra que você utilizou na sequência didática e identifique que transformação isométrica foi usada.

Técnica: tesselação

Qual transformação isométrica temos aqui?

Fish – sem data
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/fish Acesso em 15 fev. 2024.

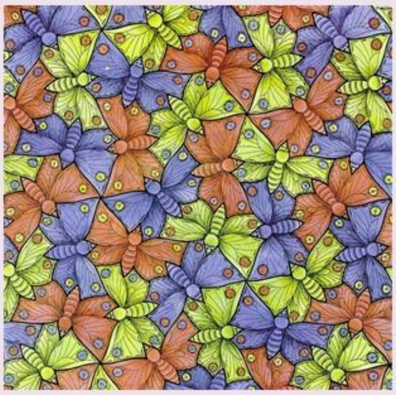
E nessa obra? Qual transformação isométrica Escher utilizou?

Bird Fish (1938)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/bird-fish. Acesso em 15 fev. 2024.

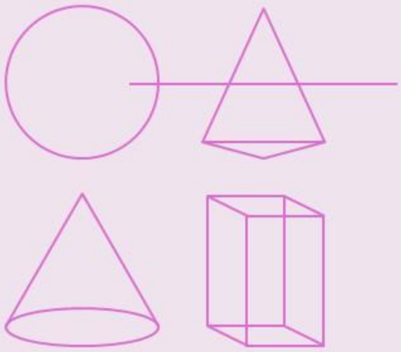
DESAFIO

Crie um modelo!
Escolha uma transformação isométrica.
Faça uma obra com a técnica de tesselagem tão usada por Escher.

Simmetry Watercolor 70 Butterfly (1948)
Disponível em: https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/symmetry-watercolor-70-butterfly. Acesso em 15 fev. 2024.



Muito obrigada!



APÊNDICE E

Tarefas elaboradas pelos professores

Tarefas do Grupo 1: Flor de Pascua-Beautiful (1921)

1° Momento

- Explicações referentes a Maurits Cornelis Escher

2° Momento

Tarefa 1:

- Apresentar a obra Flor de Pascua-Beautiful.
- Realizar as seguintes problematizações:
• Qual é a relação entre o nome da obra e sua representação?
• Observando a obra, o que contém nela que remete à Geometria?

3° Momento

Tarefa 2

- Solicitar que os alunos realizem uma pesquisa referente a obra apresentada para que na próxima aula seja discutido se ocorreu ou não relação entre os pré conceitos com os pós conceitos.

Aula de Matemática

1° Momento

- Apresentação dos resultados da pesquisa (Matemática: Geometria/ Arte: obra)

2° Momento

Tarefa 3

- Questioná-los sobre: quais figuras geométricas podemos identificar na obra?
- É possível transformar essa obra em tridimensional?

3° Momento

- Releitura da obra Flor de Páscua-Beautiful . Será pedido aos alunos que imaginem uma flor e com base nesse signo elaborem suas respectivas artes utilizando diferentes formas geométricas e não apenas as que constam na obra de Escher.

Aula de Arte

1° Momento

Tarefa 5

- Confecção de uma maquete baseada na obra Flor de Pascua-Beautiful de modo em que eles possam transformar a arte trabalhada em um plano tridimensional. De modo, que possamos observá-la em diferentes posições e que a depender dessa posição visualizaremos ora figura plana outrora uma espacial.

2° Momento

Tarefa 6

- Apresentação da maquete.

- Requisitos para a apresentação:

Os alunos deverão explicar:

• Relação maquete com a obra de Escher e as figuras geométricas.
• Medição dos elementos que nela contém.
• Nomeados dos sólidos.
• Numeração: vértices, faces e arestas.

Tarefas do Grupo 2: Flor de Pascua-Beautiful (1921)

1- Observe a imagem Flor de Pascua Beautiful do artista Maurits Cornelis Escher (1921), quais as figuras geométricas que você encontra?

   R: Nesta obra de arte podemos encontrar diversas figuras geométricas: círculo, triângulos, quadrados, retângulos.

2- Quais os tipos de triângulos você observa nessa arte?

3- Nas figuras geométricas encontradas, você percebe os tipos de ângulos que existe nela?

4- Nessa obra de arte tem profundidade?

5- Nessa obra de arte, você considera bidimensional ou tridimensional?

6- Faça uma releitura da obra em forma de mosaico.

7- Explorar as quantidades em relação ao triângulo branco e preto.

Tarefas do Grupo 1: Two Birds (1938)

1- Elementos de linguagem visual (conteúdo)

• Observe a obra “Two Birds” de Escher e realize a técnica espaçamento reproduzindo-a.
• Identifique e nomeie os tipos de linha encontrados na obra.
• Colora a obra utilizando a monocromia.

Geometria

• Quais os tipos de ângulos apresentados na obra?
• Analisando a obra, quais são as formas apresentadas?
• Utilize a malha quadriculada para fazer a ampliação da obra.

Tarefa do Grupo 1: Interlaced Hexagon (1967)

1- Observando a obra de Maurits Cornelis Escher (1967). Qual o polígono predominante nesta obra?

2- Quantos polígonos podemos observar na obra de Maurits Cornelis Escher?

3- Classifique os polígonos da obra de Maurits Cornelis.

4- Usando como base o polígono, construa um desenho geométrico.

5- Partindo da obra de Maurits Cornelis Escher, use como base o polígono predominante e crie uma releitura da obra.

6- Utilizando a isometria, analise a obra e identifique os movimentos presentes.

Tarefas do Grupo 2: Symmetry WAtercolor 106 Bird (1959)

1 – Apresentar a imagem “Pássaros” de Escher, falar brevemente sobre a obra, identificar o que eles acham, qual percepção tiveram da obra.

• Entregar um modelo de pássaro na malha quadriculada para eles completarem a atividade.

2- Após analisarmos o quadro “Pássaros” de Escher complete o desenho na malha quadriculada utilizando a simetria.

3- Entregar uma cópia do quadro sem colorir e expor no quadro ou na lousa digital o quadro colorido. Colora o quadro de Escher conforme o modelo apresentado.

4- Ensinar a fazer origami de pássaros, papel colorido.

   • Vamos fazer uma dobradura de pássaros recriando o quadro de Escher? Siga as instruções a professora (após eles fazerem a dobradura, a professora irá organizar para fazer os móbiles e pendurar no teto).

5- Elaborar situações problema sobre álgebra e geometria. Passar no quadro para os alunos copiarem.

   • Vamos medir a sala? Após medir, vamos calcular quantos pássaros serão necessários para cobrir a parede?

   • Quantos anos tem esse quadro?

   • Quantos anos viveu Escher?

   • Pesquise outras obras do autor e analise o que se repete (padrões).

Tarefas do Grupo 1: Metamorphosis III excerpt 2 (1967-1968)

1- Observe a obra de Escher, Metamorphosis III excerpt 2, e descreva o que você vê nessa imagem.

2- Quais as formas geométricas que você identifica na obra?

3- Represente com desenhos os polígonos identificados, classificando-os.

4- Escher usou a figura de um animal na sua obra. Qual é o animal? Recrie essa parte da obra usando a figura de outro animal.

5- Agora, observando a totalidade da obra de arte, faça a releitura utilizando as formas geométricas.

Tarefas do Grupo 2: Mural Mosaic in Alhambra (1922)

1- Quais são as cores primárias, secundárias e terciárias presentes na obra?

2- Fazer a releitura da obra.

3- Desenhar um padrão geométrico (quadrados, triângulos, ...) recortar, colar, de modo que as peças se encaixem perfeitamente.

4- Contar o número de lados e vértices dos polígonos irregulares e classificá-los.

5- Fazer uma descrição da obra. O que você visualiza na obra.

6- Identificar as simetrias presentes na obra.

7- Identificar os tipos de linhas presentes na obra (retas, paralelas, perpendiculares, concorrentes).

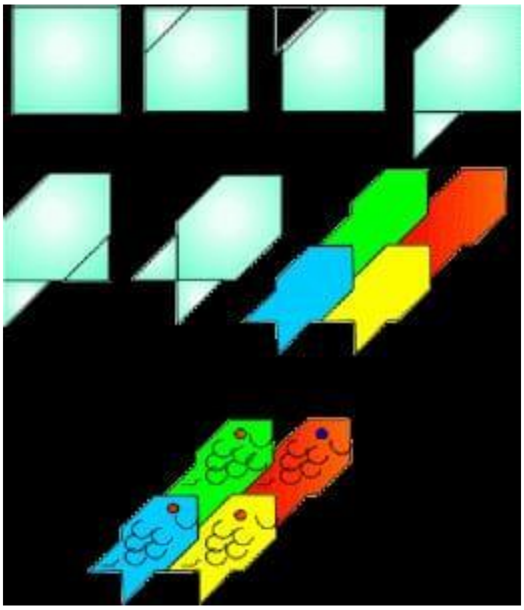
8- Identificar os ângulos (agudos, obtusos e retos).

