

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR**

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

União da Vitória,  
2026

**A POTENCIALIDADE INCLUSIVA DE DIFERENTES  
REPRESENTAÇÕES EM ENUNCIADOS DE SITUAÇÕES DE  
ESTRUTURAS ADITIVAS**

**Daiane Figura Raphalski**

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
**PRPGEM**



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PARANÁ - UNESPAR  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - PRPGEM

A POTENCIALIDADE INCLUSIVA DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES EM  
ENUNCIADOS DE SITUAÇÕES DE ESTRUTURAS ADITIVAS

Daiane Figura Raphalski

Orientadora: Clélia Maria Ignatius Nogueira

Coorientador: Anderson Roges Teixeira Góes

O presente trabalho foi realizado com apoio da  
Fundação Araucária.

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do  
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática  
da Universidade Estadual do Paraná, linha de pesquisa  
*Tecnologia, diversidade e cultura em Educação  
Matemática*, como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

União da Vitória  
Abril de 2026

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de Bibliotecas da UNESPAR e Núcleo de Tecnologia de Informação da UNESPAR, com Créditos para o ICMC/USP e dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Raphalski, Daiane Figura

A potencialidade inclusiva de diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas / Daiane Figura Raphalski. -- União da Vitória-PR, 2026.  
267 f.: il.

Orientador: Clélia Maria Ignatius Nogueira.

Coorientador: Anderson Roges Teixeira Góes.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -- Universidade Estadual do Paraná, 2026.

1. Educação Matemática Inclusiva. 2. Desenho Universal para Aprendizagem. 3. Estruturas Aditivas. 4. Representações. 5. Cálculo Relacional. I - Nogueira, Clélia Maria Ignatius (orient). II - Góes, Anderson Roges Teixeira (coorient). III - Título.

Daiane Figura Raphalski

A POTENCIALIDADE INCLUSIVA DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES EM  
ENUNCIADOS DE SITUAÇÕES DE ESTRUTURAS ADITIVAS

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente  
 CLELIA MARIA IGNATIUS NOGUEIRA  
Data: 19/05/2026 11:03:00-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Profa. Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira  
Presidente da Comissão Examinadora  
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Documento assinado digitalmente  
 ANDERSON ROGES TEIXEIRA GOES  
Data: 21/05/2026 09:22:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Prof. Dr. Anderson Roges Teixeira Góes  
Coorientador  
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Documento assinado digitalmente  
 MARIA IVETE BASNIAK  
Data: 21/05/2026 10:20:23-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>


---

Profa. Dra. Maria Ivete Basniak  
Examinadora Interna  
Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Documento assinado digitalmente  
 MARILENA BITTAR  
Data: 25/05/2026 19:50:41-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Marilena Bittar  
Examinadora Externa  
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)

Documento assinado digitalmente  
 PRISCILA KABBAZ ALVES DA COSTA  
Data: 21/05/2026 09:29:35-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Profa. Dra. Priscila Kabbaz Alves da Costa  
Examinadora Externa  
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Resultado:  
APROVADA

União da Vitória  
Abril de 2026

*Dedico o presente trabalho à menina que sempre gostou de estudar.*

## AGRADECIMENTOS

*Agradeço primeiramente a Deus, que me amparou e permitiu a realização deste sonho. À minha orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Clélia, por ser uma guia tão sábia, pelo apoio, pela leveza e pela firmeza na condução desta pesquisa.*

*Ao meu coorientador, Prof. Dr. Anderson, pela orientação cuidadosa, pela paciência e pela prontidão sempre que solicitado.*

*Aos membros da banca examinadora, Prof.<sup>a</sup> Marilena, Prof.<sup>a</sup> Priscila e Prof.<sup>a</sup> Maria Ivete, pela disponibilidade, pelas valiosas contribuições e pelos apontamentos realizados com tanta sabedoria, os quais possibilitaram o aprimoramento e a escrita final desta investigação.*

*Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), pelos ensinamentos e pela formação proporcionada.*

*À Fundação Araucária, pelo apoio financeiro por meio da bolsa concedida.*

*Aos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa) e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Educação Matemática Inclusiva (GEPeDEMI), pelas contribuições em cada discussão e pelos conhecimentos compartilhados.*

*À minha família, especialmente ao meu amado marido, Vinicius, e aos meus amados filhos, Tales e Maitê, pelo apoio incondicional, pelo incentivo e pela compreensão diante das minhas ausências ao longo deste percurso.*

*Aos meus pais, Marina e Osvaldo, que não tiveram a oportunidade de estudar, mas sempre valorizaram o conhecimento e me ensinaram a importância da educação.*

*Às minhas amigas, especialmente à Joelma, à Juliana e à Débora, pelos chimarrões compartilhados, pelas trocas de experiências, pelas conversas, pelo acolhimento e pelo apoio ao longo desta caminhada.*

*À minha escola e aos (às) meus (minhas) alunos (as), que participaram da pesquisa e foram protagonistas deste enredo.*

*À Prof.<sup>a</sup> Elizabete, minha primeira e única professora dos anos iniciais, em quem me espelhei ao longo da minha caminhada docente.*

*Enfim, manifesto minha gratidão a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para que esta investigação se tornasse realidade.*

*Gratidão a todos aqueles que insistem em arredondar o giz!*

## RESUMO

Esta pesquisa investiga a potencialidade inclusiva de diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas no contexto dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa, com características de intervenção pedagógica, fundamentado em Damiani *et al.* (2013), que teve como objetivo analisar as contribuições de diferentes representações para o cálculo relacional dos estudantes. A investigação foi orientada pelos princípios do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA) e pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud. A intervenção foi realizada com 27 estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede estadual de Santa Catarina. Os participantes foram organizados em grupos heterogêneos com o instrumento de produção de dados constituído por uma sequência de ensino composta por 16 situações de estruturas aditivas cujos enunciados foram apresentados por meio de texto escrito (TE), (TE) mais diagrama, (TE) mais ilustração e (TE) apoiado pelo Quadro de Representações Tridimensionais (QRT). Os dados foram produzidos por meio de registros das interações, resoluções das atividades e autoavaliações individuais e coletivas. Os resultados indicam que a utilização de diferentes representações contribui para o cálculo relacional, favorecendo o engajamento, a interação e a mobilização de estratégias diversificadas pelos estudantes. Destaca-se a predominância do cálculo relacional adequado, bem como a identificação de diferentes esquemas de ação, como o uso da contagem, do complementar e do algoritmo parcialmente coordenado. Representações de natureza visual e manipulativa, particularmente o QRT, apresentaram maior potencial para promover a interação entre os estudantes e favorecer a compreensão dos enunciados. Conclui-se que a diversificação das representações em enunciados constitui uma estratégia pedagógica relevante para a promoção da aprendizagem matemática em uma perspectiva inclusiva, alinhada aos princípios do DUA, contribuindo para a redução de barreiras e ampliação do acesso ao saber.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Inclusiva; Desenho Universal para Aprendizagem; Estruturas Aditivas; Representações; Cálculo Relacional.

## ABSTRACT

This study investigates the inclusive potential of different representations in statements describing additive structures in the context of the early years of elementary school. It is a qualitative study with elements of a pedagogical intervention, grounded in Damiani et al. (2013), which aimed to analyze the contributions of different representations to students' relational calculation skills. The research was guided by the principles of Universal Design for Learning (UDL) and Gérard Vergnaud's Theory of Conceptual Fields. The intervention was conducted with 27 third-grade elementary school students from a public school in the state of Santa Catarina. Participants were organized into heterogeneous groups based on a teaching sequence consisting of sixteen situations involving additive structures represented through written text, diagrams, illustrations, and the Three-Dimensional Representation Board (QRT). Data were collected through records of interactions, activity resolutions, and individual and collective self-assessments. The results indicate that the use of different representations contributes to relational calculation, fostering engagement, interaction, and the mobilization of diverse strategies by students. Notably, there was a predominance of appropriate relational calculation, as well as the identification of different action schemes, such as the use of counting, complementary methods, and partially coordinated algorithms. It is also worth noting that visual and manipulative representations, especially the QRT, showed greater potential for promoting interaction among students and facilitating their understanding of the problems. It is concluded that the diversification of representations in problems constitutes a relevant pedagogical strategy for promoting mathematical learning from an inclusive perspective, aligned with the principles of the DUA, contributing to the reduction of barriers and the expansion of access to knowledge.

**Keywords:** Inclusive Mathematics Education; Universal Design for Learning; Additive Structures; Representations; Relational Calculus.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Protótipo do QRT .....	34
Figura 2 - Versão redesenhada da placa do QRT .....	35
Figura 3 - Versão do QRT utilizada na pesquisa .....	35
Figura 4 - Redes neurais do DUA .....	38
Figura 5 - Caminhos possíveis de um planejamento.....	45
Figura 6 - Diagrama da estrutura de cada problema segundo Vergnaud (2009) .....	55
Figura 7 – Diagrama do exemplo 1 .....	56
Figura 8 - Diagrama do exemplo 2.....	57
Figura 9 – Diagrama do exemplo 1 .....	57
Figura 10 - Diagrama do exemplo 2.....	58
Figura 11 - Diagrama do exemplo 3.....	58
Figura 12 - Composição.....	59
Figura 13 – Transformação .....	60
Figura 14 - Comparação.....	61
Figura 15 - Exemplo do bloco de pesquisa de Morás .....	63
Figura 16 - Critérios de inclusão e exclusão das pesquisas retornadas das buscas de dados ...	68
Figura 17- Fotos das faces da TQC .....	71
Figura 18 – Lacuna de pesquisa .....	83
Figura 19 - Situação com resposta inadequada.....	90
Figura 20 - Exemplo de resolução com cálculo relacional inadequado .....	95
Figura 21 – Exemplo de resolução com cálculo relacional adequado.....	95
Figura 22 - Exemplo de resolução com cálculo relacional parcialmente adequado .....	97
Figura 23 - Formação dos Grupos .....	102
Figura 24 - Primeiro exemplo de situação.....	107
Figura 25 - Primeiro exemplo montado no QRT.....	108
Figura 26 - Segundo exemplo de situação.....	108
Figura 27 – Segundo exemplo montado no QRT .....	109
Figura 28 - Terceiro exemplo de situação .....	111
Figura 29 - Terceiro exemplo montado no QRT .....	111
Figura 30 - <i>Kits</i> disponibilizados aos seis grupos.....	116

Figura 31 – Situação 2.2 representada pelo QRT .....	117
Figura 32 - Resolução da situação 2.2 pelo G4 .....	118
Figura 33 - Painel das percepções das situações.....	123
Figura 34 - Exemplo de resolução com uso de complementar.....	131
Figura 35 - Exemplo de resolução com uso de contagem.....	132
Figura 36 - Exemplo de resolução com uso algoritmo parcialmente coordenado .....	133
Figura 37 - Resolução da situação 2.2 pelo G3 .....	150
Figura 38 – Resolução da situação 4.2 pelo G2.....	169
Figura 39 - Resolução da situação 6.2 pelo G3 .....	188

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Resultados da busca nas bases de dados.....	66
Tabela 2- Resultados das buscas após exclusão das duplicatas .....	67
Tabela 3 - Escolhas do primeiro estudo piloto .....	88
Tabela 4 - Escolhas do segundo estudo piloto.....	90
Tabela 5 - Situações do diagnóstico inicial .....	93
Tabela 6 - Cálculo Numérico .....	94
Tabela 7 - Cálculo Relacional.....	96
Tabela 8 - Cor da estrela por número de acertos .....	100
Tabela 9 - Cores das Estrelas .....	100
Tabela 10- Código dos estudantes.....	102
Tabela 11 - Grupos de trabalho.....	103
Tabela 12 - Escolhas das situações do tipo 1.....	134
Tabela 13 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 1.1 .....	138
Tabela 14 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 1.2 .....	141
Tabela 15 - Escolhas das situações do tipo 2.....	142
Tabela 16 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 2.1 .....	146
Tabela 17 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 2.2 .....	151
Tabela 18 - Escolhas das situações do tipo 3.....	151
Tabela 19 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 3.1 .....	155
Tabela 20 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 3.2 .....	159
Tabela 21 - Escolhas das situações do tipo 4.....	159
Tabela 22 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 4.1 .....	164
Tabela 23 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 4.2 .....	169
Tabela 24 - Escolhas das situações do tipo 5.....	169
Tabela 25 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 5.1 .....	174
Tabela 26 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 5.2 .....	179
Tabela 27 - Escolhas das situações do tipo 6.....	179
Tabela 28 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 6.1 .....	184
Tabela 29 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 6.2 .....	189
Tabela 30 - Escolhas das situações do tipo 7.....	189

Tabela 31 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 7.1 .....	193
Tabela 32 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 7.2 .....	198
Tabela 33 - Escolhas das situações do tipo 8.....	199
Tabela 34 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 8.1 .....	203
Tabela 35 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 8.2 .....	207
Tabela 36 – Síntese geral das escolhas das representações dos enunciados das situações ....	208
Tabela 37 – Síntese geral das estratégias utilizadas nas resoluções por tipo de situações.....	208
Tabela 38 - Síntese geral das escolhas e desempenho dos grupos .....	214

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Quadro Organizativo do DUA, Versão 3.0, em português .....	40
Quadro 2 - Princípios do DUA e estratégias pedagógicas .....	46
Quadro 3 - Etapas para seleção dos estudos analisados .....	69
Quadro 4- Identificação das dissertações selecionadas.....	69
Quadro 5 – Fotos do primeiro estudo piloto .....	88
Quadro 6 - Fotos do segundo piloto .....	91
Quadro 7 - Trechos do texto rimado.....	104
Quadro 8 - Fotos dos Trabalhos Produzidos.....	105
Quadro 9 - Fotos da primeira etapa da intervenção .....	109
Quadro 10 - Cores das folhas sulfite fornecidas aos grupos .....	112
Quadro 11 - Fotos da segunda etapa da intervenção.....	114
Quadro 12 - Fotos da terceira etapa da intervenção.....	121
Quadro 13 - Fotos da quarta etapa da intervenção.....	125
Quadro 14 - Avaliação dos grupos sobre o uso do QRT.....	127
Quadro 15 – Tipos de situação .....	129
Quadro 16– Resoluções adequadas das situações 1.1 .....	135
Quadro 17 - Resoluções adequadas das situações 1.2 .....	138
Quadro 18 - Resoluções adequadas das situações 2.1 .....	143
Quadro 19 -Resoluções adequadas das situações 2.2 .....	147
Quadro 20 - Resoluções adequadas das situações 3.1 .....	152
Quadro 21 - Resoluções adequadas das situações 3.2 .....	156
Quadro 22 - Resoluções adequadas das situações 4.1 .....	160
Quadro 23 - Resolução inadequada das situações 4.1.....	163
Quadro 24 - Resoluções das situações 4.2.....	165
Quadro 25 - Resoluções adequadas das situações 5.1 .....	170
Quadro 26 - Resolução inadequada das situações 5.1.....	173
Quadro 27 - Resoluções adequadas das situações 5.2 .....	175
Quadro 28 - Resoluções inadequadas das situações 5.2 .....	178
Quadro 29 - Resoluções adequadas das situações 6.1 .....	180
Quadro 30 - Resolução inadequada da situação 6.1.....	183

Quadro 31 - Resoluções das situações 6.2.....	185
Quadro 32 - Resoluções adequadas das situações 7.1 .....	190
Quadro 33 - Resoluções adequadas das situações 7.2 .....	194
Quadro 34 - Resoluções adequadas das situações 8.1 .....	200
Quadro 35 - Resoluções inadequadas das situações 8.1 .....	201
Quadro 36 - Resolução adequada das situações 8.2.....	204
Quadro 37 - Resoluções inadequadas das situações 8.2 .....	205
Quadro 38 - Síntese da autoavaliação .....	210
Quadro 39 - Síntese da autoavaliação com <i>emojis</i> sobre o uso do QRT .....	212

## LISTA DE SIGLAS

3D	Tridimensional
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AEE	Atendimento Educacional Especializado
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CAST	Center for Applied Special Technology
CBTC	Currículo Base do Território Catarinense
CID	Classificação Internacional de Doenças
DU	Desenho Universal
DUA	Desenho Universal para Aprendizagem
GC	Grupo de controle
GE1	Grupo Experimental 1
GE2	Grupo Experimental 2
GEPeDEMI	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática e Educação Matemática Inclusiva
GEPeDiMa	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática
GEPETEL	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Tecnologias e Linguagens
LabTAE	Laboratório de Tecnologias Assistivas Educacionais
PLA	Ácido Polilático
PNNEPEI	Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva
PP	Professora Pesquisadora
PRPGEM	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
QRT	Quadro de Representações Tridimensionais
SC	Santa Catarina
SciELO	Scientific Electronic Library Online
T4TEL	T4 em referência ao quarteto praxeológico: tarefa, técnica, tecnologia e teoria; e TEL de Aprendizagem Tecnológica Reforçada.
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCC	Teoria dos Campos Conceituais

TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TDAH	Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade
TEA	Transtorno do Espectro Autista
TQG	Tábua Quadriculada Geoplanar
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
USB	Universal Serial Bus

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>19</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>22</b>
<b>2 APORTE TEÓRICO .....</b>	<b>26</b>
2.1 O que é Educação Matemática Inclusiva? .....	26
2.2 Desenho Universal .....	31
2.2.1 Quadro de Representações Tridimensionais (QRT).....	33
2.3 Desenho Universal para Aprendizagem: Histórico e contexto.....	37
2.3.1 Princípios e Diretrizes do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA).....	39
2.3.2 Percurso para o planejamento pautado no DUA .....	42
2.4 Teoria dos Campos Conceituais .....	47
2.4.1 Teoria dos Campos Conceituais: breve histórico.....	47
2.4.2 Campo Conceitual Aditivo.....	52
2.4.3 Classe de Composição.....	59
2.4.4 Classe de Transformação .....	60
2.4.5 Classe de Comparação .....	61
<b>3 REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>65</b>
3.1 Contribuições da revisão de literatura para a presente pesquisa .....	82
<b>4 ENTRELAÇAMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>85</b>
4.1 Primeiro Estudo Piloto .....	86
4.2 Segundo Estudo Piloto .....	89
4.3 Diagnóstico Inicial .....	91
4.4 Intervenção: 1ª Etapa .....	97
4.4.1. Reunião GEPeDiMa- Discussão sobre o instrumento de pesquisa .....	110
4.5 Intervenção: 2ª etapa .....	110
4.6 Intervenção: 3ª etapa .....	114
4.7 Intervenção: 4ª etapa .....	121
4.8 Intervenção: 5ª etapa .....	125
<b>5 RESULTADOS .....</b>	<b>129</b>
5.1 Diferentes esquemas de ação.....	130
5.1.1. Uso do complementar .....	131

5.1.2. Uso de Contagem.....	131
5.1.3. Uso de algoritmo parcialmente coordenado .....	132
5.2. Situações 1.1 e 1.2.....	133
5.3 Situações 2.1 e 2.2 .....	142
5.4 Situações 3.1 e 3.2 .....	151
5.5 Situações 4.1 e 4.2 .....	159
5.6 Situações 5.1 e 5.2 .....	169
5.7 Situações 6.1 e 6.2 .....	179
5.8 Situações 7.1 e 7.2 .....	189
5.9 Situações 8.1 e 8.2 .....	198
5.10 Discussões Gerais .....	208
5. 11 Interações durante as resoluções das situações .....	210
5.12 Autoavaliação e avaliação com <i>emojis</i> .....	210
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>216</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>221</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>226</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>248</b>
<b>APÊNDICE C.....</b>	<b>264</b>
<b>APÊNDICE D.....</b>	<b>266</b>

## APRESENTAÇÃO

Para mim<sup>1</sup>, estudar sempre foi muito difícil, não pela vontade ou aprendizagem, mas pelo acesso. Minha família era muito humilde e residia distante da cidade, aproximadamente 30km. Meu primeiro contato com o ambiente escolar deu-se aos meus sete anos de idade, numa pequena instituição, multisseriada, denominada de Escola Isolada da Colônia Figura. Nesse lugar estudavam vizinhos e primos, todos limpavam o espaço, faziam a horta e ajudavam na preparação do lanche. A sala de aula era composta por quatro filas de carteiras duplas de madeira que separavam as séries, um piso de taco que soltava enquanto caminhávamos e um quadro grande rasurado. Meus primeiros rabiscos no papel surgiram do desejo de dominar a letra cursiva com perfeição. Foi naquele espaço, no qual me sentia acolhida e feliz, que os desejos de estudar mais foram crescendo.

Com o passar do tempo, tornei-me ajudante da professora, e escrever no quadro representava um gesto de admiração da parte dela. Essa tarefa só era permitida àqueles cuja escrita demonstrava cuidado e capricho. Receber tal responsabilidade foi, para mim, motivo de orgulho e estímulo para continuar aprendendo. Após terminar o texto escrito no quadro ou alguma sequência de exercícios cujo enunciado iniciava com ‘resolva com atenção’, a professora conferia meu giz e dizia: *se o giz ficar redondinho, você será professora quando crescer*. Não sei ao certo o porquê, ou sei, mas essa frase nunca saiu da minha cabeça.

Concluída a 4ª série (correspondente ao 5º Ano do Ensino Fundamental), eu queria ir mais longe, mas a escola mais próxima ficava na cidade, em Canoinhas-SC. Como eu era a filha mais velha, meus pais precisavam de mim em casa, para cuidar dos irmãos mais novos, ajudar nos afazeres domésticos e do campo. Minha mãe conhecia meus desejos e insistiu com meu pai que eu fosse em busca do giz. E após muita insistência, consegui a oportunidade de frequentar a 5ª série (correspondente ao 6º Ano do Ensino Fundamental) na cidade. Eu pegava o ônibus às 6h da manhã e retornava às 14h. Terminar o Ensino Fundamental foi menos prazeroso que iniciá-lo, considerando que alguns colegas podem ser cruéis com quem carrega falas regionais e terra nos sapatos.

---

<sup>1</sup> Opto pela escrita em primeira pessoa neste trecho por se tratar de elementos da minha trajetória formativa, cuja subjetividade constitui parte do processo de construção da pesquisa.

Avistava o Ensino Médio, porém desta vez precisava custear o transporte. Minha avó materna (in memoriam) ofereceu ajuda em troca de auxílio nos afazeres domésticos, ela também sabia que eu precisava arredondar o giz. E assim, com muito esforço e resiliência, mais uma etapa da minha formação foi concluída.

Já o Ensino Superior parecia algo muito distante, quase inalcançável. Ninguém da minha família tinha chegado tão longe. Nessa época, por volta dos anos 2002, minha família e eu tínhamos mudado, estávamos um pouco mais próximos da cidade de Canoinhas-SC, principalmente próximos a BR 280 e ali passava ônibus com destino a União da Vitória-PR. Eu soube que havia uma universidade pública, na época a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (atualmente Universidade Estadual do Paraná- UNESPAR). Acreditei que fosse lá que aprenderia a deixar o giz redondinho. Na primeira aula de Pedagogia, em 2003, a professora de Psicologia da Educação dizia: *não procrastinem!* Eu conhecia bem o significado dessa expressão, sempre foi algo que orientou meu caminho.

Durante a graduação, tive a oportunidade de ter minha primeira turma, como professora regente. Era uma primeira série, foi desafiador, nem Piaget, nem Vygotsky, nem Freud, nem tantos outros teóricos me deram a mão. Quem surgia em minha memória, era a professora que me alfabetizou e permitiu que um dia eu escrevesse em seu quadro. Concluí a especialização em Psicopedagogia e segui prestando concursos, alguns com o mérito de primeiro lugar. Atuei em várias funções, níveis e modalidades da Educação Básica. Durante esse tempo de crescimento profissional, outro desejo se tornou latente: a maternidade. E sendo assim, Tales chegou em 2015 e Maitê em 2019. Nos primeiros anos sendo mãe, minha prioridade foi o desenvolvimento dos meus filhos, confesso que deixei o giz guardado na gaveta por um tempo. Neste período já era professora efetiva de Anos Iniciais na rede estadual de Santa Catarina.

Em 2022, com a demanda crescente de estudantes apoiados pela Educação Especial, senti que precisava arredondar o giz outra vez, procurei uma especialização, que me oportunizou algum aprendizado, mas não foi suficiente. Eu precisava mergulhar na Educação Especial para compreender as demandas e potencialidades e em 2024 trabalhei como professora de Atendimento Educacional Especializado (AEE). Antes disso, já pensava em um mestrado. Será que sonhar com um título dessa grandeza seria possível? Vi no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PRPGEM) da Unespar uma possibilidade. E a Unespar, que já tinha sido minha casa na graduação e na especialização, acolheu-me novamente, para quem sabe desta vez resolver definitivamente a história do giz. Coursar a pós-graduação foi tão desafiador quanto as outras etapas, porém dessa vez eu tinha sapatos limpos e experiência de

vida. Ainda assim a transformação foi imensa. Despir-me de velhos hábitos, despertar uma paixão pela pesquisa e reaprender a usar o giz foram as principais contribuições desse período.

Foi movida pela ânsia de aprender mais e ser uma professora melhor que percorri o caminho do mestrado. Minha orientadora, Dra. Clélia, sempre presente e acolhedora, ouvia com atenção meus interesses e, embora sugerisse ajustes, concedeu-me liberdade para escolher os caminhos que me deixavam mais confortável. Nas reuniões dos grupos de pesquisa GEPeDiMa e GEPeDEMI, tive a oportunidade de assistir à apresentação do meu coorientador, Dr. Anderson, sobre o Desenho Universal para Aprendizagem (DUA). Essa abordagem, até então desconhecida para mim, despertou meu interesse e, a partir dela, juntamente com meus orientadores, fomos delineando a pesquisa. Ao longo do ano de 2024, pensamos em diversas possibilidades para explorar o DUA (com o segundo professor, no AEE ou com professores regentes), mas foi ao final do ano que a decisão foi definitivamente tomada. Concordamos em articular a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e o DUA, além de explorar as potencialidades do Quadro de Representações Tridimensionais (QRT), realizando a pesquisa com a turma do 3º ano do Ensino Fundamental, da qual eu seria professora regente em 2025.

A intenção da pesquisa foi justamente trabalhar em uma turma diversa, com estilos de aprendizagem diferentes e necessidades educacionais específicas, em que adotássemos os princípios do DUA enquanto explorássemos situações de estruturas aditivas, especificamente as de composição e transformação.

Todo esse percurso, além de responder a um objetivo acadêmico, também reflete os anseios pessoais e profissionais de uma professora e agora, pesquisadora. Sobretudo, essa dissertação é fruto de muita dedicação, escrita por alguém que reconhece que o giz talvez nunca fique perfeitamente redondo, pois sempre haverá muito a aprender e a ensinar.

## INTRODUÇÃO

De acordo com Mantoan (2015), a diferença refere-se ao que constitui o outro, ou seja, o que o outro é. A identidade diz respeito ao que caracteriza cada sujeito em sua singularidade, ou ainda, o que se é. A autora destaca que “A diferença é produzida e não pode ser naturalizada, como pensamos habitualmente. Essa produção merece ser compreendida, e não apenas respeitada e tolerada” (Mantoan, 2015, p. 35). Essa reflexão dialoga com as pesquisas de Morás (2023) e Nogueira (2020) que trazem a expressão legitimar as diferenças, no sentido de reconhecê-las, respeitá-las e valorizá-las.

Nessa mesma perspectiva, Sebastian-Heredero, Prais e Vitaliano reconhecem:

[...] que os alunos são diferentes e apresentam modos diferentes de aprender um conteúdo e, dessa maneira, havendo ou não alunos com deficiência ou dificuldades de aprendizagem em sala de aula, o DUA fortalece o processo de mudança significativa no sistema educacional ao almejar ser inclusivo (2022, p. 21).

Dessa forma, no intuito de promover a inclusão e legitimar as diferenças dos estudantes presentes nos espaços escolares, vislumbra-se no Desenho Universal para Aprendizagem (DUA)<sup>2</sup> uma possibilidade de ação pedagógica. Essa abordagem propõe uma diferenciação curricular orientada a contemplar as especificidades de cada estudante, deslocando o foco de um currículo engessado para um currículo flexível, que se adequa ao percurso didático do processo de ensino. Além disso, o DUA busca considerar a diversidade já na etapa do planejamento, a partir de seus princípios de Engajamento, de Representação e de Ação e Expressão (Góes *et al.*, 2025; CAST, 2024; Sebastian-Heredero, Prais e Vitaliano 2022).

Nessa direção, ao reconhecer a diversidade como ponto de partida, torna-se relevante identificar as barreiras que dificultam o acesso ao saber pelos estudantes. Estudos recentes apontam que estudantes de Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apoiados ou não pela Educação Especial, enfrentam dificuldades na interpretação de enunciados de situações de matemática (Morás, Nogueira, Farias 2023; Nogueira, Borges, 2019; Nogueira, Soares, 2019). Identificar e minimizar as barreiras pedagógicas requer que o professor planeje e desenvolva experiências didáticas com variados tipos de situações, que desafiem os estudantes a mobilizar conceitos e estratégias.

---

<sup>2</sup> Para mais informações sobre o Desenho Universal para Aprendizagem (DUA), recomenda-se a consulta no site do CAST (*Center for Applied Special Technology*), disponível em: <https://www.cast.org>.

Diante desse cenário, emergem propostas que buscam ampliar o acesso à aprendizagem e reduzir barreiras pedagógicas, como é o caso do Quadro de Representações Tridimensionais (QRT) (Góes, Nogueira, Góes, 2025). Trata-se de um material didático háptico<sup>3</sup> desenvolvido pelo Laboratório de Tecnologias Assistivas Educacionais (LabTAE) da Universidade Federal do Paraná, no âmbito de um projeto de pós-doutorado realizado na Universidade Estadual do Paraná. O QRT está sustentado no Desenho Universal (DU), e é composto por uma placa de aço e peças magnéticas impressas em 3D. Esse recurso permite representar manipulativa e visualmente os elementos presentes nos enunciados das situações, colaborando para que diferentes perfis de estudantes possam interpretá-las.

Sobretudo, existem diferentes formas de relacionar os dados numéricos que aparecem em um enunciado de uma situação. Denominamos essas operações de pensamento de cálculo relacional (Santana, 2012; Magina *et al.*, 2008; Vergnaud, 1982).

Essa pesquisa está amparada metodologicamente nos princípios do DUA e fundamentada teoricamente na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud. Dialoga ainda com os estudos de Magina *et al.* (2008), Santana (2012) e com a investigação de Morás (2023), ambas ancoradas na TCC. Algumas situações de estruturas aditivas utilizadas por Morás (2023) foram redesenhadas para o contexto desse estudo e, assim como em sua pesquisa, representadas de diferentes formas. A pesquisa de Morás (2023) explorou representações em enunciados com texto escrito, libras, interlândia, esquema/diagrama e ilustração, pois participaram estudantes surdos e ouvintes. Já na pesquisa atual, como não há estudantes surdos entre os participantes, não foi necessário usar libras e interlândia. Assim, os enunciados foram representados por meio de texto escrito, diagramas e ilustrações, além de uma quarta forma adicional: representação (tridimensional) utilizando o QRT.

Diante do apresentado nesta pesquisa, buscamos responder a seguinte questão: *diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas contribuem para o cálculo relacional dos estudantes?* No intuito de responder a essa questão, estabelecemos como objetivo geral: *analisar contribuições de diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas para o cálculo relacional pelos estudantes.* Para alcançar esse objetivo geral, definimos os seguintes objetivos específicos: *caracterizar uma sequência de*

---

<sup>3</sup> Háptico é um conceito que engloba não apenas a sensação tátil, mas também percepção da posição e movimento. Assim, um recurso pedagógico háptico proporciona aprendizado por meio do sentido do tato, mas permitindo que os estudantes explorem, compreendam e interajam com informações físicas ou espaciais de forma sensorial, em contraposição ao material tátil que é passivo e utiliza apenas o sentido do toque.

*situações de estruturas aditivas com base nos princípios do DUA; identificar quais das representações nos enunciados possui maior potencial de interação entre os estudantes do grupo; e analisar os esquemas mobilizados pelos estudantes a partir dos diferentes tipos de apresentação dos enunciados das situações de estruturas aditivas.*

Conforme o exposto, elaboramos um instrumento de pesquisa composto por 16 situações, pertencentes às classes de composição e transformação e ajustadas às variáveis legitimantes<sup>4</sup> de uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental. Esse instrumento incluiu o QRT como uma das formas de representação dos enunciados, além do texto escrito, diagrama e ilustração. A intervenção foi planejada em consonância com os princípios do DUA, permitindo que grupos heterogêneos interagissem e escolhessem entre as diferentes representações. A seguir, a organização geral da dissertação em capítulos.

O Capítulo 1 aborda a Introdução desta pesquisa.

O Capítulo 2, denominado Aporte Teórico, está dividido em 3 seções. A primeira se intitula de Educação Matemática Inclusiva, contempla um estudo sobre os aspectos legais e pesquisas relacionadas à temática. Na segunda seção se apresenta a abordagem metodológica que fundamenta este trabalho. São explorados os princípios do Desenho Universal e do Desenho Universal para Aprendizagem, além do processo de desenvolvimento do QRT e discussões sobre a sua usabilidade. Nessa seção ainda será apresentado o percurso de planejamento pautado no quadro organizativo versão 3.0. Na terceira seção, encontra-se a fundamentação teórica da pesquisa, na qual são discutidos aspectos da Teoria dos Campos Conceituais, com ênfase nas estruturas aditivas, em especial nas classes de composição e transformação.

O Capítulo 3, Revisão de Literatura, reúne estudos que abordam os descritores: materiais manipuláveis, resolução de problemas, Matemática e Anos Iniciais, demonstrando a lacuna de pesquisa existente.

O Capítulo 4, Entrelaçamentos Metodológicos, descreve a intervenção articulando as ações da pesquisadora e dos estudantes aos princípios, diretrizes e considerações do DUA. Contempla ainda o primeiro e o segundo estudos piloto, o diagnóstico inicial e as cinco etapas da intervenção.

O Capítulo 5, Resultados, apresenta as interações e estratégias de resolução de situações de estruturas aditivas mobilizadas pelos grupos de estudantes que participaram do estudo principal da pesquisa.

---

<sup>4</sup> Esse termo será aprofundado no capítulo 2, na seção que trata da Educação Matemática Inclusiva

E por fim, o Capítulo 6 apresenta as Considerações Finais, seguida das Referências e Apêndices.

## 2 APORTE TEÓRICO

Neste capítulo, situamos a discussão no campo da Educação Matemática Inclusiva, abordando princípios que favorecem a participação, o acesso e a aprendizagem de cada um dos estudantes, reconhecendo a diversidade como elemento constitutivo do processo educativo. A partir dessa perspectiva, apresentam-se os aspectos que fundamentaram a produção do Quadro de Representações Tridimensionais (QRT) e a adoção do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA), abordagem metodológica que orientou a intervenção desta pesquisa. Essa seção traz um breve contexto histórico do DU e do DUA e mantém o foco na versão 3.0 do quadro organizativo, além de sugerir um percurso para o planejamento pautado no DUA. O capítulo também apresenta aspectos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), com ênfase nas situações de estruturas aditivas, especialmente nas classes de composição e transformação. A TCC contribuiu tanto para a elaboração do instrumento de pesquisa quanto para a análise das resoluções, particularmente na identificação dos esquemas mobilizados pelos estudantes diante dos diferentes tipos de representação dos enunciados.

### 2.1 O que é Educação Matemática Inclusiva?

A Educação Matemática Inclusiva é vista como um campo de conhecimento que articula a Educação Matemática, a Matemática, a Educação Especial e a Educação Inclusiva, tendo como propósito atender à necessidade de um ensino que legitime as diferenças e favoreça o acesso de cada estudante ao saber matemático (Nogueira, 2020). Abordar o ensino de Matemática em uma perspectiva inclusiva pressupõe compreender a diversidade como elemento constitutivo do processo educacional, e não como exceção a ser normalizada (Nogueira, 2020). Nogueira esclarece que:

Atender às necessidades educacionais de cada um dos estudantes, segundo o princípio norteador da escola inclusiva é propiciar a mesma educação a todas as crianças. Isto, em primeira instância implica em legitimar as diferenças e não as fazer desaparecer, com a adoção de currículos diferenciados e diferentes práticas pedagógicas em vigor em uma mesma sala de aula para que todos e cada um dos alunos possam acessar o objeto de conhecimento Nogueira (2020, p. 9).

Morás (2023, p. 149) acrescenta que “[...] legitimar as diferenças é um desafio para o professor, já que precisa reconhecer que respeitar as diferenças de seus educandos, e destacá-

las, é mais do que possibilitar o encontro das diferenças dos estudantes, é possibilitar o acesso ao saber.”

Nessa perspectiva, uma escola que pretende ser inclusiva, respeita e valoriza as especificidades de cada estudante, possibilita o acesso ao saber e enriquece todo o processo educacional. Ressaltar a necessidade de respeitar as diferenças não significa assumi-las como definitivas ou aceitá-las como se não pudessem ser superadas. Ao contrário, a legitimação da diferença implica defender o convívio com as diferenças, compreendidas como constitutivas de todos os sujeitos e adotar práticas pedagógicas que reconheçam essas singularidades como ponto de partida para a aprendizagem (Nogueira, 2020).

Essa compreensão encontra respaldo na Política Nacional de Educação Especial Inclusiva (PNEEI), instituída pelo Decreto nº 12.686/2025, a qual estabelece que a Educação Especial é uma modalidade transversal, ou seja, deve estar presente em todos os níveis e etapas de ensino, desde a educação infantil até o ensino superior. A referida política tem como principal objetivo garantir o direito à educação em um sistema educacional inclusivo para estudantes com deficiência, Transtorno do Espectro Autista (TEA) e altas habilidades/superdotação, assegurando igualdade de oportunidades e a não discriminação. A PNEEI (2025) reafirma o direito desses estudantes à escolarização em classes regulares comuns, com os apoios necessários para o acesso, participação e aprendizagem.

Nesse contexto, o crescimento expressivo das matrículas de estudantes apoiados pela Educação Especial em classes regulares comuns, evidenciado pelos censos escolares, impõe novos desafios às práticas pedagógicas e às pesquisas educacionais. Considerar a diversidade como norma, e não como exceção, exige a superação de modelos de ensino homogeneizadores. Conforme destaca Sebastián-Heredero (2020), a variabilidade individual deve ser compreendida como característica inerente aos contextos educativos, uma vez que “[...] a variabilidade individual é norma, e não exceção, há muita diversidade” (Sebastián-Heredero, 2020, p. 735). Dessa forma, a diversidade deixa de ser entendida como obstáculo e passa a ser reconhecida como elemento constitutivo e enriquecedor para o planejamento pedagógico.

A Educação Matemática, enquanto campo de conhecimento fundamenta-se no pressuposto de que a dificuldade de acesso à Matemática não reside no saber matemático em si, mas, sobretudo nas formas pelas quais esse conhecimento é apresentado e mediado junto aos estudantes (Nogueira, 2019). Diante dessa realidade, a Educação Matemática Inclusiva consolida-se como um campo de investigação e ação, cujo propósito é assegurar que o ensino da Matemática seja acessível, significativo e capaz de valorizar diferentes modos de aprender.