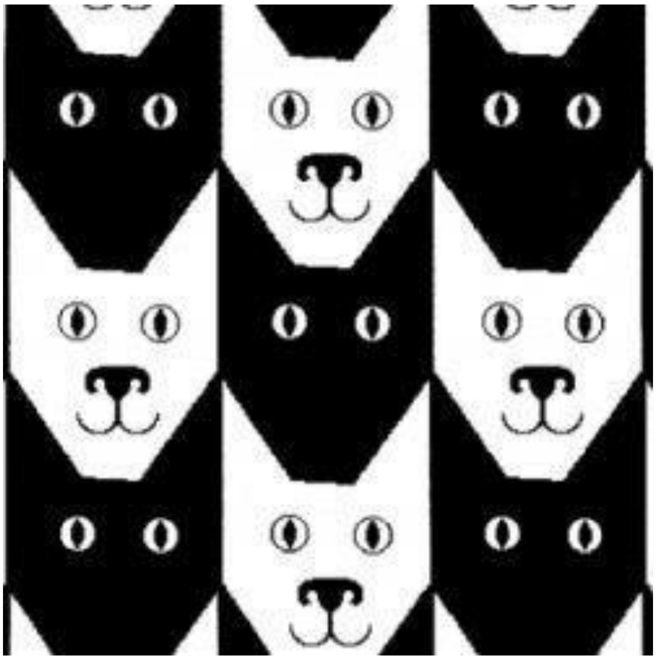
9- Observar que as figuras menores verde forma uma figura maior.

Observação: Algumas atividades serão trabalhadas em grupos, principalmente as que envolvem matemática.

APÊNDICE F

Modelo do molde para criação da arte em cartolina do peixe e do gato





APÊNDICE G

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Momento 1: Introdução do conteúdo

1- Apresentar uma breve biografia de Maurits Cornelis Escher e suas obras.

Sugestão de biografia para ser entregue aos alunos:

Maurits Cornelis Escher, conhecido como M. C. Escher, foi um artista holandês nascido em 17 de junho de 1898. Desde pequeno, Escher gostava muito de desenhar, observar formas e imaginar maneiras diferentes de ver o mundo. Ele não se interessava muito pela escola tradicional, mas era apaixonado por artes e por criar imagens cheias de detalhes.

Ao crescer, Escher viajou por vários países da Europa e ficou encantado com formas geométricas, padrões repetidos, desenhos de azulejos e construções antigas. Essas viagens inspiraram grande parte de sua arte. Ele gostava de observar tudo com muita atenção e transformar o que via em imagens surpreendentes.

Escher ficou famoso por criar desenhos que parecem impossíveis, como escadas sem fim, objetos que se transformam e figuras que se encaixam perfeitamente umas nas outras, como em um quebra-cabeça. Ele usava matemática, geometria, simetrias e muita criatividade para construir obras que fazem as pessoas pensar, imaginar e até duvidar do que estão vendo.

Ele dizia que não era matemático, mas tinha uma grande curiosidade por formas e padrões e por isso suas obras são tão usadas nas aulas de Arte e Matemática até hoje. Muitas de suas imagens mostram como a arte pode conversar com a geometria de um jeito divertido e inteligente.

Escher morreu em 1972, mas suas obras continuam impressionando crianças e adultos no mundo todo, convidando cada pessoa a olhar para as imagens com atenção e descobrir novos detalhes a cada vez que observa.

Ao trabalhar com esta biografia você obtém as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Arte

- **EF15AR01** – Identificar e apreciar obras de arte de diferentes épocas e culturas.
- **EF15AR02** – Observar e descrever elementos das artes visuais (formas, linhas, cores, texturas).
- **EF15AR03** – Interpretar obras relacionando-as ao contexto cultural em que foram produzidas.
- **EF15AR07** — Compreender a existência do museu Escher e instituições de arte.

Matemática

- **EF05MA20** – Observar figuras geométricas presentes em imagens do cotidiano e da arte.

Recursos pedagógicos

- Slides com imagens das obras.
- Biografia em formato de texto.
- Projetor, computador ou TV.
- Impressão de algumas obras citadas nos slides (Bird Fish, Day and Night, Répteis, Castrovalva, Galeria de Arte).

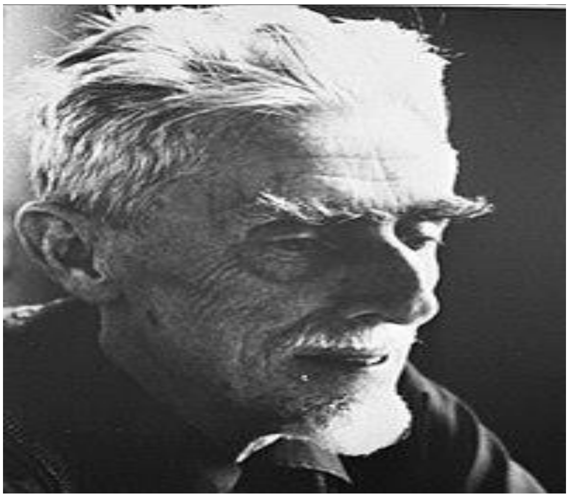
Materiais

- Folhas A4.
- Lápis de cor, lápis, marcadores.

Sugestão de conteúdo para slides para a apresentação da biografia de M. C. Escher:

Slide 1

Quem foi M. C. Escher?

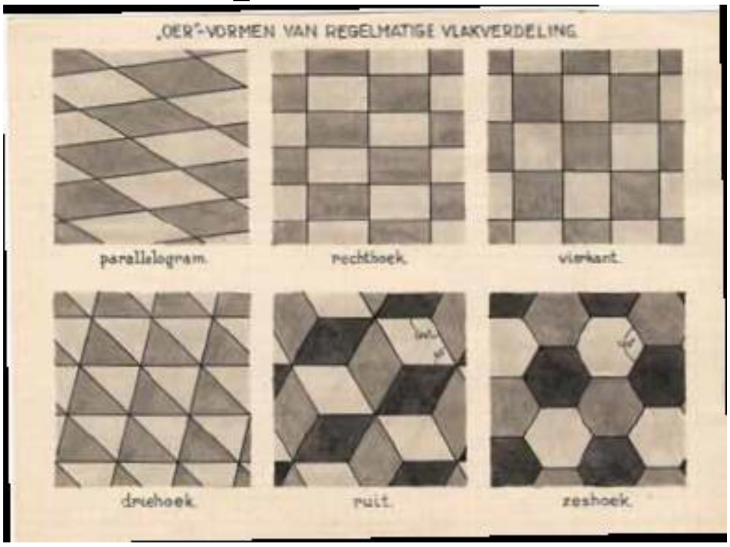


O que explicar neste slide:

- Neste slide explanar sobre o a vida do artista, em que época viveu, onde nasceu? As informações estão na biografia e podem ser complementadas acessando https://www.ebiografia.com/m_c_escher/

Slide 2

O que ele fazia?

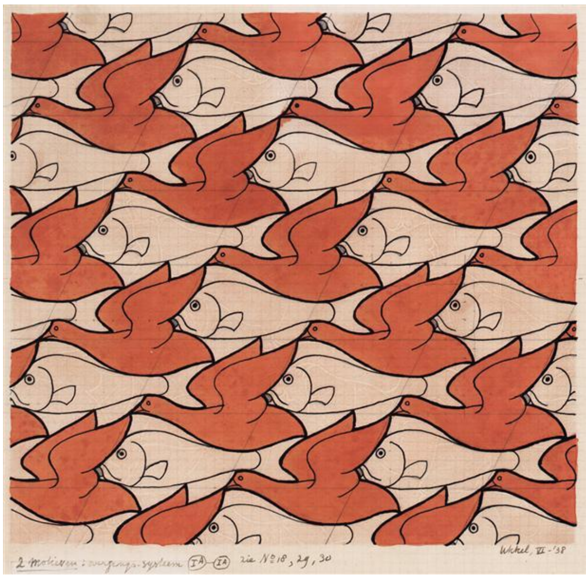


O que explicar neste slide:

- Nesse slide você pode falar sobre a cobertura do plano e as experimentações que M. C. Escher fazia, como neste rascunho. Explicar como Escher criava desenhos cheios de detalhes, padrões repetidos, formas que se encaixam como um quebra-cabeça e imagens que parecem impossíveis.
- Importante informar como ele produzia esses padrões, que a prícipio eram desenhados no papel e posteriormente eram entalhados em madeira (xilografia) ou na pedra (litografia). Eram como se fossem carimbos, a partir dessas matrizes eele produzia sua arte visual.