A pesquisa de Morás (2023), fundamentada na perspectiva da legitimação das diferenças, introduz o conceito de variáveis legitimantes, termo também incorporado na elaboração dos enunciados das situações de estruturas aditivas desta investigação. Para Morás (2023), variáveis legitimantes das diferenças são aquelas que, ao mesmo tempo em que atendem às exigências institucionais relacionadas ao saber matemático estudado, reconhecem e legitimam as diferenças dos estudantes, contribuindo para o acesso ao saber. A pesquisa de Morás (2023), realizada com estudantes surdos e ouvintes, ofertou os enunciados das situações de estruturas aditivas com cinco tipos de representações (escrito, libras, interlíngua, diagrama e ilustração), ampliando a possibilidade de acesso e participação de cada um dos estudantes.

A pesquisa de Morás, voltada ao ensino de Matemática, demonstra como a diversificação das formas de apresentação dos conteúdos pode favorecer a compreensão dos enunciados e a resolução de problemas, ao considerar as especificidades dos estudantes da turma.

Conforme discutido anteriormente, a ampliação do acesso à escolarização em classes regulares comuns para os estudantes apoiados pela Educação Especial não se esgota na matrícula, mas demanda transformações nas práticas pedagógicas, de modo a garantir a participação e a aprendizagem de cada um dos estudantes. Nessa perspectiva, o crescimento das matrículas desses estudantes na rede pública de ensino do estado de Santa Catarina evidencia o avanço do acesso à escola regular comum e reforça os desafios colocados à organização do ensino, especialmente no que se refere ao ensino de Matemática, o que implica em estratégias diferenciadas para atender à diversidade dos estudantes.

De acordo com dados da plataforma Educação na Palma da Mão, em setembro de 2025 havia mais de 37 mil estudantes apoiados pela Educação Especial matriculados na Educação Básica no Estado (Santa Catarina, 2025). Esse movimento de ampliação do acesso à escolarização encontra respaldo nos princípios assegurados pela Constituição Federal de 1988, que estabelece a educação como direito de todos e dever do Estado, garantindo igualdade de condições para o acesso e a permanência na escola. No âmbito das políticas educacionais, a PNEEI (2025) reafirma esse direito ao orientar a escolarização dos estudantes apoiados pela Educação Especial em classes comuns, bem como a oferta do Atendimento Educacional Especializado (AEE) de forma complementar ou suplementar.

Em consonância com esses princípios, a Base Nacional Comum Curricular<sup>5</sup> (BNCC, 2018) reforça o compromisso com uma educação inclusiva, ao reconhecer a diversidade dos estudantes e a necessidade de garantir direitos de aprendizagem e desenvolvimento a todos, respeitando diferentes ritmos, formas de participação e modos de aprender. Sobre a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental, a BNCC (2018), explica que:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático<sup>6</sup>, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 264).

No contexto catarinense, o Currículo Base do Território Catarinense (CBTC, 2019) alinhado à BNCC, orienta práticas pedagógicas que promovam a participação efetiva de todos os estudantes:

[...] a diversidade é reconhecida pelo seu caráter formativo na educação escolar catarinense, efetivamente pelas dimensões pedagógicas que privilegiam: o educar na alteridade; a consciência política e histórica da diversidade; o reconhecimento, a valorização da diferença e o fortalecimento das identidades; a sustentabilidade socioambiental; o pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas; a laicidade do Estado e da escola pública catarinense; e a igualdade de direitos para acesso, permanência e aprendizagem na escola para todos os estudantes, independentemente de suas especificidades humanas (Santa Catarina, 2019, p. 31).

---

<sup>5</sup> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN). Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#introducao#competencias-gerais-da-base-nacional-comum-curricular>. Acesso em: 23 dez. 2025

<sup>6</sup> Segundo a Matriz do Pisa 2012, o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#introducao#competencias-gerais-da-base-nacional-comum-curricular>. Acesso em: 23 dez. 2025

Tanto a BNCC (Brasil, 2018) quanto o CBTC (Santa Catarina, 2019), estabelecem, ao longo do Ensino Fundamental, diversas habilidades que envolvem a resolução de problemas. Como exemplo, para uma turma do 3º ano dos Anos Iniciais, na unidade temática Números, o objeto de conhecimento contempla problemas envolvendo os significados da adição e da subtração. Para esse estudo, adotamos como referência a habilidade EF03MA06, a qual explicita que os estudantes devem ser capazes de resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental.

Considerando que os estudantes apresentam diferentes ritmos, estratégias, formas de pensar e modos de aprender, especialmente no processo de resolução de problemas matemáticos, conforme orientam a BNCC e o CBTC, é relevante que práticas pedagógicas levem em conta essa diversidade.

Diante desse cenário, torna-se necessário adotar abordagens pedagógicas que respondam a tais especificidades de forma intencional e planejada, particularmente no ensino da matemática. Nesse sentido, a diferenciação curricular apresenta-se como uma alternativa para os desafios enfrentados no cotidiano escolar. Perrenoud (2001) explica que diferenciar o ensino consiste em adaptar a ação pedagógica às necessidades dos estudantes, sem, contudo, renunciar ao ato de ensinar nem abrir mão dos objetivos essenciais. Diferenciar implica, portanto, para este autor, atuar para que as desigualdades vivenciadas no contexto escolar sejam atenuadas e, simultaneamente, para que a qualidade do ensino eleve-se.

À luz desse arcabouço legal e normativo, que assegura o direito à escolarização em classes regulares comuns e reconhece a diversidade como princípio da educação, torna-se evidente a necessidade de referenciais pedagógicos que orientem a organização do ensino em contextos marcados pela heterogeneidade. Nesse sentido, o Desenho Universal para Aprendizagem (DUA) apresenta-se como uma abordagem pedagógica que propõe a eliminação de barreiras à aprendizagem por meio da flexibilização curricular, da diversificação de estratégias de ensino e da ampliação das formas de participação e expressão dos estudantes. A próxima seção dedica-se, portanto, à apresentação do Desenho Universal (DU) e do DUA, discutindo seus princípios e suas contribuições para a construção de práticas pedagógicas inclusivas, especialmente no contexto da Educação Matemática.

## 2.2 Desenho Universal

Segundo Carletto e Cambiaghi (2007), o conceito de Desenho Universal (DU) desenvolveu-se na área da arquitetura na Universidade da Carolina do Norte - EUA, e tem por objetivo a elaboração de projetos de produtos e ambientes que possam ser utilizados por todas as pessoas, sem necessidade de adaptação ou diferenciação para pessoas com deficiência. O intuito do DU é criar produtos acessíveis, independente das características, idade ou habilidades das pessoas. Os produtos universais são desenvolvidos para atender a uma ampla variedade de preferências, capacidades ou percepções dos usuários. A meta é que qualquer ambiente ou produto possa ser alcançado, manipulado e usado por todos, independentemente das características físicas. Dessa forma, o DU ultrapassa a ideia de adaptação posterior, priorizando o planejamento inclusivo desde a concepção inicial.

Ao se considerar o DU, não se está referenciando algo concreto ou manipulável, mas um conjunto de princípios orientadores, que se configuram como um marco teórico que define como planejar, organizar e implementar práticas pedagógicas acessíveis desde o início.

Como já mencionado, o DU não constitui um recurso direcionado apenas aos que necessitam ou tem dificuldades, é pensado para a diversidade humana. Nesse sentido, parte-se do entendimento que a normalidade reside justamente nas diferenças, e de que as pessoas deem usos distintos aos previstos em projetos. Sebastian-Heredero (2020) contribui, explicando que a variabilidade individual não é exceção, é norma e há muita diversidade. O DU busca, justamente, evitar a necessidade de ambientes e produtos especiais para pessoas com deficiências, propondo que todos possam utilizar os mesmos espaços e objetos com segurança e autonomia.

O arquiteto Ron Mace, que usava cadeira de rodas e um respirador artificial, cunhou a terminologia *Universal Design* (Desenho Universal). De acordo com Carletto e Cambiaghi (2007), Mace defendia a importância de projetar e produzir ambientes, objetos e projetos que fossem utilizáveis por todas as pessoas. Por volta de 1990, Mace reuniu um grupo de arquitetos e pessoas que acreditavam nesses ideais e estabeleceram sete princípios para o DU. Posteriormente, estes conceitos passaram a ser adotados por programas de acessibilidade. Entre os princípios do DU, destacam-se (Carletto e Cambiaghi, 2007):

- Ser igualitário (uso equiparável): espaços, objetos e produtos devem ser pensados para serem utilizados por diferentes pessoas, de maneira acessível para todos. Um

exemplo são as portas automáticas com sensores, que não exigem força física para serem abertas.

- Ser adaptável (uso flexível): produtos ou espaços adaptáveis devem atender pessoas com habilidades e preferências diferentes. Um exemplo é a tesoura que se adapta ao uso de destros e canhotos.

- Ser óbvio (uso simples e intuitivo): qualquer produto ou espaço deve apresentar fácil entendimento pelas pessoas, independente do conhecimento ou habilidades que elas têm. Um exemplo são as placas de sanitários que representam o gênero feminino ou masculino e o símbolo para pessoas com deficiência.

- Ser conhecido (informação de fácil percepção): a informação transmitida precisa atender ao público interessado nas suas diferentes aplicações. Isso inclui o uso de símbolos, Sistema Braille, entre outros.

- Ser seguro (tolerante ao erro): produtos e ambientes devem ser planejados para diminuir os riscos e possíveis acidentes. Um exemplo são os elevadores com sensores instalados em diferentes alturas, bem como as escadas e rampas equipadas com corrimão.

- Sem esforço (baixo esforço físico): os produtos e ambientes precisam ser utilizados de maneira eficaz, com conforto e o mínimo de fadiga por todos. Como exemplo, podem ser citadas as torneiras de sensor ou do tipo alavanca.

- Ser abrangente (dimensão e espaço para aproximação e uso): os produtos e ambientes devem ter dimensões apropriadas para acesso, alcance, manipulação e uso, independentemente do tamanho do corpo, postura ou mobilidade do usuário. Um exemplo são as poltronas para obesos em salas de cinema.

A acessibilidade na sociedade é discutida a partir dos princípios do DU, o que acaba repercutindo no campo educacional. Há uma preocupação com a eliminação ou redução das barreiras metodológicas para a aprendizagem, a fim de atender a todos os estudantes de forma igualitária (Góes e Costa, 2022). A seguir, apresentamos o Quadro de Representações Tridimensionais (QRT), material concebido pelos orientadores dessa pesquisa, a partir dos princípios do DU, principal recurso didático disponibilizado aos estudantes colaboradores da pesquisa para a realização das situações propostas.

### 2.2.1 Quadro de Representações Tridimensionais (QRT)

O QRT<sup>7</sup> foi idealizado para representação de enunciados de situações matemáticas, e tem como objetivo favorecer a interpretação/compreensão destes enunciados a cada estudante da sala de aula (Góes, Nogueira, Góes, 2025). Ele consiste em um material háptico, composto por uma placa de aço e objetos impressos em 3D e foi utilizado no instrumento dessa pesquisa. Esse recurso foi desenvolvido pelo Laboratório de Tecnologias Assistivas Educacionais (LabTAE) da Universidade Federal do Paraná- UFPR, no âmbito de um projeto de pós-doutorado do coorientador desta pesquisa (Dr. Anderson Roges Teixeira Góes), sob supervisão da orientadora deste trabalho (Dra Clélia Maria Ignatius Nogueira), vinculado ao Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa).

O protótipo do QRT foi submetido a estudos e análises pelos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Tecnologias e Linguagens (GEPETeL) da UFPR, cuja intenção foi utilizar o recurso para ilustrar ou trazer algum apoio visual que auxiliasse na interpretação de enunciados de situações, porém sem induzir à solução. A proposta consistia em representar o enunciado, sem a utilização de símbolos matemáticos. São apresentadas imagens do protótipo, da versão redesenhada pelo GEPETeL e da versão utilizada na pesquisa, a qual foi avaliada por um grupo de estudantes antes da intervenção principal.

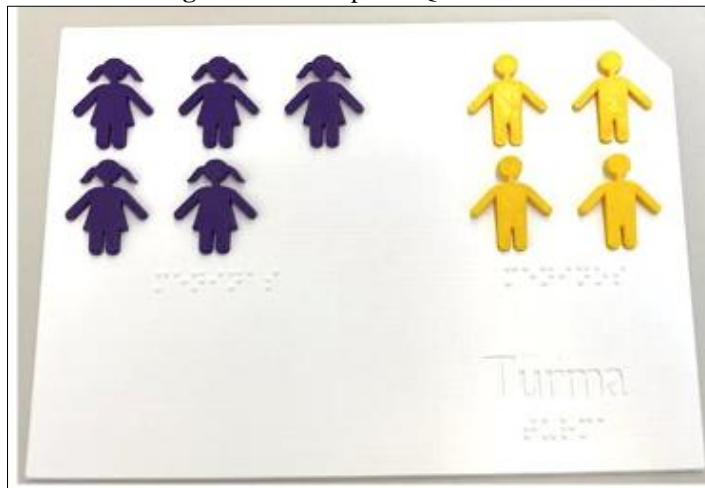
A primeira versão do QRT possui dimensões de 170x238mm e inclui um chanfro de 30x30mm no canto superior direito para indicar a posição de leitura para pessoas cegas. Além disso, todos os cantos e arestas foram arredondados para evitar riscos de ferimentos. Essa versão foi desenvolvida com foco na acessibilidade para pessoas com deficiência visual e outras necessidades educacionais específicas (Góes, Nogueira, Góes, 2025).

A Figura 1 apresenta um exemplo de montagem no protótipo do QRT na tentativa de representar o enunciado da seguinte situação de estrutura aditiva: Na sala da professora Marisa há 5 meninas. Há também 4 meninos. Quantas crianças há na turma da professora Marisa?

---

<sup>7</sup> Para aprofundamento sobre o desenvolvimento e a função do QRT, recomenda-se a leitura do artigo: GÓES, A.R.T.; NOGUEIRA, C.M.I.; GÓES, H.C. QRT: Material didático háptico para representações gráficas de enunciados de situações-problema de estruturas aditivas. *Revista Diálogos Em Educação Matemática*, (2025). 4(1), e202521. <https://doi.org/10.28998/redemat.v4i1.18790>

**Figura 1 - Protótipo do QRT**



Fonte: Góes, Nogueira e Góes (2024, p. 12).

*#ParaTodosVerem*: a Figura 1 apresenta a imagem de uma placa de base branca com um chanfro no canto superior direito, contendo figuras humanas em relevo organizadas em dois grupos: cinco figuras roxas à esquerda e quatro amarelas à direita. Abaixo, há inscrições em braille, incluindo a palavra “Turma”. O recurso apresenta características táteis que permitem exploração por meio do toque. [Fim da descrição]

No entanto o protótipo foi considerado estático, pois não permitia a interação do estudante, nem ajustes para novas situações. Após discussões no grupo, o protótipo foi redesenhado<sup>8</sup>, substituindo a impressão 3D em PLA<sup>9</sup> por uma placa imantada ou de aço e *kits* de pictogramas de diferentes categorias, impressos em 3D equipados com ímãs, para que pudessem ser fixados na placa metálica. Com essa mudança, os professores teriam acesso a um material didático háptico dinâmico, permitindo a alteração do enunciado sem a necessidade de novas impressões de pictogramas ou placas, além da manipulação dos pictogramas. A Figura 2 apresenta a versão redesenhada da placa do QRT:

---

<sup>8</sup> O termo redesenho implica repensar o planejamento desde o início com base nas diretrizes do DUA, de forma que ele já seja elaborado para atender toda a diversidade.

<sup>9</sup> PLA é um plástico biodegradável derivado de fontes renováveis, usado em impressão 3D por ser sustentável e fácil.

**Figura 2 - Versão redesenhada da placa do QRT**



Fonte: Góes, Nogueira e Góes (2024, p. 14).

*#ParaTodosVerem:* a Figura 2 apresenta a imagem de uma base branca retangular com bordas elevadas e um chanfro no canto superior direito. A superfície é lisa e sem elementos, característica de um suporte do QRT destinado à organização tátil de pictogramas. [Fim da descrição]

A seguir, apresenta-se a versão do QRT utilizada nesse estudo. Ao longo da pesquisa, o QRT foi avaliado pelos estudantes quanto às suas características físicas, já que este material ainda não havia sido utilizado por eles. Além disso, foram impressos pictogramas para contemplar a temática das situações a serem trabalhadas, como ilustra a Figura 3:

**Figura 3 - Versão do QRT utilizada na pesquisa**



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* a Figura 3 apresenta uma placa de aço na cor preta composta por simbologias como setas, pontos de interrogação, chaves e formas ovais. Nas laterais esquerda e direita, diversos objetos coloridos impressos em 3D, pertencentes a temática de festa de junina, tais como: chapéu, carro, moto, maçã do amor, menina, peixe, balões, menino, pirulito, flor e algodão-doce. Além dos objetos, também os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. [Fim da descrição]

Com relação aos princípios do DU, pode-se afirmar que o QRT atende aos sete princípios, conforme esclarecem Góes, Nogueira e Góes:

Ele é igualitário, permitindo acessibilidade para pessoas cegas e videntes, por meio de pictogramas em alto relevo e braille. É adaptável, com informações em braille e tinta, e flexível, permitindo ajustes rápidos com a prototipagem digital e impressão 3D. Sua disposição lógica das informações e o chanfro no canto superior direito o tornam intuitivo. As inscrições em braille, tinta e pictogramas possibilitam a percepção das informações. O protótipo é seguro, com arestas abauladas para evitar ferimentos, e sem esforço, com dimensões adequadas e elementos em alto relevo para facilitar a interação. Ele é abrangente, acessível a diferentes idades e habilidades, promovendo inclusão e acessibilidade (Góes, Nogueira e Góes, 2025, p.12)

Portanto, a partir das características físicas já apresentadas, o QRT pode ser considerado um recurso que amplia sua flexibilidade, durabilidade e aplicabilidade. Pode-se configurar também como um material inclusivo, que atende às necessidades de professores e estudantes com diferentes perfis educacionais e habilidades sensoriais em ambientes escolares distintos.

A apresentação dos enunciados das situações no QRT vai além do texto escrito. O QRT apoia-se na representação gráfica bidimensional e na representação gráfica tridimensional, possibilitando a oferta de diferentes formas de representação, engajamento e expressão, princípios norteadores do DUA. Góes, Nogueira e Góes (2025) enfatizam que o QRT promove a acessibilidade e a flexibilidade, permitindo que todos os estudantes possam se beneficiar das representações gráficas bidimensionais ou do texto escrito e como isso se alinha com as diretrizes do DUA:

- Prover múltiplos meios de representação: ao oferecer alternativas como texto, gráficos bidimensionais e tridimensionais o material atende diferentes formas de percepção e preferências dos estudantes.
- Prover múltiplos meios de engajamento: ao incluir elementos interativos e sensoriais, o material favorece a participação ativa, promovendo a motivação dos estudantes.
- Prover múltiplos meios de ação e expressão: a possibilidade de manipular o material tridimensional permite que os estudantes expressem sua compreensão de maneira prática e personalizada, indo além das respostas escritas ou visuais (Góes, Nogueira e Góes; 2025; p.15)

Assim como o DU, ao propor princípios que buscam acessibilidade e usabilidade para todos desde a concepção dos ambientes e produtos, o DUA mantém essa ideia para o ambiente educacional. Ele parte do pressuposto de que a diversidade é inerente ao processo de aprendizagem e estabelece princípios que orientam a prática pedagógica.

### 2.3 Desenho Universal para Aprendizagem: Histórico e contexto

O conceito DUA surgiu nos Estados Unidos, durante a década de 1990, a partir das pesquisas realizadas pelo Centro de Tecnologia Especial Aplicada (*Center for Applied Special Technology*), atualmente chamado CAST (Oliveira, 2024). Levando em conta os conceitos do DU, David Rose, Anne Meyer e outros pesquisadores do CAST, conceberam e desenvolveram a abordagem do DUA, (*Universal Design for Learning – UDL*, em inglês). As investigações do CAST se pautaram na neurociência cognitiva e na compreensão de que o cérebro humano possui plasticidade neural e é capaz de adaptar-se e mudar conforme as experiências que enfrenta. Apoiados nessa base científica, os pesquisadores elaboraram diretrizes que auxiliam professores a planejar e implementar práticas pedagógicas que atendam aos variados perfis de estudantes, considerando suas necessidades e habilidades (Pereira, 2024).

O DUA foi influenciado pelos princípios de acessibilidade adotados pelos arquitetos do DU, cujos fundamentos visam a criação de ambientes acessíveis para todas as pessoas (Munster, 2019). Segundo o autor, o DUA tem como objetivo garantir que cada estudante tenha o acesso ao espaço escolar, mas também à permanência e à participação ativa e efetiva no processo de aprendizagem.

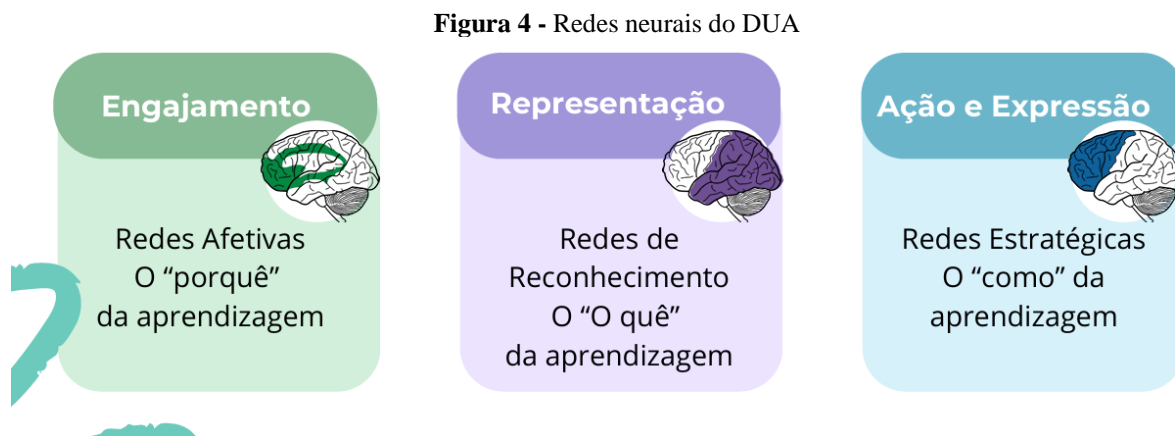
Nesse contexto, o DUA se caracteriza como um suporte para professores na elaboração de práticas e estratégias que promovam a acessibilidade pedagógica, curricular, comunicacional e de aprendizagem. Dessa forma, há a preocupação que cada estudante aprenda sem barreiras, inclusive na escola regular (CAST, 2025).

De acordo com o CAST (2024), o DUA é uma abordagem que objetiva melhorar e otimizar o ensino e a aprendizagem baseada nos avanços da neurociência cognitiva. Cada estudante é único, aprende de forma diferente e os professores enfrentam desafios diários para planejar considerando essa diversidade.

Sendo assim, para auxiliar os professores a planejarem suas aulas abordando essa variabilidade, o DUA propõe três princípios: Engajamento (o “porquê” da aprendizagem); Representação (o “o quê” da aprendizagem) e Ação e Expressão (o “como” da aprendizagem) (CAST, 2024).

Conforme destacam Rose e Meyer (2002), esses princípios estão ancorados na compreensão de que o cérebro em fase de aprendizado opera por três redes neurais distintas: a de reconhecimento, a estratégica e a afetiva. De acordo com Coelho e Góes (2021), as diretrizes relacionam-se com essas três redes neurais e os princípios do DUA, associando as redes afetivas

ao engajamento, a rede de reconhecimento à representação, e as redes estratégicas à ação e expressão, conforme ilustra a Figura 4:



Fonte: Góes e Stresser (2025, p. 4).

*#ParaTodosVerem:* A Figura 4 apresenta a imagem com três blocos coloridos representando os princípios do DUA: engajamento (verde), relacionado às redes afetivas do cérebro (o "porquê" da aprendizagem); representação (roxo), associado às redes de reconhecimento (o "o quê" da aprendizagem); e ação e expressão (azul), vinculado às redes estratégicas (o "como" da aprendizagem), cada um acompanhado de um ícone do cérebro onde a área é ativada. [Fim da descrição]

As Redes Afetivas, de acordo com Rose e Meyer (2002), são responsáveis pela motivação, pelo envolvimento e pela resposta emocional associada à aprendizagem. Essas redes neurais estão diretamente relacionadas à forma como os estudantes se sentem diante do que estão aprendendo e o quanto se engajam nas atividades educacionais. As Redes Afetivas são importantes para garantir o interesse e a motivação dos estudantes.

O Princípio do DUA que está associado às Redes Afetivas é o de fornecer múltiplas formas de Engajamento. Com o propósito de captar e manter o interesse dos estudantes, o professor pode propor opções que considerem as preferências individuais, os interesses e os níveis de desafio. Estratégias como a escolha de atividades, a utilização de temas significativos e a criação de contextos podem tornar o processo de aprendizagem mais motivador. Essas ações dialogam diretamente com as Redes Afetivas, responsáveis pelo *porquê* da aprendizagem, por regularem aspectos relacionados ao interesse, à motivação e à disposição para se engajar nas tarefas.

As Redes de Reconhecimento, segundo Rose e Meyer (2002), estão situadas na região posterior do cérebro e exercem a função de identificação e interpretação de padrões sensoriais, como som, luz, paladar, olfato e tato. Elas estão relacionadas em como processamos o que vemos, ouvimos e lemos. Estas redes neurais nos ajudam a reconhecer palavras, rostos, objetos

e outros estímulos sensoriais. No ambiente escolar, colaboram para a compreensão e a interpretação das informações apresentadas. Desse modo, as Redes de Reconhecimento dizem respeito ao *o quê* da aprendizagem, uma vez que estão associadas à maneira como o conhecimento é percebido, identificado e compreendido pelo estudante.

O Princípio do DUA que está associado às Redes de Reconhecimento é o de fornecer múltiplas formas de Representação. Este princípio considera que os estudantes processam informações de maneiras distintas, portanto quando o professor apresenta os conteúdos curriculares de formas variadas, como textos, áudios, vídeos, gráficos e outros recursos visuais, ajuda a garantir que todos os estudantes acessem e entendam as informações de maneira eficaz.

Já as Redes Estratégicas, de acordo com o CAST (2018) estão relacionadas ao planejamento, execução de tarefas e expressão de ideias. Essas redes envolvem a organização, planejamento e realização de ações voltadas a objetivos específicos. Elas auxiliam os estudantes na definição de metas e planos, além do acompanhamento do próprio progresso durante as tarefas escolares. Nesse contexto, elas dizem respeito ao *como* da aprendizagem, pois orientam a forma como o estudante age sobre o conhecimento, coloca suas ideias em prática e demonstra o que aprendeu.

O Princípio do DUA que se associa às Redes Estratégicas é o de Fornecer múltiplas formas de Ação e Expressão. Deve ser possibilitada aos estudantes a oportunidade de demonstrarem o que sabem de diferentes formas. Isso pode incluir a escrita, apresentações orais, vídeos, desenhos e outras formas de expressão.

As Redes afetivas, de reconhecimento e estratégicas são fundamentais no processo de aprendizagem dos estudantes. Essas três redes neurais formam a base dos princípios do DUA. Ao compreender e aplicar esses princípios, é possível que os ambientes educacionais se tornem mais inclusivos e eficazes, que atendam às diversas necessidades e estilos de aprendizagem dos estudantes. Assim, o DUA não apenas promove a acessibilidade, mas também oportuniza que os estudantes desenvolvam suas potencialidades (Pereira, 2024).

### *2.3.1 Princípios e Diretrizes do Desenho Universal para Aprendizagem (DUA)*

As Diretrizes do DUA, elaboradas pelo CAST, têm percorrido uma trajetória de colaboração e evolução. Desde a sua primeira versão (1.0), lançada em 2008, o documento passou por atualizações e chegou à versão 2.2 em 2019, e mais recentemente, à versão 3.0, divulgada em 2024. As revisões são realizadas pelos pesquisadores do CAST a partir do

*feedback* proveniente da comunidade acadêmica e profissional. Na versão 3.0, por exemplo, o termo 'pontos de verificação' foi substituído por 'considerações', mudança que reflete a ênfase na flexibilidade e na adequação aos diversos contextos de ensino, em contraste com o termo anterior, mais associado a um *checklist*. Essa mudança busca evitar a interpretação de que educadores devem aplicar todas as diretrizes de forma rígida. Além disso, a nova versão incorporou cinco novas considerações, ampliando para um conjunto de 36 considerações. (Góes *et al.*, 2025).

O quadro organizativo do DUA, versão 3.0, apresentado no Quadro 1, é oriundo das discussões do GEPETeL-UFPR. Para organização do quadro, foi utilizada numeração das considerações diferente da apresentada pelo CAST. O grupo considera que a numeração apresentada é mais lógica para nossa estrutura de leitura, que segue da esquerda para a direita e de cima para baixo. Em 2024, os pesquisadores Anderson Roges Teixeira Góes, José Ricardo Dolenga Coelho e Eladio Sebastian Heredero fizeram a organização e tradução para a língua portuguesa da versão 3.0 do quadro organizativo do DUA disponível no CAST. Esse quadro contempla três princípios, nove diretrizes e trinta e seis considerações, cujo objetivo é orientar o professor no estabelecimento de metas claras, desenvolvimento de materiais educativos e avaliações adequadas a cada um dos estudantes, apoiados ou não pela Educação Especial.

**Quadro 1-** Quadro Organizativo do DUA, Versão 3.0, em português

(continua)

<b>PRINCÍPIOS DO DUA</b>		
<b>ENGAJAMENTO</b> Redes afetivas <b>(O “porquê” da aprendizagem)</b>	<b>REPRESENTAÇÃO</b> Rede de reconhecimento <b>(O “quê” da aprendizagem)</b>	<b>AÇÃO E EXPRESSÃO</b> Rede estratégicas <b>(O “como” da aprendizagem)</b>
<b>Planejar ações para acolher interesses e identidades (7)</b>  <b>CONSIDERAÇÕES</b>  Otimize a escolha e a autonomia (7.1) Otimize a relevância, o valor e a autenticidade (7.2) Cultive a alegria e a diversão (7.3) Aborde preconceitos, ameaças e distrações (7.4)	<b>Planejar ações para Percepção (1)</b>  <b>CONSIDERAÇÕES</b>  Oportunize suporte para personalizar a exibição de informações (1.1) Promova múltiplas formas de perceber informações (1.2) Retratar uma diversidade de perspectivas e identidades de forma realista e cotidiana (1.3)	<b>Planejar ações para interação (4)</b>  <b>CONSIDERAÇÕES</b>  Varie e respeite os métodos de resposta, navegação e ação (4.1) Otimize o acesso a materiais acessíveis bem como a tecnologias e recursos assistivos e acessíveis (4.2)

(conclusão)

<b>Planejar ações para sustentar o esforço e a persistência (8)</b>  CONSIDERAÇÕES  Esclareça o significado e o propósito dos objetivos (8.1) Otimize o desafio e os suporte (8.2) Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva (8.3) Promova pertencimento à comunidade (8.4) Ofereça feedback orientado para a ação (8.5)	<b>Planejar ações para Linguagens e Símbolos (2)</b>  CONSIDERAÇÕES  Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem (2.1) Simplifique a decodificação de texto, notação matemática e símbolos (2.2) Cultive a compreensão e o respeito entre as línguas e dialetos (2.3) Aborde preconceitos no uso da linguagem e dos símbolos (2.4) Ilustre por meio de formas variadas de mídias (2.5)	<b>Planejar ações para Expressão e Comunicação (5)</b>  CONSIDERAÇÕES  Use várias mídias para comunicação (5.1) Use vários recursos para construção, composição e criatividade (5.2) Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho (5.3) Aborde preconceitos relacionados aos modos de expressão e comunicação (5.4)
<b>Planejar ações para competência emocional (9)</b>  CONSIDERAÇÕES  Reconheça expectativas, crenças e motivações (9.1) Desenvolva a consciência de si mesmo e dos outros (9.2) Promova a reflexão individual e coletiva (9.3) Cultive a empatia e as práticas reparativas de emoções (9.4)	<b>Planejar ações para Construir o Conhecimento (3)</b>  CONSIDERAÇÕES  Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendizado (3.1) Destaque e explore padrões, recursos críticos, grandes ideias e relacionamentos (3.2) Trabalhe múltiplas formas de conhecer e criar significado (3.3) Maximize a transferência e a generalização (3.4)	<b>Planejar ações para desenvolvimento de estratégias (6)</b>  CONSIDERAÇÕES  Estabeleça metas significativas (6.1) Antecipe e planeje os desafios (6.2) Organize informações e recursos (6.3) Aprimore a capacidade de monitorar o progresso (6.4) Questione práticas excludentes (6.5)

Fonte: Adaptado de CAST (2024), traduzido e adaptado por Góes et al (2024), adaptado pela autora.

Nesse sentido, Góes *et al.* (2025) enfatizam que a proposta do DUA vai além de conceitos amplos, uma vez que busca o envolvimento ativo de professores, estudantes e pesquisadores na exploração prática de seus princípios, diretrizes e considerações. Essa perspectiva reforça a relevância dos três princípios do DUA, os quais, como já discutidos anteriormente, estão relacionados a redes neurais específicas. Cada princípio se organiza em três diretrizes, que, por sua vez, se desdobram em um conjunto de considerações que orientam o planejamento pedagógico.

A seguir, detalharemos os princípios e diretrizes do DUA:

O primeiro princípio, intitulado de planejar múltiplos meios de Engajamento, considera que os estudantes apresentam diferentes estímulos de motivação, expressando sua identidade no ambiente educacional e estabelecendo associações com seu cotidiano. Assim, reconhece-se a diversidade e identidades dos estudantes, bem como as diferentes formas de motivação em

contextos variados, como a preferência por novidades ou rotina (CAST, 2024; Góes *et al.*, 2025).

O princípio do Engajamento está associado a três diretrizes: planejar ações para acolher interesses e identidades; planejar ações para sustentar o esforço e a persistência e planejar ações para competência emocional, além de treze considerações.

O princípio planejar múltiplos meios de Representação enfatiza a importância de disponibilizar diferentes formas de percepção e compreensão da informação, fazendo uso de abordagens variadas. A percepção da informação, os métodos de aprendizagem e a interpretação cultural dos estudantes, podem ser influenciadas por fatores como deficiências sensoriais, dificuldades de aprendizagem e diferenças culturais. Ao recorrer a diferentes representações e perspectivas no ensino, os estudantes conseguem estabelecer associações com seu dia a dia, o que impacta no seu entendimento e na sua aprendizagem (CAST, 2024; Góes *et al.*, 2025).

O princípio da Representação está associado a três diretrizes: planejar ações para Percepção; planejar ações para Linguagens e Símbolos e planejar ações para Construir o Conhecimento, além de doze considerações.

Quanto ao terceiro princípio, planejar múltiplos meios de Ação e Expressão, a orientação é que se proporcionem ao estudante múltiplas maneiras de navegar pelo ambiente de aprendizagem, processar informações e demonstrar o que aprendeu. Essas possibilidades podem variar entre escrita e fala, considerando a preferência e estilo de aprendizagem do estudante. As atividades de ação e expressão demandam estratégias e organização (CAST, 2024; Góes *et al.*, 2025).

O princípio da Ação e Expressão está associado a três diretrizes: planejar ações para interação; planejar ações para Expressão e Comunicação e planejar ações para desenvolvimento de estratégias, além de onze considerações.

### *2.3.2 Percurso para o planejamento pautado no DUA*

Cassano (2022) em sua pesquisa “A construção de jogos na perspectiva do Desenho Universal para Aprendizagem: caminhos possíveis para experiências de aprendizagem na Educação Infantil”, propõe sete passos para um ensino capaz de atender à diversidade de estudantes presentes nos espaços educacionais. Esse percurso fundamenta-se em um

planejamento alinhado ao DUA, no qual o estudante é reconhecido como o centro do processo educativo.

Para a autora, o primeiro passo para atender a diversidade e legitimar as diferenças dos estudantes, é conhecê-los. No contexto do DUA, o termo *universal* refere-se àquele universo em que o professor e estudantes estão inseridos, assim, cada sala de aula configura-se como um ambiente de aprendizagem distinto. Compreender quem é aquele estudante, suas necessidades educacionais específicas e reconhecê-lo como protagonista do processo de aprendizagem, contribui para favorecer o engajamento e tornar as aulas mais inclusivas. Cassano (2022, p. 59), ressalta que “é importante que o professor tenha a clareza do ponto de partida e de chegada, considerando nessa trajetória a diversidade e singularidade existentes nos espaços de aprendizagem”.

Em uma sala de aula há uma diversidade de perfis de estudantes e como destaca Pereira (2024, p. 19), cada um “[...] possui um estilo de aprendizagem único, influenciado por suas experiências, habilidades e preferências. Reconhecer e adaptar o ensino a esses estilos pode potencializar o engajamento e a assimilação do conteúdo.” A autora ainda explica que:

Os estilos de aprendizagem referem-se às preferências individuais de cada aluno em relação à forma como eles melhor processam e compreendem novas informações. Esses estilos podem ser visual, auditivo, cinestésico, entre outros. Entender essas preferências permite aos educadores adaptar suas metodologias de ensino para atingir todos os alunos de maneira eficaz (Pereira, 2024, p. 19).

Os estilos de aprendizagem dos estudantes podem ser identificados por meio da observação de seu comportamento em diferentes atividades, da coleta de *feedback* regular sobre as estratégias metodológicas empregadas e da aplicação de entrevistas, questionários ou tabelas que evidenciem suas preferências, interesses e percepções. Essas estratégias oferecem informações valiosas para o planejamento de práticas pedagógicas alinhadas ao perfil da turma. A partir desse conhecimento sobre os estudantes, o segundo passo consiste em o professor estabelecer objetivos e definir expectativas relacionadas ao desenvolvimento das práticas pedagógicas.

O terceiro passo para a realização de um planejamento DUA consiste em identificar as barreiras que limitam o acesso à aprendizagem. Tais barreiras podem manifestar-se de diferentes formas, abrangendo as dimensões arquitetônica, comunicacional, metodológica, instrumental, programática e atitudinal. Na perspectiva de Sasaki (2009), as definições dessas dimensões são:

[...] arquitetônica (sem barreiras físicas), comunicacional (sem barreiras na comunicação entre pessoas), metodológica (sem barreiras nos métodos e técnicas de lazer, trabalho, educação etc.), instrumental (sem barreiras instrumentos, ferramentas, utensílios etc.), programática (sem barreiras embutidas em políticas públicas, legislações, normas etc.) e atitudinal (sem preconceitos, estereótipos, estigmas e discriminações nos comportamentos da sociedade para pessoas que têm deficiência) (Sasaki, 2009, p. 01)

Entretanto, quando se trata do currículo escolar, é comum que este assuma um formato padronizado, concebido de maneira genérica, como se fosse de 'tamanho único', pressupondo que todos os estudantes aprendem o mesmo conteúdo da mesma forma. Sebastian-Heredero explica que:

O currículo tem diversas formas de ser apresentado e uma delas é o chamado uniforme ou fechado, igual para todos, que não leva em conta a diversidade dos alunos e, portanto, é organizado para uma média fictícia, deixando de fora os dois extremos. Outra forma de manifestação é a chamada aberta ou flexível que permite a sua adaptação introduzindo ou eliminando elementos que permitem a sua implementação, seja ao nível da escola, da sala de aula ou individualmente, e que responde às diferenças dos alunos. (Sebastian-Heredero, 2019, p.43) Tradução nossa.

Sendo assim, o próprio currículo, ao adotar um formato padronizado e engessado, constitui-se em uma das barreiras à aprendizagem.

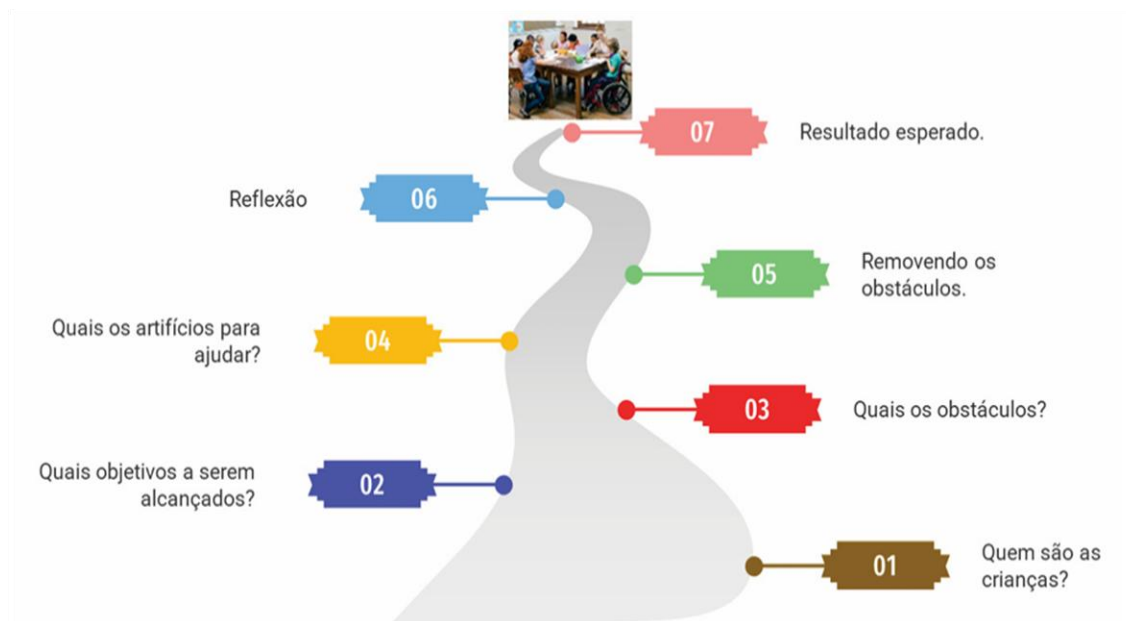
Conhecendo os estudantes, traçando os objetivos e identificando as barreiras, na sequência há uma preocupação com o redesenho de estratégias pedagógicas que contemplem o maior número de estudantes, fazendo uso de diversas formas de representação. O redesenho nesse contexto, refere-se ao replanejar e considerar as especificidades daquela turma em referência. Cassano (2022), sugere que o professor proponha trabalhos em que o estudante sinta-se valorizado, em grupo, dupla ou sozinho, considerado suas próprias preferências. Oferecer múltiplas formas de representação favorece o entendimento e compreensão do estudante. Quando um professor representa o conteúdo por meio de fotos, vídeo, leitura, imagens contextualizadas, possibilita um melhor entendimento sobre as propostas pedagógicas.

O quinto passo do percurso refere-se ao currículo. Com base em tudo que o professor identificou anteriormente, o desafio consiste em elaborar um planejamento flexível, capaz de contemplar essa diversidade, legitimar as diferenças e remover as barreiras presentes nos espaços de aprendizagem. Concluída essa etapa, inicia-se o momento de reflexão docente, no qual se questiona se o planejamento atendeu as necessidades educacionais de cada estudante, se há revisões a serem realizadas e autoavaliação. O sétimo e último passo está relacionado ao resultado esperado, expressos no retorno da turma ao compartilhar saberes, vivenciar momentos

de aprendizagem com seus pares e construir conhecimento coletivamente. Nesse contexto, os estudantes têm a oportunidade de demonstrar o que aprenderam e de manifestar suas preferências e interesses junto aos colegas e professor (Cassano, 2022; Góes, Stresser, 2025).

Na Figura 5, Cassano (2022) ilustra e sintetiza o percurso do planejamento DUA:

**Figura 5 - Caminhos possíveis de um planejamento**



Fonte: Cassano (2022, p. 57).

*#ParaTodosVerem:* a Figura 5 apresenta a imagem de um caminho sinuoso ao centro, representando um processo em etapas numeradas de 01 a 07. À direita, aparecem as etapas “Quem são as crianças?” (01), “Quais os obstáculos?” (03), “Removendo os obstáculos” (05) e “Resultado esperado” (07), acompanhadas por cores distintas. À esquerda, estão as etapas “Quais objetivos a serem alcançados?” (02), “Quais os artifícios para ajudar?” (04) e “Reflexão” (06). No topo, há uma pequena imagem ilustrativa de crianças em atividade. O conjunto representa um percurso de planejamento pedagógico pautado no DUA. [Fim da descrição].

A pesquisadora destaca os passos fundamentais para a elaboração de um planejamento alinhado com o DUA. Considerar tais passos pode contribuir para que os estudantes sintam-se pertencentes aos espaços educacionais. Quando o professor produz um planejamento orientado pelos princípios, diretrizes e considerações do DUA, esses elementos atuam como guia para a flexibilização do currículo, a reflexão docente e a verificação da aprendizagem. Outros textos, como o de Raksa (2024), Sebastian-Heredero, Góes e Góes (2024) e Raphalski *et al* (2025) ampliam as discussões sobre as possibilidades de um planejamento fundamentado no DUA. O planejamento para a intervenção desta pesquisa foi elaborado conforme as premissas do DUA e está disponível no Apêndice A.

Pereira (2024) acrescenta que para implementar o DUA de forma eficaz, é essencial compreender como os seus três princípios podem ser traduzidos em estratégias práticas na sala de aula. Cada princípio está associado a um conjunto específico de diretrizes que orientam os professores a criarem ambientes de aprendizagem inclusivos e flexíveis. O Quadro 2 apresenta uma síntese dessas estratégias:

**Quadro 2 - Princípios do DUA e estratégias pedagógicas**

<b>Princípio</b>	<b>Descrição</b>	<b>Estratégia</b>
<b>Engajamento</b>	Proporcionar várias formas de engajar e motivar os estudantes.	Escolha e Autonomia: Oferecer opções de atividades, temas de projetos e métodos de avaliação.  Relevância e Contexto: Relacionar os conteúdos às experiências e interesses pessoais dos estudantes.  <i>Feedback</i> Positivo e Motivacional: Fornecer <i>feedback</i> contínuo e encorajador, destacando os progressos e conquistas dos estudantes.
<b>Representação</b>	Fornecer múltiplas formas de apresentar informações e conteúdos.	Utilizar Mídias Múltiplas: Apresentar conteúdos através de textos, vídeos, áudios e gráficos.  Adaptar Materiais: Disponibilizar materiais em formatos acessíveis, como braille, legendas e transcrições.  Organizadores Gráficos: Usar mapas conceituais, diagramas e quadros comparativos para facilitar a compreensão.
<b>Ação e Expressão</b>	Oferecer diversas maneiras para que os estudantes demonstrem o que sabem.	Tecnologias Assistivas: Utilizar softwares de leitura de tela, teclados adaptados e dispositivos de entrada alternativos.  Múltiplas Formas de Expressão: Permitir que os estudantes escolham entre ensaios escritos, apresentações orais, vídeos e projetos artísticos para demonstrar seu conhecimento.

Fonte: Adaptado de Pereira (2024).

Compreender e aplicar os princípios do DUA por meio de estratégias práticas possibilita transformar o ambiente educacional em um espaço mais inclusivo e equitativo. Ao diversificar as formas de Engajamento, Representação, Ação e Expressão, os professores ampliam as oportunidades de aprendizagem, viabilizando que estudantes com diferentes perfis sejam contemplados. Essa perspectiva dialoga com a Teoria dos Campos Conceituais, que busca compreender como os sujeitos constroem conhecimentos em diferentes situações, tema que será explorado na seção seguinte.

## 2.4 Teoria dos Campos Conceituais

Nesta seção são apresentados alguns aspectos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC), enfatizando as situações que envolvem as estruturas aditivas, especialmente aquelas pertencentes às classes de composição e transformação. As classes de comparação também são brevemente abordadas, embora não tenham sido utilizadas no instrumento de pesquisa. A TCC contribuiu com a pesquisa tanto no suporte para a elaboração do instrumento, quanto para a realização das análises, especialmente quanto a análise dos esquemas mobilizados pelos estudantes a partir dos diferentes tipos de representação dos enunciados das situações. Além disso, buscaremos identificar quais das representações nos enunciados possui maior potencial de interação entre os estudantes do grupo.

### 2.4.1 Teoria dos Campos Conceituais: breve histórico

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria de base cognitivista, idealizada pelo professor e pesquisador francês Gerard Vergnaud (1933-2021), sendo formalmente apresentada em 1990. Essa teoria nasce no campo da Didática da Matemática e busca oferecer um quadro de análise de estudo do processo de aprendizagem dos conceitos. Embora sendo as estruturas aditivas e multiplicativas os campos mais estudados, a TCC transcende amplamente esse território (Grossi, 2017).

A TCC sofreu influências da teoria Construtivista de Jean Piaget e da teoria Sociointeracionista de Lev Vygotsky. De acordo com Magina *et al.* (2008), ao congregar a Psicologia Cognitiva e a Matemática, a TCC vem destacando-se como uma das teorias mais expressivas na área da Educação Matemática.

Vergnaud<sup>10</sup> (1995) explica que a TCC apresenta-se em quatro ideias fundamentais:

- a- Um conceito adquire sentido em função da multiplicidade de problemas aos quais responde.
- b- Os conceitos não funcionam isoladamente, mas sim vinculados uns aos outros, numa ampla e complexa rede.
- c- A aprendizagem de todas as propriedades e relações que envolvem tais conceitos acontecem por meio de uma longa história, entrelaçada por uma série de filiações e rupturas.

---

<sup>10</sup> A referência a Vergnaud refere-se a uma entrevista concedida a Revista Novedades Educativas, Buenos Aires, Argentina, no ano de 1995, republicada por GROSSI, E. P. Piaget e Vygotski em Gerard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais TCC. Porto Alegre: GEMPA, 2017.

d- Através das ideias anteriores, se pode definir um critério pragmático do conhecimento, aonde um conceito não remete apenas a sua definição explícita, mas basicamente a sua possibilidade de funcionar na resolução de problemas (GROSSI, 2017, p. 17-18).

Para Vergnaud, o conceito é muito mais amplo do que o próprio termo sugere: enquanto os conceitos orientam o enfrentamento de um problema, podem ser também o resultado da resolução de problemas. Para a formação de um conceito é necessária uma diversidade de situações. Nesse sentido, Vergnaud (2019) define o campo conceitual como uma terna de conjuntos:

- 1 O conjunto de situações, cujo domínio progressivo demanda uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão
- 2 O conjunto dos conceitos que contribuem para o domínio dessas situações
- 3 O conjunto de formas linguísticas e simbólicas que permitem expressar os objetos de pensamento e as conceituações implícitas ou explícitas nessas situações (Vergnaud, 2019, p. 12).

De acordo com Magina *et al.* (2008), os três componentes que definem um campo conceitual — situações, conceitos e representações — podem ser relacionados, respectivamente, aos elementos fundamentais da terna proposta por Vergnaud: Situação (S), Invariante operatório (I) e Representação (R). Essa relação permite compreender que a aprendizagem de um conceito ocorre na intersecção entre as situações vivenciadas, os esquemas de ação mobilizados e as formas de representação utilizadas. No entanto, segundo Magina *et al.* (2008, p. 7) “[...] há dificuldade de entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma situação sempre envolve mais que um único conceito”. Isto reforça que nenhum conceito é aprendido de forma isolada ou por meio de uma única situação. Em suma, de acordo com os pressupostos da TCC, a criança precisa ser exposta a uma variedade de situações para aprender determinado conceito. Outrossim, é necessário um longo período, permeado pela experiência, maturação e aprendizagem (Magina *et al.* 2008; Vergnaud, 1982).

Apoiado nas ideias de Piaget, de quem foi aluno, Vergnaud retoma o debate sobre função simbólica<sup>11</sup> para compreender como a criança representa um conceito a partir de sua interação com uma ou inúmeras situações. Essa compreensão se associa com a terna (S,I,R),

---

<sup>11</sup> Piaget (1975) define função simbólica como a capacidade que a criança adquire para distinguir significantes e significados. Mediante suas manifestações, a criança torna-se capaz de representar o significado (objeto, acontecimento) por meio de um significante diferenciado e apropriado para essa representação.

conforme destacada por Magina *et al.* (2008). Vista da perspectiva da psicologia, ela expressa *S* como a realidade ou referente e *I/R* como a representação.

A representação, por sua vez, pode ser considerada com a interação entre esses dois aspectos do pensamento, o significado (*I*) e o significante (*R*). Cabe salientar que essa interação não é simples e nem acontece espontaneamente. Ela requer muito esforço, tanto do professor quanto da criança, porque nem sempre conseguimos representar graficamente aquilo que estamos entendendo e/ou pensando. (Magina *et al.*, 2008, p. 9)

Muitas vezes, aquilo que a criança compreende internamente não se traduz com clareza em uma representação gráfica. Isso torna ainda mais relevante o papel do professor ao criar estratégias didáticas que favoreçam a expressão do pensamento da criança, acolhendo diferentes formas de representação e incentivando a mobilização dos esquemas conceituais. Como apontam Magina *et al.* (2008), um dos principais desafios do ensino da matemática é estabelecer uma boa relação entre os diversos conceitos matemáticos que os estudantes devem conhecer à resolução de problemas, fazendo isso de maneira interessante e compreensível. Diante disso, compreendemos que o olhar atento para os processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas colabora para o entendimento de como se dá a construção dos conceitos pelas crianças. É nesse sentido que “analisar os fatores que interferem no sucesso da criança em resolver problemas é justamente uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais à Educação Matemática” (Magina *et al.* 2008, p. 17).

Retomando, pautando-se em Magina *et al.* (2008), um campo conceitual pode ser definido com um conjunto de situações cuja apropriação requer da criança, o domínio de vários conceitos de naturezas distintas. Essas situações (*S*) são as realidades que são trabalhadas pela criança quando reconhece seus invariantes (*I*), expressos por um conjunto de representações simbólicas (*R*). No momento em que a criança cria estratégias de ação para resolver um problema é possível observar a formação do conceito. Pode-se ainda observar a simbologia que a criança utiliza, expressada de forma verbal, por meio da escrita, com desenhos ou diagramas, entre outros. São essas expressões que a criança usa para representar a situação e a sua ação nela.

Segundo Vergnaud (1996), na aprendizagem matemática, as variáveis e as relações que se estabelecem entre elas podem ser compreendidas por representações matemáticas e processos cognitivos que dependem do contexto do problema e o campo conceitual mobilizado. Ressalta ainda, a necessidade de considerar cuidadosamente os aspectos conceituais dos

esquemas, bem como de analisar, sob o ponto de vista conceitual, as situações em que os estudantes constroem esses esquemas, seja no contexto escolar ou em experiências da vida cotidiana (Vergnaud, 1996). Vergnaud (2003) defende que o desenvolvimento da conceitualização contribui para o processo cognitivo, não apenas no que diz respeito à organização das atividades, mas também à construção de modos mais elaborados de organização, a partir da ação do sujeito. Diante de uma situação a ser resolvida, o indivíduo manifesta diferentes tipos de conhecimentos para reconhecer os objetos envolvidos, estabelecer relações entre eles e, a partir disso, definir objetivos e regras de conduta adequadas à resolução do problema. Essas ações manifestam-se por meio dos esquemas organizados pelos estudantes (Vergnaud, 2009).

Nesse sentido, o autor destaca que os esquemas desempenham papel central na resolução de problemas, na aprendizagem e na adaptação cognitiva, sendo constituídos por metas, regras, invariantes e inferências que orientam a ação do sujeito em distintos contextos.

O esquema corresponde a uma organização invariável que se aplica a uma situação específica ou a uma classe de situações, capaz de gerar diferentes sequências de ações, bem como procedimentos de coleta e controle de informações, conforme as particularidades de cada situação. Nessa perspectiva, “[...] o esquema atende a uma organização feita pelo próprio sujeito, que tem como objetivo principal conduzir o processo de resolução de uma dada situação (Santana, 2012, p. 34)”.

Na TCC, distinguem-se situações em que os sujeitos já dispõem das competências necessárias para agir, nas quais os esquemas encontram-se majoritariamente automatizados, e situações em que tais competências ainda não estão consolidadas. Em ambos os casos, o conceito de esquema é fundamental, pois organiza as ações do sujeito diante das situações. Nas situações não dominadas, ocorre o desencadeamento e a reorganização de esquemas, levando à descoberta de novos esquemas (Santana, 2012).

A propriedade de universalidade já está no esquema, como exemplifica Santana (2012):

Existem esquemas puramente sensório-motores, como, por exemplo, subir uma escada, e esquemas sensório-motores simbólicos, como, por exemplo, fazer uma enumeração. Há uma grande variedade de exemplos de esquemas que são mobilizados na aprendizagem da Matemática. E boa parte dos esquemas matemáticos refere-se a espaço, geometria e algoritmos, e é possível ter todos compondo um só esquema. Para Vergnaud (1997), algoritmos são esquemas compostos por objetivos, expectativas, regras, invariantes operatórios e possibilidades de inferência. Contudo, eles não são apenas funcionais, mas também efetivos. Quando se analisa as relações entre os algoritmos e as características da situação-problema que se quer resolver, podemos

notar certa confiabilidade no conhecimento que aparece de forma explícita ou de forma implícita (Santana, 2012, p. 36).

A autora destaca a universalidade dos esquemas, evidenciando que eles podem se manifestar desde ações sensório-motoras até formas simbólicas mais complexas, sendo amplamente mobilizados na aprendizagem da Matemática. Os algoritmos são compreendidos como esquemas estruturados por objetivos, regras, invariantes e inferências, que se mostram funcionais e efetivos na resolução de situações matemáticas, revelando conhecimentos explícitos ou implícitos conforme as características de cada uma.

Santana (2012) explica que Vergnaud (1998) apresenta ingredientes que constituem os esquemas, sendo eles:

- Metas e antecipações: as compreendo como sendo os objetivos ou os passos que podem ser traçados ao se iniciar a resolução de uma situação, e que serão seguidos durante a resolução;
- Regras de ação: essas são do tipo "se... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema;
- Invariantes operatórios: são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
- Possibilidades de inferência: são os raciocínios empregados pelo sujeito e que permitem "calcular" as regras e antecipações a partir das informações e dos invariantes operatórios de que dispõe o sujeito (Santana, 2012, p. 39)

Em resumo, o esquema pode ser compreendido como o modo pelo qual o estudante organiza e orienta a resolução de uma atividade, constituindo-se como uma organização invariante que ele mobiliza diante de uma determinada classe de situações, com o objetivo de solucionar a tarefa proposta.

Santana (2012), em seu estudo, busca elucidar os esquemas de resolução que, em geral, não são contemplados no currículo escolar. A autora identifica quatro diferentes esquemas de ação: uso do complementar, uso da contagem, uso do cálculo mental e o tratamento da comparação como composição. Nesta pesquisa, serão considerados os dois primeiros esquemas de ação, que serão discutidos no capítulo 5, dedicado à apresentação dos resultados.

De acordo com Vergnaud (1996), ao organizar sua ação frente a uma determinada situação, o estudante mobiliza esquemas de ação que são constituídos essencialmente por invariantes operatórios. Esses invariantes, que correspondem aos conhecimentos contidos aos esquemas, são denominados conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Um teorema-em-ação pode ser definido como uma proposição, que se assume como falsa ou verdadeira. Já um conceito-em-ação trata-se de um objeto, um predicado ou uma categoria de pensamento tida como pertinente.

Por exemplo, ao resolver uma situação de contagem do total de duas coleções de figurinhas, uma criança pode optar por reunir as coleções e realizar a contagem integral. Outra, por sua vez, pode contar apenas uma das coleções e, em seguida, continuar a contagem a partir da quantidade já obtida da coleção anterior. Trata-se, portanto, de duas estratégias distintas de contagem. Diante desse contexto, Magina *et al* (2008, p.14) explica que “Cabe ao professor diagnosticar o nível em que a criança está e considerar as relações matemáticas que correspondem a cada uma das estratégias utilizadas. Identificar estas relações auxiliam o professor a criar situações mais sofisticadas, propiciando que a criança avance no seu processo de aprendizagem.” Ao assumir essa postura investigativa, o professor torna-se capaz de identificar os teoremas ou as relações que orientam a ação do estudante e propor situações mais complexas. Essas relações, geralmente mobilizadas em contextos simples e com valores numéricos reduzidos, são denominados teoremas-em-ação. Magina *et al* (2008) explica que:

Os Teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação, ou sequência de operações, para resolver um problema. Os Teoremas-em-ação não são teoremas no sentido convencional do termo, porque a maioria deles não são explícitos. Eles estão subjacentes ao comportamento dos alunos, aparecem de modo intuitivo na ação do aluno [...] (Magina *et al*, 2008, p. 16)

Um teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira na ação, ele pode ser explícito ou não, consciente ou não. As sentenças de linguagem natural são modos importantes para expressá-los, entretanto, expressões simbólicas, diagramas e tabelas também são muito eficientes.

Em síntese, os teoremas-em-ação são um caminho para analisar as estratégias intuitivas dos estudantes e contribuir para a passagem do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito. Além disso, possibilitam que o professor faça um diagnóstico do que os estudantes sabem e de que modo superar eventuais dificuldades (Magina *et al*, 2008).

#### 2.4.2 Campo Conceitual Aditivo

Dado que o foco desta pesquisa são as diferentes representações dos enunciados das situações do campo conceitual aditivo, atentaremos primordialmente para este campo e seus principais aspectos. A sustentação teórica está ancorada na TCC de Vergnaud (2014), nos

estudos de Magina *et al.* (2008) e na pesquisa de Morás (2023), cujas situações foram redesenhadas no escopo deste trabalho.

A pesquisa de Morás (2023) insere-se no campo da Educação Matemática Inclusiva, especialmente no que se refere ao acesso de todos os estudantes ao saber, independentemente de suas diferenças. O estudo teve como objetivo identificar possibilidades de acesso ao saber matemático, especificamente problemas de estruturas aditivas com números naturais. A pesquisa envolveu estudantes surdos e ouvintes, por meio da elaboração e implementação de um dispositivo didático inicialmente pensado para estudantes surdos. Os enunciados das situações de estruturas aditivas do dispositivo estavam apoiados em diferentes formas, como interlíngua, sustentada na interface Libras/Língua Portuguesa, apoio de diagramas e de ilustrações.

Já os estudos de Magina *et.al* (2008) estão voltados a analisar as estratégias de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, na resolução de problemas das estruturas aditivas, como base teórica na TCC. Os estudantes responderam coletivamente a um teste contendo problemas de adição e subtração e os resultados apontaram uma queda significativa no percentual de acertos em problemas que envolviam extensões mais complexas e também naqueles que apresentavam incongruência semântica entre as palavras-chave e a operação a ser realizada.

Na busca por compreender o campo conceitual aditivo, denominado também de estruturas aditivas, identificamos em Vergnaud (2019), importantes conceitos organizadores, apresentados após referência à clássica terna dos conjuntos. Esses conceitos estruturam a compreensão das situações e incluem: quantidades distintas e contínuas; medida; estado/transformação; comparação significado/significante; composição binária (medidas, transformações, relações). Segundo Vergnaud (1996), o campo conceitual das estruturas aditivas pode ser descrito como:

[...] o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas. São, assim, componentes das estruturas aditivas os conceitos de cardinais e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (perder e ganhar 5 escudos), de relação de comparação quantificada (ter 3 bombons, ou mais 3 anos que), de composição binária de medidas (quanto no total?), de composição de transformações e relações, de operação unitária, de inversão, de número natural e número relativo, de abcissa, de deslocação orientada e quantificada [...] (VERGNAUD, 1996, p. 168).

As estruturas aditivas estão diretamente relacionadas às operações matemáticas de adição e subtração, estudadas em conjunto. Para compreendermos essas estruturas foram estabelecidas classificações, que podem auxiliar os professores na interpretação dos processos utilizados e dificuldades encontradas pelos estudantes para resolução de problemas que envolvem tais operações (Magina *et al.*, 2008; Vergnaud, 2009). Além disso, a classificação busca oferecer subsídios para que o professor entenda o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração e promova experiências sobre esses processos matemáticos em sala de aula. Não basta saber resolver o cálculo numérico para apropriar-se das estruturas aditivas, é necessário que o estudante resolva diversos tipos de situações (Magina *et al.* 2008). Sobre a complexidade na variedade de situações. Magina *et al.* (2008) exemplificam:

**Problema A:** Ao redor da mesa da sala de jantar de minha casa, estão sentados 4 garotos e 7 garotas. Quantas pessoas estão sentadas ao redor da mesa?

**Problema B:** Maria comprou uma boneca por R\$ 4,00 e ficou com R\$ 7,00 na carteira. Quanto ela possuía antes de fazer a compra?

**Problema C:** Carlos tem 4 anos. Maria é 7 anos mais velha que Carlos. Quantos anos tem Maria?

**Problema D:** Roberto foi jogar videogame. Ao fim da primeira fase do jogo ele tinha perdido 4 pontos. Ele, então, foi para a segunda e última fase do jogo. Ele terminou o jogo com 7 pontos ganhos. O que aconteceu na segunda fase? (Magina *et al.*, 2008, p. 21)

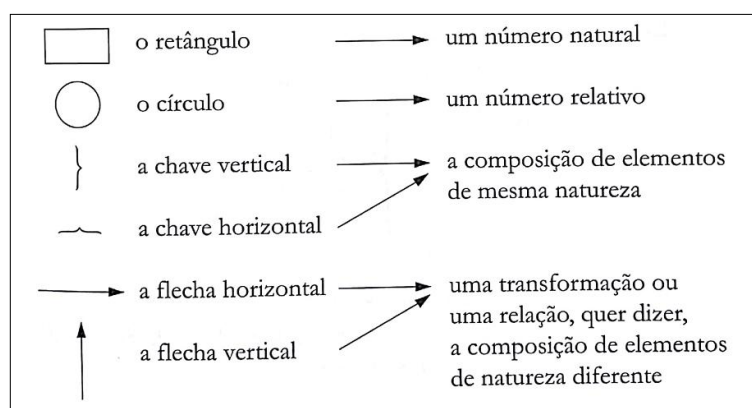
Embora todos os problemas citados envolvam a mesma operação “4+7”, sua resolução bem-sucedida depende da idade e da escolaridade da criança, uma vez que cada problema está associado a ideias diferentes. Diante disso, atentamos para a forma como os problemas são apresentados, pois a clareza do enunciado é importante para a interpretação, esquematização e posterior resolução. Magina *et al.* (2008) reforçam que todos os tipos de problemas que envolvam adição e subtração devem ser trabalhados ao longo do Ensino Fundamental, e que o professor esteja atento às dificuldades inerentes a cada situação, evitando repetir problemas que exijam o mesmo tipo de raciocínio. Santana (2012) faz referência ao uso da palavra-dica frequentemente utilizada por professores, como ganhar ou perder, que são comumente associadas às operações de adição ou subtração. No entanto, esse tipo de ‘dica’, acaba desviando o interesse do estudante em realizar o cálculo relacional do problema.

O cálculo relacional diz respeito às operações de pensamento necessárias para que haja manipulação das relações envolvidas nas situações (Santana, 2012; Magina *et al.*, 2008; Vergnaud, 1982). Dito de outra forma, existem diferentes formas de relacionar os dados numéricos que aparecem em um enunciado de uma situação. Cálculos relacionais diferentes e

com níveis de complexidade distintos, podem ser representados pelo mesmo cálculo numérico. Este último está relacionado às operações usualmente utilizadas nas resoluções matemáticas, como subtração, adição, multiplicação e divisão (Magina *et al*, 2008).

Como mencionado anteriormente, existem diversos tipos de relações aditivas, as quais envolvem diferentes formas de adição e subtração. Para compreender essas distinções, Vergnaud (2009) sugere que se apresentem exemplos dentro de um mesmo domínio de referência, entendidos como o contexto ou universo ao qual a situação está vinculada, bem como que se represente o esquema relacional e que se analisem as equações numéricas equivalentes ao esquema. No entanto, a representação da equação pode ser uma fonte de confusão para os estudantes, razão pela qual geralmente é estudada a partir dos 11 anos de idade. Vergnaud (2009) estabeleceu esquemas que auxiliam o professor na análise das situações. Para compreendê-los, é necessário considerar os seguintes códigos, conforme a Figura 6:

**Figura 6** - Diagrama da estrutura de cada problema segundo Vergnaud (2009)



Fonte: Vergnaud (2009, p. 201).

*#ParaTodosVerem:* a figura 6 apresenta diferentes símbolos gráficos acompanhados de seus respectivos conceitos. Um retângulo está associado a “um número natural” e um círculo a “um número relativo”. Uma chave vertical e uma chave horizontal representam “a composição de elementos de mesma natureza”. Já uma flecha horizontal e uma flecha vertical indicam “uma transformação ou uma relação”, ou seja, a composição de elementos de natureza diferente. A imagem organiza visualmente a correspondência entre formas geométricas e significados matemáticos. [Fim da descrição].

Conforme indicado na Figura 6, um número natural é representado por um retângulo, enquanto um número relativo é representado por um círculo. Vergnaud (2009) explica que os números naturais representam medidas de conjuntos de objetos isoláveis, ao passo que os números relativos representam as transformações sofridas por essas medidas. Neste trabalho, o foco recai sobre os números naturais.

De acordo com Vergnaud (2014), seis categorias fundamentais são identificadas no estudo das estruturas aditivas. A partir dessas categorias é possível elaborar problemas envolvendo adição e subtração na aritmética comum. São elas:

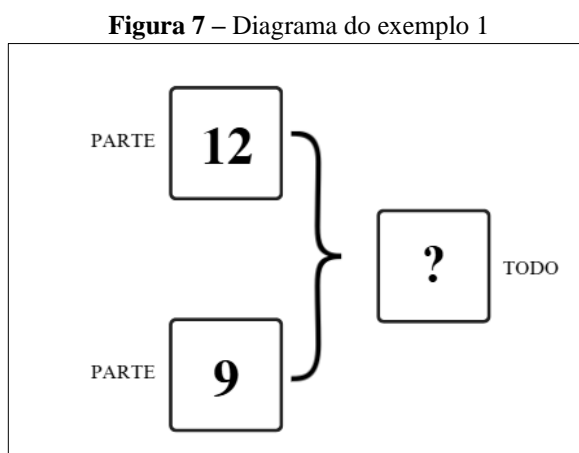
**Primeira categoria:** duas medidas se compõem para resultar em uma terceira. **Segunda categoria:** uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. **Terceira categoria:** uma relação liga duas medidas. **Quarta categoria:** duas transformações se compõem para resultar em uma transformação. **Quinta categoria:** uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo. **Sexta categoria:** dois relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo (VERGNAUD, 2014, p. 200).

Das seis categorias estabelecidas por Vergnaud (2014), Morás (2023) utilizou as três primeiras em sua pesquisa. Neste trabalho, com base na pesquisa de Morás (2023), recorreremos às duas primeiras categorias, as quais serão explicadas e exemplificadas a seguir:

**Primeira categoria:** duas medidas se compõem para resultar em uma terceira.

Exemplo 1: Na sala do terceiro ano tem 12 bandeirinhas azuis e 9 bandeirinhas vermelhas. Na sala do terceiro ano tem quantas bandeirinhas?

Diagrama correspondente na Figura 7:



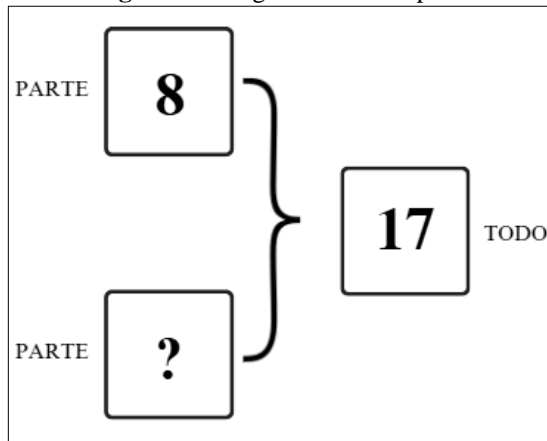
Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* a figura 7 representa uma situação de composição. À esquerda, há dois quadrados identificados como “parte”, contendo os números 12 (na parte superior) e 9 (na parte inferior). Uma chave vertical conecta essas duas partes, indicando sua junção. À direita, há um quadrado com um ponto de interrogação, identificado como “todo”, representando o valor resultante da composição das partes. [Fim da descrição]

Exemplo 2: Na sala do terceiro ano tem 17 bandeirinhas. 8 estão penduradas. Quantas bandeirinhas não estão penduradas?

Diagrama correspondente na Figura 8:

**Figura 8 - Diagrama do exemplo 2**



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

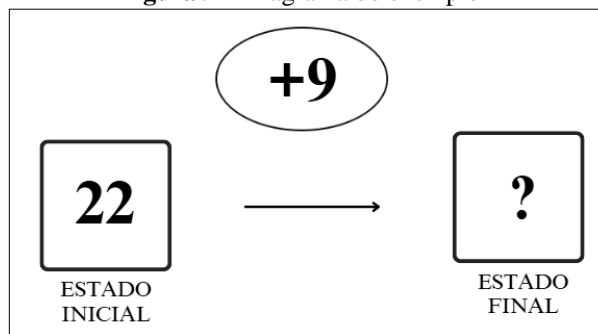
*#ParaTodosVerem:* A figura 8 mostra uma situação de composição. À esquerda, há dois quadrados identificados como “parte”, contendo os números 8 (na parte superior) e um ponto de interrogação (na parte inferior). Uma chave vertical conecta essas duas partes, indicando sua junção. À direita, há um quadrado com o número 17, identificado como “todo”, representando o valor resultante da soma das partes. [Fim da descrição]

**Segunda categoria:** Uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida.

Exemplo 1: O terceiro ano tinha 22 bandeirinhas. O terceiro ano ganhou 9 bandeirinhas da outra sala. O terceiro ano ficou com quantas bandeirinhas?

Diagrama correspondente na Figura 9:

**Figura 9 – Diagrama do exemplo 1**



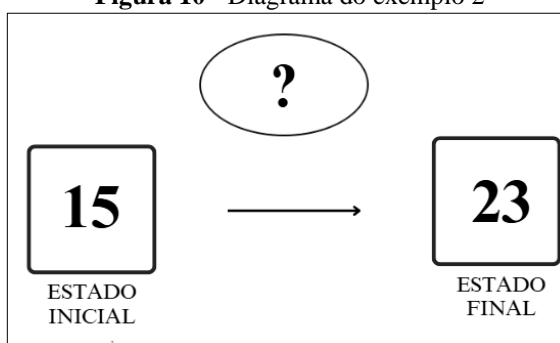
Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 9 representa uma situação de transformação. À esquerda, há um quadrado identificado como “estado inicial”, contendo o número 22. No centro, há uma forma oval com a operação “+9”. Uma seta conecta o quadrado da esquerda ao quadrado da direita. Este último está identificado como “estado final” e contém um ponto de interrogação, representando o resultado desconhecido da operação. [Fim da descrição]

Exemplo 2: O terceiro ano tinha 15 bandeirinhas. O terceiro ano ganhou algumas bandeirinhas da outra sala. Uma professora contou e viu que o terceiro ano ficou com 23 bandeirinhas. O terceiro ano ganhou quantas bandeirinhas?

A Figura 10 apresenta o diagrama do exemplo anterior:

**Figura 10** - Diagrama do exemplo 2



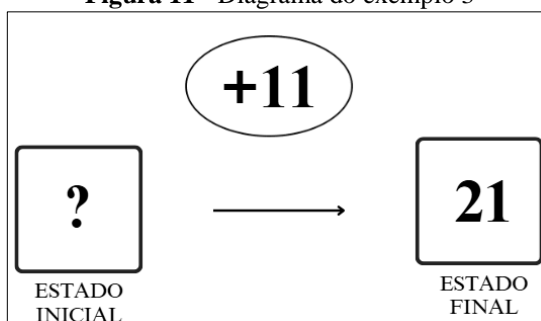
Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 10 representa uma situação de transformação. À esquerda, há um quadrado identificado como “estado inicial”, contendo o número 15. À direita, há outro quadrado identificado como “estado final”, contendo o número 23. Entre os dois quadrados, uma seta aponta da esquerda para a direita. Acima da seta, há uma forma oval com um ponto de interrogação, indicando uma operação desconhecida que transforma o valor inicial em final. [Fim da descrição]

Exemplo 3: O terceiro ano tinha algumas bandeirinhas. O terceiro ano fez 11 bandeirinhas novas. O terceiro ano ficou com 21 bandeirinhas. O terceiro ano tinha quantas bandeirinhas?

A Figura 11 apresenta o diagrama do exemplo anterior:

**Figura 11** - Diagrama do exemplo 3



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 11 representa uma situação de transformação. À esquerda, há um quadrado identificado como “estado inicial”, contendo um ponto de interrogação, que simboliza um valor desconhecido. No centro, há uma forma oval com a operação “+11”. Uma seta conecta o quadrado da esquerda ao quadrado da direita. Este último está identificado como “estado final” e contém o número 21, representando o resultado da operação. [Fim da descrição]

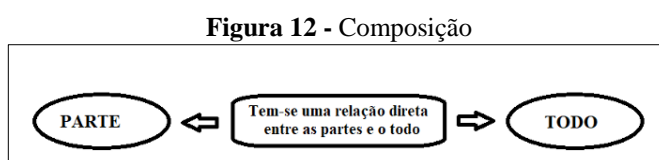
Segundo Vergnaud (2009), classificar as situações de estruturas aditivas exige considerações tanto matemáticas quanto psicológicas, pois cada categoria traz dificuldades diferentes, ainda que sejam resolvidas pelo mesmo algoritmo. O pesquisador ressalta que: “[...] o professor deve estar atento ao interpretar as condutas das crianças e não rejeitar como errados os caminhos não clássicos que ela pode empregar” (Vergnaud, 2009, p. 212). O insucesso da criança diante da resolução de um problema revela o que ela compreendeu ou não e possibilita ao professor a oportunidade de intervir com explicações necessárias. Vergnaud (2009) também destaca que a diversidade e a dificuldade desigual das situações e não se referem apenas a

categoria a que pertencem, mas outros fatores influenciam. São elencados como fatores que intervêm: a facilidade maior ou menor do cálculo numérico necessário; a ordem e a apresentação das informações e o tipo de conteúdo e de relação focalizada. Morás (2023) exemplifica esses três fatores, ressaltando que os números grandes tendem a dificultar a resolução do problema; que a inversão na ordem das informações apresentadas pode gerar dificuldades e que conteúdos que fazem parte do cotidiano do estudante favorecem o entendimento do problema.