Slide 3

O que encontramos nas obras de Escher?



Bird Fish de M. C. Escher (1938)

O que explicar neste slide:

O que aparece na obra?

A imagem mostra pássaros que vão, pouco a pouco, se transformando em peixes. Na parte superior, vemos pássaros brancos voando; na parte inferior, peixes escuros nadando. No centro da imagem, acontece a transformação — os pássaros começam a virar peixes, e os peixes começam a virar pássaros.

Por que essa obra é tão especial?

- É uma das tesselações mais famosas de Escher.
- Mostra como duas figuras completamente diferentes podem se encaixar perfeitamente, é a cobertura do plano, o encaixe como quebra-cabeça.
- Trabalha a ideia de metamorfose, muito comum em suas obras.
- Cria um efeito visual que parece mágico, mas é resultado de cálculos e observações detalhadas.

Relação com a Geometria

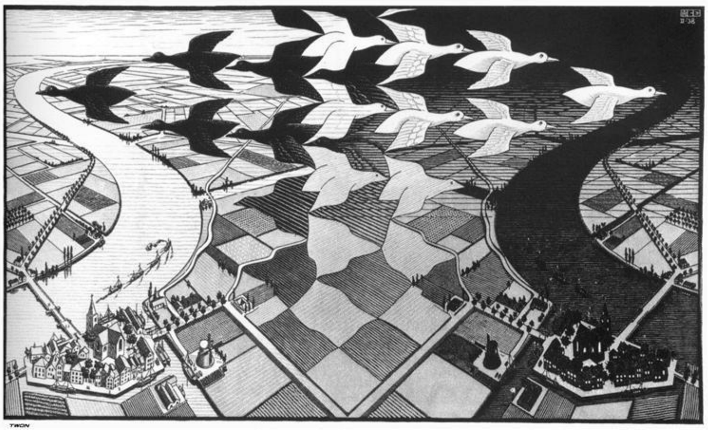
- A obra é construída com formas que se encaixam sem deixar espaços — tesselação.
- Permite observar simetria, contorno, ângulos e repetição de padrões.
- Trabalha o conceito de figura e fundo, mostrando como o que é figura em um lado vira fundo no outro.
- Ajuda os alunos a perceberem como pequenas mudanças podem transformar uma forma em outra.

Relação com Artes Visuais

- Escher usa contraste entre claro e escuro para separar ar e água.
- O movimento da metamorfose conduz o olhar do observador.
- Trabalha composição, ritmo visual e transformação de formas.
- Mostra como a arte pode criar efeitos surpreendentes sem usar cor — apenas com preto e branco.

- Você poderá encontrar todas as obras de M. C. Escher disponíveis para baixar e enriquecer mais suas aulas em https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/

Slide 4



Dia e Noite (Escher, !938)

O que explicar neste slide:

O que aparece na obra?

Dia e Noite (1938) mostra duas paisagens espelhadas: de um lado vemos o dia, do outro a noite. No centro da imagem, pássaros brancos e pássaros escuros se encaixam perfeitamente, formando um padrão que ocupa todo o espaço.

Por que essa obra é tão interessante?

- É famosa pela forma como Escher divide a imagem em dois mundos opostos.
- O artista cria um encaixe perfeito entre os pássaros, fazendo com que cada forma negativa vire positiva no lado contrário.
- A obra passa a sensação de movimento e transformação constante.

Relação com a Geometria

- Apresenta uma tesselação: pássaros que se encaixam sem deixar espaços.
- Trabalha simetria, já que as duas metades da imagem são "espelhos" invertidos.
- Permite observar regularidade de padrões, repetição e alternância de cores.

- Estimula a percepção de figura e fundo, essenciais nos estudos de composição geométrica.

Relação com Arte Visuais

- Usa contraste entre claro (dia) e escuro (noite) para organizar a composição.
- Mostra como a imagem pode se transformar naturalmente de uma cena para outra.
- Explora ritmo visual e criação de movimento por meio de formas repetidas.
- Revela como Escher planejava cada detalhe para que o desenho parecesse fluido e harmônico.

Slide 5

Répteis (Escher, 1943)

O que explicar neste slide:

O que aparece na obra?

Répteis (1943) mostra lagartos saindo de dentro de um desenho, caminhando sobre objetos e depois voltando para dentro do papel. Parece que os animais ganham vida, saem do mundo do desenho e retornam para ele.

Por que essa obra é tão interessante?

- Escher brinca com a ideia de que o desenho pode "sair da folha".
- Ele mistura dois mundos: o plano (2D) e o real (3D).
- A obra surpreende porque os lagartos parecem existir nos dois espaços ao mesmo tempo.

Relação com a Geometria

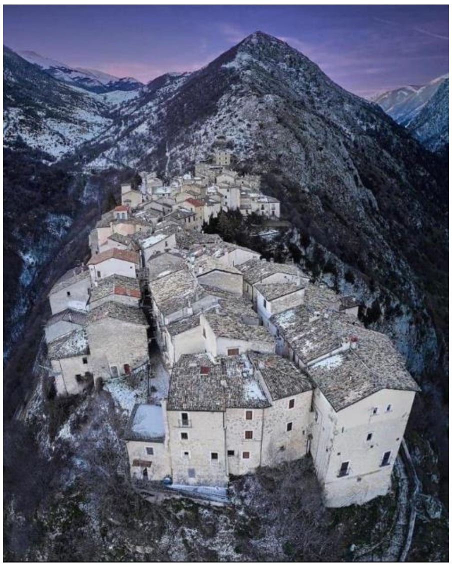
- Os lagartos são baseados em uma tesselação (figuras que se encaixam sem deixar espaços).
- Mostra transformação geométrica: o desenho no plano vira um animal tridimensional.
- Ajuda a observar forma, contorno, ângulos e repetição de padrões.

Relação com Artes Visuais

- Escher usa luz e sombra para dar sensação de volume.
- A composição mistura fantasia e realidade, criando uma cena inesperada.
- Incentiva a olhar com atenção detalhes como textura, proporção e movimento.

Slide 6

De onde vinham suas ideias?



O que explicar neste slide:

- Escher fez viagens pela Europa, especialmente pela Itália e Espanha, que o inspiraram a observar azulejos, construções antigas, formas geométricas e simetrias.

Slide 7

Castrovalva (Escher, 1930)

O que explicar neste slide:

O que aparece nesta obra?
"Castrovalva" mostra uma vila italiana construída no alto de uma montanha. A imagem apresenta casas, escadas, árvores e caminhos muito íngremes, retratados com muitos detalhes. Tudo parece calmo, organizado e muito bem desenhado.

Por que essa obra é importante?

- Foi criada a partir de uma viagem real que Escher fez pela Itália.
- Ele ficou encantado com cidades construídas em pedras e lugares altos.
- É uma obra cheia de observação cuidadosa e representação precisa da paisagem.

Relação com a Matemática e a Geometria

- A obra explora perspectiva, mostrando profundidade e distância.
- Possui muitas linhas, ângulos, formas e volumes, como casas e escadas.
- Ajuda a perceber como objetos distantes parecem menores, sendo esta uma noção importante para estudar espaço e escala.

Relação com Artes Visuais

- Usa luz e sombra para dar sensação de profundidade.
- Trabalha com composição, organizando os elementos da paisagem de forma harmônica.
- Mostra como o artista observa o mundo real e transforma essa observação em arte.

Curiosidade interessante

Ao contrário de outras obras impossíveis de Escher, Castrovalva (1930) é totalmente real, como podemos ver no slide 6, mas tão detalhada e bem construída que parece ter sido criada com precisão matemática.

Slide 8

Galeria de Arte (Escher, 1956)

O que explicar nesse slide:

- Suas obras ajudam a entender formas, padrões, simetrias e espaços, mostrando como a Matemática pode aparecer dentro da Arte.

O que vemos nesta obra?

“Galeria de Arte” mostra um menino observando um quadro em um museu. À medida que olhamos a imagem, percebemos que o desenho dentro do quadro vai se transformando, conectando vários lugares e construções… até voltar novamente ao menino que olha para a obra. É como se a imagem fosse um círculo que nunca termina.

- Escher cria um efeito de imagem dentro da imagem, que parece se repetir sem fim.
- A obra brinca com nossas expectativas e com a forma como percebemos o espaço.
- Ele mistura realidade e ilusão, fazendo com que o começo e o fim se encontrem.

Relação com a Geometria

- Trabalha perspectiva, mostrando objetos vistos de vários ângulos.
- Explora a ideia de infinito, muito comum nas obras de Escher.
- Apresenta formas arquitetônicas que ajudam a observar linhas, planos e profundidade.

Relação com Artes Visuais

- Mostra como Escher usa composição, ponto de vista e contraste para conduzir o olhar do observador.
- Faz o aluno pensar sobre como uma imagem pode contar uma história complexa sem usar palavras.

Curiosidade interessante

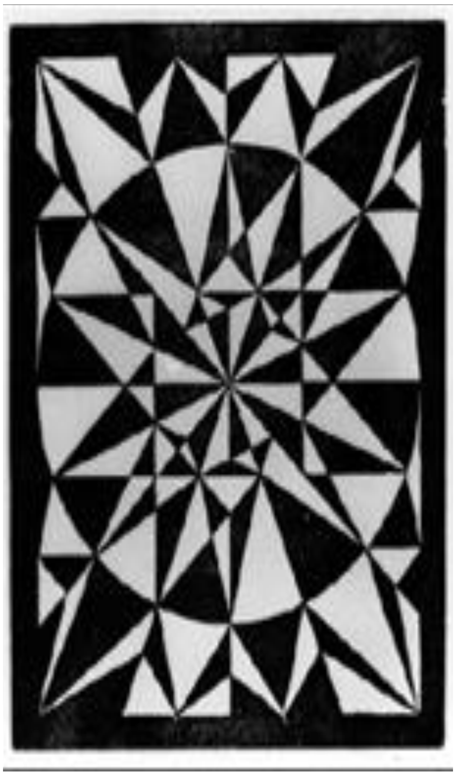
Escher calculou cuidadosamente cada parte da imagem para que tudo se encaixasse e se conectasse, criando um efeito visual que parece mágico, mas é resultado de muita observação e estudo.

Slide 9

O que explicar neste slide:

- Este é o Palácio de Inverno da rainha Mãe Emma, dos Países Baixos, que foi transformado no Museu Escher in Het Paleis. O museu está localizado em Haia, Holanda.

2 - Descrever oralmente as principais características da obra escolhida, Flor de Pascua - Beautiful (Escher, 1921).



Ao trabalhar com esta tarefa você obtém as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Arte

- **EF15AR01** — Apreciar e interpretar obra visual.
- **EF15AR02** — Explorar elementos da composição.
- **EF15AR03** — Relacionar influências estéticas e culturais (tesselações, ornamentos).

- **EF15AR04** – Descrever oralmente elementos constitutivos das obras (formas, linhas, texturas, ritmos).
- **EF15AR05** – Argumentar sobre a interpretação de imagens, desenvolvendo oralidade estética.

- **EF15AR06** — Dialogar sobre percepções e interpretações.

Matemática

- **EF05MA17** – Identificar e nomear polígonos presentes.
- **EF05MA18** – Reconhecer simetrias em figuras e objetos presentes na arte.

Recursos pedagógicos

- Reprodução ampliada da obra.
- Audiovisual para exploração dos detalhes.
- Guia de perguntas: “O que você vê? ”, “Quais formas se repetem? ”, “Há simetria? ”

Materiais

- Lupa (opcional).

3 - Localizar na obra observada, elementos da geometria (objetos geométricos, polígonos, figuras geométricas, propriedades geométricas).

Nesta tarefa há o uso implícito de EF05MA14:

Para localizar polígonos na obra, o aluno observa *posição relativa*, mesmo sem malha explícita. Isso ativa noções de localizaçã**o** em plano, de acordo esta habilidade**.**

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA17** – Polígonos, lados, vértices, ângulos.
- **EF05MA18** – Sequências e regularidades.

Arte

- **EF15AR02** – Identificar formas e estruturas visuais em obras de arte.

Recursos pedagógicos

- Marcadores para contornar polígonos identificados.

Materiais

- Canetinhas coloridas, marca - textos.

4 - Enumerar os polígonos de acordo com sua quantidade presentes na obra (oralmente).

- ➢ Ao trabalhar com esta tarefa você obtém as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA17** – Nomear e comparar polígonos.
- **EF05MA18** – Observar correspondências e repetição de formas.

Arte

- **EF15AR05** – Desenvolver argumentação oral a partir da observação estética.

Recursos pedagógicos

- Quadro para registrar as quantidades citadas oralmente.

Materiais

- Quadro branco, canetão colorido.

5 - Analisar as obras pesquisadas (que foram mostradas nos slides e também a Flor de Pascua - Beautiful) e seus padrões repetitivos (oralmente).

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA18** – Reconhecer padrões geométricos.

Arte

- **EF15AR02** – Analisar ritmo, repetição e organização visual.
- **EF15AR04** – Descrever relações entre elementos visuais em uma composição.

Recursos pedagógicos

- Imagens ampliadas de tesselações de Escher.
- Exemplos de padrões do cotidiano (azulejos, mosaicos, desenhos de piso).

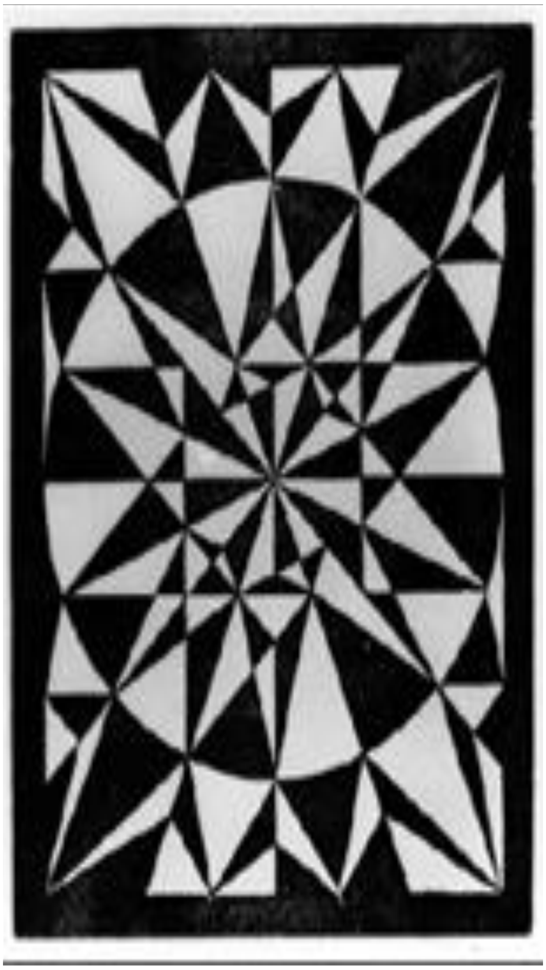
Materiais

- Lápis (opcional), fichas de análise (opcional).

Momento 2: Desenvolvimento - teoria e prática

Tarefa 1

1.1 - Analisar uma cópia da obra Flor de Pascua-Beautiful (Escher, 1921) em preto e branco e uma colorida para comparar os detalhes.



Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Arte

- **EF15AR02** – Identificar elementos visuais (formas, linhas, ritmos, contrastes) em diferentes obras.
- **EF15AR04** – Descrever e comparar obras analisando diferenças de cor e efeito visual.

Matemática

- **EF05MA17** – Comparar polígonos.
- **EF05MA18** – Reconhecer regularidades.

Uso implícito de EF05MA14: ao comparar localização de elementos entre duas versões, o aluno percebe a posição e organização dos objetos no plano.