A partir dos estudos de Magina *et al.* (2008) e da pesquisa de Morás (2023), ambos sustentados pela Teoria dos Campos Conceituais, identificamos problemas que envolvem estruturas aditivas classificadas em três relações de base. Os problemas de adição e subtração estudados foram aplicados em sala de aula e no caso de Morás (2023), a elaboração dos problemas considerou variáveis legitimantes, uma vez que sua pesquisa envolvia estudantes surdos e ouvintes. As situações de estruturas aditivas segundo suas características, dificuldades dos problemas e raciocínio requeridos para resolução, podem ser classificadas como classe de composição, transformação ou comparação. Magina *et al.* (2008) ainda estabelece níveis de complexidade de problemas, as quais são chamadas de 1ª, 2ª, 3ª e 4ª extensões, enquanto os mais simples recebem o nome de protótipos. Essas extensões serão articuladas às situações de estruturas aditivas redesenhadas a partir da pesquisa de Morás e apresentadas na intervenção. O instrumento de pesquisa encontra-se disponível no Apêndice B.

### 2.4.3 Classe de Composição

Podemos definir como classe de composição, aquela cujas situações envolvem parte-todo. São elementos que compõem sua estrutura, conforme Figura 12:



Fonte: Morás (2023, p. 80).

*#ParaTodosVerem:* A figura mostra uma relação entre parte e todo. À esquerda, há uma forma oval identificada como “parte”. No centro, há um retângulo com o texto “Tem-se uma relação direta entre as partes e o todo”. À direita, há outra forma oval identificada como “todo”. Setas bidirecionais conectam a “parte” ao “todo”, indicando que existe uma relação direta entre eles. [Fim da descrição]

As situações de composição podem ser classificadas como protótipos ou 1ª extensão. Trazemos os exemplos baseados na pesquisa de Morás (2023).

Para apresentarmos um problema protótipo aos estudantes, podemos fornecer os valores de duas ou mais partes e perguntar o valor do todo.

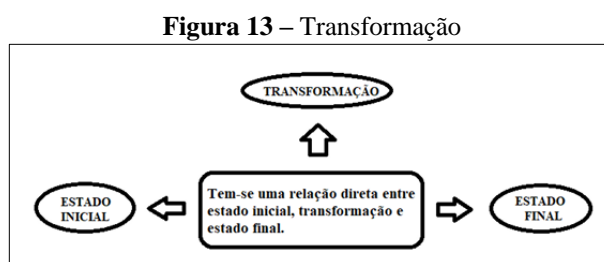
Exemplo de problema protótipo: Na festa julina tem 22 bandeirinhas amarelas e 16 bandeirinhas verdes. Na festa julina tem quantas bandeirinhas?

Para apresentarmos um problema de 1ª extensão aos estudantes, podemos fornecer o valor do todo e de uma ou mais partes e perguntar pelo valor da parte restante.

Exemplo de problema de 1ª extensão: Na festa julina tem 28 bandeirinhas azuis e verdes. 12 bandeirinhas são azuis. Quantas bandeirinhas são verdes?

#### 2.4.4 Classe de Transformação

Chamamos de classe de transformação as situações que envolvem um estado inicial, uma transformação e um estado final resultante desse processo, conforme Figura 13.



Fonte: Morás (2023, p. 81).

*#ParaTodosVerem:* A figura 13 representa uma relação entre três elementos. À esquerda, há uma forma oval identificada como “estado inicial”. À direita, há outra forma oval identificada como “estado final”. Acima, há uma terceira forma oval identificada como “transformação”. No centro, há um retângulo com o texto: “Tem-se uma relação direta entre estado inicial, transformação e estado final”. As setas conectam os três elementos, indicando que o estado inicial passa por uma transformação para chegar ao estado final, e que existe uma relação direta entre eles. [Fim da descrição]

As situações de transformação podem ser classificadas como protótipos, de 1ª ou 4ª extensão. Trazemos os exemplos baseados na pesquisa de Morás (2023).

Para apresentarmos uma situação protótipo aos estudantes, podemos informar a quantidade inicial e a transformação positiva ou negativa envolvida.

Exemplo de problema protótipo: O terceiro ano tinha 12 bandeirinhas. O terceiro ano ganhou 13 bandeirinhas do primeiro ano. O terceiro ano ficou com quantas bandeirinhas?

Para apresentarmos um problema de 1ª extensão aos estudantes, podemos informar a quantidade inicial e final e perguntar pelo valor da transformação.

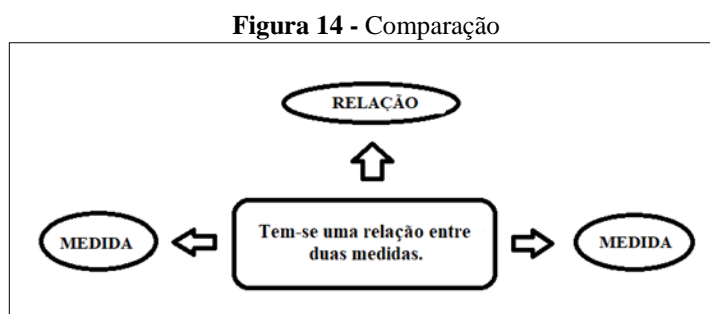
Exemplo de problema de 1ª extensão: O terceiro ano tinha 20 chapéus. O terceiro ano ganhou alguns chapéus do primeiro ano. Um estudante do terceiro ano contou e viu que tinha 27 chapéus. O primeiro ano deu quantos chapéus?

Os problemas de 4ª extensão são considerados de maior complexidade. Eles oferecem os valores da transformação (positiva ou negativa) e da quantidade final e perguntam pela quantidade inicial.

Exemplo de problema de 4ª extensão: O terceiro ano tinha alguns chapéus. O terceiro ano ganhou 11 chapéus da professora. O terceiro ano ficou com 26 chapéus. O terceiro ano tinha quantos chapéus?

#### 2.4.5 Classe de Comparação

Nesta classe é possível relacionar duas quantidades e compará-las. São elas: medida/relação/medida. São elementos que estruturam as situações de comparação, conforme Figura 14:



Fonte: Morás (2023, p. 82).

*#ParaTodosVerem:* A figura 14 representa uma comparação. No centro, há um retângulo com o texto “Tem-se uma relação entre duas medidas”. À esquerda e à direita desse retângulo, há duas formas ovais identificadas como “medida”, ambas conectadas ao retângulo por setas que apontam para ele. Acima do retângulo, há outra forma oval identificada como “relação”, ligada por uma seta que sobe do retângulo até ela. A imagem mostra que duas medidas estão ligadas por uma relação direta. [Fim da descrição]

A classe de comparação não será explorada no instrumento desta pesquisa devido à sua complexidade em relação à faixa etária dos estudantes participantes (8/9 anos), além das especificidades dos tipos de representação adotados. Por esse motivo, apresentaremos apenas um exemplo ilustrativo de problema pertencente a essa classe. As situações de comparação podem ser classificadas como 2ª, 3ª ou 4ª extensão.

Para apresentarmos um problema de 2ª extensão aos estudantes, podemos oferecer uma das quantidades (referente) e a relação entre elas e perguntar sobre a outra quantidade (referido).

Exemplo de problema de 2ª extensão: O terceiro ano tem 15 bandeirinhas. O segundo ano tem 4 bandeirinhas a menos que o terceiro ano. O segundo ano tem quantas bandeirinhas?

A distinção entre as categorias de composição, transformação e comparação, conforme propõe Vergnaud (2009), contribui para a compreensão das estruturas aditivas, uma vez que permite ao professor identificar os diferentes raciocínios envolvidos na resolução de cada tipo de problema. No entanto, mais do que classificar problemas, é necessário considerar o contexto em que eles são propostos e as condições reais de acesso ao saber por parte dos estudantes.

Nesse sentido, a pesquisa de Morás (2023) oferece importantes subsídios para esta investigação, ao articular a TCC à perspectiva inclusiva do ensino da Matemática. A autora parte da concepção socioantropológica da surdez, deslocando o foco das limitações do estudante surdo para as barreiras existentes no ambiente escolar. Tal abordagem fundamenta-se em teorias didáticas que compreendem o processo de aprendizagem como uma relação entre o saber, o estudante e a ação do professor.

A partir dessa base teórica, Morás (2023) elaborou um dispositivo didático com foco nas estruturas aditivas com números naturais, contemplando tanto estudantes surdos quanto ouvintes. A proposta reconhece as dificuldades enfrentadas por estudantes surdos na leitura e interpretação de enunciados verbais escritos e propõe estratégias visuais e linguísticas, como o uso da interlíngua (Libras/Língua Portuguesa), diagramas e ilustrações, para apoiar a compreensão das situações.

Esse dispositivo, ancorado no modelo T4TEL<sup>12</sup>, mostrou-se eficaz não apenas para estudantes surdos, mas também para ouvintes e, inclusive, para uma estudante com baixa visão. Ao considerar as chamadas variáveis legitimantes de diferenças, ou seja, escolhas didáticas que respeitam as especificidades de cada estudante, a pesquisa de Morás (2023) demonstra que a mediação pedagógica pode e deve ser sensível às diferenças.


---

<sup>12</sup> T4TEL – Uma organização matemática e uma organização didática modelizadas e implementadas em uma instituição por meio do modelo T4TEL, introduzido por Chaachoua e Bessot (2018). O modelo T4TEL faz parte da Teoria Antropológica do Didático, mais especificamente da abordagem praxeológica. Os pesquisadores propõem uma extensão da abordagem praxeológica ao apresentar as noções de variáveis e de praxeologia pessoal. Para maiores informações, recomenda-se a leitura de: MORÁS, N. A. B. Um dispositivo didático com potencialidades inclusivas: um estudo a respeito de problemas de estruturas aditivas com números naturais. 2023. 335 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste, Cascavel, 2023.

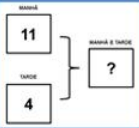
Para o estudo de Morás (2023) foram gerados blocos de tarefas, organizados conforme as categorias das estruturas aditivas: dois blocos pertencem à classe de composição, seis blocos à classe de transformação e outros seis à classe de comparação. Cada bloco foi composto por cinco formas distintas de representações de enunciados de situações, mantendo, no entanto, o mesmo cálculo relacional envolvido. Por exemplo, o primeiro bloco, denominado de ‘Calcular, o resultado da composição de duas medidas’, apresentou o primeiro enunciado com a variável Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha) e impresso em uma folha sulfite na cor amarela; o segundo, contemplou as variáveis Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha) e Libras e foi impresso em uma folha sulfite na cor verde; o terceiro, contemplou as variáveis Português na modalidade escrita (apresentando uma frase em cada linha), e interlúngua, e foi impresso em uma folha sulfite na cor rosa; o quarto, contemplou as variáveis interlúngua e esquema/diagrama, e foi impresso em uma folha sulfite na cor azul; e o quinto, contemplou as variáveis interlúngua e ilustração e foi impresso em uma folha sulfite na cor branca. A Figura 15 apresenta o exemplo desse bloco:


**Figura 15** - Exemplo do bloco de pesquisa de Morás

**T<sub>1</sub>** = Na sala da professora Marisa tem 7 meninas e 4 meninos.  
Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?  
R =

**T<sub>2</sub>** = Na sala da professora Dirce tem 9 alunos em pé e 6 alunos sentados.  
Na sala da professora Dirce tem quantos alunos em pé e sentados?  
  
R =

**T<sub>3</sub>** = Na sala da professora Nadja tem 13 mesas e 13 cadeiras.  
Na sala da professora Nadja tem quantas mesas e cadeiras?  
*Sala Nadja tem 13 mesas.  
Tem 13 cadeiras.  
Mesas e cadeiras quantas tem?*  
R =

**T<sub>4</sub>** = Na Escola Lucas Silveira tem 11 alunos que estudam de manhã e 4 alunos que estudam à tarde.  
Na Escola Lucas Silveira tem quantos alunos de manhã e à tarde?  
  
R =

**T<sub>5</sub>** = Na sala da professora Marisa tem 4 meninos e 3 meninas.  
Na sala da professora Marisa tem quantas crianças?  
  
R =

Fonte: Morás, (2023, p. 154).

#ParaTodosVerem: A figura 15 apresenta cinco retângulos coloridos, cada uma contendo uma situação de composição. O primeiro retângulo, amarelo, traz um enunciado sobre a sala da professora Marisa, com 7 meninas e 4 meninos, pedindo o total de crianças. O segundo retângulo, verde, é apresentado em libras e diz que na sala da

professora Dirce, tem 9 alunos em pé e 6 sentados, pedindo o total de alunos. O terceiro retângulo, rosa, está em interlúngua e apresenta a situação: Sala Nadja tem 13 mesas. Tem 13 cadeiras. Mesas e Cadeiras quantas tem? O quarto retângulo, azul, menciona a Escola Lucas Silveira, com 11 alunos no turno da manhã e 4 no turno da tarde, pedindo o total de alunos e acrescenta um diagrama com os dados. O quinto retângulo, branco, diz que a sala da professora Marisa, com 4 meninos e 3 meninas, pedindo o total de crianças, acrescido de uma ilustração simples sobre o enunciado. Cada situação é acompanhada de um espaço para resposta. [Fim da descrição]

Assim, com base na estrutura dos tipos de tarefas, bem como nas variáveis identificadas na pesquisa de Morás (2023), elaboramos uma sequência de situações de estruturas aditivas a ser implementada sob uma perspectiva inclusiva. Optamos por utilizar apenas o termo ‘tipo’ de situação para diferenciar a complexidade do cálculo relacional, uma vez que não organizamos blocos com situações distintas, como fez Morás (2023). Inspirados na experiência dessa pesquisadora, redesenhamos as formas de apresentação dos enunciados das situações de estruturas aditivas, especialmente aquelas pertencentes às classes de composição e transformação. Nesta pesquisa, cada enunciado foi planejado para ser apresentado de quatro formas distintas: somente em texto (folha verde), com ilustração (folha branca), em diagrama (folha amarela) e montado no QRT (folha azul). O intuito foi de ampliar o acesso ao saber matemático a cada um dos estudantes da sala de aula regular comum. Para isso, adotamos os princípios do DUA como referência para contemplar a diversidade e estilos de aprendizagem dos estudantes no planejamento das atividades e durante a intervenção.

Essa escolha encontra respaldo na produção acadêmica sobre o tema. Na revisão de literatura, apresentada no próximo capítulo, identifica-se uma lacuna de pesquisa relacionada ao uso de diferentes formas de representação dos enunciados de situações. Estudos anteriores, como a tese de Morás (2023), já investigaram representações baseadas em texto escrito, diagramas e ilustrações, contribuindo para a compreensão de como essas formas influenciam a resolução das situações. No entanto, ainda são escassas as investigações que explorem o material manipulável como forma de representação dos enunciados, especialmente em articulação com os pressupostos do DUA e da TCC. Essa lacuna motivou a presente pesquisa, que busca compreender o que a literatura aponta sobre o uso de materiais manipuláveis na resolução de problemas matemáticos sob a perspectiva da Educação Inclusiva. Tal discussão é aprofundada no capítulo seguinte.

### 3 REVISÃO DE LITERATURA

Esta revisão sistemática de literatura seguiu a abordagem metodológica proposta por Costa, Fontanari e Zoltowski (2022), que orienta o processo investigativo nas seguintes etapas: definição do problema, elaboração da questão de pesquisa, seleção das bases de dados, construção dos descritores, estabelecimentos dos critérios de inclusão e exclusão, aplicação do protocolo de busca, análise dos resultados e redação do texto final. A escolha por essa metodologia justifica-se por seu rigor e transparência, características que asseguram que cada decisão tomada ao longo da revisão esteja alinhada e fundamentada aos objetivos do estudo. Segundo esses autores, esse tipo de metodologia possibilita reunir inúmeros estudos, especialmente aqueles com foco em intervenções, produzindo uma resposta sintética sobre sua eficácia.

A pergunta central que norteou a revisão foi: o que as pesquisas apontam sobre o uso de material manipulável para resolução de problemas matemáticos na perspectiva da educação inclusiva? Optamos por manter o foco da revisão de literatura nos materiais manipuláveis, uma vez que pesquisas como a de Morás já haviam abordado as representações de enunciados de situações por meio de texto escrito, diagramas e ilustrações. O uso de materiais manipuláveis, portanto, ainda não havia sido contemplado.

As bases de dados selecionadas para esta pesquisa foram: o *Google Scholar*<sup>13</sup>, uma ferramenta de busca especializada em produção acadêmica e científica, que permite o acesso a artigos, dissertações, teses e outras publicações; a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações BDTD, que reúne dissertações e teses defendidas no Brasil e por brasileiros no exterior; o Catálogo de Teses e Dissertações da Plataforma da CAPES, um repositório que armazena teses e dissertações produzidas por programas de pós-graduação brasileiros e o Catálogo de Teses e Dissertações da *Scientific Electronic Library Online SciELO*, uma plataforma dedicada à disseminação de documentos científicos publicados. A seleção dessas bases teve como finalidade qualificar o levantamento bibliográfico que fundamenta esta dissertação.

---

<sup>13</sup> Costa, Fontanari e Zoltowski (2022) recomendam que o *Google Scholar* não seja escolhido como base de dados para compor a revisão, uma vez que é muito frágil do ponto de vista da estratégia de busca. No entanto, nosso foco recai sobre a prática pedagógica do professor e podem emergir documentos distintos não contemplados nas demais bases de dados. Por essa razão, consideramos a busca oportuna.

A escolha dos descritores utilizados nas buscas foi conduzida pela temática e pelos objetivos desta dissertação. As pesquisas nas bases de dados foram realizadas no mês de maio de 2025, sem delimitação temporal, uma vez que, com base em levantamentos prévios, já se esperava uma escassez dos trabalhos relacionados ao tema. As buscas foram efetuadas em língua portuguesa, utilizando a combinação dos seguintes termos: “Material manipulável” AND “resolução de problemas”; “material manipulável AND “anos iniciais”; “Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática” e “Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática” AND “anos iniciais”. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 1:

**Tabela 1-** Resultados da busca nas bases de dados

Descritores	GOOGLE SCHOLAR	BDTD	CAPES	SCIELO	Total
“Material manipulável” AND “resolução de problemas”	22	10	6	0	38
“Material manipulável” AND “anos iniciais”	17	12	10	0	39
“Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática”	22	10	6	0	38
“Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática” AND “anos iniciais”	14	4	2	0	20
Total geral					135

Fonte: Elaborada pela autora com referência nas bases de dados (2025).

Na primeira busca, utilizando os termos “material manipulável” e “resolução de problemas”, foram encontrados 22 trabalhos no *Google Scholar*, 10 na plataforma BDTD, 6 no catálogo da CAPES e nenhum na SciELO, totalizando 38 trabalhos identificados. Foi encontrada apenas quatro duplicações entre os resultados retornados da CAPES e BDTD.

Em uma segunda busca, com os termos “material manipulável” AND “anos iniciais”, foram localizados 39 trabalhos. Comparando com os resultados da primeira busca no *google scholar*, observou-se que dos 17 trabalhos inicialmente encontrados, apenas três não se repetiam. Dos trabalhos retornados da BDTD e catálogo da CAPES, foram identificadas oito duplicações. Ao total nesta segunda busca, mantiveram-se 13 trabalhos para posterior revisão.

Na terceira busca, empregaram-se os termos “Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática”, resultando em 38 trabalhos nas plataformas consultadas. Entretanto, todos esses estudos já haviam sido identificados nas buscas anteriores, razão pela qual foram descartados nesta fase.

Por fim, a quarta busca utilizou os termos “Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática” AND “anos iniciais”, retornando 20 trabalhos. Após conferência com os resultados anteriores, não foi possível identificar novos trabalhos. Concluída a etapa de identificação e exclusão de duplicatas, o total de produções bibliográficas únicas selecionadas para análise foi de 47 trabalhos, conforme Tabela 2:

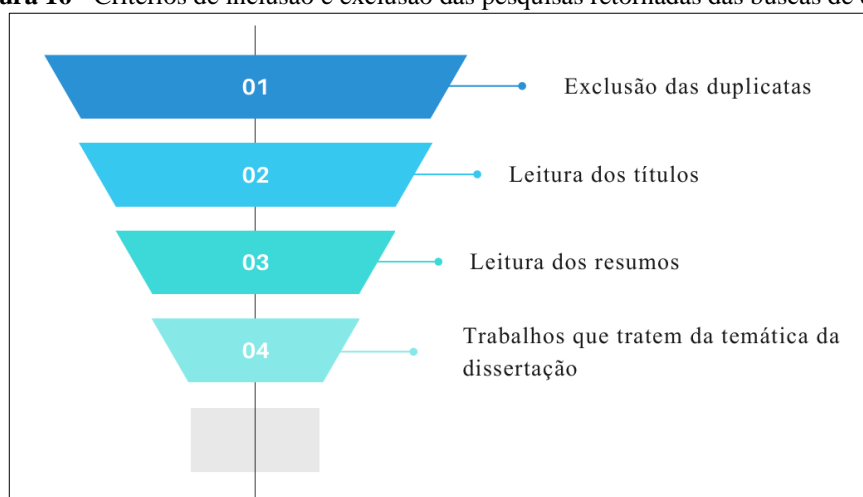
**Tabela 2-** Resultados das buscas após exclusão das duplicatas

Descritores	GOOGLE SCHOLAR	BDTD	CAPES	SCIELO	Total
“Material manipulável” AND “resolução de problemas”	22	10	2	0	34
“Material manipulável” AND “anos iniciais”	3	8	2	0	13
“Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática”	0	0	0	0	0
“Material manipulável” AND “resolução de problemas” AND “Matemática” AND “anos iniciais”	0	0	0	0	0
Total geral					47

Fonte: Elabora pela autora com referência nas bases de dados (2025).

Sobretudo, para a seleção das pesquisas retornadas das bases de dados foram adotados critérios de inclusão e exclusão, os quais foram organizados em quatro etapas. A primeira etapa, já explicitada, consistiu na triagem inicial, em que foram eliminados os registros duplicados. Na segunda etapa realizou-se a leitura dos títulos dos trabalhos retornados, a fim de identificar quais poderiam trazer contribuições para a pesquisa. A terceira etapa envolveu a leitura dos resumos e a relevância dos trabalhos em relação à temática da dissertação. Por fim, na quarta etapa dos critérios de inclusão e exclusão, foi realizada a leitura integral dos textos selecionados, com o intuito de confirmar quais estavam alinhados com a pesquisa, e se permitiam dialogar com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), Desenho Universal para Aprendizagem (DUA) e/ou educação inclusiva. O processo de aplicação desses critérios está esquematizado na Figura 16:

**Figura 16** - Critérios de inclusão e exclusão das pesquisas retornadas das buscas de dados



Fonte: Elaborada pela autora com base em Costa, Fontanari e Zoltowski (2022).

*#ParaTodosVerem:* a Figura 16 apresenta a um fluxograma em formato de funil invertido composto por quatro etapas numeradas (01 a 04), dispostas verticalmente e representadas por formas trapezoidais em tons de azul e verde. À direita, cada etapa está associada a uma descrição: “Exclusão das duplicatas”, “Leitura dos títulos”, “Leitura dos resumos” e “Trabalhos que tratem da temática da dissertação”. Uma linha vertical central conecta as etapas, indicando um processo sequencial de filtragem de estudos. [Fim da descrição]

Após a remoção dos trabalhos duplicados entre as diferentes bases de dados, foram identificados 47 estudos únicos, classificados como trabalhos de conclusão de curso, artigos, dissertações ou teses. Em seguida, procedeu-se à análise dos títulos, dos quais 22 foram selecionados por conterem termos que sugerem relação com a TCC, DUA e/ou Educação Inclusiva.

Durante o processo de exclusão dos trabalhos cujos títulos não apresentavam relação direta com o foco da pesquisa, observou-se uma quantidade significativa de estudos voltados à geometria. Também foram encontrados trabalhos que abordavam temas como trigonometria, frações, tecnologias digitais e análise combinatória; contudo, tais abordagens não se alinham aos objetivos desta investigação e, portanto, foram desconsideradas.

Com base nos objetivos da pesquisa, passou-se à leitura dos 22 resumos selecionados. Nessa etapa, 10 trabalhos foram excluídos, por tratarem de estudantes do ensino médio ou por não abordarem práticas pedagógicas alinhadas à proposta desta dissertação. Também foram excluídos quatro trabalhos de conclusão de curso e cinco artigos, que apesar de tratarem de temas relacionados à educação especial na perspectiva da educação inclusiva, referiam-se a revisões de literatura.

No processo de seleção dos trabalhos possivelmente relevantes para a pesquisa, observou-se um expressivo número de trabalhos voltados a estudantes apoiados pela educação especial. Dentre eles, destacaram-se estudos envolvendo estudantes surdos, cegos, com

Transtorno do Espectro Autista (TEA) e com deficiência intelectual, o que reforça a inquietação de possibilitar o acesso ao saber matemático para esse público, mediante o uso de materiais manipuláveis, conforme escopo dessa dissertação.

Os resumos lidos indicaram a leitura na íntegra de três trabalhos, por tratarem da utilização de materiais manipuláveis para resolução de problemas matemáticos com estudantes do ensino fundamental. O Quadro 3 apresenta as etapas da seleção dos estudos:

**Quadro 3** - Etapas para seleção dos estudos analisados

Etapas	Resultados
Exclusão de Duplicatas	47 estudos únicos
Leitura dos Títulos	22 estudos, por conterem palavras que remetem a Educação especial, ensino fundamental, matemática, resolução de problemas ou materiais manipuláveis.
Leitura dos Resumos	10 estudos, por serem mais alinhados a pesquisa e sugerirem relação com a TCC, DUA e/ou Educação Inclusiva
Leitura Integral dos Textos	3 estudos, por sugerirem relação com a TCC, DUA e/ou Educação Inclusiva
Seleção dos Estudos Relevantes	3 estudos, por estarem mais alinhados ao objetivo da dissertação, envolvendo materiais manipuláveis, resolução de problemas e matemática.

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Três dissertações de mestrado demonstraram potencial de contribuição para os objetivos desta pesquisa. Essas dissertações foram lidas na íntegra e, após análise, selecionadas por apresentarem aspectos relacionados ao uso de materiais manipuláveis, à resolução de problemas e à Matemática, temas diretamente vinculados ao escopo desta investigação. Embora nenhuma delas mencione o DUA ou a educação inclusiva, as práticas pedagógicas relatadas nas pesquisas foram interpretadas sob essa perspectiva. Destaca-se ainda que uma das dissertações está fundamentada na TCC, contribuindo para o embasamento teórico desta pesquisa. A escolha dos trabalhos considerou os objetivos propostos, o público-alvo, a metodologia adotada e os resultados obtidos, atendendo aos critérios estabelecidos para esta revisão.

No Quadro 4, são apresentados os dados de identificação das dissertações selecionadas para análise:

**Quadro 4**- Identificação das dissertações selecionadas

(continua)

TÍTULO	PALAVRAS-CHAVE:	AUTORA/ ORIENTADOR (a)	ANO	INSTITUIÇÃO	PROGRAMA

(conclusão)

1	Uma investigação sobre a utilização de materiais didáticos manipuláveis e a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental	Ensino Fundamental. Anos Iniciais. Materiais Didáticos Manipuláveis. Educação Matemática. Resolução de Problemas.	Michelle Francisco de Azevedo Orientadora: Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Renata Cristina Geromel Meneghetti.	2014	Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista UNESP	Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência – Área de Concentração Ensino de Ciências e Matemática
2	A representação gráfica como recurso didático na educação matemática para a resolução de problemas aritméticos	Formação Docente. Representação Gráfica. Problemas Aritméticos. Matemática.	Cristiane Terezinha Cardoso Orientador: Prof. Dr. Anderson Roges Teixeira Góes	2019	Universidade Federal do Paraná UFPR	Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Setor de Educação
3	Resolução de Problemas Combinatórios nos Anos Iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©)	Matemática – Estudo e Ensino. Ensino Fundamental. Análise Combinatória. Pixton©.	Dacymere da Silva Gadelha Orientadora: Prof. <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> . Rute Elizabete de Souza Rosa Borba	2020	Universidade Federal de Pernambuco UFPE	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação

Fonte: Elaborada pela autora com bases nas pesquisas consultadas (2025).

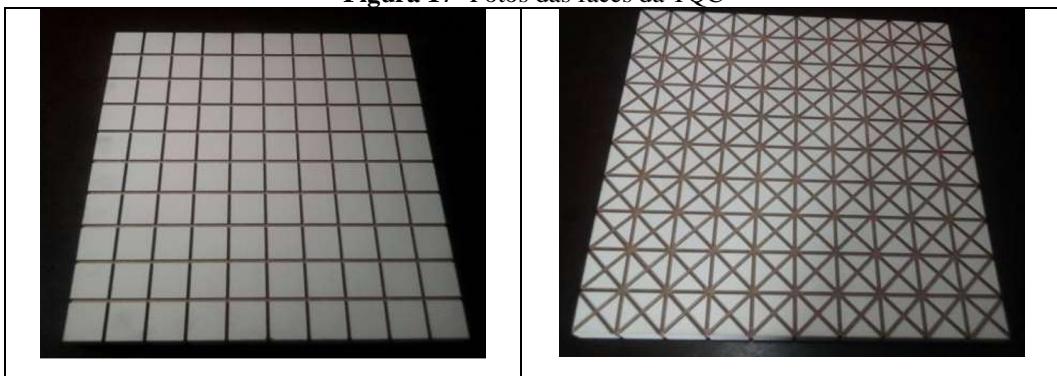
Após a leitura na íntegra das dissertações, segue a análise contemplando os aspectos que contribuem com o objetivo dessa investigação. A abordagem de pesquisa adotada nas três produções analisadas é a qualitativa, apenas os dados da pesquisa de Gadelha (2020) foram analisados quantitativa e qualitativamente. Nenhuma das pesquisas citou explicitamente aspectos relacionados à diversidade, DUA ou educação inclusiva, mas as práticas pedagógicas foram discutidas sob esse viés.

A dissertação “Uma investigação sobre a utilização de materiais didáticos manipuláveis e a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental” (Azevedo, 2014), tem como questão de pesquisa: De que maneira uma proposta pedagógica alternativa em matemática, tal como a de Resolução de Problemas, na qual o aluno tem um papel mais ativo, poderia ser desenvolvida de modo a favorecer o ensino e a aprendizagem dessa disciplina nos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio da utilização de materiais didáticos manipuláveis? Para respondê-la, a pesquisadora apresenta uma proposta de atividades didáticas de Matemática com utilização de materiais didáticos manipuláveis e através da resolução de problemas de caráter mais aberto, para ser trabalhada junto a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental; os quais estão pautados em Azevedo (2014) elencou

como objetivo principal da sua pesquisa trabalhar o uso de materiais didáticos manipuláveis para o ensino e a aprendizagem de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental através da resolução de problemas. O público-alvo da pesquisa foram cinco turmas de estudantes e suas respectivas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de duas escolas públicas da rede estadual de ensino no município de São Carlos/SP. Ao total, participaram da pesquisa de Azevedo (2014), cento e quarenta e quatro alunos, de seis a treze anos de idade, do 1º e do 4º ano do Ensino Fundamental.

A metodologia utilizada na pesquisa seguiu abordagem qualitativa, caracterizando-se como estudo de caso, para tal a pesquisadora fundamentou-se em Lüdke e André (1986). As cinco professoras que aceitaram participar da pesquisa responderam um questionário antes da aplicação e outro após a aplicação da proposta. Com os estudantes também foi realizado um diagnóstico inicial e um final, a fim de averiguar se houve aprendizagem a partir das atividades com resolução de problemas trabalhadas na Tábua Quadriculada Geoplanar (TQG). A TQG é um material didático utilizado nas atividades da proposta de Azevedo (2014) e foi desenvolvida em projetos do grupo EduMatEcoSol (coordenado pela Profa. Renata C. G. Meneghetti). Este material didático manipulável foi idealizado para ser versátil e capaz de oportunizar o trabalho com diversos conteúdos de álgebra e geometria, sem dificuldades ou necessidades de adaptações. Resumidamente, trata-se de uma tábua fina e devidamente graduada, projetada para ser produzida em madeira, com sequências de chanfros posicionados de forma a gerar uma malha, em que atividades similares às do geoplano podem ser exploradas. As duas faces do TQG são distintas, uma quadriculada e outra quadriculada cruzada, conforme a Figura 17:

**Figura 17-** Fotos das faces da TQG



Fonte: Azevedo (2014, p. 119-120).

*#ParaTodosVerem:* A primeira figura mostra uma grade quadriculada de 10 por 10 pequenos quadrados, totalizando 100 unidades, organizada de forma simétrica. A segunda figura apresenta também uma grade quadriculada, mas cada quadrado está dividido em quatro triângulos por linhas diagonais em forma de “X”, criando um padrão geométrico repetitivo. [Fim da descrição]

De acordo com a pesquisadora, todos os níveis de ensino podem utilizar o material, porém em sua pesquisa ele foi utilizado nos anos iniciais com o intuito de colaborar com a resolução de problemas. Os assuntos a serem desenvolvidos foram escolhidos após uma análise de 120 conteúdos listados nas Expectativas de Aprendizagem das Orientações Curriculares do Estado de São Paulo para os anos iniciais do Ensino Fundamental, priorizando aqueles que poderiam ser trabalhados em mais de uma das séries. Além disso, houve a preocupação de apresentar situações que pudessem fazer parte do cotidiano dos estudantes, favorecendo a relação entre o que eles sabem e o conhecimento a ser adquirido.

Os temas escolhidos pelas professoras participantes foram: sequência numérica; representação numérica e contagem; e perímetro e área. Foram preparadas 2 fichas de atividades para cada um dos temas escolhidos. O diagnóstico inicial dos estudantes possibilitou preparar a ficha 1, os resultados da ficha 1 orientaram a preparação da ficha 2. Para elaboração das atividades, foram considerados os pressupostos da Resolução de Problemas e as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. As atividades foram desenvolvidas em duas escolas (A e B), no período vespertino, totalizando dezenove dias de aula. As aulas em que os alunos utilizaram a TQG foram registradas em arquivos de áudio, seguidas de transcrição literal e análise qualitativa dos dados. Todas as turmas tiveram um total de quatro dias de aulas, uma para a aplicação do diagnóstico inicial, duas para a utilização da TQG por meio da Resolução de Problemas e uma para aplicação do diagnóstico final e avaliação das aulas. Traremos aqui o breve relato de uma turma de 4º ano e de uma turma do 1º ano.

O diagnóstico inicial realizado com a turma de 4º ano C da escola A, indicou as dificuldades dos estudantes frente aos problemas envolvendo perímetro e área e apontou que falta atenção na leitura dos problemas, conforme relatado por Azevedo (2014). Após o diagnóstico inicial, a ficha de atividades 1 foi apresentada acompanhada pela TQG e quatro rolos de barbante coloridos. Em grupos de 4 ou 5, os estudantes deveriam representar figuras na TQG e tiveram dificuldades, principalmente relacionadas a contagem.

Área foi o tema da ficha de atividades 2 e foi explorada após revisão da ficha 1, em outro dia. Com a ficha 2 houve maior aproveitamento, os estudantes tiveram mais facilidade de resolução, acredita-se que devido a revisão feita inicialmente. O diagnóstico final realizado com os estudantes era constituído de um problema inicial e cinco questões a respeito dele. Nesse problema, os estudantes teriam que desenhar vários objetos em uma malha quadriculada e

formar um quadro, depois calcular o perímetro e área. As considerações da pesquisadora para esta turma apontam que os estudantes possuem dificuldades na interpretação dos problemas e na contagem dos Algarismos, porém após a realização das fichas de atividades usando a TQG, mais da metade dos estudantes conseguiram realizar a tarefa.

A pesquisadora relata as atividades desenvolvidas com uma turma de 1º ano C da escola B, com o tema representações numéricas e/ou contagem que seguem a mesma proposta da turma anterior: diagnóstico inicial, ficha de atividades 1, ficha de atividades 2 e diagnóstico final. De início, a pesquisadora já percebeu dificuldades com o enunciado, pois não estavam escritos em letra maiúscula e os estudantes encontravam-se em situação de alfabetização. Foi necessário fazer a leitura para eles. Também teve dificuldades com os termos matemáticos usados nos enunciados e permitiu que algumas respostas pudessem ser dadas oralmente. Foram eliminadas questões, outras foram representadas no quadro e grupos foram montados para facilitar as orientações.

A ficha de atividades 1 foi apresentada em outro dia junto a TQG e os grupos foram montados de forma que estudantes com dificuldades pudessem ser auxiliados por aqueles sem. Por conhecer as especificidades da turma, a professora orientou a pesquisadora sobre a forma de explicar e modificou as atividades que não estavam de acordo com a turma. A maior dificuldade percebida foi a escrita dos números espelhados, situação comum na idade em que se encontram. Para aplicação da ficha 2, em outra data, foi necessário que a professora da sala fizesse a explicação para a turma, pois a pesquisadora não conseguiu fazer com que os estudantes entendessem a proposta. A professora explicava, modificava e acrescentava o que achava necessário para a compreensão da atividade. A pesquisadora relata a busca recorrente por referências no quadro numérico exposto na sala de aula. Após a condução das atividades pela professora da turma, não houve dificuldades para realizá-las. Para o diagnóstico final, novamente foi necessário a intervenção da professora dos estudantes para explicações e alterações.

Em suas considerações para o 1º ano C, a pesquisadora constata que a maioria dos estudantes ainda não tinha autonomia de leitura e escrita, o que dificultou o registro do trabalho através da resolução de problemas mais abertos. Sendo assim, a professora da turma sugeriu que os problemas fossem colocados de uma forma mais específica e clara, para que os estudantes conseguissem resolvê-los. Também se observou dificuldade na contagem, recorrendo ao quadro numérico existente na parede da sala, principalmente quando se tratava de números maiores. O tempo previsto foi insuficiente. Como resultado, a maioria dos

estudantes acertaram mais questões no primeiro do que no segundo diagnóstico, o que pode indicar que não conseguiram adquirir compreensão em relação ao conteúdo explorado. A professora afirmou que este fato pode ter ocorrido pela linguagem utilizada nos problemas apresentados.

Azevedo (2014) trabalhou com cinco turmas. De modo geral, a análise dos diagnósticos iniciais e finais, indicou que grande parte dos estudantes conseguiu melhorar seu aprendizado utilizando a TQG. Entretanto, o processo de alfabetização e o tempo insuficiente interferiram nos resultados. Ela relata que os estudantes estavam habituados a trabalhar de uma forma mais mecânica, aguardando a explicação do que fazer após ler o problema. Os passos propostos por Allevato e Onuchic (2009) para resolução de problemas precisaram ser modificados ou invertidos para melhor compreensão dos estudantes.

A aplicação dos questionários aos estudantes avaliando a utilização da TQG revelou que a maioria gostou de alguma forma das atividades, seja escrevendo, pintando ou utilizando barbante. Disseram ter aprendido com a TQG e avaliaram positivamente as aulas que tiveram. As cinco professoras participantes da pesquisa, também avaliaram a TQG por meio de um questionário. Elas sugeriram que o conteúdo fosse trabalhado antes da aplicação das atividades, que a linguagem utilizada nos problemas fosse mais simplificada e que os enunciados trouxessem termos conhecidos pelos estudantes. Um ponto negativo destacado foi a formação de grupos grandes, que ocasionou indisciplina e desinteresse já no início. Isso foi resolvido posteriormente, com a formação de duplas ou trios. Sugeriram também que cada estudante tivesse a sua TQG e opinaram sobre outros conteúdos possíveis de serem trabalhados com este material. Por fim, a pesquisadora avalia que o material e a abordagem de ensino utilizados favoreceram a aprendizagem dos estudantes.