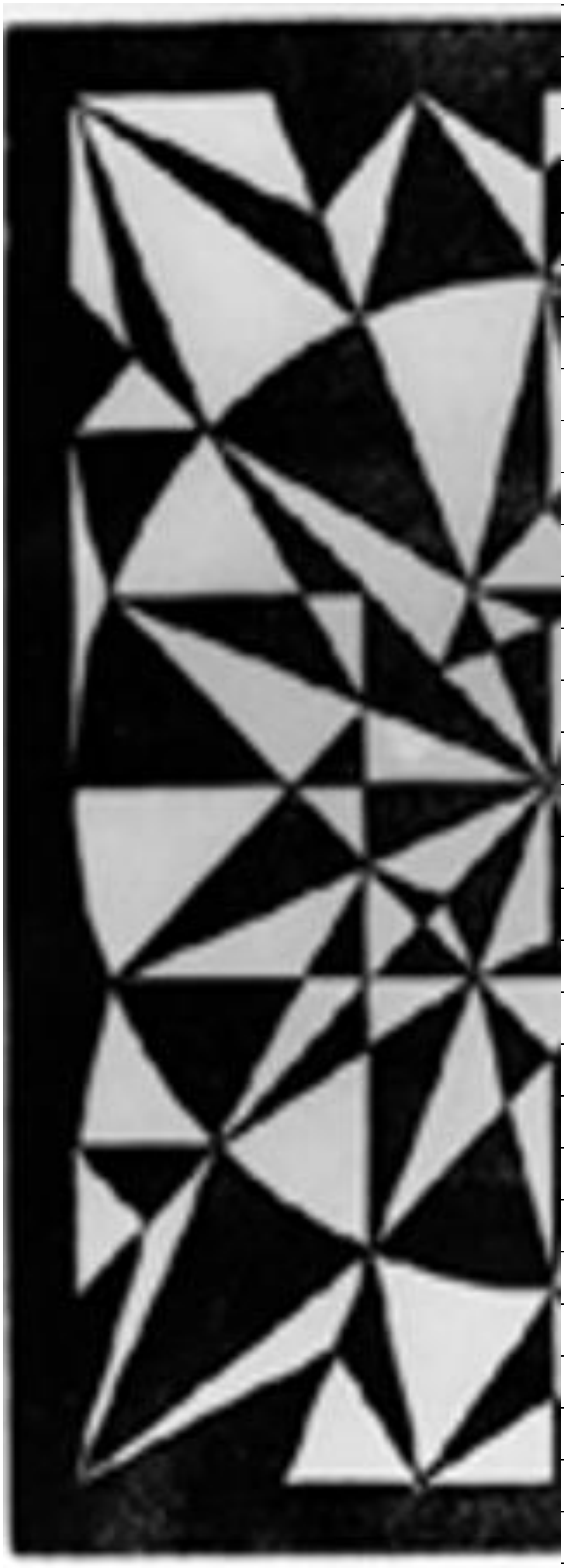
Recursos pedagógicos

- Reprodução da obra em PB e colorida.
- Equipamento multimídia para projeção.
- Roteiro de observação.

Materiais

- Cópias impressas da obra.
- Lápis de cor, apontador, caderno para anotações (opcional).

1.2 - Completar um modelo da obra na malha quadriculada.



Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA14** – Localização em malha quadriculada.
- **EF05MA18** – Proporcionalidade e regularidade.
- **EF05MA17** – Desenho e comparação de polígonos.

Uso implícito de EF05MA15: mesmo não havendo plano cartesiano formal, o aluno realiza movimentos e deslocamentos ao transportar partes da figura. Ele identifica direção e sentido (para cima, para baixo, direita, esquerda). É o início do pensamento cartesiano.

Arte

- **EF15AR02** – Reconhecer organização visual e ritmo através de repetição e continuidade.

Recursos pedagógicos

- Malha quadriculada (folha inteira).
- Impressão de metade da obra posicionada na meia malha.
- Demonstrativo do professor no quadro quadriculado.

Materiais

- Folhas quadriculadas, lápis grafite e borracha.
- Régua para contornos.

Tarefa 2

2.1 - Reconhecer características relacionadas à dimensão da obra Flor de Pascua – Beautiful (2D ou 3D) observando se há intenção de profundidade e se a obra contempla uma única direção ou sentido no plano.

- Esta atividade é de observação da obra para o aluno identificar a dimensão geométrica.
- A atividade pode ser feita oralmente e/ou escrita a critério do professor.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

EF05MA16 – Reconhecer elementos tridimensionais na arte quando existirem. (Aqui, reconhecem que a obra não é 3D.)

Uso implícito de EF05MA14: para identificar se a figura é plana, o aluno analisa o posicionamento dos elementos no plano.

Arte

- **EF15AR03** – Interpretar elementos visuais que criam sensação de volume, profundidade e plano.

Recursos pedagógicos

- Projetor mostrando a obra ampliada.
- Imagens de comparação (obras 2D e 3D).

Materiais

- Ficha de observação (opcional).
- Quadro para registro oral coletivo.

2.2 - Completar a obra Flor de Pascua-Beautiful (Escher, 1921) observada na malha quadriculada respeitando suas principais características.

- Nesta atividade o aluno completará na malha quadriculada a obra Flor de Pascua – Beautiful, respeitando minuciosamente as características da obra.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA14** – Localização em malha.
- **EF05MA17** – Desenho de polígonos.
- **EF05MA18** – Proporcionalidade na reconstrução.

Uso implícito de EF05MA15: ao completar o desenho, o aluno precisa entender
→ direção;
→ sentido;
→ deslocamento entre células mesmo sem plano cartesiano formal.

Arte

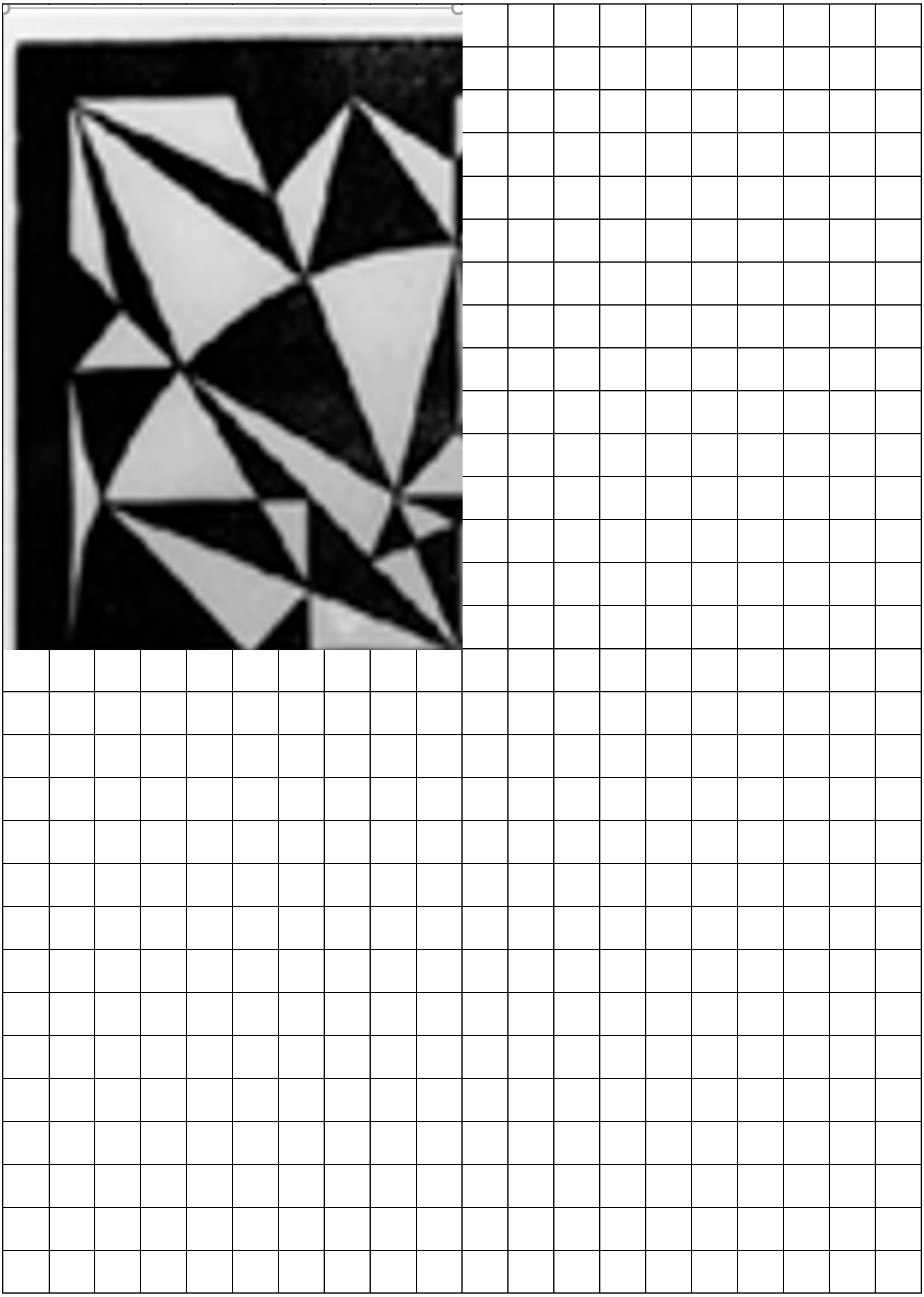
- **EF15AR02** – Observar minuciosamente linhas, contornos e estrutura visual da obra.
- **EF15AR05** – Ampliar a capacidade de percepção e registro.