Embora tenha sido desenvolvida há mais de 10 anos, a pesquisa de Azevedo (2014), mantém relevância e alinhamento aos objetivos desta dissertação, sendo por isso selecionada para análise. A autora propõe a exploração de um material didático versátil denominado de Tábua Quadriculada Geoplanar (TQG), que busca promover a representação da situação de forma visual e manipulativa, assim como o Quadro de Representações Tridimensionais (QRT), apresentado nesta pesquisa.

Apesar de Azevedo (2014) não utilizar os termos diversidade, educação inclusiva ou DUA, sua prática pedagógica reforça as barreiras identificadas na interpretação e na compreensão dos enunciados pelos estudantes. A pesquisa evidencia também a importância de conhecer as especificidades da turma e considerá-las no planejamento da aula, assim como

orientam os princípios do DUA. A intervenção realizada demonstrou, por exemplo, que a linguagem dos enunciados precisava ser revista, com uso de letra maiúscula, termos mais familiares e estruturas mais simples, para que os estudantes em processo de alfabetização conseguissem compreender as atividades. Essas práticas também estão alinhadas aos princípios do DUA.

Além disso, a atuação da professora regente foi fundamental para adaptar a proposta enquanto estava em andamento, reforçando a ideia de que a escuta e a mediação docente são essenciais para uma prática inclusiva. O estudo de Azevedo também atenta para o comportamento de muitos estudantes que aguardavam instruções para iniciar a resolução de problemas, o que evidencia a necessidade de condutas que incentivem a autonomia e participação dos estudantes, princípios também defendidos pelo DUA. Assim, a presente pesquisa, ao propor o uso do QRT como ferramenta para facilitar o acesso à compreensão dos enunciados, avança no mesmo propósito de Azevedo: tornar a Matemática mais acessível para todos os estudantes.

A pesquisa de Cardoso (2019), intitulada “A representação gráfica como recurso didático na educação matemática para a resolução de problemas aritméticos” apresenta como problemática a constatação de que é comumente verificado, no 6º ano do Ensino Fundamental a dificuldade que os estudantes possuem em interpretar os enunciados para resolver os problemas. Embora tenha sido conduzida com estudantes do Ensino Fundamental II, a pesquisa de Cardoso (2019) foi incluída nesta revisão por tratar de conteúdos geralmente abordados nos anos iniciais, como as quatro operações elementares e problemas que envolvem geometria.

O objetivo geral do estudo de Cardoso (2019) consiste em analisar de que maneira a representação gráfica pode ser um recurso didático para a resolução de problemas aritméticos. Os participantes foram 160 estudantes do sexto ano de uma escola municipal de Curitiba, dos quais 124 foram autorizados a participar e tiveram seus dados analisados. Também participaram dois professores regentes das turmas. Inicialmente, elaborou-se uma avaliação diagnóstica com 20 questões envolvendo as quatro operações fundamentais, pois o foco da pesquisa foi a resolução de problemas. As questões foram pensadas com base nos conteúdos escolares referentes aos anos anteriores, envolvendo cálculos simples e compostos, nos quais se esperava que os estudantes já tivessem domínio na resolução. A aplicação da avaliação diagnóstica inicial ocorreu na sala de aula com a presença dos professores regentes nas suas respectivas turmas. Após a correção das questões verificou-se que a maior dificuldade dos estudantes estava

relacionada à compreensão de conceito de geometria. Sendo assim, a maioria das tarefas que foram desenvolvidas em seguida fizeram relação com essa área da matemática.

Com a intenção de desenvolver a interpretação e organização dos dados de um problema, identificando partes e todo, somado aos dados recolhidos na avaliação diagnóstica inicial, foi realizada uma sequência de tarefa de estudo com o auxílio de alguns materiais manipuláveis. Cardoso (2019) encontrou na dissertação de Matos (2017), uma tarefa que contribuiu com a sua pesquisa. A tarefa diz respeito ao uso da representação gráfica a partir de uma informação visual. Matos (2017) apresenta uma tarefa de ação de controle e avaliação que possibilita ao professor analisar o processo de ensino e aprendizagem, no assunto de área relacionada na essência todo-partes. Cardoso se apropria disto e acrescenta a utilização de materiais manipuláveis (Material Cuisenaire, Tangram, Régua, Geoplano) enquanto busca analisar as representações gráficas. A sequência de tarefas de estudo foi elaborada com base nas ações de estudo do Ensino Desenvolvimental<sup>14</sup>, com a contribuição de trabalhos como o de Nacarato (2004), Lorenzato (2006), Góes (2013), Nacarato e Passos (2013), Góes e Góes (2018), pois esses autores afirmam que esses recursos são importantes para a visualização de conceitos matemáticos. Sobre a utilização de materiais manipuláveis para realizar composição de informações visuais e depois transformá-las em representação gráfica e elaboração algébrica com identificação das partes e o todo, contribuíram os autores Wong (2010) e Góes e Góes (2018).

Para a pesquisa de Cardoso, foram desenvolvidas cinco tarefas, sendo quatro utilizando materiais manipuláveis: Material Cuisenaire, Tangram, Régua e Geoplano. A aplicação da sequência de tarefa foi distribuída da seguinte forma: quatro aulas de 50 minutos com o Material Cuisenaire, duas aulas de 50 minutos com o uso do Tangram, uma aula de 50 minutos com o uso da Régua, uma aula de 50 minutos com o uso do Geoplano e duas aulas de 50 minutos para o desenvolvimento da tarefa de estudo envolvendo problemas. A avaliação diagnóstica final foi o último instrumento de coleta de dados. A finalidade foi verificar se os estudantes utilizariam a representação gráfica como um recurso didático para a resolução de problemas. A avaliação foi composta por 20 questões similares à avaliação diagnóstica inicial. Duas questões com

---

<sup>14</sup> Vasily Vasilievich Davydov (1930 – 1998) foi um psicólogo russo que formulou a Teoria do Ensino Desenvolvimental juntamente com Elkonin, como precursores de Vygotsky, Luria e Leontiev da Teoria Histórico-Cultural para o Ensino. Davydov concorda com Leontiev sobre os elementos estruturais da atividade para o desenvolvimento do pensamento, mas acrescenta por primeiro o desejo antecedendo os demais elementos estruturais da atividade: a necessidade, o motivo, a ação, a tarefa e a operação.

imagens ilustrativas; três questões com a representação gráfica, duas questões com retângulo para indicar o valor adequado e nas demais questões somente o problema proposto descrito. Cardoso (2019) constatou a grande aceitação dos estudantes em utilizar a representação gráfica na avaliação diagnóstica final. A pesquisadora afirma que o uso da representação gráfica foi uma maneira inovadora e diferente do padrão que vem sendo utilizado em sala de aula e que auxiliou na aprendizagem dos conceitos necessários para a resolução dos problemas aritméticos.

A análise dos dados ocorreu a partir de cinco das seis ações propostas por Davydov (1988): (1) representação gráfica na transformação dos dados de uma tarefa de estudo; (2) a representação gráfica como mediadora entre as informações de um problema aritmético ao cálculo; (3) a representação gráfica na resolução de um sistema de tarefas particulares; (4) a representação gráfica no processo de ensino; e (5) a representação gráfica na aprendizagem. Para a análise, as ações 1, 2, 3 e 5, o material produzido referiu-se ao estudante e ação 4 referiu-se ao material produzido pela professora-pesquisadora. Considerando o número elevado de participantes, foram selecionados cinco estudantes para análise da ação 2. A escolha recaiu sob aqueles que não alcançaram resultados satisfatórios na avaliação diagnóstica inicial, mas que, tiveram resultados melhores na avaliação diagnóstica final, sendo um estudante selecionado de cada turma.

Os dados da pesquisa de Cardoso (2019) mostraram que na avaliação diagnóstica inicial, a maioria dos estudantes não organizava os dados do problema e, ainda, possuíam dificuldades de interpretação, pois utilizaram uma baixa quantidade de representações, como desenhos ou diagramas. A aplicação de tarefas de estudo com o auxílio de material manipulável, possibilitou que a composição fosse transformada em representação gráfica, indicando cada parte que constituiu o todo. A avaliação diagnóstica final apontou possível melhora no desempenho dos participantes, principalmente pelo aumento da quantidade de questões em que a representação gráfica apareceu como organização dos dados ou resultado. A pesquisadora afirma que o trabalho atingiu o objetivo e representação gráfica é um recurso didático que proporciona o elo de interpretação dos dados do problema, auxiliando na compreensão do significado da relação entre quantidades.

Cardoso (2019) enfatiza a relevância da representação gráfica e do uso de materiais manipuláveis como recursos pedagógicos no ensino da Matemática, especialmente na resolução de problemas aritméticos. A pesquisadora constatou que, ao utilizar materiais como Cuisenaire, Tangram, Régua e Geoplano, os estudantes passaram a organizar melhor os dados dos

problemas e apresentaram melhor desempenho, utilizando as representações gráficas para resolver situações.

Assim como propõe a presente investigação com o uso do QRT, Cardoso (2019) buscou superar as barreiras na interpretação de problemas identificadas por muitos estudantes, propondo tarefas que mobilizavam a visualização e a organização dos dados matemáticos. Essa abordagem dialoga com a Teoria dos Campos Conceituais, ao considerar que o desenvolvimento do pensamento matemático ocorre a partir da articulação entre diferentes representações. Nesse mesmo sentido, a presente pesquisa propõe apresentar os enunciados das situações de estruturas aditivas por múltiplos formatos: texto escrito, ilustração, diagrama e o QRT, ampliando os meios de acesso ao conteúdo e considerando as preferências dos estudantes.

O estudo de Gadelha (2020), denominado “Resolução de Problemas Combinatórios nos Anos Iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©)” apresenta como objetivo geral: analisar o uso do material manipulável concreto e material manipulável virtual na aprendizagem de problemas combinatórios por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Participaram da pesquisa de Gadelha, 36 estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental com idades entre 9 e 11 anos de duas escolas da Rede Municipal do Recife. A coleta de dados esteve organizada em três etapas: pré-teste, momentos de intervenções e pós-teste. O período de realização das três etapas de pesquisa durou aproximadamente um mês e três semanas. Todos os participantes realizaram o pré e o pós-teste, no entanto, dos momentos interventivos só participaram os estudantes que compuseram os grupos experimentais. Com esse modelo experimental, o intuito foi de verificar as compreensões combinatórias dos participantes a partir do pré-teste, seguido pela proposta de intervenção para proporcionar progressos nas compreensões sobre as situações combinatórias, e, por fim, o pós-teste com a finalidade de averiguar o quanto os grupos experimentais, em comparação ao grupo controle, foram capazes de progredir a partir do ensino proporcionado. Os grupos experimentais foram agrupados em duplas por meio de médias de desempenho próximas alcançadas no pré-teste e interagiram com duas perspectivas de manipuláveis: por meio do uso de material concreto e do uso de material virtual.

O pré-teste foi estruturado em oito situações combinatórias (arranjo, combinação, permutação e produto de medidas), variando de quatro a 12 possibilidades de resposta. As situações foram solucionadas individualmente, utilizando somente lápis e papel. Após a entrega dos testes aos estudantes, os enunciados das questões foram lidos coletivamente pela

pesquisadora. A elaboração dos enunciados deu-se da seguinte forma: no início da questão é apresentado o contexto do problema e os elementos a serem combinados e no final é questionada a quantidade de possibilidades. Os mesmos testes (pré e pós) foram utilizados no estudo piloto e ajustados como instrumento de coleta de dados para o estudo efetivo.

De acordo com Gadelha (2020), após os resultados do pré-teste, foram selecionados 36 estudantes e divididos por turma (18 estudantes de cada escola), compondo os três grupos da pesquisa (seis estudantes de cada escola em cada grupo), GE1 – grupo experimental para o manuseio das fichas; GE2 – grupo experimental para a manipulação do software Pixton©; e o GC – grupo controle que não participou de nenhuma das intervenções.

Os momentos interventivos ocorreram em três dias da semana com duração de aproximadamente uma hora e meia por dia para cada dupla, sendo realizada com duas duplas por turno durante um mês. Durante as intervenções foram solucionadas as mesmas situações do pré-teste, porém, desta vez havia a mediação da pesquisadora e o apoio a recursos didáticos. Dos dois grupos experimentais, um grupo utilizou fichas (manipulável concreto com ilustrações dos objetos/personagens mencionados nos enunciados dos problemas) e o outro grupo manuseou o software Pixton© (recurso adotado como material manipulável virtual, o qual dispõe de ilustrações virtuais (objetos e personagens)). Um terceiro grupo foi formado para compor o grupo controle. Estes não vivenciaram nenhum tipo de intervenção, apenas realizaram os testes para servir como parâmetros comparativos com os grupos experimentais.

Para o grupo que fazia a intervenção com material concreto, foram confeccionadas 12 fichas para cada elemento dos enunciados, somando um total de 408 fichas. Este valor extrapolava a quantidade, justamente para que os estudantes não fossem induzidos ao resultado. As figuras (fichas) foram impressas em papel fotográfico e um velcro foi fixado no verso. Como suporte, foi utilizada uma folha de emborrachado coberta por feltro, no qual as fichas podiam ser fixadas. A princípio, a interferência de Gadelha deu-se de modo mais ativo, fazendo questionamentos, para que os estudantes entendessem a dinâmica de representar as diferentes possibilidades por meio das fichas e se atentassem aos invariantes – escolha, ordenação e esgotamento das possibilidades.

O grupo que realizou a intervenção com o material manipulável virtual (Software Pixton©) foi composto de forma que, ao menos, um dos estudantes tivesse familiaridade com o uso do mouse USB. Após a apresentação e exploração do software, a mediação da pesquisadora deu-se como no grupo de material manipulável concreto.

O pós-teste foi realizado com todos os estudantes das duas turmas utilizando apenas lápis e papel para resolução. As situações do pós-teste foram organizadas como no pré-teste, contendo entre 4 a 12 possibilidades e duas questões de cada tipo: arranjo, combinação, permutação e produto de medidas.

Os dados coletados durante toda a pesquisa de Gadelha foram analisados quantitativamente e qualitativamente, considerando as pontuações classificatórias dos testes, observações e anotações realizadas pela pesquisadora, diálogos dos estudantes em relação a suas percepções e dificuldades sobre os invariantes combinatórios. No período das intervenções, somente de caráter qualitativo, também foram analisadas por meio de registros fotográficos no manuseio das fichas e pelas construções salvas no software utilizado pelos participantes.

As análises quantitativas e qualitativas realizadas na pesquisa de Gadelha (2020) foram fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996) sobre o processo de construção de conceitos. Os domínios dos elementos do tripé (S, I e R) foram considerados como principais fatores para um melhor desempenho na Combinatória, em consonância ao processo de conceitualização.

A pesquisadora observou que algumas duplas tiveram dificuldade em reconhecer a utilidades das fichas para a resolução dos problemas. Diferentemente da hipótese levantada no estudo piloto (Gadelha, 2019), que sugeria que as fichas seriam autoexplicativas. Os dados da pesquisa, com um número maior de participantes, evidenciaram a necessidade de explicações sobre a finalidade das fichas. Observou também, que inicialmente as fichas não eram associadas à situação combinatória em questão, o que exigiu mediação da pesquisadora. Ressalta ainda que alguns estudantes e/ou duplas tiveram facilidade imediata em conciliar o uso das fichas à construção de possibilidades. Cita também que a interferência da pesquisadora e o uso do recurso didático foram primordiais para que os estudantes compreendessem o problema e passassem a apresentar respostas com relação combinatória.

A pesquisadora esclarece que a releitura dos enunciados, seguido pelos questionamentos, contribuíram para que os estudantes percebessem o erro na organização das fichas e efetuassem as devidas alterações e quando necessário, eram instigados a perceberem as informações do problema, por partes. Gadelha aponta que além das suas mediações, o trabalho em dupla contribuiu para que os estudantes se ajudassem na compreensão dos problemas. A manipulação das fichas nem sempre foi feita pelos dois estudantes, mas havia

posicionamento quando algum erro era percebido. Este detalhe também já havia sido visto no estudo piloto.

O grupo experimental que utilizou o material manipulável virtual precisou de um tempo maior para explorar software Pixton©, e seguiu as mesmas orientações e mediações da pesquisadora. De maneira geral, percebeu-se que ambos os grupos, optaram por listagens, pois é uma representação utilizada no Ensino Fundamental e pode ser inicialmente explorada no ensino de combinatória.

Desse modo, Gadelha, afirma que o uso dos recursos didáticos como aparato no processo de compreensão dos invariantes combinatórios mostra-se eficaz. Os materiais manipuláveis testados atingiram o objetivo de favorecer a solução de diferentes tipos de situações combinatórias. No entanto, a utilização dos materiais manipuláveis exige mediação para que o ensino ocorra. A pesquisadora também avalia de forma positiva a realização das intervenções em duplas.

Por fim, Gadelha busca responder se houve diferença significativa na aprendizagem dos que manipularam as fichas, dos que manusearam o Pixton e dos integrantes do grupo controle, comparando os desempenhos no pré e no pós-teste. Ela conclui que os estudantes dos grupos experimentais participantes das intervenções desenvolveram seus raciocínios combinatórios. No pré-teste, ela verificou que boa parte dos 36 estudantes teve dificuldade em solucionar as situações propostas e de apresentar respostas com relação combinatória. Mediante as análises, percebeu que havia uma diferença significativa, no teste final, entre os resultados dos grupos experimentais e do grupo controle, o qual não participou da intervenção. Os participantes do grupo controle distanciaram-se, consideravelmente, dos resultados dos grupos experimentais que avançaram significativamente em relação ao pré-teste. Isso evidencia que os momentos interventivos tiveram grandes efeitos no desempenho dos estudantes dos grupos experimentais. Com relação aos materiais manipuláveis concretos ou virtuais, não houve diferenças significativas entre as médias do grupo experimental, ambos cumpriram bem o papel de recurso facilitador. Gadelha enfatiza que os recursos didáticos, por si só, não seriam suficientes para alcançar os objetivos de ensino e aprendizagem almejados, uma vez que foi necessária a instrução de alguns estudantes para o manuseio tanto das fichas como do software Pixton©. Nenhum dos materiais manipuláveis mostrou-se autoexplicativo.

Os achados da pesquisa de Gadelha (2020) dialogam com uma abordagem inclusiva do ensino de matemática, na medida em que demonstram que o uso de materiais manipuláveis concretos ou virtuais podem reduzir barreiras pedagógicas e atender a diversidade de estudantes

presentes em sala de aula regular comum. Seus resultados demonstram que a mediação pedagógica, aliada ao trabalho colaborativo em duplas e ao uso intencional de recursos didáticos manipuláveis, promoveu aprendizagem entre os participantes.

Embora esta pesquisa tenha como foco as estruturas aditivas, a pesquisa de Gadelha (2020), centrada nas estruturas multiplicativas, oferece importantes contribuições metodológicas e teóricas ao compartilhar da mesma fundamentação na TCC. Ambas as investigações defendem a importância da resolução de problemas contextualizados e do uso de materiais manipuláveis para favorecer a construção de significados matemáticos. Destaca-se também, que a mediação da pesquisadora e a estruturação das atividades, elaboradas por ordem de complexidade, contribuíram para garantir a acessibilidade ao conteúdo.

No contexto da educação inclusiva, o estudo reforça que somente o acesso aos recursos didáticos, não garante a aprendizagem. A mediação docente torna-se essencial para legitimar as diferenças dos estudantes presentes em sala de aula. A necessidade de orientação para o uso dos materiais (fichas e software Pixton©) aponta para a importância de considerar as diferentes formas de interação dos estudantes com o conteúdo, respeitando seus ritmos e estilos de aprendizagem.

Portanto, a pesquisa de Gadelha contribui para a discussão sobre a eficácia dos materiais manipuláveis no ensino de matemática, quando demonstra que se utilizados com intencionalidade pedagógica, podem ampliar as possibilidades de aprendizagem e favorecer práticas mais inclusivas.

### **3.1 Contribuições da revisão de literatura para a presente pesquisa**

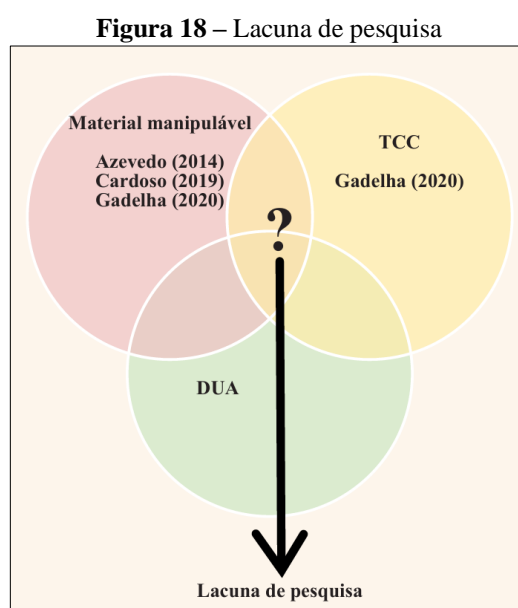
O estudo realizado na revisão de literatura possibilitou identificar contribuições e pontos importantes para a organização e desenvolvimento desta pesquisa. Destaca-se a carência de pesquisas que articulam o uso de material manipulável com a TCC, sendo a dissertação de Gadelha (2020) a única encontrada que adota essa fundamentação teórica. Nenhuma das pesquisas analisadas apresenta, explicitamente, foco na Educação Especial, na educação inclusiva ou nos princípios do DUA. No entanto, as três oferecem contribuições para esta investigação, especialmente no que se refere ao uso de recursos didáticos manipuláveis.

As pesquisas de Azevedo (2014), Cardoso (2019) e Gadelha (2020) apresentam procedimentos metodológicos semelhantes, envolvendo uma avaliação diagnóstica inicial, o desenvolvimento de uma intervenção e uma avaliação final com estudantes, constituindo

importantes referências para o encaminhamento da intervenção proposta nesta pesquisa. Esses estudos inspiraram a reformulação da metodologia adotada, especialmente no que se refere à organização da intervenção com a sequência de situações de estruturas aditivas e à exploração do QRT. Diferentemente dessas pesquisas, não será realizada uma avaliação final dos estudantes; ao término da intervenção, será conduzida uma autoavaliação da própria intervenção, com foco na análise do processo desenvolvido e do QRT. Além disso, os estudos reforçam que o uso de materiais manipuláveis, por mais acessíveis e elaborados que sejam, não são autoexplicativos: exigem que a pesquisadora faça a mediação intencional, oriente e acompanhe os estudantes para haver aprendizagem.

Em todos os estudos analisados, evidencia-se a preocupação em ampliar o acesso ao saber matemático, mediante a busca de materiais e formas de representação que auxiliem na interpretação e compreensão das situações pelos estudantes. Essa mesma preocupação orienta essa pesquisa, que propõe a apresentação variada dos enunciados e o uso do QRT como recurso didático manipulável, pensado para ser acessível a cada um dos estudantes.

Estas pesquisas mostraram-se significativas para esse estudo, pois validam a pertinência de propor o uso do QRT como material manipulável para resolução de problemas matemáticos em uma perspectiva inclusiva. Além disso, possibilitaram a identificação de lacunas na literatura existente, especialmente no que diz respeito à articulação entre materiais manipuláveis, TCC e DUA, como ilustrado na Figura 18:



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 18 apresenta três círculos que se sobrepõem. O círculo rosa à esquerda está identificado como “Material manipulável” e contém referências a Azevedo (2014), Cardoso (2019) e Gadelha

(2020). O círculo amarelo à direita está identificado como “TCC” e Gadelha (2020)”. O círculo verde, na parte inferior, está identificado como “DUA”. No ponto de interseção entre os três círculos há um ponto de interrogação, do qual parte uma seta para baixo indicando o texto “Lacuna de pesquisa”. A imagem mostra a sobreposição conceitual entre os três temas e destaca o espaço comum como uma lacuna ainda não explorada. [Fim da descrição]

Após a análise das contribuições dos estudos selecionados e da identificação da lacuna da pesquisa, definimos os seguintes procedimentos metodológicos para esta investigação: diagnóstico inicial, intervenção com diferentes apresentações dos enunciados das situações, incluindo o QRT e avaliação final pelos estudantes.

No diagnóstico inicial, os estudantes foram convidados a realizar oito situações, as quais estavam organizadas pela sua complexidade com base na TCC, sendo apresentadas somente de forma escrita. Nesta etapa, as atividades foram realizadas individualmente, sem apoios visuais, com o objetivo de verificar tanto o número de acertos quanto as dificuldades na interpretação e compreensão das situações. Este diagnóstico serviu como referência para a organização dos grupos de trabalho e o desenvolvimento das demais atividades.

A intervenção contou com uma sequência de ensino planejada com base nos princípios do DUA, envolvendo o tema de festa junina. Durante a execução da sequência, foi apresentado o QRT, os estudantes puderam manipulá-lo e explorar situações similares as do diagnóstico, com a mediação e intencionalidade pedagógica da pesquisadora. Nesta etapa, foram organizados seis grupos de estudantes. Além do QRT, foram oportunizadas outras formas de representação das situações: diagrama, ilustração e escrita. Para a finalização da intervenção, os estudantes avaliaram a intervenção, bem como relataram suas experiências com as apresentações variadas dos enunciados.

A seguir, apresentam-se os procedimentos metodológicos da intervenção, organizados em dois estudos pilotos, um diagnóstico inicial e cinco momentos interventivos.

## 4 ENTRELAÇAMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo foi denominado Entrelaçamentos Metodológicos por refletir a sobreposição intencional entre a caracterização da intervenção planejada à luz do DUA e a análise de seus efeitos. A escolha do termo busca demonstrar que, na presente pesquisa, descrição e interpretação não se apresentam como etapas separadas, mas como movimentos entrelaçados que se constituem mutuamente.

A metodologia utilizada na pesquisa seguiu abordagem qualitativa, com características de intervenção pedagógica fundamentada em Damiani *et al.* (2013). Esse tipo de abordagem possibilitou o planejamento e a implementação intencional de uma intervenção, com o objetivo de promover avanços nos processos de aprendizagem, seguido por uma avaliação dos efeitos dessas intervenções. No caso das avaliações, optou-se por autoavaliações individuais e em grupo, considerando que a sequência de ensino estava pautada no DUA. A escolha dessa abordagem justifica-se, ainda, pela consideração de que, na pesquisa qualitativa, o pesquisador assume papel ativo tanto na produção quanto na interpretação dos dados, buscando compreender as mudanças, os avanços, as dificuldades e os significados construídos pelos participantes ao longo da intervenção.

A intervenção foi planejada com o objetivo geral de *analisar contribuições de diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas para o cálculo relacional pelos estudantes*. As situações de estruturas aditivas utilizadas foram elaboradas seguindo a tipologia estabelecida pela TCC enquanto a abordagem metodológica se sustentou nos princípios do DUA, visando contemplar a diversidade dos estudantes e promover um ambiente de aprendizagem inclusivo. Nesse contexto, este capítulo dedica-se especialmente a responder ao primeiro objetivo específico da pesquisa: *caracterizar uma sequência de situações de estruturas aditivas com base nos princípios do DUA*.

A intervenção foi inicialmente aplicada em dois encontros-piloto, com duração total de 4 horas, envolvendo um grupo de cinco estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Posteriormente, a intervenção principal foi realizada com outra turma do mesmo ano, cuja professora regente é também a pesquisadora deste estudo, denominada como PP. Essa turma, composta por 27 estudantes, participou de seis encontros: um destinado ao diagnóstico e cinco voltados ao desenvolvimento das atividades. Realizada entre os meses de junho e julho de 2025, a intervenção principal totalizou 20 aulas, correspondentes a 16 horas.

Os dados foram produzidos por meio de registros de observações diretas, registros fotográficos, filmagens, escolha e resolução das situações, desempenho nas atividades, produções e *feedbacks* dos estudantes. As observações foram documentadas por PP enquanto ocorriam as interações dos estudantes com as situações, com o QRT e demais atividades. Esses registros foram realizados logo após o término de cada encontro, considerando que PP conduzia todo o processo junto aos estudantes. Durante os encontros, sempre que algo se destacava, como uma dificuldade do grupo ou um conflito entre os grupos, a pesquisadora fazia anotações pontuais para facilitar a análise. Além disso, fotografias, gravações de áudio e filmagens foram usadas para documentar as discussões, as escolhas, o desempenho e as respostas dos estudantes. Os registros foram realizados pela própria pesquisadora ou por uma das segundas professoras da turma. O *feedback* direto dos estudantes foi coletado por meio de conversas realizadas durante os encontros, bem como durante seus questionamentos e ideias na resolução das situações, permitindo uma melhor compreensão de suas percepções e desafios.

#### **4.1 Primeiro Estudo Piloto**

O primeiro estudo piloto ocorreu no dia 21 de maio de 2025, com o objetivo de verificar a usabilidade do QRT e durou aproximadamente 1h e 30 minutos para a intervenção e 1h para as entrevistas, totalizando 2h e 30 minutos. Participaram da intervenção cinco estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, matriculados em uma escola pública da rede estadual de Santa Catarina. Entre eles, um estudante com transtorno do espectro autista (TEA) e uma estudante com deficiência intelectual leve (DI) associada ao transtorno de déficit de atenção e hiperatividade (TDAH), além de artrogripose congênita<sup>15</sup>; os demais não apresentam deficiências. A intervenção foi conduzida por PP, com o apoio da professora regente dos estudantes. Esta foi a primeira utilização do QRT e foram exploradas três variações do material: uma placa na cor branca, uma placa na cor preta e uma placa na cor preta mais pesada que as demais.

Inicialmente, PP explicou aos estudantes que era uma pesquisa de mestrado e solicitou a assinatura do Termo de Assentimento (TALE) daqueles que aceitassem participar. Os

---

<sup>15</sup> A artrogripose múltipla congênita refere-se a um grupo de doenças congênitas raras caracterizadas por múltiplas contraturas articulares presentes ao nascimento. Está associada a defeitos congênitos nos membros e pode envolver membros ausentes, incompletos, supranumerários ou anormalmente desenvolvidos. (disponível em: [Artrogripose múltipla congênita - Pediatria - Manuais MSD edição para profissionais](#))

responsáveis já haviam concordado com a participação mediante assinatura no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

O primeiro contato com o QRT foi para exploração. Os estudantes manipularam, reconheceram e perceberam rapidamente que as peças tratavam de itens relacionados à festa junina. Os objetos utilizados foram impressos em 3D e continham ímã ou papel imantado, sendo essas variações também avaliadas quanto à sua eficácia após o uso pelos estudantes. A estudante que tem artrogripose, não manipula os objetos com as mãos. Para ela, foi necessário uma canetinha segurada pela boca como suporte para movimentar os objetos.

Após a breve manipulação pelos estudantes, foram apresentadas sete situações aos estudantes: quatro pertencentes à classe de composição e três à classe de transformação, uma de cada vez, seguindo a ordem de complexidade. Todas envolveram a temática de festa junina. Cada situação manteve o enunciado, mas foi apresentada de quatro formas distintas: apenas em texto escrito; texto acompanhado de um diagrama; texto acompanhado de uma ilustração e texto com QRT. Além da variação na forma de apresentação, cada representação foi destacada por uma cor diferente, sendo verde, amarelo, branco e azul, respectivamente. Durante a apresentação das situações, variava-se a cor (preta ou branca) e o peso da placa (leve ou pesada), além dos objetos com ímã ou papel imantado.

O piloto objetivava orientar as estratégias metodológicas a serem empregadas na pesquisa principal, identificando se o QRT seria autoexplicativo ou necessitaria de mediação docente. Houve muito interesse e engajamento, imediatamente os estudantes perceberam os elementos em braille, o que despertou ainda mais curiosidade. Em seguida, as situações foram apresentadas aos estudantes que se mantiveram organizados em um mesmo grupo. Em ordem alternada, cada estudante escolhia uma das folhas coloridas disponíveis para resolver a situação. A partir da escolha individual, o grupo discutia coletivamente a proposta e, em conjunto, elaborava a resolução.

As primeiras situações foram rapidamente resolvidas, algumas sem que os estudantes recorressem aos apoios visuais, pois segundo eles, eram fáceis demais. À medida que novas situações eram apresentadas, os estudantes variavam as escolhas no intuito de explorar os outros tipos de apresentações. Os dois estudantes apoiados pela Educação Especial, foram os que mais demonstraram entusiasmo e interesse pelo uso do QRT. Apenas na última situação surgiu uma discussão mais prolongada sobre a resolução, pois ela envolvia uma transformação negativa o que gerou dúvidas quanto à interpretação do resultado.

As escolhas das sete situações apresentadas na Tabela 3:

**Tabela 3 - Escolhas do primeiro estudo piloto**

<b>Tipos de apresentação do enunciado</b>	<b>Cor da folha</b>	<b>Quantidade de escolhas</b>
Escrito	verde	2
Diagrama	amarelo	1
Ilustração	branco	1
QRT	azul	3

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Ao final da intervenção, o material foi disponibilizado para exploração. Os estudantes passaram a utilizá-lo em atividades lúdicas, como brincar de lojinha, construir cenários, criar problemas e formular operações matemáticas. Logo em seguida, os estudantes foram questionados sobre a usabilidade e possíveis melhorias do QRT.

A segunda etapa da intervenção contou com entrevistas individuais. A maioria dos estudantes relatou à PP que consideraram o material de fácil utilização e reconheceram que ele fornece algumas maneiras diferentes de aprender. Também o julgaram como acessível para a maioria das pessoas. No entanto, alguns estudantes relataram dificuldade em compreender as apresentações no QRT, principalmente quando os objetos não estavam representados em sua totalidade de acordo com as quantidades indicadas. Para números maiores, optou-se por representá-los por meio de algarismos acompanhados do objeto, o que gerou confusão entre os participantes, já que muitos estão habituados a realizar a contagem de forma sequencial e concreta. O contraste das cores das placas e objetos foi validado, e a preferência foi pela placa de cor preta (4 votos). A placa mais pesada e os objetos com imã foram descartados. Todos preferiram os objetos com papel imantado, por serem mais flexíveis e fáceis de serem movimentados.

O Quadro 5 apresenta algumas fotos do primeiro piloto:

**Quadro 5 – Fotos do primeiro estudo piloto**



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: A primeira imagem mostra um grupo de estudantes observando uma situação em uma folha azul. A segunda imagem mostra um estudante com quatro folhas de cores diferentes e um QRT montado com maçãs, enquanto tenta escolher uma opção. A terceira imagem mostra a estudante com artrogripose segurando uma canetinha com a boca enquanto movimenta os pictogramas na placa branca do QRT. [Fim da descrição]

## 4.2 Segundo Estudo Piloto

O segundo estudo piloto foi realizado na tarde de 11 de junho de 2025, por um período aproximado de 90 minutos (2 aulas). Participaram os mesmos estudantes do primeiro piloto, exceto pela estudante com artrogripose que havia faltado neste dia. A intervenção ocorreu na mesma sala da mesma escola pública da rede estadual de SC.

Os quatro estudantes participantes organizaram-se num grande grupo e foram orientados por PP sobre as atividades daquela tarde. Inicialmente PP fez uma revisão sobre o que havia sido realizado no primeiro encontro. PP mostrou que as solicitações como a cor e peso da placa, além dos imãs escolhidos foram atendidas. Também foi oportunizado que os estudantes relatassem suas impressões e dúvidas com relação ao primeiro piloto. Os estudantes citaram que não haviam compreendido como usar o QRT, mas que gostaram de manipulá-lo.

O primeiro piloto foi mais direcionado para a usabilidade do material, era o primeiro contato com estudantes e objetivava identificar ajustes e melhorias no QRT. Algumas situações foram apresentadas, porém, ainda não se tinha clareza da maneira que PP deveria intervir. Essa falha na mediação foi apontada pelos estudantes que não compreenderam totalmente a utilidade do QRT no primeiro piloto.

O segundo piloto tinha outro propósito, apresentar as situações e favorecer a interpretação dos enunciados, caso houvesse necessidade. Foi feita uma breve revisão de duas situações da classe de composição, trabalhadas no primeiro piloto. Os enunciados foram lidos e explicados com o apoio e referência ao QRT. As quantidades de objetos citados nas situações foram explicitadas por um objeto acompanhados pelo algarismo que o representa. Por exemplo, o enunciado que mencionava 12 maçãs apresentava o número 12 acompanhado da imagem de uma maçã. Os símbolos: ponto de interrogação (?), chaves ({}), e seta (→) foram explicados e os estudantes sinalizaram entendimento. As ilustrações e diagramas também foram explicados e principalmente, deixou-se claro que se tratava de uma mesma situação a ser apresentada de quatro formas diferentes, caberia ao grupo escolher qual preferia resolver. O grupo concordou que cada estudante, alternadamente pudesse fazer uma escolha. Neste dia foram apresentadas nove situações, pertencentes a classe de transformação.

Outro aspecto que foi considerado no segundo piloto foi a forma que seria apresentado o enunciado da situação no QRT, se este seria dado montado ou as peças seriam fornecidas e os estudantes fariam a montagem de acordo com o seu entendimento. As duas formas foram apresentadas. Em algumas situações o QRT foi apresentado pronto, enquanto em outras, PP forneceu um saquinho plástico com os itens a serem montados pelos estudantes. Ao final, o grupo considerou que receber montado facilitava a compreensão dos enunciados, adotando-se essa metodologia para a posterior intervenção.

Os estudantes seguiram escolhendo a situação e a resolvendo em grupo. Uma situação havia sido escolhida pela cor amarela (diagrama) e outra pela cor verde (somente texto), porém para confirmar o resultado da resolução, os estudantes pediram para trocar pelo QRT. Desta forma, adotou-se o QRT como escolha principal.

A Tabela 4 apresenta as escolhas do segundo piloto:

**Tabela 4 - Escolhas do segundo estudo piloto**

Tipos de apresentação do enunciado	Cor da folha	Quantidade de escolhas
Escrito	verde	2
Diagrama	amarelo	0
Ilustração	branco	0
QRT	azul	7

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Das nove situações resolvidas, todas apresentaram cálculo numérico e relacional adequado, exceto por uma em que a escolha foi somente o texto (cor verde), os estudantes resolveram adequadamente, mas apresentaram um número diferente como resposta, conforme Figura 19:

**Figura 19 - Situação com resposta inadequada**

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
 A MÃE DE LAURA RETIROU 2 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
 O VESTIDO CAIPIRA FICOU COM 7 FLORES.  
 O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

$9 - 2 = 7$

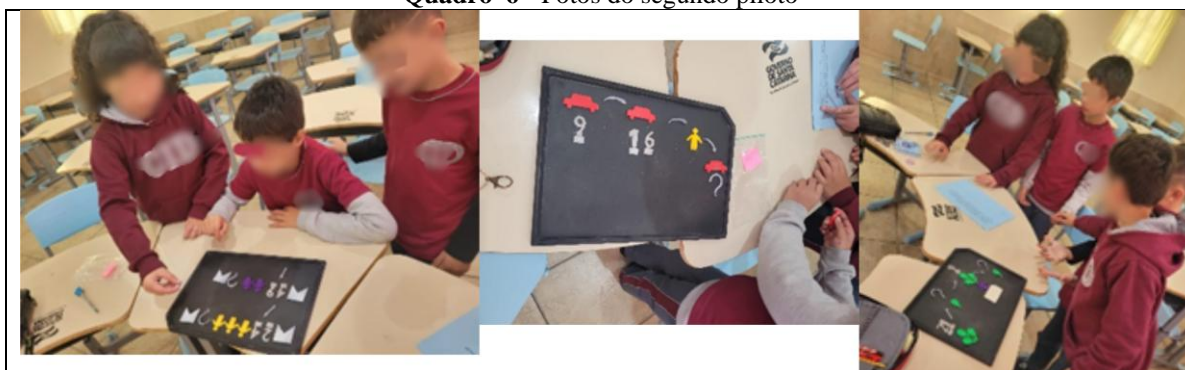
RESPOSTA: 7 flores

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

O segundo piloto possibilitou maior envolvimento e engajamento entre os estudantes que passaram a compreender a função do QRT, bem como a organização dos objetos na placa e a representação abstrata das quantidades de objetos. Os estudantes também avaliaram como positivo o trabalho em grupo, pois promoveu discussão das resoluções quando havia dúvidas. Também puderam fazer trocas, uma vez que a folha escolhida não possibilitou o entendimento do enunciado, recorrendo ao QRT. O segundo piloto apontou também a preferência pela entrega do QRT montado.