Recursos pedagógicos

- Malha quadriculada com um quarto da malha ocupada pela obra.
- Demonstração passo a passo em quadro quadriculado.

Materiais

- Folhas quadriculadas, lápis, borracha.
- Ampliação da obra para consulta.



2.3 – Construir uma obra tendo como base o polígono utilizado por Escher na obra estudada.

- Nesta tarefa o aluno fará uma obra artísitica a partir do polígono dado, que na obra Flor de Pascua – Beautiful é o triângulo.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA17** – Nomear e desenhar polígonos.
- **EF05MA18** – Criar padrões e sequências.

Uso implícito de EF05MA14: ao organizar polígonos no plano, o aluno decide posições relativas. Mesmo sem malha, ele usa localização espacial.

Uso implícito de EF05MA15: ao rotacionar, transladar ou inverter o triângulo na criação artística, ele opera giros e movimentações, que são o conteúdo central dessa habilidade.

Arte

- EF15AR04 – Experimentação com elementos visuais.
- EF15AR05 – Criação de imagens autorais.

Recursos

- Moldes de triângulos, régua, exemplos de padrões triangulares.

Materiais

- Papel colorido, cola, tesoura, cartolina.
- Lápis de cor, marcador preto.

Tarefa 3

3.1 – Ampliar proporcionalmente, em malha quadriculada, obedecendo o sentido e a direção, a obra que está sendo estudada.

- Nesta tarefa novamente será utilizada a mlha quadriculada disponibilizada para as tarefas anteriores.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA18** – Proporcionalidade em ampliações.
- **EF05MA14** – Localização na malha.

Uso implícito de EF05MA15: para ampliar, o aluno usa:

- deslocamento por direção;
- mudança de sentido;
- escalonamento entre células. Isso é pensamento cartesiano, embora não esteja no 1º quadrante formal.

Arte

- **EF15AR02** – Observar linhas, contornos e ritmo visual.

Recursos

- Malha ampliada (2× ou 3×).
- Demonstração do professor ponto a ponto.

Materiais

- Folhas quadriculadas A4.
- Lápis, borracha, régua.

3.2 – Colorir a ampliação utilizando a técnica de monocromia.

- Esta tarefa é uma complementação da tarefa 3.1. O aluno deverá colorir a tarefa anterior com a técnica de monocromia.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Arte

- **EF15AR06** – Explorar técnicas de coloração, luz, sombra e tonalidades.
- **EF15AR01** – Experimentar composição monocromática.

Recursos

- Exemplos de monocromia em arte.
- Paleta limitada (variações do mesmo tom).

Materiais

- Lápis de cor monocromáticos, giz de cera, canetinhas.

3.3 – Identificar se existe e qual a simetria na ampliação realizada, e comparar com a atividade em que o aluno teve que completar a metade da obra em malha quadriculada.

- Esta tarefa é de observação e comparação da obra ampliada (Tarefa 3.1) com a tarefa produzinda em 2.2.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA17** – Comparação de polígonos

- **EF05MA18** – Reconhecimento de padrões.

Uso implícito de EF05MA14: para comparar parte da malha com a ampliação, o aluno localiza correspondências espaciais.

Uso implícito de EF05MA15: identificar simetria exige:

- observar giros;
- perceber mudanças de orientação;
- acompanhar deslocamento entre pontos correspondentes.

Arte

- **EF15AR04** – Analisar relações entre partes da imagem.

Recursos

- Régua, espelho pequeno (se possível, para simetria).
- Quadro para registrar comparações.

Materiais

- Fichas de análise, lápis, caderno.

Tarefa 4

4.1 – Elaborar em grupo uma releitura da obra utilizando formas geométricas diferentes.

- Nesta tarefa o professor pode organizar os grupos de alunos de acordo com seus critérios. Importante deixar os alunos criarem livremente suas obras.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

EF05MA17 - Reconhecer, nomear e comparar polígonos.

Uso implícito de EF05MA14: organizar polígonos no plano implica trabalhar posicionamento.

Uso implícito de EF05MA15: ao mover, girar e encaixar polígonos, os alunos realizam deslocamentos semelhantes aos usados no plano cartesiano.

Arte

- **EF15AR06** – Criar releituras e novas composições usando diferentes elementos visuais.
- **EF15AR07** – Trabalhar colaborativamente em produção artística.

Recursos

- Exemplos de releituras de artistas, você pode buscar no site https://artmarjeur.com/pt/obras-de-arte?q=releitura
- Moldes variados de polígonos.

Materiais

- Cartolina, cola, tesoura, EVA, papel colorido.
- Lápis de cor, canetinhas.

Tarefa 5

5.1 – Confeccionar em grupo uma maquete transformando a obra em tridimensional.

- Na construção da maquete da obra, os alunos podem utilizar materiais variados e reutilizáveis. Novamente fica a critério do professor e de sua criatividade para promover a transformação da obra bidimensional para a tridimensionalidade.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Matemática

- **EF05MA16** – Reconhecer objetos tridimensionais e relacionar com representações planas.

Uso implícito (no início da tarefa) de EF05MA14: ao passar do desenho para a maquete, o aluno relaciona posições do plano (2D) com posições reais (3D).

Uso implícito de EF05MA15: ao montar a maquete, ele manipula objetos no espaço com

- Direção;
- Sentido;
- Orientação;
- Deslocamento, que são justamente os elementos da habilidade.

Arte

- **EF15AR08** – Experimentar volumes, montagem, espacialidade e instalação.
- **EF15AR07** – Produção coletiva e diálogo estético.

Recursos

- Modelos simples de 3D (cubos, prismas).
- Exemplos de esculturas inspiradas em figuras geométricas.

Materiais

- Papelão, caixas, rolos, garrafas PET, cola quente.
- Tinta guache, pincéis, tesoura.

Momento 3: Sugestão de fechamento da Sequência Didática

Apresentar em grupo a maquete para os demais alunos da escola em horário a definir com a orientação.

Ao trabalhar com esta tarefa você poderá obter as seguintes habilidades de acordo com a BNCC:

Arte

- **EF15AR10** – Apresentar e explicar produções artísticas para diferentes públicos.
- **EF15AR09** – Valorizar a produção coletiva e o processo criativo.

Matemática

Há uma mobilização indireta durante a apresentação da:

- Organização espacial da maquete (3D).
- Nomeação de elementos geométricos.

Recursos

- Espaço para exposição.
- Cartazes descritivos.

Materiais

- Etiquetas, painéis, mesa para exposição.

Avaliação

Observação das atividades práticas, assim como da participação nas atividades em grupo e discussões.

Cronograma da sequência didática (10 aulas)

Esta sugestão de cronograma poderá ser alterada de acordo com os critérios do professor, aumentando ou diminuindo a quantidade de aulas para a apliação da sequência.

Aulas 1: Introdução e exploração guiada da obra (Momento 1);
Aula 2: Atividades práticas (Tarefas 1);
Aula 3: Atividades práticas (Tarefa 2);
Aula 4-5: Atividades práticas (Tarefa 3);
Aula 6: Criação e releitura (Tarefa 4);
Aulas 7-8: Modelagem/maquete (Tarefa 5);
Aulas 9–10: Socialização (Momento 3).