O Quadro 6 apresenta algumas fotos do segundo piloto:

**Quadro 6** - Fotos do segundo piloto



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: A primeira imagem mostra um grupo de três estudantes organizando os dados de uma situação no QRT. A segunda imagem mostra um QRT que foi entregue com o enunciado montado. A terceira imagem mostra um grupo de estudantes discutindo a solução para uma situação enquanto manipula o QRT. [Fim da descrição]

### 4.3 Diagnóstico Inicial

No dia 17 de junho de 2025, durante aproximadamente 1h ocorreu a realização do diagnóstico inicial com a turma da pesquisa. Os participantes da intervenção são estudantes de um 3º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública da rede estadual de Santa Catarina, no município de Porto União. Todos os estudantes foram autorizados pelos seus responsáveis mediante assinatura do TCLE e assinatura no TALE por eles. Esta turma é composta por 27 estudantes, na qual a professora regente é também a professora pesquisadora deste trabalho, denominada como PP. Atuam também duas segundas professoras<sup>16</sup>, uma com carga horária de

<sup>16</sup> A Resolução Nº 100, que dispõe sobre a presença do segundo professor de turma nas salas de aula regulares das escolas públicas estaduais de Santa Catarina, diz que este profissional será disponibilizado nas turmas com matrícula e frequência de alunos com diagnóstico de deficiência intelectual, transtorno do espectro autista e ou

16h/a e outra com carga horária de 9h/a, que cumprem seus horários alternadamente. As segundas professoras serão identificadas como 2ªP1 e 2ªP2, respectivamente. Os estudantes estão identificados pela posição que ocupam no grupo formado durante a intervenção. Utilizou-se a letra E para estudante e G para Grupo. Os critérios de organização dos grupos serão descritos durante este relato. Dentre os estudantes, E5G5<sup>17</sup> apresenta TEA nível 2 de suporte, déficit intelectual grave e alteração estrutural do cromossomo 16 coexistentes (CID 10: F84.0/ F72.1/ Q87.2 e CID 11: 6A02.5/ 6A01.2 E LD95.Z). As segundas professoras atuam principalmente no atendimento desta estudante, tendo em vista que há um comprometimento intelectual, de comunicação e de socialização, além de apoio nas atividades de vida diária, como alimentação e higiene. Nesta turma, também frequenta um estudante (E4G3) com diagnóstico de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH)<sup>18</sup> e outros quatro também apresentam características e estão em avaliação para TDAH (E4G2, E5G4, E3G6 e E4G4). Outra estudante está em avaliação para TEA (E2G6).

O diagnóstico inicial foi composto por 8 situações similares as que foram exploradas na sequência de ensino. Elas foram apresentadas apenas de forma escrita e realizadas individualmente. Esta atividade durou aproximadamente 45 minutos. Neste dia faltaram dois estudantes, E5G4 e E5G2.

O propósito do diagnóstico foi verificar os acertos no cálculo numérico e principalmente no cálculo relacional a fim de possibilitar a organização de grupos heterogêneos para a intervenção. Levando em consideração as variáveis legitimantes da turma, optou-se por apresentar as situações em letra maiúscula, pois alguns estudantes ainda não atingiram fluência leitora. Outra escolha foi não utilizar pronomes e escrever uma frase em cada linha, facilitando

---

deficiência múltipla que apresentem comprometimento significativo nas interações sociais e na funcionalidade acadêmica. Será disponibilizado também nos casos de deficiência física que apresentam sérios comprometimentos motores e dependência em atividades de vida prática. (Santa Catarina, 2016).

<sup>17</sup> Os participantes foram identificados por um código composto pelas letras E (estudante) e G (grupo), seguidas de dois números. O primeiro número indica a cor da estrela, associada à quantidade de acertos obtidos no diagnóstico, enquanto o segundo número corresponde ao grupo escolhido pelo estudante para participar das atividades. Assim, a identificação E5G5 refere-se a um estudante classificado com a estrela correspondente ao nível 5 no diagnóstico inicial e integrante do grupo 5. Na sequência do relato, os critérios são apresentados minuciosamente.

<sup>18</sup> A Resolução 100 no Artigo 1º refere-se ao aluno com TDAH como público da Educação Especial. E, conforme consta no Artigo 2º, Parágrafo 1º, Inciso IV, este aluno não é elegível para o atendimento com o Segundo Professor de Turma. Porém, é elegível para frequentar o Atendimento Educacional Especializado/AEE, no contraturno da turma regular (Santa Catarina, 2016).

a compreensão de estudantes com TEA e TDAH. A Tabela 5 apresenta as situações por ordem de complexidade:

**Tabela 5 - Situações do diagnóstico inicial**

Nº	SITUAÇÕES
S 1	NO TERCEIRO ANO TEM 12 CAVALHEIROS E 15 DAMAS. NO TERCEIRO ANO TEM QUANTOS ESTUDANTES?
S 2	NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 33 ESTUDANTES. 24 ESTUDANTES ESTÃO USANDO TRAJE CAIPIRA. QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO TRAJE CAIPIRA?
S 3	A BARRACA DOS DOCES TINHA 36 PIPOCAS. A PROFESSORA BETI TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 15 PIPOCAS NOVAS. A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS PIPOCAS?
S 4	TALES TINHA 25 FICHAS DE PESCARIA. TALES DEU 11 FICHAS DE PESCARIA PARA SUA IRMÃ MAITÊ. TALES FICOU COM QUANTAS FICHAS DE PESCARIA?
S 5	O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ TINHA 22 MOTOS. NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ CHEGARAM ALGUMAS MOTOS. UM PROFESSOR CONTOU E VIU QUE TINHA 38 MOTOS NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ. QUANTAS MOTOS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ?
S 6	A BARRACA DOS DOCES TINHA 31 PIRULITOS. AS CRIANÇAS COMPRARAM ALGUNS PIRULITOS NA BARRACA DOS DOCES. UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 18 PIRULITOS NA BARRACA DOS DOCES. QUANTOS PIRULITOS FORAM COMPRADOS NA BARRACA DOS DOCES?
S 7	A BARRACA DO BOLO TINHA ALGUMAS TORTAS. NA BARRACA DO BOLO AS MÃES TROUXERAM 12 TORTAS NOVAS. A BARRACA DO BOLO FICOU COM 38 TORTAS. A BARRACA DO BOLO TINHA QUANTAS TORTAS?
S 8	A BARRACA DOS SALGADOS TINHA ALGUNS PASTÉIS. A BARRACA DOS SALGADOS VENDEU 15 PASTÉIS PARA A PROFESSORA ANGELA. A BARRACA DOS SALGADOS FICOU COM 27 PASTÉIS. A BARRACA DOS SALGADOS TINHA QUANTOS PASTÉIS?

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Os estudantes foram orientados por PP que lessem o enunciado, registrassem o cálculo e a resposta por escrito. E4G3, necessitou de mais tempo que os demais estudantes e de auxílio na leitura dos enunciados, uma vez que não está completamente alfabetizado. Muitos estudantes pediram ajuda para compreender as situações de número 5 e 8, possivelmente por exigirem maior esforço cognitivo. PP fez a leitura para aqueles que solicitaram, mas não induziu ao cálculo.

A 2ªP1 leu as situações para a estudante apoiada pela Educação Especial (E5G5) e como resposta obteve apenas uma palavra que é bastante repetida por ela: carro. A 2ªP1 também acrescentou algumas figuras de objetos citados nos enunciados, como pipoca, peixe e pirulito, porém não houve retorno de E5G5.

Durante a realização das situações, além dos cálculos formais, os estudantes apoiaram-se em estratégias diversas, tais como: risquinhos para fazer a contagem, contagem sequencial, contagem nos dedos e cálculos mentais. De acordo com Magina *et al.* (2008), o cálculo numérico compreende as operações matemáticas usuais, tais como adição, subtração, entre outras.

A Tabela 6 indica a análise do cálculo numérico realizado pelos estudantes. As siglas apresentadas se referem à:

- A - Operações ou respostas adequadas
- I - Operações ou respostas inadequadas
- PA – Operações ou respostas parcialmente adequadas
- NF - Situações que não foram feitas
- F - Estudantes que faltaram no dia do diagnóstico

**Tabela 6 - Cálculo Numérico**

Estudante	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 6	S 7	S 8
1. E4G2	A	I	I	I	PA	PA	PA	I
2. E5G4	F	F	F	F	F	F	F	F
3. E4G1	A	I	A	NF	NF	NF	I	A
4. E1G6	A	A	A	A	PA	I	A	A
5. E3G2	A	I	A	A	PA	I	PA	I
6. E2G3	A	I	A	A	I	I	PA	A
7. E4G5	A	I	A	A	I	I	PA	A
8. E1G4	A	A	A	A	A	I	A	I
9. E3G1	A	A	A	A	PA	A	I	I
10. E3G4	A	NF	A	A	PA	I	PA	A
11. E2G6	A	I	A	A	PA	I	PA	A
12. E1G2	A	A	A	A	A	A	A	A
13. E1G3	A	A	A	A	A	PA	A	PA
14. E5G5	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF
15. E2G1	A	A	A	A	NF	A	PA	PA
16. E2G2	A	I	A	A	I	I	PA	PA
17. E2G5	A	I	A	A	PA	I	I	PA
18. E1G1	A	I	A	A	A	A	A	A
19. E3G6	A	I	A	A	PA	NF	NF	A
20. E3G3	A	A	PA	A	A	NF	A	A
21. E5G2	F	F	F	F	F	F	F	F
22. E2G4	A	A	I	A	PA	NF	A	A
23. E4G3	A	A	I	A	PA	NF	PA	A
24. E3G5	A	PA	I	A	PA	I	PA	A
25. E4G6	A	NF	A	PA	PA	A	PA	A
26. E1G5	A	A	A	A	PA	A	I	PA
27. E4G4	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Em relação à PA, parcialmente adequadas, a sigla foi utilizada para identificar operações e respostas que estavam trocadas, como por exemplo da situação número 5, realizada por E4G2. A estudante realiza a adição corretamente, porém a operação que os dados da situação apontam é a subtração, ou seja, o cálculo relacional está inadequado, mas o cálculo numérico está adequado. A Figura 20 ilustra um exemplo de resolução com cálculo relacional inadequado:

**Figura 20** - Exemplo de resolução com cálculo relacional inadequado

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ TINHA 22 MOTOS.  
 NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ CHEGARAM ALGUMAS MOTOS.  
 UM PROFESSOR CONTOU E VIU QUE TINHAM 38 MOTOS NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ.  
 QUANTAS MOTOS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ?

$$\begin{array}{r} 22 \\ 38 + \\ \hline 60 \end{array}$$

RESPOSTA: 60

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para análise e contagem das respostas, aquelas com a sigla PA não foram contabilizadas como corretas.

A estudante de número E4G4, não realizou nenhum tipo de cálculo formal. Apoiou-se em risquinhos para a contagem, como mostra o exemplo a seguir. Para contagem no cálculo relacional, foram tomadas como base as respostas fornecidas. A Figura 21 ilustra um exemplo de resolução com cálculo relacional adequado:

**Figura 21** – Exemplo de resolução com cálculo relacional adequado

6) A BARRACA DOS DOCES TINHA 31 PIRULITOS.  
 AS CRIANÇAS COMPRARAM ALGUNS PIRULITOS NA BARRACA DOS DOCES.  
 UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 18 PIRULITOS NA BARRACA DOS DOCES.  
 QUANTOS PIRULITOS FORAM COMPRADOS NA BARRACA DOS DOCES?

RESPOSTA: 13 PIRULITOS

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

O cálculo relacional refere-se às operações de pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas nas situações, de acordo com Magina *et al.* (2008). Neste trabalho, nos interessa o cálculo relacional que é estabelecido pelos estudantes mediante a interpretação que realizam do enunciado de uma situação. Abaixo, utilizando a mesma codificação anterior, a Tabela 7 apresenta os dados do cálculo relacional identificado no diagnóstico, bem como o total de acertos de cada estudante:

**Tabela 7 - Cálculo Relacional**

Estudante	S 1	S 2	S 3	S 4	S 5	S 6	S 7	S 8	TOTAL C
1. E4G2	A	A	I	PA	I	I	I	I	2
2. E5G4	F	F	F	F	F	F	F	F	F
3. E4G1	A	NF	A	NF	NF	NF	I	A	3
4. E1G6	A	A	A	A	PA	A	A	A	7
5. E3G2	A	A	A	A	I	A	I	I	5
6. E2G3	A	A	A	A	I	A	PA	A	6
7. E4G5	A	PA	A	A	I	PA	I	A	4
8. E1G4	A	A	A	A	A	A	A	I	7
9. E3G1	A	A	A	A	I	A	I	I	5
10. E3G4	A	I	A	A	I	A	I	A	5
11. E2G6	A	A	A	A	I	A	I	A	6
12. E1G2	A	A	A	A	A	A	A	A	8
13. E1G3	A	A	A	A	A	A	A	I	7
14. E5G5	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF	NF
15. E2G1	A	A	A	A	A	A	I	I	6
16. E2G2	A	A	A	A	PA	A	PA	I	5
17. E2G5	A	A	A	A	A	I	I	I	5
18. E1G1	A	A	A	A	A	A	A	A	8
19. E3G6	A	PA	A	A	PA	I	PA	A	4
20. E3G3	A	A	I	A	I	PA	I	A	4
21. E5G2	F	F	F	F	F	F	F	F	F
22. E2G4	A	A	A	A	I	I	A	A	6
23. E4G3	A	A	PA	A	I	I	I	A	4
24. E3G5	A	I	A	A	I	A	I	A	5
25. E4G6	A	I	A	I	I	A	I	A	4
26. E1G5	A	A	A	A	A	A	PA	I	6
27. E4G4	A	PA	A	A	I	A	I	I	4

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para considerar como cálculo relacional adequado, PP assumiu que o estudante compreendesse o tipo de operação a ser realizada e apresentasse cálculo numérico adequado. O exemplo de resolução da situação 2 da E4G2, mostra que houve a compreensão de que deveriam retirar uma das partes do todo, porém o cálculo numérico não apresenta resposta correta. Neste caso, considerou-se que está parcialmente adequada e utilizou-se a legenda PA, assim como quando houve troca de sinais ou dados incompletos. Nestes casos, as respostas não foram

contabilizadas como adequadas. A Figura 22 apresenta um exemplo de resolução com cálculo relacional parcialmente adequado:

**Figura 22** - Exemplo de resolução com cálculo relacional parcialmente adequado

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 33 ESTUDANTES.  
 24 ESTUDANTES ESTÃO USANDO TRAJE CAIPIRA.  
 QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO TRAJE CAIPIRA?

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 24 \\ \hline 09 \end{array}$$

RESPOSTA: 09

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

#### 4.4 Intervenção: 1ª Etapa

No dia 03 de julho, das 13h15 às 17h15 (5 aulas), teve início a intervenção propriamente dita. Todas as suas etapas foram planejadas e desenvolvidas em conformidade com os princípios, diretrizes e considerações do DUA, de modo a garantir a participação de cada estudante e o atendimento às suas necessidades educacionais. Esse planejamento dialoga diretamente com o primeiro objetivo específico da pesquisa: *caracterizar uma sequência de situações de estruturas aditivas com base nos princípios do DUA*. Ao longo do relato, serão descritas as atividades realizadas com os estudantes, buscando articulá-las aos princípios, diretrizes e considerações do DUA (numeração entre parênteses, conforme o quadro 3.0). Segue o quadro organizativo 3.0, já apresentado e discutido no capítulo 2:

**Quadro 1** - Quadro Organizativo do DUA, Versão 3.0, em português

(continua)

PRINCÍPIOS DO DUA		
<b>ENGAJAMENTO</b> Redes afetivas (O “porquê” da aprendizagem)	<b>REPRESENTAÇÃO</b> Rede de reconhecimento (O “quê” da aprendizagem)	<b>AÇÃO E EXPRESSÃO</b> Rede estratégicas (O “como” da aprendizagem)
Planejar ações para acolher interesses e identidades (7)	Planejar ações para Percepção (1)	Planejar ações para interação (4)
<b>CONSIDERAÇÕES</b> Otimize a escolha e a autonomia (7.1)	<b>CONSIDERAÇÕES</b> Oportunize suporte para personalizar a exibição de informações (1.1)	<b>CONSIDERAÇÕES</b> Varie e respeite os métodos de resposta, navegação e ação (4.1)

Otimize a relevância, o valor e a autenticidade (7.2) Cultive a alegria e a diversão (7.3) Aborde preconceitos, ameaças e distrações (7.4)	Promova múltiplas formas de perceber informações (1.2) Retrate uma diversidade de perspectivas e identidades de forma realista e cotidiana (1.3)	Otimize o acesso a materiais acessíveis bem como a tecnologias e recursos assistivos e acessíveis (4.2)
<b>Planejar ações para sustentar o esforço e a persistência (8)</b>  CONSIDERAÇÕES  Esclareça o significado e o propósito dos objetivos (8.1) Otimize o desafio e os suporte (8.2) Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva (8.3) Promova pertencimento à comunidade (8.4) Ofereça feedback orientado para a ação (8.5)	<b>Planejar ações para Linguagens e Símbolos (2)</b>  CONSIDERAÇÕES  Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem (2.1) Simplifique a decodificação de texto, notação matemática e símbolos (2.2) Cultive a compreensão e o respeito entre as línguas e dialetos (2.3) Aborde preconceitos no uso da linguagem e dos símbolos (2.4) Ilustre por meio de formas variadas de mídias (2.5)	<b>Planejar ações para Expressão e Comunicação (5)</b>  CONSIDERAÇÕES  Use várias mídias para comunicação (5.1) Use vários recursos para construção, composição e criatividade (5.2) Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho (5.3) Aborde preconceitos relacionados aos modos de expressão e comunicação (5.4)
<b>Planejar ações para competência emocional (9)</b>  CONSIDERAÇÕES  Reconheça expectativas, crenças e motivações (9.1) Desenvolva a consciência de si mesmo e dos outros (9.2) Promova a reflexão individual e coletiva (9.3) Cultive a empatia e as práticas reparativas de emoções (9.4)	<b>Planejar ações para Construir o Conhecimento (3)</b>  CONSIDERAÇÕES  Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendizado (3.1) Destaque e explore padrões, recursos críticos, grandes ideias e relacionamentos (3.2) Trabalhe múltiplas formas de conhecer e criar significado (3.3) Maximize a transferência e a generalização (3.4)	<b>Planejar ações para desenvolvimento de estratégias (6)</b>  CONSIDERAÇÕES  Estabeleça metas significativas (6.1) Antecipe e planeje os desafios (6.2) Organize informações e recursos (6.3) Aprimore a capacidade de monitorar o progresso (6.4) Questione práticas excludentes (6.5)

Fonte: Adaptado de CAST (2024), traduzido e adaptado por Góes *et al.* (2024), adaptado pela autora.

Nesta etapa estavam presentes 26 estudantes, apenas E2G3 faltou. Na primeira aula, 2ªP1 não estava presente e o atendimento de E5G5 precisou ser reorganizado com o apoio de outras estudantes que sentaram ao seu lado em frente à mesa de PP.

A PP explicou aos estudantes que iniciaria a pesquisa de mestrado já explicada anteriormente para a qual os responsáveis assinaram o TCLE e os estudantes assinaram o TALE. Eles estavam ansiosos por esse momento.

Na sala de multimídia da escola, a turma assistiu ao texto rimado Mês de Junho, tem São João<sup>19</sup> de Fábio Sombra e Sérgio Penna (2012) que trata da temática de festas juninas. Esse

<sup>19</sup> Disponível em <https://youtu.be/2COpxno9sho>

primeiro contato com o tema teve como objetivo despertar a curiosidade e ativar conhecimentos prévios dos estudantes (3.1), em consonância com o princípio do Engajamento e da Representação do DUA, voltado ao “porquê” e ao “o quê” da aprendizagem. Nesse sentido, buscou-se acolher os interesses e identidades (7.1 e 7.2), uma vez que a temática fazia parte do universo cultural e social da comunidade escolar. Os estudantes assistiram atentamente e logo após, foram levantados questionamentos. Eles relataram que o texto ensina tudo sobre festa junina, citaram casamento caipira, fogueira, regras da festa, danças e músicas tradicionais, comidas típicas, entre outros.

PP incentivou o diálogo entre a turma, por meio das seguintes problematizações:

- *O que você sabe sobre junina?* Citaram pescaria, comidas e danças.
- *Que outros nomes essa festa pode ter?* Os estudantes relataram nomes como: Julina, Agostina, São João e Arraiá.
- *Como as pessoas se vestem nessas festas?* Os estudantes disseram que o traje deve ser caipira, composto por chapéu e roupa xadrez, colorida, da roça.
- *Como as pessoas se divertem em uma festa junina?* Disseram que a diversão está nas brincadeiras como pescaria, boca do palhaço, pau de sebo e jogo de argolas. Também disseram que as pessoas se divertem dançando.
- *Quais comidas típicas há nessas festas?* Citaram paçoca, milho verde, pastel, cachorro-quente, bolo de fubá, maçã do amor, quentão, canjica, pinhão, arroz doce, pipoca, etc.
- *Que brincadeiras as crianças costumam fazer?* A turma lembrou da pescaria.
- *Que tipo de música é tocada nessas festas?* Forró, sertanejo e música de São João.
- *Vocês já dançaram alguma música típica? Qual?* Citaram a música “Flor” de Jorge e Mateus, a qual estão ensaiando para a apresentação da festa da escola.
- *Existe alguma festa tradicional em nossa cidade ou região?* Os estudantes citaram a festa do Xixo, da Fogueira e do Trator.

Esse momento de conversa e escuta entre PP e os estudantes durou aproximadamente 45 minutos e promoveu a colaboração, a reflexão coletiva e o sentimento de pertencimento (8.3 e 8.4), ao valorizar a escuta e o compartilhamento das experiências de cada estudante. Ao mesmo tempo, a problematização contribuiu para cultivar a alegria e a motivação (7.3), fundamentais para sustentar o esforço e a persistência nas atividades seguintes.

No retorno à sala de aula, PP colou no quadro de giz as páginas do livro físico correspondente ao texto assistido em vídeo, pois os trechos do livro traziam figuras que

remetiam as cenas contadas e poderiam servir de referência para o trabalho em grupo que seria feito na sequência. Essa estratégia possibilitou diversificar as formas de Representação do conteúdo (1.2), permitindo que os estudantes tivessem acesso tanto ao recurso audiovisual quanto às ilustrações e ao texto escrito. Neste momento, 2ªP1 chegou e pode acompanhar a intervenção.

O diagnóstico inicial composto por 8 situações da mesma ordem de complexidade e resolvido sem apoio visual e individualmente, serviu como orientação para formação de grupos heterogêneos. Estudantes com um total de 8, 7 ou 6 acertos relativos ao cálculo relacional das situações, receberam estrela da cor vermelha, estudantes com 6 ou 5 acertos receberam estrela azul, estudantes com 5 ou 4 acertos receberam uma estrela rosa, estudantes com 4, 3 ou 2 acertos receberam uma estrela verde e aqueles que não fizeram ou faltaram no dia do diagnóstico, receberam uma estrela dourada, conforme Tabela 8:

**Tabela 8 - Cor da estrela por número de acertos**

Números de acertos	Cor da estrela
8, 7 ou 6	Vermelha
6 ou 5	Azul
5 ou 4	Rosa
4, 3 ou 2	Verde
0 Faltaram/não responderam	Dourada

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Foi necessário que alguns estudantes com mesmo número de acertos fossem incluídos em níveis diferentes, tendo em vista suas especificidades e a necessidade de criar seis grupos. Como PP é também a professora regente da turma, já conhece as dificuldades e precisou dar mais atenção a alguns estudantes no momento do diagnóstico.

A atribuição das estrelas coloridas dialoga com o princípio do Engajamento que visa ações para competência emocional, em que os estudantes desenvolvam a consciência de si mesmos e dos outros (9.2), a reflexão individual e coletiva (9.3) e a empatia (9.4). A Tabela 9 apresenta as cores das estrelas distribuídas:

**Tabela 9 - Cores das Estrelas**  
(continua)

Nº dos estudantes	Cores das estrelas
1.	
2.	
3.	
4.	

5.	Amarelo
6.	Vermelho
7.	Verde
8.	Vermelho
9.	Amarelo
10.	Amarelo
11.	Vermelho
12.	Vermelho
13.	Vermelho
14.	Verde
15.	Vermelho
16.	Vermelho
17.	Vermelho
18.	Vermelho
19.	Amarelo
20.	Amarelo
21.	Verde
22.	Vermelho
23.	Verde
24.	Amarelo
25.	Verde
26.	Vermelho
27.	Verde

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Os estudantes foram chamados e receberam estrelas de cores diferentes. A orientação de PP foi de que formassem um grupo em que não houvesse estrelas de cores repetidas. Os estudantes não foram informados a respeito dos critérios eleitos para as cores das estrelas. Foram formados seis grupos, três grupos com quatro participantes e três grupos com cinco participantes. Três grupos se organizaram rapidamente pela afinidade (Grupos 1, 2 e 3), outros três precisaram da mediação de PP (Grupos 4, 5 e 6). Dessa forma, a proposta valorizou a autonomia na escolha (7.1) e a colaboração entre pares (8.3), permitindo que a organização se desse de forma participativa. Também reforçou a importância de promover pertencimento à comunidade escolar (8.4) ao garantir que cada um encontrasse seu espaço de participação. A Figura 23 apresenta a formação do grupo, a partir das cores das estrelas:

**Figura 23** - Formação dos Grupos



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: A figura 23 apresenta uma fotografia em plano aproximado mostrando quatro crianças reunidas em círculo, vestindo uniformes em tom bordô. Cada uma segura uma pequena estrela brilhante de cor diferente: verde, azul, rosa e vermelha. As estrelas estão próximas umas das outras, no centro da imagem. [Fim da descrição]

Os grupos foram formados e estes foram identificados por um código para preservar a identidade dos estudantes. Por exemplo: E2G1, significa estudante número 2 do grupo 1. Este estudante recebeu o número 2 porque tinha a estrela azul que representa 5 ou 6 acertos no cálculo relacional do diagnóstico. O grupo 2 é o grupo que ele escolheu fazer parte. Todos os grupos formados têm estudantes de diferentes níveis, porém eles tiveram a oportunidade de formar seu grupo autonomamente. A Tabela 10 apresenta a identificação dos estudantes:

**Tabela 10-** Código dos estudantes

(continua)

Nº de estudantes	Identificação dos estudantes
1.	E4G2
2.	E5G4
3.	E4G1
4.	E1G6
5.	E3G2
6.	E2G3
7.	E4G5
8.	E1G4
9.	E3G1
10.	E3G4
11.	E2G6
12.	E1G2
13.	E1G3
14.	E5G5
15.	E2G1
16.	E2G2
17.	E2G5
18.	E1G1
19.	E3G6
20.	E3G3

21.	E5G2
22.	E2G4
23.	E4G3
24.	E3G5
25.	E4G6
26.	E1G5
27.	E4G4

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A partir da formação dos grupos, a sala foi reorganizada em 6 grupos e a primeira tarefa foi escolher um nome relacionado a festa junina para o grupo. Após discussão e engajamento, os estudantes definiram como nome de seus grupos, conforme Tabela 11:

**Tabela 11** - Grupos de trabalho

	NOME ESCOLHIDO	PARTICIPANTES
GRUPO 1	Bandeirinhas Poderosas	E1G1, E2G1, E3G1 e E4G1
GRUPO 2	Arraiá das Flores	E1G2, E2G2, E3G2, E4G2 e E5G2
GRUPO 3	Fogueira Julina	E1G3, E2G3, E3G3 e E4G3
GRUPO 4	Arraiá do 3º ano 2	E1G4, E2G4, E3G4, E4G4 e E5G4
GRUPO 5	Agostino	E1G5, E2G5, E3G5, E4G5 e E5G5
GRUPO 6	Super Fogueira	E1G6, E2G6, E3G6 e E4G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Durante a apresentação dos nomes dos grupos, um deles foi formado por quatro meninas e um menino e o nome escolhido foi Arraiá das Flores. Alguns estudantes riram do nome, neste momento uma discussão foi levantada sobre o motivo. A mediação docente possibilitou que o estudante do grupo fosse ouvido, afirmando estar de acordo com a escolha. Esse episódio revelou a relevância de abordar preconceitos, ameaças e distrações (7.4) e, ao mesmo tempo, de cultivar empatia e práticas reparativas de emoções (9.4).

Os grupos formados e nomeados receberam um trecho do texto trabalhado anteriormente. A orientação foi de que escolhessem como apresentar o trecho, podendo utilizar de texto, desenho, colagem, dobradura, dança ou outras formas que preferissem. Essa abertura de possibilidades dialoga diretamente com o princípio da Ação e Expressão, ao variar os métodos de resposta (4.1) e usar diferentes mídias para comunicação (5.1). Além disso, favoreceu a criatividade e a construção coletiva (5.2), assegurando que cada grupo encontrasse um caminho único para expressar a compreensão da atividade.

No Quadro 7, seguem os trechos do texto: Mês de junho tem São João, com seus respectivos grupos:

**Quadro 7 - Trechos do texto rimado**

<p>Grupo 1 Bandeirinhas Poderosas</p>	<p>PASSA O ANO E JÁ VEM VINDO O MÊS DE JUNHO NO SERTÃO COM FORRÓ PRA SANTO ANTÔNIO, PRA SÃO PEDRO E SÃO JOÃO.</p> <p>TEM QUADRILHA BEM DANÇADA NO TERREIRO E NO SALÃO. MAS ISTO NÃO É TUDO NÃO!</p>
<p>Grupo 2 Arraiá das Flores</p>	<p>NUMA FESTA DE SÃO JOÃO A ALEGRIA É VERDADEIRA: TEM BRINQUEDO, PAU DE SEBO E PESCARIA A NOITE INTEIRA.</p>
<p>Grupo 3 Fogueira Julina</p>	<p>SÓ BALÃO É QUE NÃO ENTRA NESTA FESTA BRASILEIRA POIS INCÊNDIO É COISA SÉRIA E ATRAPALHA A BRINCADEIRA.</p> <p>TEM COMIDAS LÁ DA ROÇA, QUE SAUDADE DO SERTÃO! TEM CANJICA E TEM CALDINHO DE MANDIOCA E DE FEIJÃO.</p>
<p>Grupo 4 Arraiá do 3º ano 2</p>	<p>TEM PIPOCA E TEM PAÇOCA SOCADINHA NO PILÃO. E NÃO FALTA O MILHO VERDE BEM ASSADO NO FOGÃO.</p>
<p>Grupo 5 Agostino</p>	<p>ESTA FESTA CELEBRADA EM NOSSO PAÍS INTEIRO, SÓ COMEÇA COM A CHEGADA DE UM BOM MESTRE VIOLEIRO.</p> <p>E, POR FIM, OS TOCADORES DE SANFONA E DE PANDEIRO, DE TRIÂNGULO E ZABUMBA APARECEM NO TERREIRO.</p>
<p>Grupo 6 Super Fogueira</p>	<p>TEM CASÓRIO NA IGREJINHA, QUEM QUISER É SÓ CHEGAR. E RISADAS, MINHA GENTE, ISSO NÃO PODE FALTAR...</p>

Fonte: Elaborado pela autora (2025).

Foram disponibilizados alguns materiais para os estudantes realizarem suas escolhas, tais como folhas sulfites, folhas coloridas, E.V.A e fitas adesivas. Esta etapa levou aproximadamente uma hora para discussão com o grupo, conclusão do trabalho e posterior apresentação. Alguns estudantes tiveram dificuldade de relacionamento ou conflitos na escolha das formas de apresentação. O G1 dividiu as tarefas e depois juntou para formar o trabalho

final, demonstrando estratégias de cooperação (8.3). O G2 e G3 elaboraram um mesmo trabalho, em acordo, evidenciando autonomia na resolução de desafios (7.1 e 6.2). O G4 teve conflitos sobre o que desenhar e quem desenharia, também discutiram se a fogueira seria de dia ou à noite. O E5G4 fez o seu trabalho sozinho e o restante do grupo fez o outro. No fim, resolveram unir os trabalhos.

Todos os grupos foram questionados sobre como fizeram essa escolha e suas respostas foram gravadas em áudio, como o relato de E1G4 após decidirem que ambos os trabalhos estavam adequados: “*Nós tava [sic] no meio do planejamento e o E5G4 já quis desistir. E dai [sic], nós pegamos e fizemos o nosso e o E5G4 fez o dele. Ele fez o dele e ficou bonito, o nosso também ficou [...].*”. O relato de E1G4 demonstra a importância de cultivar empatia (9.4) e promover reflexão coletiva (9.3).

O Quadro 8 apresenta fotos dos trabalhos produzidos:

**Quadro 8 - Fotos dos Trabalhos Produzidos**

(continua)

G1			
G2			



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

As apresentações dos trabalhos reforçaram a importância de variar métodos de resposta e ação (4.1), já que os estudantes puderam escolher livremente como expressar o trecho do texto junino. Na sequência, PP iniciou mostrando a placa preta do QRT e isso gerou muito interesse

dos estudantes. Esse momento inicial contribui com o princípio do Engajamento, especialmente ao otimizar relevância e autenticidade (7.2), uma vez que os objetos apresentados remetiam diretamente ao contexto das festas juninas. PP explicou que a placa era imantada e os objetos ficavam grudados nela. Aleatoriamente os objetos foram mostrados aos estudantes, seguidos do questionamento do que representavam, permitindo que a representação do objeto fosse conectada às experiências prévias (3.1). Os estudantes identificaram a maçã do amor, chapéu de palha, pirulito, menino (cavalheiro, professor, aluno), menina (dama, professora, aluna), carro, bandeirinhas, peixe (pescaria), flor (vestido, tiara) e moto. A peça que representa o algodão-doce não foi identificada inicialmente, sendo confundida com árvore ou alface, somente após a explicação ficou claro para os estudantes. Os símbolos também foram explicados, a seta (→) para indicar uma sequência e o ponto de interrogação (?) para indicar algum questionamento. O sinal de chaves ( ) não era conhecido pelos estudantes, portanto precisou ser explicado com mais atenção, permitindo o entendimento que ele significaria a junção de todos os objetos que estivesse indicando. Nesse caso, o esclarecimento possibilitou explorar a diretriz que orienta o esclarecimento de símbolos e estruturas de linguagem (2.1), suporte para personalizar a exibição de informações (1.1) e simplificação da decodificação de símbolos (2.2). Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0 também foram mostrados. A Figura 24 apresenta o enunciado do primeiro exemplo explorado com os estudantes:

**Figura 24** - Primeiro exemplo de situação

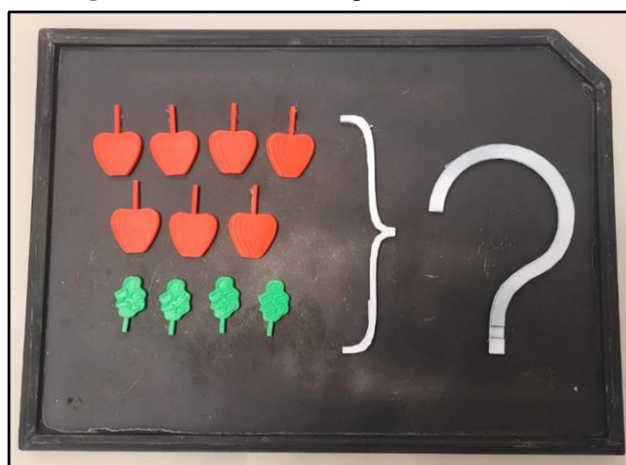
O TERCEIRO ANO TEM 7 MAÇÃS DO AMOR E 4 ALGODÕES-DOCES.  
QUANTOS DOCES O TERCEIRO ANO TEM?

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Os objetos foram adicionados à placa enquanto os estudantes liam a situação e sugeriam quais peças poderiam ser colocadas por PP. Neste momento os estudantes compreenderam a função do símbolo de chaves. Essa prática está alinhada ao princípio da Ação e Expressão, pois ofereceu modelagem e suporte graduado para desempenho (5.3), preparando o grupo para interagir de forma mais autônoma nas etapas seguintes da intervenção.

A Figura 25 apresenta como o exemplo foi montado no QRT:

**Figura 25** - Primeiro exemplo montado no QRT



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 25 mostra o enunciado de uma situação montada na placa preta do QRT. À esquerda, há sete maçãs vermelhas organizadas em duas fileiras. Abaixo delas, há quatro algodões-doces verdes, alinhadas em uma única fileira. À direita das figuras, aparece uma chave branca e um ponto de interrogação, indicando uma composição. [Fim da descrição]

Após a situação ser montada, os estudantes foram questionados e prontamente responderam. A E3G2 disse que a resposta para a situação era 11 e que tinha calculado mentalmente. Já E1G5 relatou que descobriu a resposta contando os objetos no quadro, confirmando que dispendo todos os objetos no quadro poderíamos induzir a solução a partir da contagem sequencialmente. Esse momento mostra que a variação de métodos de resposta e ação (4.1) estava presente na prática e evidencia como diferentes formas de pensar e expressar o raciocínio matemático puderam ser acolhidas, colaborando com o princípio da Ação e Expressão.

PP seguiu para a apresentação da segunda situação, conforme Figura 26:

**Figura 26** - Segundo exemplo de situação

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA 12 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 6 PIRULITOS.  
QUANTOS PIRULITOS FICARAM NA BARRACA DAS GULOSEIMAS?

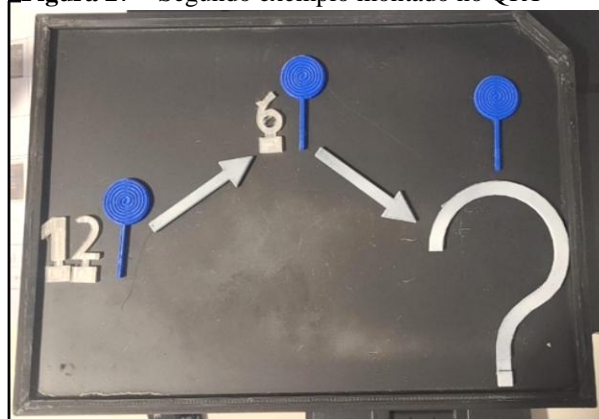
Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Novamente os estudantes foram sugerindo quais objetos e em que ordem fossem colocados. PP disse aos estudantes que não tinha 12 pirulitos para colocar no quadro e pediu sugestões aos grupos. E1G4 sugeriu que fosse colocado o algarismo em frente ao objeto e que

assim seria possível compreender a quantidade representada. Aceitou-se a sugestão e os estudantes compreenderam como a situação ficou representada no QRT. Essa atitude sinaliza a importância de otimizar a escolha e a autonomia (7.1), além de incentivar o uso de diferentes recursos para construção e criatividade (5.2), conforme prevê as diretrizes do DUA. Questionados se todas as informações do enunciado da situação estavam apresentadas no QRT, E1G4 confirmou que sim, exceto que: “*não dá para saber se a conta é de mais ou de menos*”.

O QRT ficou montado conforme a Figura 27:

**Figura 27** – Segundo exemplo montado no QRT



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 27 mostra o enunciado de uma situação montada na placa preta do QRT. À esquerda, há um pirulito azul acompanhado do número 12. Uma seta branca aponta para cima e à direita, levando a outro pirulito azul com o número 6. Em seguida, outra seta branca segue para a direita até um terceiro pirulito azul, que está acompanhado de um grande ponto de interrogação, indicando uma transformação. [Fim da descrição]

Para este dia havia sido programado o início do trabalho com as situações pelos estudantes, porém não houve tempo suficiente.

O Quadro 9 apresenta algumas fotos da primeira etapa da intervenção:

**Quadro 9** - Fotos da primeira etapa da intervenção



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem:* A primeira e a segunda imagem mostram grupos elaborando o trabalho sobre o trecho do texto

rimado. Os estudantes estão escrevendo, desenhando e recortando papéis coloridos. A terceira imagem mostra a professora/pesquisadora com o QRT na mão montando o enunciado de uma situação com os estudantes. [Fim da descrição]

#### *4.4.1. Reunião GEPeDiMa- Discussão sobre o instrumento de pesquisa*

No dia seguinte, dia 04 de julho de 2025, pela manhã, houve reunião do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática (GEPeDiMa) na qual o instrumento de pesquisa, foi apresentado ao grupo e com os membros foram discutidas melhorias nas apresentações, principalmente referente às ilustrações. Algumas induziam a solução da situação ou poderiam causar dificuldades na interpretação. Foi sugerido que todas pudessem apresentar as quantidades de forma abstrata, ou seja, representar o objeto seguido do algarismo, para evitar que os estudantes contassem sequencialmente. Para os elementos no QRT também foram sugeridas alterações como retirar elementos que não colaboram para a interpretação da situação, como as placas em braille com a descrição de alguns personagens, como a palavra: professora. Na turma da intervenção não há nenhum estudante cego ou com baixa visão, não havendo necessidade de utilizar as placas em braille. Os enunciados das situações foram validados. Sendo assim, passou-se a reestruturação das situações, bem como a alteração de algumas quantidades para números maiores.

#### **4.5 Intervenção: 2ª etapa**

No dia 07 de julho de 2025, das 15h45 às 17h15, ocorreu a continuação da intervenção. Neste dia estavam presentes 25 estudantes, E2G6 e E3G4 faltaram. Essa etapa da intervenção durou aproximadamente 1h e 30 minutos (2 aulas), pois este era o período destinado às aulas de PP. Neste dia também houve a desistência de trabalho da 2ªP2 e uma Assistente Técnica Pedagógica (ATP) da escola estava acompanhando a turma.

Iniciou-se fazendo a retomada das atividades da semana anterior, lembrando os grupos formados e os nomes escolhidos para eles. Esse momento favoreceu o pertencimento à comunidade (8.4) e reforçou a memória coletiva da turma. PP pediu aos estudantes o nome da placa com a qual iriam trabalhar, os estudantes lembravam que era QRT. PP perguntou qual a função e surgiram respostas como: para fazer contas, resolver problemas ou material para estudante cego. Essas falas indicam diferentes formas de compreender a utilidade do QRT e demonstram como o conhecimento prévio foi mobilizado pelos estudantes (3.1).

No quadro de giz, uma nova situação foi apresentada, como na Figura 28:

**Figura 28** - Terceiro exemplo de situação

A TIARA DA MAITÊ TEM 12 FLORES VERMELHAS E 18 FLORES AMARELAS.  
QUANTAS FLORES TEM A TIARA DA MAITÊ?

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Com auxílio dos estudantes, PP montou o enunciado no QRT. Os estudantes novamente sugeriram que se utilizasse o algarismo para representar o total de objetos, já que não havia flores suficientes, lembraram o nome do símbolo de chaves e o ponto de interrogação para indicar o questionamento da situação. Na Figura 29, como ficou a montagem da situação no QRT:

**Figura 29** - Terceiro exemplo montado no QRT



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A figura 29 mostra o enunciado de uma situação montada no QRT. À esquerda, aparecem dois números grandes: “12” e “18”. Ao lado do número 12 há uma pequena peça vermelha em forma de flor, e ao lado do número 18 há uma peça amarela também em forma de flor. À direita desses números, há uma chave branca e um ponto de interrogação em destaque, indicando uma composição. [Fim da descrição]

Alguns estudantes se adiantaram e citaram que a resposta era 30 flores. Disseram que realizaram o cálculo mentalmente. Isso demonstra a possibilidade de variar métodos de resposta (4.1), contemplando tanto o cálculo mental quanto o uso de apoios visuais.

Os grupos foram organizados nos mesmos lugares da atividade anterior e uma placa com um kit misto de objetos foi disponibilizada aos estudantes (QRT). Os estudantes revezaram e exploraram a placa, pois este foi o primeiro contato e durou aproximadamente 15 minutos. Este momento serviu para manipulação e exploração do material, funcionando como um momento de descoberta, que garantiu autonomia (7.1) e otimizou o acesso a materiais acessíveis

(4.2). Em seguida foi solicitado que guardassem os objetos e devolvessem o pacote com as peças, ficando apenas a placa preta na mesa de cada um dos seis grupos heterogêneos formados anteriormente.

PP explicou que o trabalho com as situações seria iniciado. Os estudantes se mantiveram nos seis grupos, compostos por 4 ou 5 integrantes. Convém retomar que os grupos foram formados pelos resultados do diagnóstico inicial e posteriormente os estudantes puderam reunir-se pelas cores diferentes da estrela recebida. Essa estratégia reforça o princípio do Engajamento, pois buscou equilibrar desafios e suportes (8.2), formando grupos heterogêneos que permitiam que os estudantes tivessem autonomia na escolha de seus pares.

Explicou-se que havia duas situações do mesmo tipo, distribuídas em duas estações. Cada estação seria formada por três grupos de cada vez. Os grupos 1, 3 e 5 ficaram na primeira estação enquanto os grupos 2, 4 e 6 ficariam na segunda. Quando todos resolvessem a primeira situação, os grupos trocariam de lugar para resolver outra situação diferente, porém do mesmo tipo. Portanto, cada grupo estaria realizando uma situação de mesma complexidade ao mesmo tempo. O QRT montado ficaria no grupo da estação, somente os estudantes trocariam de lugar e receberiam as folhas da nova situação. Essa proposta dialoga diretamente com a diretriz de antecipar e planejar desafios (6.2), pois estruturou uma atividade equilibrada em termos de dificuldade e tempo. PP passou em cada grupo e apresentou as quatro formas de enunciados de situação apresentados em cores diferentes. Essa diversificação, diretamente ligada ao princípio da Representação, possibilitou múltiplas formas de perceber informações (1.2) e usar várias mídias para comunicação (5.1), favorecendo que cada grupo pudesse interagir com o enunciado a partir de sua preferência ou estilo cognitivo. O Quadro 10 mostra as cores e tipos de enunciados apresentados:

**Quadro 10** - Cores das folhas sulfite fornecidas aos grupos

Escrito	Diagrama
Ilustração	QRT

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Neste momento houve bastante agitação, os estudantes ficaram empolgados e entusiasmados para iniciar as atividades. Essa reação demonstra como o engajamento foi promovido de forma efetiva, especialmente no aspecto de cultivar a alegria e a diversão (7.3). Junto ao QRT estava um pacote plástico com os itens necessários para montar a situação e a foto de sua montagem. Pediu-se que um estudante de cada grupo montasse para agilizar a

intervenção. Quando houvesse a troca de estações, o QRT permaneceria montado na mesa para o outro grupo de estudantes que viesse. Cada grupo recebeu as quatro folhas coloridas com a mesma situação. Os estudantes foram questionados se preferiam escolher a cor da folha individualmente e de maneira alternada ou decidirem em conjunto. Todos optaram por escolher a folha de maneira consensual com o seu grupo, alinhando-se ao princípio do Engajamento, mais precisamente à diretriz de otimizar a escolha e a autonomia (7.1). A autonomia coletiva, ao invés da escolha individual fortaleceu a colaboração e a interdependência (8.3), permitindo que todos se sentissem parte do processo de escolha. Os estudantes também foram orientados que quando fizessem a escolha do tipo de apresentação, realizassem o cálculo numérico e fornecessem uma resposta para a situação, além de identificarem o número do grupo na folha. A intenção foi de organizar informações e recursos (6.3) e monitorar o progresso (6.4) dos grupos. Sendo assim foram disponibilizados os enunciados aos seis grupos, três grupos ficaram com a situação 1.1 e três grupos ficaram com a situação 1.2. Ao apresentar quatro tipos diferentes de enunciados, PP contemplou o princípio da Representação, oferecendo múltiplas formas de perceber a informação (1.2).

Os tipos de situações apresentados nesta pesquisa foram inspirados na pesquisa de Morás (2023). A autora utilizou o termo blocos de tarefas porque apresentou cinco enunciados diferentes com representações também distintas (escrita, libras, interlúngua, esquema/diagrama e ilustração), ou seja, cinco situações diferentes para o mesmo cálculo relacional. Nesta pesquisa, não utilizamos blocos, apenas duas situações de mesmo cálculo relacional, apresentada com enunciados iguais para os quatro tipos de representação. As situações foram apresentadas em texto escrito, diagrama, ilustração e no QRT. Para o texto escrito foram consideradas algumas variáveis legitimantes de diferenças: letras maiúsculas, pois dois estudantes encontram-se em situação de alfabetização; uma frase em cada linha e sem pronomes para facilitar a compreensão de estudantes com TEA e TDAH. Esse cuidado, identificado já no planejamento das atividades, conforme orienta a proposta do DUA, mostra sensibilidade às necessidades específicas de estudantes em processo de alfabetização ou com TEA/TDAH. Alinha-se também à diretriz de esclarecer vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem (2.1) e simplificar a decodificação textual (2.2).

Os diagramas das situações foram montados seguindo os elementos sugeridos pela TCC, acrescidos de ilustrações que poderiam facilitar a compreensão do enunciado. A ilustração foi realizada a mão livre, de maneira simples, sem muitos detalhes, visando demonstrar que qualquer professor pode realizar esse tipo de ilustração no quadro de giz durante a explicação

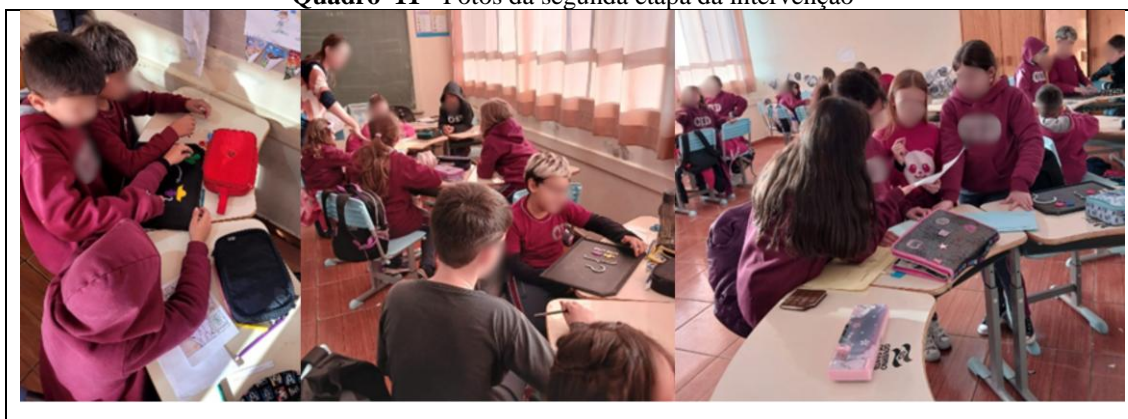
de uma situação em sala de aula. Essa escolha pedagógica mostra como PP buscou promover representações acessíveis e realistas (1.3). O QRT foi montado com as peças impressas em 3D com papel imantado no verso e seguiu a proposta do diagrama da TCC. As quantidades foram representadas pelo algarismo acompanhado do objeto citado no enunciado.

As situações do tipo 1 configuram-se como um Protótipo, pois consistem em uma composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido. O mesmo enunciado da situação foi apresentado em quatro formatos distintos: somente o texto (folha verde), acompanhado por um diagrama (folha amarela), acompanhado por uma ilustração (folha branca) e com o apoio do QRT (folha azul). As situações 1.1 e 1.2 estão disponibilizadas no apêndice B.

Os grupos receberam as quatro folhas coloridas; resolveram e PP passou recolhendo a folha escolhida e depois as folhas que não foram escolhidas, organizando-as em pastas separadas. Após a conclusão de todos os grupos, houve a troca de estação para resolver a outra situação do tipo 1. Novamente foram disponibilizadas folhas coloridas com os enunciados e somente o QRT permaneceu montado na mesa.

Neste dia, ainda estava prevista a realização das situações do tipo 2, mas não houve tempo suficiente. O Quadro 11 apresenta algumas fotos da segunda etapa da intervenção:

**Quadro 11** - Fotos da segunda etapa da intervenção



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: A primeira imagem mostra um grupo de três estudantes organizados em uma das estações resolvendo uma situação enquanto manipula o QRT. A segunda imagem mostra dois grupos resolvendo as situações e a professora/pesquisadora entregando as folhas coloridas. A terceira imagem mostra um grupo com a folha branca na mão discutindo a situação. [Fim da descrição]

#### **4.6 Intervenção: 3ª etapa**

No dia 08 de julho de 2025, das 13h15 às 16h15 (4 aulas), deu-se continuidade à intervenção. Aproximadamente 2h foram destinadas à resolução das situações e 1h à decoração

julina da sala de aula. Neste dia faltaram os estudantes E2G6, E3G4 e E3G3. Foram destinados alguns minutos para coleta e organização de prendas que os estudantes trouxeram, pois a turma participava de uma gincana julina em que a arrecadação de itens como milho, ervilha e batata-palha valia pontos. Neste dia também iniciou a 2ªP2 nova, o que gerou inquietação e alteração na rotina de E5G5, estudante apoiada pela Educação Especial. Esse momento dialoga com a consideração que trata da importância de abordar preconceitos, ameaças e distrações (7.4). A 2ªP2 foi informada da rotina da sala de aula e da pesquisa de mestrado em andamento e colocou-se à disposição, demonstrando atenção à competência emocional dos estudantes (9.1 e 9.2).

PP iniciou explicando as tarefas do dia e escrevendo no quadro a sequência, esclarecendo aos estudantes a rotina estabelecida. Previa-se que neste dia, os estudantes resolvessem as situações do tipo 2, 3 e 4, além de decorar a sala com enfeites juninos. Também estava previsto um ensaio da apresentação da festa julina para a última aula. A explicitação da sequência de atividades no quadro colaborou com o princípio da Representação, especialmente no que diz respeito a esclarecer estruturas da linguagem (2.1). Além disso, possibilitou aos estudantes que observassem os objetivos (8.1) e estabelecessem metas significativas (6.1) a partir da rotina estabelecida para aquela etapa da intervenção.

Em seguida, PP revisou as situações do tipo 1, trabalhadas no dia anterior. Os estudantes acharam fáceis, a maioria não precisou dos apoios visuais, pois resolveram mentalmente. Essa revisão dialoga com a diretriz de conectar o conhecimento prévio ao novo aprendizado (3.1) e reforça também a ideia de otimizar o desafio com suporte (8.2).

Para melhor organização e facilitar a produção de dados, foi dada uma identificação com o número 1 ao 6, aos grupos. Também foi acrescentado ao verso de cada folha das situações, um espaço para identificar os grupos com seu número. Essas ações estão relacionadas ao princípio da Ação e Expressão, sobretudo no que diz respeito a organizar informações e recursos (6.3) e aprimorar a capacidade de monitorar o progresso (6.4).

O propósito do QRT foi lembrado e os estudantes avisados de realizar o cálculo numérico e fornecer resposta na folha escolhida. Também foram orientados a esperar PP passar nos grupos após o término da resolução de cada situação. Os estudantes foram organizados novamente nos mesmos seis grupos e divididos em duas estações. Cada estação recebeu uma situação diferente, porém do mesmo tipo. Quando concluída, os estudantes trocavam de estação e passavam a resolver a segunda. O QRT é montado na primeira situação de cada tipo e permanece montado para o próximo grupo quando ocorre a troca. Essa organização dos grupos

fortaleceu tanto o engajamento pela colaboração e interdependência (8.3), quanto a variação nos métodos de interação e resposta (4.1) dos estudantes.

Como a cada situação o QRT precisava ser montado, a PP orientou que os estudantes se revezassem nessa tarefa, já que todos demonstravam interesse em realizá-la. Junto ao *kit* com as peças que compunham a situação, seguia uma foto da sua representação. Inicialmente, a proposta era que a PP montasse os QRTs e os entregasse prontos; contudo, além de demandar tempo para preparar os seis *kits*, os próprios estudantes manifestaram o desejo de realizar a montagem. A Figura 30 apresenta um exemplo de *kits* do QRT disponibilizado nas duas estações:

**Figura 30** - *Kits* disponibilizados aos seis grupos



Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem*: A imagem mostra seis pequenos sacos plásticos transparentes com fecho ZIP organizados em duas fileiras de três. Dentro de cada saco há pictogramas, simbologias e uma fotografia do enunciado montado no QRT. Nos três sacos da parte superior há notas adesivas azuis, enquanto nos três da parte inferior há notas adesivas cor-de-rosa, algumas com números escritos à mão, como 1.1 e 1.2. [Fim da descrição]

Foram fornecidas as situações do tipo 2 que se configuram como de 1ª extensão, pois consistem em uma composição com uma parte e o todo conhecidos. Desta vez, houve facilidade em organização do grupo e discussão para escolha e resolução da situação. Seguiu-se a mesma proposta de apresentação das situações: o grupo escolhe uma cor (verde-escrito, amarelo-diagrama, ilustração-branco ou azul-QRT) e resolve conjuntamente. As situações do tipo 2, trabalhadas a seguir, estão disponíveis no apêndice B.

As folhas coloridas foram fornecidas aos grupos e os mesmos passaram a discutir suas escolhas e o aumento da complexidade da situação. Esse momento dialoga diretamente com o princípio do Engajamento, especificamente a diretriz de otimizar o desafio com suporte (8.2).

A estudante apoiada pela Educação Especial, E5G5, manipulou os objetos do QRT, mas logo desinteressou-se, apesar dos incentivos dos colegas do grupo e da 2ªP2. Isso evidencia também a necessidade de ações contínuas para reconhecer expectativas, crenças e motivações (9.1), além de cultivar a empatia (9.4). O incentivo dos demais demonstra o potencial da colaboração e da aprendizagem coletiva (8.3).

O E2G3 explicou para seus colegas como compreendeu o enunciado ao olhar a posição do ponto de interrogação no QRT. Seu relato está atrelado ao princípio da Representação, principalmente no que diz respeito a esclarecer símbolos e estruturas da linguagem (2.1) e ilustrar por meio de múltiplas mídias (2.5). Ao identificar que o ponto de interrogação no QRT significava uma operação de subtração, ele não apenas compreendeu o enunciado, mas foi capaz de traduzir essa compreensão para seus colegas, recorrendo também a diretriz de trabalhar múltiplas formas de conhecer e criar significado (3.3). A Figura 31 ilustra a representação no QRT do enunciado da situação 2.2:

**Figura 31** – Situação 2.2 representada pelo QRT

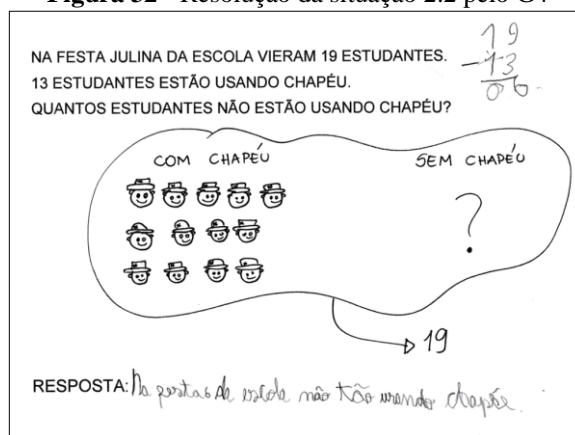


Fonte: Elaborada pela autora (2025).

*#ParaTodosVerem:* A imagem mostra o enunciado de uma situação montada na placa preta do QRT. No canto superior esquerdo, há uma pequena figura amarela com chapéu. Logo abaixo dessa figura aparece o número 13. À direita, há outra figura amarela sem chapéu, acompanhada de um grande ponto de interrogação em branco. Uma seta branca conecta esse ponto de interrogação ao número 19, localizado no canto inferior direito da placa. [Fim da descrição]

Já o G4, com relação a mesma situação apresentou dificuldades no entendimento do enunciado. O grupo havia escolhido a folha amarela (diagrama) e não compreendia que tipo de cálculo precisava fazer. PP perguntou se queriam trocar de folha, já que nenhum deles havia entendido o enunciado e o diagrama. Os estudantes optaram pela folha branca (ilustração). Desta vez, compreenderam e resolveram corretamente, conforme Figura 32:

**Figura 32 - Resolução da situação 2.2 pelo G4**



Fonte: Dados da pesquisa (2025)

O episódio vivido pelo G4 ilustra novamente o princípio da Representação, especialmente à diretriz de promover múltiplas formas de perceber informações (1.2). Ao não compreenderem a situação no formato de diagrama, os estudantes tiveram a oportunidade de troca. A ação de PP, ao oferecer essa opção, também se alinha ao princípio do Engajamento, na diretriz de otimizar a escolha e a autonomia dos estudantes (7.1).

Outra situação que surgiu foi que os estudantes criticaram o tamanho do chapéu da dama ou do cavalheiro que não era compatível com o tamanho do boneco. Essas críticas apontam um aspecto importante do princípio da Representação: a necessidade de oferecer informações realistas e adequadas ao cotidiano (1.3). Mesmo que pareça um aspecto simples, pode prejudicar a compreensão do enunciado.

Em seguida, foram trabalhadas as situações do tipo 3. Elas se configuram como um Protótipo, pois consistem em uma transformação positiva com o estado final desconhecido. Seguiu-se a mesma proposta de apresentação das situações: o grupo escolhe uma cor (verde-escrito, amarelo-diagrama, ilustração-branco ou azul-QRT) e resolve conjuntamente. As situações 3.1 e 3.2 estão disponíveis no apêndice B.

Os estudantes consideraram fáceis as primeiras situações que envolviam a classe de transformação. A E4G4 leu a situação 3.1, na qual a escolha era pela folha amarela e rapidamente disse: “vinte e sete mais cinco é trinta e dois”. A E3G5 estava com dificuldade no entendimento da situação 3.2 e foi auxiliada pela E4G5. Após a explicação, realizou o cálculo corretamente. Esse momento evidencia a importância do Engajamento, mais especificamente da diretriz de promover a colaboração, a interdependência e aprendizagem coletiva (8.3).

Houve conflitos nesta etapa da intervenção, os estudantes E4G2 e E5G2 estavam se sentindo excluídos das escolhas e das resoluções. Os participantes, liam e imediatamente

sabiam qual operação era necessária. O Grupo 2 - Arraiá das Flores era composto por cinco estudantes, o que dificultou a discussão entre todos. PP mediou e sugeriu que na próxima situação, quem iniciaria a leitura e posterior escolha da cor da folha seriam os estudantes que haviam se sentido prejudicados. Se acaso tivessem necessidade, pediriam ajuda aos demais estudantes do grupo. Essa situação aponta para a necessidade de planejar estratégias de engajamento que possibilitem a participação de cada um dos estudantes. A mediação realizada por PP está pautada na diretriz de otimizar a autonomia e a autorregulação (7.1 e 9.2), uma vez que oportuniza que todos exerçam protagonismo no processo educativo. A experiência desse grupo também remete à diretriz de abordar preconceitos e práticas excludentes (6.5).

Após o intervalo dos estudantes, seguiu-se o cronograma de apresentar as situações do Tipo 4. Os estudantes foram informados previamente que neste dia fariam três tipos de situações e encerrariam a aula preparando a decoração julina da sala de aula. Esta organização da sequência das atividades a serem desenvolvidas durante o dia, já é rotina das aulas e mantém os estudantes menos ansiosos em saber o que será desenvolvido. A prática em estabelecer uma rotina clara e previsível para os estudantes, conforme prevê o princípio do Engajamento, está ligada também à diretriz que orienta a antecipar e planejar os desafios (6.2). Adotar essa estratégia pode reduzir a ansiedade e aumentar a concentração da turma.

Na sequência, foram trabalhadas as situações do tipo 4. Elas se configuram como um Protótipo, pois consistem em uma transformação negativa com o estado final desconhecido. Seguiu-se a mesma proposta de apresentação das situações: o grupo escolhe uma cor (verde-escrito, amarelo-diagrama, ilustração-branco ou azul-QRT) e resolve conjuntamente. As situações 4.1 e 4.2 estão disponíveis no apêndice B.

Para as situações do tipo 4, percebeu-se menos envolvimento dos estudantes com a resolução. Houve mais agitação e interesses em mudar de grupo por dificuldades de consenso das escolhas, como foi o caso de E3G6. Novamente foi necessária a intervenção para resolução. Essa situação reforça a relevância em promover estratégias de colaboração (8.3) e o cultivo de empatia e práticas reparativas de emoções (9.4), pois o trabalho com grupos heterogêneos exige acompanhamento para que cada estudante participe e sinta-se pertencente e acolhido (8.4).

Também foi permitido por PP que os estudantes ficassem em pé no momento das escolhas, pois os grupos com quatro ou cinco estudantes tinham dificuldade em discutir as escolhas, pois as mesas formam meias-luas. Essa sensibilidade possibilitou que o princípio de Ação e Expressão fosse contemplado, reconhecendo que a organização espacial poderia ser uma barreira para a interação dos estudantes.

Este tipo de situação gerou discussões sobre os verbos ‘Pegou’ e ‘Deu’ das situações. Houve discussões sobre quem eles estavam se referindo quando pegavam ou davam e que tipo de operação estava envolvida. Essas discussões estão relacionadas ao princípio da Representação, sobretudo quanto à clareza do uso da linguagem (2.1). Também houve dificuldades em alguns grupos com relação aos cálculos que envolviam subtração com reserva e houve colaboração dos colegas para compreensão. Os colegas puderam intervir, debater e aprender de forma colaborativa (9.2 e 9.3).

Durante a observação dos grupos, alguns pareciam querer escolher sempre uma cor diferente, sem com os tipos de apresentações das situações. Nessa fase, também ficou explícito que os estudantes se cansaram após a resolução de dois tipos de situações. Esse comportamento sinaliza o quanto a motivação e a persistência nas atividades podem ser afetadas pelo cansaço cognitivo, o que está diretamente relacionado ao princípio do Engajamento, especialmente às considerações sobre sustentar o esforço e a persistência (8.2).

Com o Tipo 4 houve menos engajamento dos grupos, os estudantes manifestavam curiosidade e interesse pela decoração da sala que estava prevista na sequência. Por este motivo, para continuação da intervenção, adotou-se o trabalho com apenas dois tipos de situação diárias. Essa flexibilização no planejamento atende ao princípio da Ação e Expressão, mais especificamente à diretriz que orienta a antecipar e planejar desafios (6.2), respeitando os limites dos estudantes.

Como planejado, após a resolução dos três tipos de situações (2, 3 e 4), foram disponibilizados papéis coloridos e modelos de bandeirinhas e balões. Os estudantes mantiveram-se nos mesmos grupos, escolheram e produziram enfeites para a sala. Houve muita motivação, engajamento e todos participaram com interesse e dedicação. Esse foi o momento em que PP buscou otimizar a relevância e autenticidade das tarefas (7.2), favorecendo um momento de aprendizagem relacionado à cultura junina e ao pertencimento da turma (8.4). Também mobilizou o princípio do Engajamento na sua dimensão afetiva, cultivando alegria, diversão (7.3) e fortalecendo vínculos entre os estudantes. Além disso, a escolha dos enfeites juninos possibilitou contemplar a diretriz de otimizar a escolha e a autonomia (7.1) e o princípio da Ação e Expressão, pois proporcionou aos estudantes múltiplas formas de expressão e comunicação (5.1 e 5.2).

O Quadro 12 ilustra a produção de enfeites juninos realizada na terceira etapa da intervenção:

**Quadro 12** - Fotos da terceira etapa da intervenção



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: As três imagens mostram grupos de estudantes recortando papéis coloridos e fazendo bandeirinhas e balões de festa junina. [Fim da descrição]

#### **4.7 Intervenção: 4ª etapa**

No dia 10 de julho de 2025, das 13h15 às 17h15, ocorreu a continuação da intervenção durante as 5 aulas. Neste dia estavam presentes 26 estudantes, faltou apenas E5G5. Iniciou-se a aula realizando a revisão das situações dos tipos 2, 3 e 4 trabalhadas anteriormente. Os estudantes relataram suas percepções e dúvidas. Também puderam falar sobre seus grupos. Essa revisão inicial possibilitou conectar o conhecimento prévio ao novo aprendizado (3.1) e maximizar a transferência e a generalização (3.4), já que os estudantes puderam retomar conceitos, esclarecer dúvidas e refletir sobre o processo vivenciado até então. O diálogo entre PP e os estudantes atendeu diretamente ao princípio do Engajamento, sobretudo ao otimizar a escolha e a autonomia (7.1) e ao promover pertencimento à comunidade (8.4), uma vez que eles puderam expressar seus sentimentos, reconhecer dificuldades e propor ajustes.

Os estudantes foram lembrados da intenção do QRT que é favorecer a compreensão das situações. Também foram informados que todos os integrantes do grupo devem ler o enunciado e todos devem conferir a resposta. Caso esta não esteja de acordo, devem conversar com o grupo e entrar em consenso.

Os termos juninos citados no texto rimado e nas situações foram retomados e os estudantes não demonstraram dificuldades com relação ao tema. Perguntou-se sobre as dificuldades das atividades e os estudantes citaram falta de participação de todos os integrantes do grupo ou falta de discussão, pois alguns integrantes resolviam rapidamente. Os estudantes

também relataram que a escolha das cores nem sempre era consensual, pois alguns gostariam de escolher outra cor e não havia oportunidade. Com essa retomada, PP contribuiu para esclarecer o significado e o propósito dos objetivos (8.1) e promover colaboração e interdependência (8.3), reduzindo a resolução individual e incentivando a negociação coletiva.

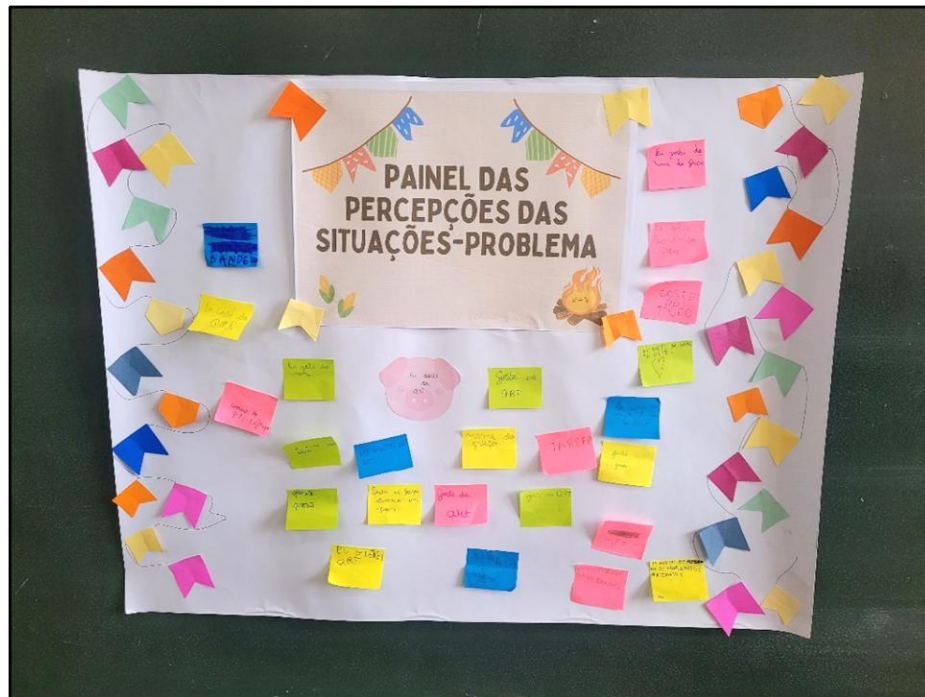
Todo esse *feedback* possibilitou analisar como os estudantes estavam reagindo até o momento, pois metade da intervenção já havia acontecido. As orientações foram reforçadas e os estudantes relataram como estavam fazendo as escolhas das cores.

O G1 relatou que as escolhas dos enunciados estão sendo realizadas por um estudante de cada vez e as cores branco e amarelo estão sendo mais escolhidas, mas não souberam explicar o porquê dessas escolhas. O G2 disse que discute em grupo as opções de cada participante e escolhem juntos, que estão escolhendo mais a cor branco e amarelo e disseram que estas cores são mais fáceis. O G3 disse que faz uma votação, e que estão escolhendo mais azul, branco e amarelo e algumas vezes o verde e não souberam dizer o motivo da escolha da cor. O G4 faz votação na qual cada estudante levanta a mão para cada cor da folha, a que obtiver mais voto e se todos concordarem é a escolhida. O G5 discute quais os mais fáceis e os mais difíceis e escolhem em conjunto. O G6 relatou que as escolhas são feitas em ordem pelos estudantes e as escolhas das cores são variadas.

A discussão possibilitou verificar que as escolhas são feitas de formas diferenciadas, alguns grupos optaram por uma votação, outras de forma aleatória, escolhendo uma cor ou um estudante de cada vez. Isso demonstrou diferentes formas de variação nos métodos de resposta e ação (4.1), reforçando também o exercício de organizar informações e recursos (6.3), além de a reflexão individual e coletiva (9.3).

Após ouvir os motivos das escolhas de cada grupo, PP solicitou que os estudantes pensassem em uma palavra ou frase curta que retratasse o momento da intervenção. Poderia tratar-se de uma dificuldade ou facilidade enfrentada, expectativas, algo que haviam gostado ou não durante as aulas sobre situações. Cada estudante recebeu um *pos-it* e escreveu sua percepção da pesquisa, em seguida colou no painel. A Figura 33 apresenta o painel formado pelas percepções dos estudantes:

**Figura 33** - Painel das percepções das situações



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: Imagem de um painel coletivo formado por diversos papéis autoadesivos (*post-its*) colados lado a lado. Os papéis apresentam cores variadas e contêm palavras e frases curtas escritas à mão pelos estudantes. As anotações expressam percepções sobre as atividades realizadas, incluindo comentários sobre dificuldades, facilidades e sentimentos em relação às situações. [Fim da descrição]

Oito estudantes citaram o QRT como o que mais gostaram durante a intervenção, onze estudantes escreveram que escolher o grupo ou o nome do grupo foi o que mais gostaram, evidenciando que a intervenção conseguiu cultivar alegria e diversão (7.3) e fortalecer o sentido de pertencimento. Outras frases faziam referência às situações, às tarefas, à decoração da sala e aos objetos do QRT. Apenas uma estudante escreveu que não gostou do conflito gerado com sua colega, demonstrando ser necessário continuar investindo em cultivar empatia e práticas reparativas de emoções (9.4).

A atividade com os *post-its* pode ser considerado um exemplo de uso de várias mídias para comunicação (5.1) e de otimizar relevância, valor e autenticidade (7.2), já que possibilitou que cada estudante pudesse ser ouvido e registrasse sua própria percepção sobre a intervenção.

Após cada estudante apontar sua percepção e organizar os grupos, seguiu-se para a resolução das situações do tipo 5. Elas caracterizam-se como uma transformação positiva com valor inicial e final conhecidos em busca do valor da transformação ocorrida. As situações trabalhadas a seguir estão disponíveis no apêndice B.

Nas situações do Tipo 5, houve muitas discussões e dúvidas. O diagnóstico já havia apontado que este seria um dos tipos de enunciado em que estudantes teriam mais dificuldades

de interpretar. Essa dificuldade reforçou a necessidade de explorar o princípio da Representação, em especial ao esclarecer vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem (2.1). Como no início da aula a questão de o grupo todo trabalhar e resolver as situações foi discutida, muitos estudantes explicaram para aqueles que não haviam compreendido, como haviam entendido o enunciado. Essas discussões demonstram a importância de promover múltiplas formas de perceber informações (1.2), já que os estudantes utilizaram a leitura do enunciado, os recursos visuais e o QRT para tentar validar seus raciocínios. Ainda que alguns grupos tenham feito confusão com o algoritmo da operação, o processo de debater e ouvir diferentes argumentos possibilita a construção de significados, alinhando-se também ao princípio de planejar ações para construir conhecimento (3).

O G4 teve dificuldade no consenso da resolução da situação do tipo 5. Alguns estudantes dispersaram-se e não estavam colaborando com a atividade. PP orientou que todos participassem, verificando a necessidade de reforçar a sustentação do esforço e da persistência (8) e a retomada de que a resolução não deveria ser uma tarefa individual e sim colaborativa e coletiva (8.3).

Posteriormente foram apresentadas as situações do Tipo 6. Esse tipo de situação se configura como de 1ª extensão, pois consiste em uma transformação desconhecida com estado final menor que o estado inicial. As situações trabalhadas a seguir estão disponíveis no apêndice B.

Durante a resolução das situações do Tipo 6, houve menos dificuldade do que a do Tipo 5. Os estudantes necessitaram de menos tempo e menos discussões.

Surgiram estratégias de resolução como contar regressivamente até chegar ao resultado. Isso demonstra a importância de trabalhar múltiplas formas de conhecer e criar significado (3.3), funcionando como ponte entre o cálculo relacional e o numérico. Este exemplo conecta-se também à diretriz de oferecer suporte graduado para prática e desempenho (5.3), uma vez que o estudante recorreu a um método de seu nível de compreensão.

Enquanto PP passava nos grupos recolhendo as situações escolhidas e resolvidas do Tipo 6, os estudantes manifestaram surpresa com o número de folhas azuis que foram escolhidas. Das 12 folhas recolhidas, oito eram azuis e apontavam que a maioria dos grupos havia escolhido o QRT para resolução. Neste caso, o interesse pelo QRT sugere tanto uma preferência pelo recurso visual e manipulável quanto o reconhecimento de sua relevância e valor autêntico (7.2).