ANEXO A

FORMULÁRIO PARA ELABORAÇÃO DE PROPOSTAS DE CURSOS E EVENTOS

1. Título da Proposta: OBRAS DE ESCHER E GEOMETRIAS

2. Coordenador(a)*: Vanessa Cristina Rhea

**Para coordenador que seja docente temporário, indicar o período de vigência do contrato.*

3. Contato do Coordenador:

Telefone: 44 998547107   E-mail: vanessarhea@hotmail.com

4. Colegiado de Curso*/ Setor: Matemática

**Ao qual o Projeto está vinculado (não, necessariamente, de lotação do docente coordenador do projeto).*

5. Campus: Campo Mourão

6. Tipo de proposta:

(X) Curso

(   ) Evento

7. Vinculação a Programa/Projeto de Extensão e cultura

(   ) Vinculado   (X) Não vinculado Título do Programa/Projeto de vinculação: ____.

8. Período de vigência:

( ) Inicial: 15/04/2024 a 31/07/2024.

9. Carga Horária Total: 45.

10. Dimensão.

Público Alvo: Professores que ensinam Matemática na Rede municipal de Campo Mourão

Abrangência (região e/ou municípios): Campo Mourão

Local da realização: Instituto Municipal de Aperfeiçoamento Profissional

Quantidade prevista de participantes: 50

11. Previsão de Financiamento.

(X) Sem Financiamento ( ) Com Financiamento

Órgão de Financiamento:

____

Valor do Financiamento:

____.

12. Parcerias.

( ) Sim (1X) Não

Nome(s) da(s) Entidade(s):

____.

Atribuição(ões) da(s) Entidade(s):

____.

13. Equipe da proposta:

Nº	Nome	Instituição	Formação	Função na equipe	Telefone
1	Vanessa Cristina Rhea	UNESPAR	Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática	Coordenadora	44 9985471072
2	Mariana Moran	UEM	Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática	Membro	44 991268979
3	Raquel Polizeli Corradi	UTFPR	Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática	Membro	44 99155 5028
4	Rosemeri Neves de Souza	UNESPAR	Ciências Biológicas	Membro	44 999001183
5	Valdete dos Santos Coqueiro	UNESPAR	Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia	Membro	44 999211036

14. Resumo:

Com esse curso de extensão, pretende-se realizar uma ação de formação para professores que ensinam Matemática em escolas municipais de Campo Mourão, Paraná, para se abordar Geometria e Arte. O objetivo desta proposta é, além de oferecer um curso de formação para esses professores, poder investigar possíveis contribuições de algumas obras de Maurits Cornelis Escher para a aprendizagem de Geometrias, buscando obter esses resultados por meio de discussões, reflexões e explorações ocorridas durante alguns encontros. Escher, foi um artista gráfico holandês que ficou conhecido pela realização de obras que exploravam o infinito e alguns padrões geométricos. Pretende-se realizar cinco encontros com os professores onde serão apresentadas algumas obras do referido artista para que os participantes conheçam essas produções artísticas e, por meio de direcionamentos e questionamentos possam realizar

explorações sobre as Geometrias e seus objetos de conhecimento presentes nas obras em questão. Pretende-se abordar diferentes conteúdos, como elementos de figuras geométricas presentes nas obras, suas representações do espaço tridimensional numa superfície plana, divisão regular do plano (ladrilhamento, tesselação ou ladrilho isoédrico), simetrias, contrastes, padrões, projeções, entre outros. Espera-se que com as reflexões subsidiadas que surgirão com a articulação das Geometrias e das Artes Visuais durante os encontros com os professores da ação de formação, possa haver embasamentos para que novas conexões se estabeleçam e que norteiem de alguma forma as práticas desses profissionais no que se refere à Geometrias e a Matemática como um todo.

Palavras-chave: Educação Matemática. Arte. Geometria. Anos Iniciais.

15. Justificativa da proposta:

A preocupação com a formação do professor, seja inicial ou continuada, está sempre presente nas esferas educacional e política. As discussões sempre se fazem presente e fluem para o entendimento que a formação docente precisa estar alicerçada na necessidade de atualização de seus conhecimentos. Os professores são seres em construção em suas vidas profissionais e ao provocar situações de aprendizagens em sala de aula estão também aprendendo, permeando o ensinar e o aprender, em suas iniciativas de ensino.

A atuação do professor dos Anos Iniciais tem que ser traduzida pela busca de ações que valorizem suas práticas pedagógicas, com uma permanente atualização para não se tornar obsoleto. Seu desenvolvimento profissional vem carregado de complexidades que permeiam sua atividade docente, entre as quais, Estevam (2015) cita suas crenças, conhecimentos e concepções pessoais.

Por meio de várias proposições na educação e entre muitos debates a formação continuada se faz presente para essa constituição de saberes elencando importância à prática pedagógica do docente. Dias (2005) dispõe que "[...] parece adequado que os cursos de formação continuada proporcionem aos professores acesso a informações e experiências a partir do domínio de novos conhecimentos, mudanças em suas formas de agir e pensar". Na presença desse contexto acontece a presunção e execução desta proposta de curso de extensão, que visa a relação entre Arte e Geometrias.

Para tanto, buscará se realizar uma ação de formação continuada ordenada com professores que atuam nos 5° anos dos Anos Iniciais-Ensino Fundamental, lecionando Matemática e Artes, com o intuito de relacionar saberes desses docentes de forma que possam mobilizá-los para suas práticas pedagógicas, para que se possa ampliar os conhecimentos matemáticos e artísticos através das Geometrias e Artes Visuais de M. C. Escher, como uma possibilidade de se aprimorar o trabalho docente. Sendo que Escher foi um artista gráfico holandês que ficou conhecido pela realização de obras que exploravam o infinito e alguns padrões geométricos.

16. Objetivos

Objetivo Geral: Realizar reflexões acerca de conexões possíveis entre obras de Escher e Geometrias.

Objetivos Específicos:

- Proporcionar atividades diversificadas, utilizando diferentes estratégias e recursos, que qualifiquem o aprendizado matemático dos professores dos Anos Iniciais-Ensino Fundamental e que possam ser desenvolvidas em suas salas de aula;
- Orientar a elaboração de atividades por parte dos professores que relacionem as obras em questão com os seus conhecimentos prévios em Geometrias;
- Realizar discussões teóricas sobre os temas Arte e Geometrias;

17. Metodologia para execução da proposta: (limite 20 linhas)

Os encontros da ação de formação irão acontecer nos meses de junho e julho de 2024, com em torno de 50 professores da rede municipal de Campo Mourão, Paraná. A Secretaria Municipal de Educação – Seced, irá ceder o espaço físico para as ações que deverão ocorrer as quintas e sextas feiras dos referidos meses, nos períodos da manhã e tarde.

Para que os encontros aconteçam, serão feitos estudos e organizações com uma quantidade de 15 horas previstas. Posteriormente, ocorrerá a formação, que acontecerá em 5 dias de encontros, com uma turma de manhã e uma a tarde, totalizando uma carga horária de 30 horas. A ação será gravada em áudio, com a anuência de todos, para posterior análise dos dados.

Dentre os cinco encontros acontecerão discussões sobre o tema Arte e Geometrias, uma proposta de elaboração de sequências didáticas sobre as unidades temáticas Artes Visuais e Geometrias, por parte dos professores, e reflexões acerca do resultado obtido a partir de materiais bibliográficos sobre os assuntos em questão.

18. Cronograma da proposta: (considerar o período de vigência do evento/curso)

ANO:	**2024**											
ATIVIDADES	**MESES**											
	J	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Organização do curso				X	X							
Submissão ao Colegiado				X								
Ação de Formação Continuada/produção de dados						X	X					
Sistematização e análise dos dados obtidos								X				

Local/Data:

Assinatura Coordenador:

ANEXO B

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Prezado (a) participante da pesquisa, ____, você está sendo convidado (a) a participar da pesquisa intitulada "IMBRICAÇÕES DE OBRAS DE ESCHER E GEOMETRIAS NA FORMAÇÃO CONTINUADA À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO", que faz parte do Mestrado Acadêmico em Educação Matemática da UNESPAR, sob a responsabilidade da Profa. Dra. Mariana Moran da instituição Universidade Estadual do Paraná – campus Campo Mourão (UNESPAR), Profa. Dra. Raquel Polizeli Corradi da instituição Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR e da pesquisadora Rosemeri Neves de Souza, instituição Universidade Estadual do Paraná- campus Campo Mourão (UNESPAR) que terá como objetivo

- Analisar uma ação de formação continuada com professores que ensinam Matemática e Arte, com o intuito de investigar, por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD), possíveis contribuições de algumas obras de Maurits Cornelis Escher, no estudo das geometrias euclidiana e não euclidianas, durante um processo de formação docente com professores do 5o ano do Ensino Fundamental – Anos Inici.

O presente projeto de pesquisa foi aprovado pelo CEP UNESPAR.

<u>DADOS DO PARECER DE APROVAÇÃO</u>

Emitido Pelo Comitê de Ética em Pesquisa, CEP UNESPAR.
Número do parecer:
Data da relatoria:

1. PARTICIPAÇÃO NA PESQUISA: A sua participação é muito importante e se daria da seguinte forma: participação em uma ação de formação continuada, primeiramente respondendo uma entrevista semiestruturada para coleta de dados para a pesquisa, posteriormente executando uma atividade /sequência didática em grupo, finalmente compartilhando saberes sobre Geometrias e M.C. Escher.

2. RISCOS E DESCONFORTOS: Existe a possibilidade dessa pesquisa trazer riscos mínimos como: desconforto, timidez, insegurança e vergonha ao responder o instrumento de coleta de dados, além de constrangimento durante as gravações de áudio durante a execução da atividade e o medo da quebra de sigilo. Salientamos que em qualquer momento você poderá solicitar o encerramento dos registros e cancelar a sua participação na pesquisa, se sentir desconfortável e que as informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, sendo tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade de modo a preservar sua identidade.

3. BENEFÍCIOS: Os benefícios esperados são:
Esperamos que os resultados da pesquisa realizada venham contribuir para o aprimoramento dos professores da rede municipal de Campo Mourão e que tenha préstimo para pesquisas futuras.

4. CONFIDENCIALIDADE: Informamos ainda que suas informações serão utilizadas somente para os fins desta pesquisa, e serão tratadas com o mais absoluto sigilo e confidencialidade de modo a preservar a sua identidade. Serão utilizados gravadores de áudio ao qual ficará sob os cuidados da pesquisadora Rosemeri Neves de Souza, durante o período necessário para na execução das atividades em grupo. As gravações são matéria-prima e são alguns dos dados que serão analisados por esta pesquisa e serão mantidos em sigilo absoluto. Após todas as informações serem analisadas após a coleta as gravações serão excluídas.

Suas respostas ficarão no mais absoluto sigilo, importante salientar que seu nome não aparecerá em nenhum momento nesta pesquisa, sejam na coleta de dados, nas análises, nos arquivos de áudio e suas transcrições. Sua identidade também será preservada em sigilo quando os resultados forem apresentados.

Os dados a serem coletados só serão utilizados nesta pesquisa e para fins de publicações científicas, num período de até cinco anos, a partir do ano de 2024. Após este período os dados coletados serão descartados.

5. ESCLARECIMENTOS: Caso você tenha mais dúvidas ou necessite esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, antes, durante e depois da sua participação, você pode entrar em contato conosco por meio dos endereços abaixo ou contatar o Comitê de Ética em Pesquisa da UNESPAR, cujo endereço consta neste documento.

Qualquer dúvida com relação à pesquisa poderá ser esclarecida pela **pesquisadora responsável, pesquisadora corresponsável ou a pesquisadora acadêmica**, conforme o endereço abaixo:

Nome da pesquisadora responsável: Mariana Moran
Endereço: Av. Bento Munhoz da Rocha Netto, 1014
CEP: 87030-010
Telefone para contato: (44) 99126-8979
E-mail: mmbarroso@uem.br

Nome da pesquisadora corresponsável: Raquel Polizeli Corradi
Endereço: Av. Manoel Mendes de Camargo, 2440, Ap. 608, Centro, Campo Mourão-PR
CEP: 87303-115
Telefone para contato: (44) 99155-5028
E-mail: raquelpolizeli@gmail.com

Pesquisadora acadêmica: Rosemeri Neves de Souza
Endereço: Rua das Papoulas, 68, Moradias Verdes Campos, Campo Mourão-PR
CEP: 87308-180
Telefone para contato: (44) 99900-1183
E-mail: profrosemericm@gmail.com

Qualquer dúvida com relação aos aspectos éticos da pesquisa poderá ser esclarecida com o Comitê Permanente de Ética em Pesquisa (CEP) envolvendo Seres Humanos da UNESPAR, no endereço abaixo:

CEP UNESPAR
Universidade Estadual do Paraná - campus Paranavaí
Avenida Gabriel Esperidião, S/N - Sala 20
Jardim Morumbi, Paranavaí -PR
CEP: 87.703-000

6. RESSARCIMENTO DAS DESPESAS: Caso você aceite participar da pesquisa, não receberá nenhuma compensação financeira.

7. CUSTOS: Foi esclarecido de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por sua participação na pesquisa, tendo em vista que sua participação é voluntária.

PREENCHIMENTO DO TERMO: Este termo deverá ser preenchido em duas vias de igual teor, sendo uma delas, devidamente preenchida e assinada entregue a você.

Além da assinatura nos campos específicos pelo pesquisador e por você, solicitamos que sejam rubricadas todas as folhas deste documento. Isto deve ser feito por ambos (pelo pesquisador e por você), como garantia do acesso ao documento completo.

TERMO 1

Pelo presente instrumento que atende às exigências legais, o Sr.(a)____, declara que, após leitura minuciosa do TCLE, teve oportunidade de fazer perguntas, esclarecer dúvidas que foram devidamente explicadas pelo (a) pesquisador(a), ciente dos serviços e procedimentos aos quais será submetido e, não restando quaisquer dúvidas a respeito daquilo lido ou explicado, firma seu CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO em participar voluntariamente desta pesquisa. Assim, por estar de acordo, assina o presente termo.

Campo Mourão, ______ de ______________________ de 2024.

____

Assinatura do participante

TERMO 2

Eu Mariana Moran declaro que forneci todas as informações referentes ao projeto de pesquisa supra nominado.

Campo Mourão,19 de abril de 2024.

Mariana Moran
Pesquisadora Responsável

Raquel Polizeli Corradi

Pesquisadora Corresponsável

Rosemeri Neves de Souza
Pesquisador Acadêmico

ANEXO C

Termo de Autorização da Secretaria Municipal da Educação de Campo Mourão

Município de
CAMPO MOURÃO

Campo Mourão, 22 de abril de 2024.

A Secretaria Municipal da Educação de Campo Mourão CNPJ 30.104.499/0001-48, por meio deste termo, autoriza a realização da ação de formação continuada promovida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM), pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) - campus Campo Mourão, a ser desenvolvida pela discente Rosemeri Neves de Souza, orientada pela Profa. Dra. Mariana Moran. A ação de formação continuada seguirá os termos abaixo estabelecidos:

- Horário: a ação de formação ocorrerá conforme os seguintes horários: das 8:00 as 11:00 para os professores da rede municipal que atuam no período matutino; das 14:00 as 17:00 para os professores que atuam no vespertino; os professores que atuam em ambos farão a opção por um dos períodos;

- Os dias que acontecerão a ação de formação serão de acordo com o cronograma: 20, 21,27, 28 de junho; 05 de julho do corrente ano;

- A ação de formação com professores se dará para coleta de dados da pesquisa acadêmica desenvolvida no PRPGEM-UNESPAR;

- As atividades provenientes da pesquisa acadêmica estão de acordo com os objetivos, conteúdos e metodologias descritas no projeto de pesquisa protocolado junto à essa Secretaria;

- As obrigações para o desenvolvimento da ação serão devidamente compartilhadas entre a proponente, PRPGEM-UNESPAR, e a coparticipante, Secretaria da Educação do Município de Campo Mourão;

- A participação dos professores da rede municipal de ensino poderá ser objeto de avaliação e registro para fins de acompanhamento e certificado dessa Secretaria;

Município de
CAMPO MOURÃO

- Os professores participantes serão devidamente certificados através do Programa de
- Extensão da Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR;
- Os professores participantes que tiverem eventuais ausências deverão justificar junto à essa Secretaria.

MMBarroso

Profa. Dra. Mariana Moran Barroso
Universidade Estadual do Paraná
(UNESPAR/Campo Mourão)

TANIA APARECIDA CAETANO PINTO SILVEIRA:61162990910

Assinado de forma digital por TANIA APARECIDA CAETANO PINTO SILVEIRA:61162990910
Dados: 2024.04.22 16:02:50 -03'00'

Tânia Aparecida Caetano Pinto Silveira
Secretária Municipal da Educação