O Quadro 13 apresenta algumas fotos da quarta etapa da intervenção:

**Quadro 13** - Fotos da quarta etapa da intervenção



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

*#ParaTodosVerem*: A primeira e a segunda imagem mostram estudantes fazendo a leitura do enunciado de uma situação acompanhados pelo QRT. A terceira imagem mostra um estudante manipulando as peças do QRT na tentativa de montar o algoritmo com os dados da situação. [Fim da descrição]

#### **4.8 Intervenção: 5ª etapa**

No dia 11 de julho de 2025, das 13h15 às 15h45, ocorreu a continuação da intervenção durante três aulas. Neste dia faltaram a 2ªP1 e a estudante apoiada pela Educação Especial, E5G5. Os grupos foram questionados sobre as estratégias utilizadas nas resoluções das situações e as respostas foram gravadas em áudio. Posteriormente, foram realizadas revisões das situações do tipo 5 e 6 trabalhadas no dia anterior, o que representou um momento de reflexão individual e coletiva (9.3). Novamente os estudantes foram informados sobre a programação do dia, sendo a realização das situações de tipo 7 e 8, seguida da avaliação pelo grupo, autoavaliação e avaliação com *emojis*.

Realizada a revisão das situações e a escuta das dificuldades dos estudantes, deu-se sequência à intervenção. Nesta etapa, os grupos já estavam mais silenciosos e organizados, as escolhas seguiam critérios que eles haviam decidido, pois os grupos passaram a demonstrar maior autonomia na escolha de estratégias (7.1). As discussões sobre as respostas estavam mais presentes e havia menos conflitos entre eles, comparando ao primeiro momento. Os grupos e estações foram organizados como de costume e seguiu-se para a resolução das situações do tipo 7 que se configuram como de 4ª extensão, pois consistem em uma transformação positiva conhecida. As situações trabalhadas a seguir estão disponíveis no apêndice B.

O G3 discutia sobre qual operação deveria ser realizada na situação 7.1. Fizeram uma votação e todos concordaram que era menos. No momento de registrar o cálculo, E2G3 perguntou ao grupo qual era o maior número do enunciado, os colegas responderam 33. Sendo assim, ele registrou  $33 - 12$ , resposta 21. Durante a intervenção este grupo apresentou dificuldade em organizar os dados da situação, invertendo minuendo e subtraendo. Nas revisões, essa questão foi discutida e neste momento houve compreensão, outra consideração explorada do DUA: organize informações e recursos (6.3).

O G4 explicou que para resolver as situações tem adotado a estratégia de sublinhar palavras do enunciado que ajudam a entender. E1G4 explica que para a situação 7.1, sublinhou as palavras ‘algumas’ da primeira frase, leu o restante do enunciado e depois leu novamente para conferir. O relato do estudante vem ao encontro da consideração que prevê o destaque e a exploração de padrões, recursos críticos, grandes ideias e relacionamentos (3.2).

O G1 não tem discutido muito as resoluções. Quando questionados, disseram que as situações são fáceis. PP passou nos grupos questionando as escolhas e resoluções das situações. O engajamento ficou evidente no G6, que escolheu o QRT para resolver a situação e dialogavam sobre suas escolhas, além de explicar aos demais participantes como compreenderam, enquanto manipulavam o material. Essa ação promoveu múltiplas formas de perceber a informação (1.2), além de favorecer o pertencimento e a colaboração dentro do grupo (8.3).

Durante o acompanhamento dos grupos, houve solicitação de troca das cores das folhas, e PP mediu oferecendo *feedback* orientado para a ação (8.5), enquanto questionava os estudantes sobre o raciocínio utilizado e favorecia o desenvolvimento da competência emocional (9) dos estudantes.

Na sequência, os estudantes resolveram as situações do tipo 8 que se configuram como de 4ª extensão, pois consistem em uma transformação negativa conhecida. As situações trabalhadas a seguir estão disponíveis no apêndice B.

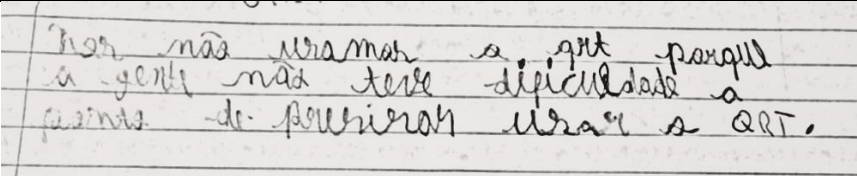
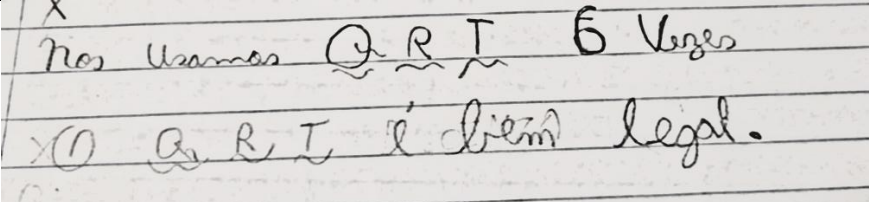
Como já previsto mediante o diagnóstico inicial, a resolução deste tipo de situação envolveu muitas discussões, estratégias pelos grupos e pedidos de auxílio a PP. Houve tentativas de conectar o enunciado com a estratégia de contagem nos dedos e operações conduzidas de maneira confusa. Esse processo dialoga com a diretriz de trabalhar múltiplas formas de conhecer e criar significado (3.3), uma vez que os estudantes buscaram articular o diagrama com estratégias pessoais de cálculo. PP mediu levantando questionamentos sobre as resoluções, levando os estudantes a repensar e revisar a lógica da operação, favorecendo a reflexão individual e coletiva (9.3) e o desenvolvimento da competência emocional (9.2). Esse

*feedback* orientado para a ação (8.5), possibilita que os estudantes entendam seus erros como parte do processo de aprendizagem.

O G3 estava indeciso sobre qual cor escolher para a última situação e acabaram tirando na pedra, papel ou tesoura entre os participantes do grupo. Embora tenha sido uma decisão lúdica, desvinculada do nível de dificuldade ou preferência pelas representações, essa atitude apresenta a consideração de cultivar a alegria e a diversão (7.3), ao mesmo tempo em que possibilita a otimização da autonomia (7.1).

Após a resolução do último de tipo de situação, os estudantes passaram por um processo de avaliação das aulas. Inicialmente, os grupos puderam avaliar o uso do QRT, dois grupos (G1 e G3) escolheram escrever e os outros quatro grupos (G2, G4, G5 e G6) resolveram falar sobre a experiência com o QRT. O Quadro 14 ilustra as respostas dos grupos.

**Quadro 14** - Avaliação dos grupos sobre o uso do QRT

G1	
G2	Relataram que usaram o QRT porque em algumas questões tiveram dificuldades e que facilitou para o entendimento, principalmente quando os números eram altos.
G3	
G4	Disseram que não usaram muito o QRT, apenas quando surgia alguma dúvida.
G5	Relataram que o QRT ajudou a entender melhor as situações.
G6	Explicaram que escolheram a cor azul, porém não utilizaram o QRT, quando liam o enunciado, já entendiam e resolviam a situação.

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Posteriormente, cada estudante realizou uma autoavaliação escrita ou oral individual, na qual foi convidado a escrever ou falar sobre o uso do QRT na resolução das situações. O instrumento contemplava questões como: o QRT contribuiu para uma melhor compreensão do enunciado, quais aspectos foram considerados mais fáceis ou mais difíceis durante sua utilização e qual das quatro formas de representação o estudante preferia para resolver as atividades. A autoavaliação escrita individual encontra-se disponível no Apêndice D.

Para finalizar a intervenção cada estudante pode avaliar a experiência com uma autoavaliação de múltipla escolha, apontando como se sentiram ou o que gostaram durante as aulas com PP. A avaliação e autoavaliações estão disponíveis no apêndice D.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo estão registradas as análises e discussões dos oito tipos de situações que constituíram o instrumento para a produção dos dados de pesquisa. Lembrando que a turma de 27 estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental foi dividida em seis grupos heterogêneos e posteriormente divididos em duas estações. A estratégia das duas estações foi idealizada para que cada grupo realizasse uma situação de mesmo cálculo relacional ao mesmo tempo e otimizasse a montagem dos QRT's que permaneciam montados nas estações. As situações contemplaram a temática de festa junina e envolveram cálculos de adição e subtração. Os enunciados foram apresentados em quatro representações (escrito, diagrama, ilustração e QRT), cabendo a cada grupo fazer sua escolha. Inicialmente os estudantes foram orientados que fizessem as escolhas conforme a dificuldade em resolver a situação, porém no decorrer da intervenção os grupos acabaram elegendo critérios diversificados. Conforme a premissa do DUA é possibilitar a autonomia e protagonismo dos estudantes, esses critérios foram acolhidos, respeitando as escolhas realizadas pelos grupos do tipo de apresentação do enunciado e resolução das situações. As situações foram organizadas conforme a tipologia da TCC, conforme Quadro 15:

**Quadro 15** – Tipos de situação

TIPO 1	Protótipo	Composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido
TIPO 2	1ª extensão	Composição com uma parte e o todo conhecidos
TIPO 3	Protótipo	Transformação positiva com o estado final desconhecido
TIPO 4	Protótipo	Transformação negativa com o estado final desconhecido
TIPO 5	1ª extensão	Transformação desconhecida com estado final > estado inicial
TIPO 6	1ª extensão	Transformação desconhecida com estado final < estado inicial
TIPO 7	4ª extensão	Transformação positiva conhecida
TIPO 8	4ª extensão	Transformação negativa conhecida

Fonte: Elaborada pela autora com base em Magina *et al* (2008).

Analisamos os protocolos produzidos pelos estudantes, o diário de bordo da pesquisadora, as transcrições dos diálogos estabelecidos durante as interações das resoluções, os *feedbacks* e as correções coletivas com a intenção de identificarmos os esquemas mobilizados e estratégias dos estudantes. As gravações de áudio foram feitas durante ou posteriormente às resoluções das situações, não sendo possível gravar todos os grupos ao mesmo tempo. Aleatoriamente algum grupo era gravado ou a pesquisadora solicitava a cada

um deles que explicasse como fizeram a escolha ou resolução. Esses registros possibilitaram responder o terceiro objetivo específico que consiste em *identificar quais representações presentes nos enunciados possuem maior potencial para promover a interação entre os estudantes*.

Durante a intervenção tivemos interações nos momentos de resolução, de correções das situações ou de *feedbacks* dos estudantes. Na resolução das situações as interações ocorriam entre os estudantes no interior de seus grupos, com algumas intervenções realizadas pela pesquisadora. Também houve a realização de outras atividades relativas à festa junina (já descritas no capítulo anterior), na intenção de promover o engajamento e contextualizar as situações. Os momentos de correção promoveram distintas interações dialógicas, logo no início com a pesquisadora mediando o diálogo e a correção coletiva. Ao final da intervenção os estudantes passaram por momentos de autoavaliação individual, em grupo e avaliação do QRT. Esses momentos de resoluções, correções coletivas e *feedbacks*, foram considerados no decorrer das análises, principalmente na intenção de *caracterizar uma sequência de situações de estruturas aditivas com base nos princípios do DUA*, primeiro objetivo específico dessa pesquisa.

Também são mencionados neste capítulo episódios relevantes ocorridos em sala de aula durante a implementação do instrumento, tais como o tratamento dado aos erros cometidos pelos alunos, aspectos referentes aos contratos didático e pedagógico e a participação dos estudantes. Os objetivos específicos desse capítulo consistem em *identificar quais das representações nos enunciados possui maior potencial de interação entre os estudantes do grupo e analisar os esquemas mobilizados pelos estudantes a partir dos diferentes tipos de apresentação dos enunciados de situações de estruturas aditivas*.

A seguir, detalhamos como se deu a análise dos protocolos de resolução das situações bem como a identificação dos esquemas de ação mobilizados pelos grupos.

## **5.1 Diferentes esquemas de ação**

O esquema pode ser definido como uma organização invariável que se aplica a uma situação específica ou a uma classe de situações, capaz de gerar diferentes sequências de ações, bem como procedimentos de coleta e controle de informações, conforme as particularidades de cada situação. Nesse sentido, Santana (2012) explica que: “[...] o esquema atende a uma

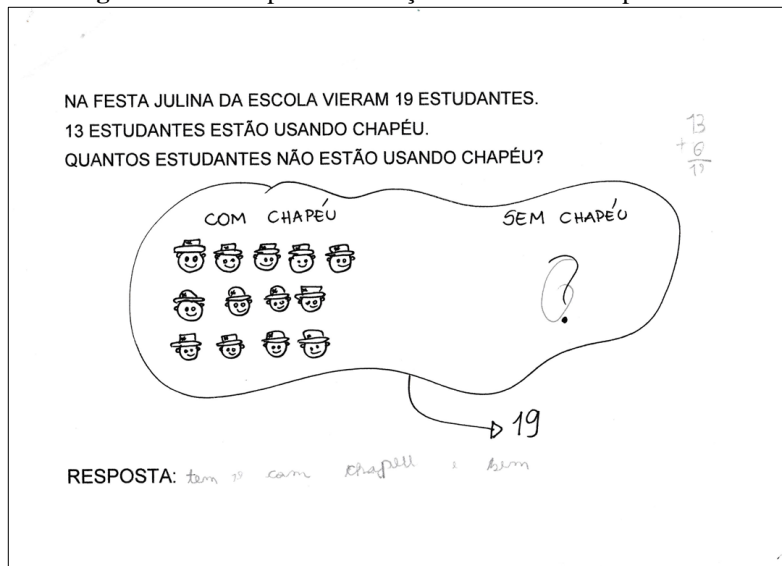
organização feita pelo próprio sujeito, que tem como objetivo principal conduzir o processo de resolução de uma dada situação (Santana, 2012, p. 34).”

Durante a análise das resoluções adequadas, foi possível destacar três diferentes esquemas de ação, sendo eles: uso do complementar, uso da contagem e uso do algoritmo parcialmente coordenado. A seguir, detalhamos cada um:

### 5.1.1. Uso do complementar

Refere-se ao esquema no qual o estudante colocou o valor da resposta da situação como termo da operação registrada na resolução (Santana, 2012). Esse valor complementa uma das quantidades fornecidas no enunciado da situação resolvida. O exemplo a seguir, demonstra uma situação em que ocorre o uso do complementar. O G6, na resolução da situação 2.2., armou uma operação de adição com as quantidades treze e seis. O valor treze foi dado na situação, o seis é o complemento de treze em relação ao dezenove (valor apresentado no enunciado). A Figura 34 apresenta um exemplo de resolução com uso de complementar:

**Figura 34 - Exemplo de resolução com uso de complementar**



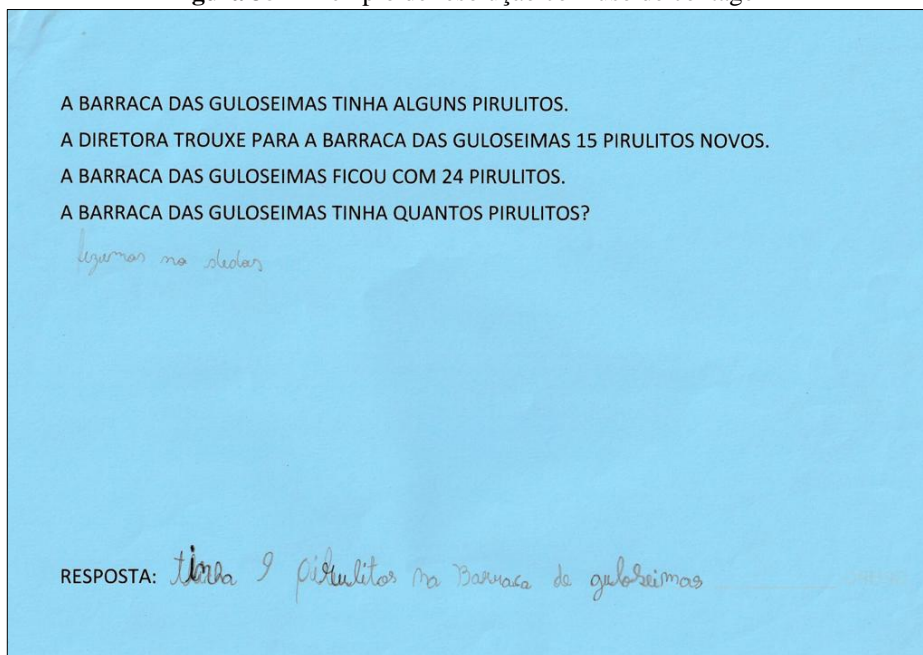
Fonte: Dados da pesquisa (2025).

### 5.1.2. Uso de Contagem

Para esta situação, classificamos como mobilização de esquema de contagem as resoluções cujos registros apresentados pelos grupos fizeram uso de risquinhos, marcas gráficas

ou contagem nos dedos como estratégia para resolver a operação (Santana, 2012). Esses registros indicam que os estudantes organizaram a ação por meio de um processo de sequência numérica e correspondência termo a termo. Nesse tipo de esquema a resolução não se apoia no algoritmo convencional, mas na contagem como forma de representação das quantidades. A Figura 35 apresenta um exemplo de resolução em que o grupo fez uso da contagem:

**Figura 35** - Exemplo de resolução com uso de contagem



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

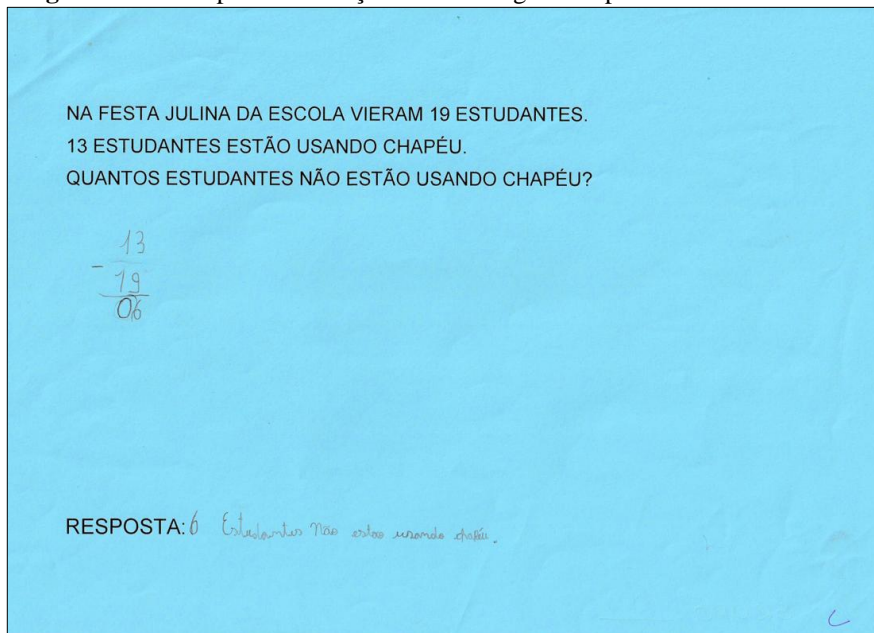
### 5.1.3. *Uso de algoritmo parcialmente coordenado*

Classificamos como mobilização de esquema algorítmico parcialmente coordenado as resoluções em que os grupos recorrem ao algoritmo convencional das operações, porém com coordenação incompleta entre seus elementos, tais como: valor posicional, regras operatórias e significado da operação. Nesses casos, observa-se que o algoritmo é tomado como referência, mas seu uso revela instabilidades que comprometem a coerência do registro e do cálculo realizado.

Esse esquema reúne resoluções em que aparecem, por exemplo, a inversão dos termos da operação, a realização inadequada de reagrupamentos, a montagem incorreta das ordens numéricas e outras formas de desorganização do valor posicional. Dessa forma, entende-se que os estudantes reconhecem a estrutura formal do procedimento, porém ainda não coordenam

plenamente seus componentes. A Figura 36 apresenta um exemplo de esquema com uso de algoritmo parcialmente coordenado:

**Figura 36** - Exemplo de resolução com uso algoritmo parcialmente coordenado



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

## 5.2. Situações 1.1 e 1.2

A situação do tipo 1 se configura como um Protótipo, pois consiste em uma composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido. Elas foram propostas na segunda etapa da implementação e são da classe composição. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

Os seis grupos formados anteriormente receberam a situação em quatro formatos distintos e puderam escolher qual a forma mais lhes interessava. Fizeram a escolha, resolveram e a pesquisadora passou recolhendo a folha escolhida. Após a conclusão de todos os grupos, houve a troca de estação para resolver a outra situação do tipo 1. Esta foi a conduta da pesquisadora durante todos os tipos de situação trabalhados.

Nestas duas primeiras situações não houve dificuldade, os estudantes julgaram-nas fáceis, não houve discussão no momento das resoluções, apenas com relação à escolha das cores das folhas. Para facilitar a organização dos dados posteriormente, percebeu-se a necessidade de identificar as folhas com o número do grupo, pois os estudantes estavam esquecendo.

Para esta etapa da intervenção, as escolhas ficaram definidas conforme a Tabela 12:

**Tabela 12** - Escolhas das situações do tipo 1

<b>Grupo</b>	<b>Situação 1.1</b>	<b>Situação 1.2</b>
G1-Banderinhas poderosas	amarelo	Verde
G2-Arraiá das flores	azul	Amarelo
G3-Fogueira julina	azul	Azul
G4-Arraiá do 3º ano 2	branco	Branco
G5-Agostino	branco	Azul
G6-Super Fogueira	amarelo	Branco

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 1, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida apenas uma vez (G1). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela) foi escolhida três vezes (G1; G2; G6). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca) foi escolhida quatro vezes (G4; G4; G5; G6) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos quatro vezes (G2; G3; G3; G5).

Os protocolos escritos constituem uma fonte de dados que permite visualizar as estratégias mobilizadas pelos grupos na resolução das situações. A análise desses registros buscou identificar se os grupos estabeleceram cálculo relacional e, sobretudo, discutir quais esquemas de ação foram mobilizados durante o processo de resolução. Consideramos como resolução adequada aquelas em que o cálculo relacional foi estabelecido. Para a TCC, cálculo relacional são as operações de pensamento necessárias para que haja manipulação das relações envolvidas nas situações (Santana, 2012; Magina *et al.*, 2008; Vergnaud, 1982). Nesse sentido, o cálculo relacional não se reduz à aplicação de um algoritmo, o que corresponde ao cálculo numérico.

Na situação 1.1, são informadas as quantidades de cavalheiros (5) e de damas (5) que participaram da quadrilha da escola, sendo solicitado o número total de crianças que dançaram. O Quadro 16 apresenta as resoluções consideradas adequadas:

**Resolução do G1 para a S 1.1**  
(Cálculo numérico ausente)

G-1

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

The diagram shows two boxes on the left. The top box is labeled 'CAVALHEIROS' and contains the number '5'. The bottom box is labeled 'DAMAS' and contains the number '5'. A large right-facing curly bracket groups these two boxes. To the right of the bracket is a box labeled 'CRIANÇAS' containing a question mark. Above the 'CRIANÇAS' box are two small drawings of children.

RESPOSTA: 10 crianças

**Resolução do G2 para a S 1.1**  
(Cálculo numérico esperado)

Grupo: 2

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

$$5 + 5 = 10$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

RESPOSTA:

**Resolução do G3 para a S 1.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

GRUPO 3

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

$$\begin{array}{r} + 5 \\ 5 \\ \hline 10 \end{array}$$

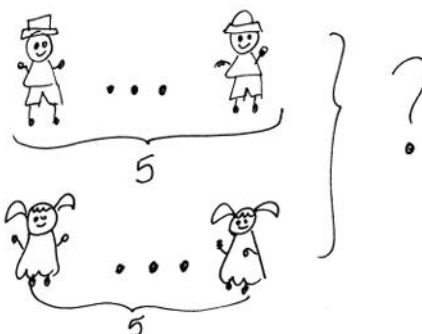
RESPOSTA: 10

**Resolução do G4 para a S 1.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

Grupo 4 (Puser)

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \hline 10 \end{array}$$



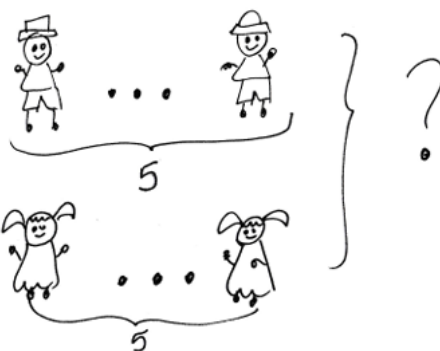
RESPOSTA: 10

Resolução do G5 para a S 1.1  
(Cálculo numérico esperado)

Grupo 5 5

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

$5+5=10$



RESPOSTA: 10

Resolução do G6 para a S 1.1  
(Cálculo numérico esperado)

NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?



RESPOSTA: 10 Grupo 6

A partir da correção coletiva e do *feedback* não houve dificuldades na resolução deste tipo de situação, pois estas foram resolvidas rapidamente sem a necessidade de discussões entre os participantes dos grupos. Todos os grupos apresentaram 10 como resposta ( $5+5=10$ ), enquanto apenas G1 não registrou nenhuma operação. A Tabela 13 apresenta uma síntese das resoluções:

**Tabela 13** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 1.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Cálculo numérico ausente	Cálculo relacional adequado
S 1.1	G2, G3, G4, G5, G6	G1	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na situação 1.2, apresentam-se as quantidades de pirulitos (15) e de maçãs do amor (14) disponíveis na barraca de guloseimas, com o objetivo de identificar o total de doces. O Quadro 17 apresenta as resoluções dos grupos:

**Quadro 17** - Resoluções adequadas das situações 1.2

(continua)

Resolução do G1 para a S 1.2 (Cálculo numérico esperado)
<p>GRUPO 1</p> <p>NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR. NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?</p> $\begin{array}{r} 15 \\ +14 \\ \hline 29 \end{array}$ <p>RESPOSTA: 29</p>

**Resolução do G2 para a S 1.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

*Grupo 2*

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?

RESPOSTA:

**Resolução do G3 para a S 1.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

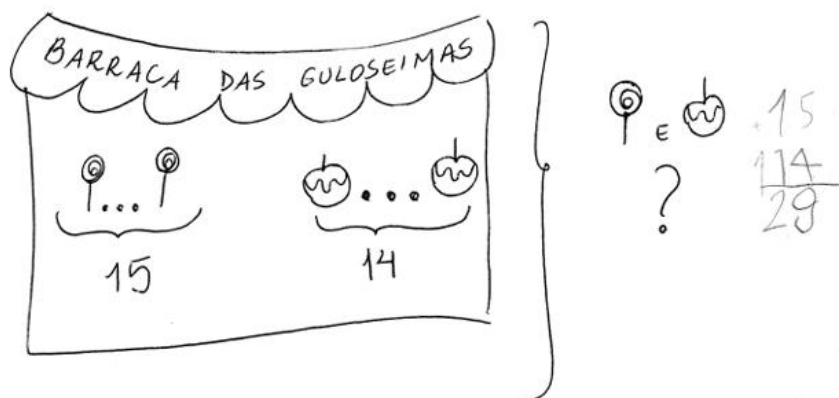
3

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?

RESPOSTA: 29

**Resolução do G4 para a S 1.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?



RESPOSTA: 29

**Resolução do G5 para a S 1.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?

grupo 5 =

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 14 \\ \hline 29 \end{array}$$

RESPOSTA: 29-

**Resolução do G6 para a S 1.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
 NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?



RESPOSTA: 29 Grupo 6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Nesta situação, os seis grupos também mobilizaram adequadamente o cálculo relacional de composição, reconhecendo que as quantidades fornecidas deveriam ser somadas para a obtenção do total ( $15+14=29$ ). Os registros apresentados apontam para a escolha correta da operação de adição, bem como a organização coerente dos dados do enunciado. As respostas finais estão em conformidade com os resultados esperados, indicando que os estudantes compreenderam a estrutura das situações e aplicaram esquemas apropriados. Do ponto de vista dos esquemas e teoremas-em-ação, observa-se a mobilização da ideia implícita de que o todo é obtido pela junção das partes.

A Tabela 14 apresenta uma síntese das resoluções das situações 1.2:

**Tabela 14** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 1.2

Situação	Cálculo numérico Esperado	Cálculo relacional adequado
S 1.2	G1, G2, G3, G4, G5, G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

### 5.3 Situações 2.1 e 2.2

Esse tipo de situação se configura como de 1ª extensão, pois consiste em uma composição em que uma parte e o todo são conhecidos. As situações 2.1 e 2.2 foram propostas na terceira etapa da implementação e são da classe composição. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

Para este tipo de situação houve mais discussão e questionamentos sobre qual seria a resposta correta. Alguns grupos ficaram em dúvida sobre o que realmente estavam procurando. O aumento da complexidade mobilizou os estudantes a refletirem mais, testarem hipóteses e buscarem explicações coletivas, mostrando que o nível de desafio foi adequado para gerar esforço sem desestimulá-los.

A Tabela 15 apresenta as escolhas das situações do tipo 2:

<b>Grupo</b>	<b>Situação 2.1</b>	<b>Situação 2.2</b>
G1-Banderinhas poderosas	Azul	branco
G2-Arraia das flores	Branco	amarelo
G3-Fogueira julina	Azul	azul
G4-Arraiá do 3º ano 2	Amarelo	branco
G5-Agostino	Verde	azul
G6-Super Fogueira	Amarelo	branco

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 2, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde) foi escolhida apenas uma vez (G5). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela) foi escolhida três vezes (G2; G4; G6). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca) foi escolhida quatro vezes (G1; G2; G4; G6) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos quatro vezes (G1; G3; G5).

Na situação 2.1, são fornecidos o total de damas (28) e uma das partes (16 damas sem chapéu), sendo solicitada a determinação da outra parte (damas com chapéu). O Quadro 18 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Resolução do G1 para a S 2.1**  
(Cálculo numérico esperado)

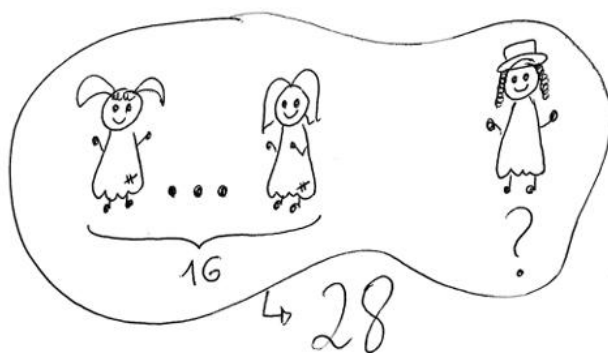
NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 28 \\ -16 \\ \hline 12 \end{array}$$

RESPOSTA: 12 estavam usando chapéu.

**Resolução do G2 para a S 2.1**  
(Cálculo numérico esperado)

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?



$$\begin{array}{r} 28 \\ -16 \\ \hline 12 \end{array}$$

RESPOSTA: 12 Damas com chapéu.

**Resolução do G3 para a S 2.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 28 \\ -16 \\ \hline 12 \end{array}$$

RESPOSTA: 12

**Resolução do G4 para a S 2.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?



RESPOSTA: ha quadrilha tem 12 damas usando chapéu.

**Resolução do G5 para a S 2.1  
(Cálculo numérico esperado)**

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 16 \\ \hline 12 \end{array}$$

RESPOSTA: 12 damas estão usando chapéu!!

**Resolução do G6 para a S 2.1  
(Uso do complementar)**

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?

SEM CHAPÉU  
16

COM CHAPÉU  
?

DAMAS  
28

$$\begin{array}{r} 16 \\ + 12 \\ \hline 28 \end{array}$$

RESPOSTA: 12 damas

Dos seis grupos participantes, cinco resolveram a situação por meio da subtração  $28-16=12$ , apresentando o cálculo numérico esperado (G1, G2, G3, G4 e G5). Essa estratégia demonstra que os estudantes reconheceram adequadamente a estrutura parte e todo da situação, compreendendo que a quantidade de damas com chapéu correspondia à parte desconhecida do total. O cálculo relacional mobilizado mostrou-se apropriado, indicando a mobilização de esquemas de decomposição do todo e de teoremas-em-ação compatíveis com a situação, tais como a ideia de que, para determinar uma parte desconhecida, deve-se subtrair a parte conhecida do todo.

Já o G6 apresentou uma operação de adição ( $16+12=28$ ), caracterizando o esquema pelo uso do complementar, além de um registro diferente como resposta. Na resolução do grupo, observa-se que os estudantes identificam corretamente os dados do enunciado, registrando o total de 28 damas e a quantidade de 16 damas sem chapéu. Entretanto, ao buscar a resposta, os alunos realizam uma adição, registrando a operação  $16 + 12 = 28$ , e apresentam como resposta final: 28 damas. Nessa atividade, o grupo inverteu a operação adequada à situação e apresentou uma resposta final incorreta. Entretanto, ao analisar a representação do esquema fornecido juntamente com o enunciado da situação, nota-se que o número 12 (que corresponde à quantidade correta de damas com chapéu), foi registrado no local indicado no diagrama (folha amarela). Esse registro sugere que, embora os estudantes não tenham articulado corretamente a operação matemática nem a resposta final, demonstraram compreender, no diagrama (folha amarela), a decomposição do todo em partes. Sendo assim, o cálculo relacional foi considerado adequado.

A Tabela 16 apresenta uma síntese das resoluções das situações 2.1:

**Tabela 16** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 2.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do complementar	Cálculo relacional adequado
S 2.1	G1, G2, G3, G4, G5	G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

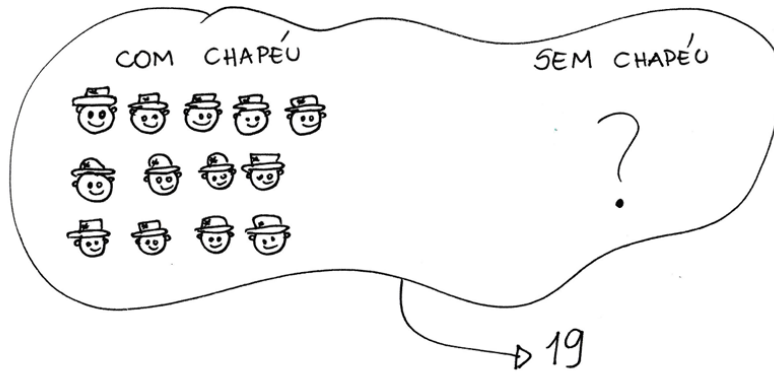
Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na situação 2.2, é fornecido o total de estudantes presentes na festa julina da escola (19) e a quantidade de estudantes que estão usando chapéu (13), sendo solicitada a quantidade de estudantes que não estão usando chapéu. O Quadro 19 apresenta as resoluções apresentadas pelos grupos:

**Resolução do G1 para a S 2.2**  
(Cálculo numérico esperado)

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 19 \\ -13 \\ \hline 06 \end{array}$$



RESPOSTA: 6 não estão com chapéu.

**Resolução do G2 para a S 2.2**  
(Cálculo numérico esperado)

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?



ESTUDANTES

19

$$\begin{array}{r} 19 \\ -13 \\ \hline 06 \end{array}$$

$19 - 13 = 06$

RESPOSTA: 6 estudantes não estão usando chapéu.

**Resolução do G3 para a S 2.2**  
**(Uso do algoritmo parcialmente coordenado)**

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

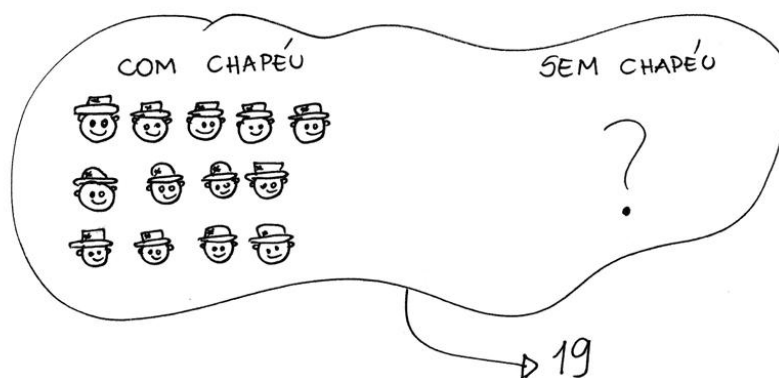
$$\begin{array}{r} 13 \\ -19 \\ \hline 06 \end{array}$$

RESPOSTA: 06 Estudante

**Resolução do G4 para a S 2.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 19 \\ -13 \\ \hline 06 \end{array}$$



RESPOSTA: Na festa da escola não estão usando chapéu.

**Resolução do G5 para a S 2.2**  
**(Uso do algoritmo parcialmente coordenado)**

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

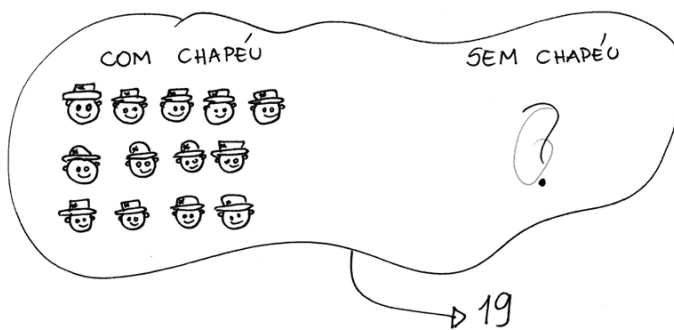
$$\begin{array}{r} 13 \\ - 19 \\ \hline 06 \end{array}$$

RESPOSTA: 6 Estudantes não estão usando chapéu.

**Resolução do G6 para a S 2.2**  
**(Uso do complementar)**

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

$$\begin{array}{r} 13 \\ + 6 \\ \hline 19 \end{array}$$



RESPOSTA: tem 13 com chapéu e 6 sem

Dos seis grupos participantes, três resolveram a situação por meio da subtração  $19-13=6$ , apresentando o cálculo numérico esperado (G1, G2 e G4).

Já os demais grupos apresentaram resoluções que precisaram ser analisadas. O G3 e G5 registraram a operação  $13 - 19 = 6$ , invertendo a ordem dos termos da subtração. Apesar dessa inversão, os estudantes apresentaram como resposta final o valor 6, que corresponde corretamente à quantidade de estudantes que não estão usando chapéu. Embora o algoritmo da operação não esteja formalmente correto, o cálculo relacional mobilizado é adequado, uma vez que os estudantes compreenderam que a quantidade procurada corresponde à diferença entre o total de estudantes e aqueles que estão usando chapéu. A estratégia adotada sugere a mobilização de esquemas caracterizada pelo uso do algoritmo parcialmente coordenado.

Durante a resolução das situações do tipo 2, vários estudantes explicaram para seus colegas como chegaram ao resultado, assim como o relato de E2G3 ao utilizar o QRT para compreender o enunciado da situação 2.2. O G3 discutia se a operação era de mais ou menos. E2G3 explicou para seus colegas que a posição do ponto de interrogação significava que a conta era de menos. Relatou que ao ler o enunciado, também achou que operação era de mais e somando os números da situação, chegaria ao resultado. Porém, ao olhar para o QRT percebeu que o ponto de interrogação indicava quantos estudantes não estavam usando chapéu. Ele concorda que o QRT facilitou a compreensão e explica: “[...] porque na hora que eu vi aqui (apontando para a seta), o 13 já estava indo com o 19, mas aqui (referindo-se ao ?) não tinha número para colocar.” O QRT, nesse contexto, atuou como um recurso que facilitou a passagem do texto escrito para a representação visual e, em seguida, para o cálculo numérico. Após concordarem com a explicação de E2G3, os estudantes do G3 realizaram o cálculo numérico, apesar de inverter as parcelas da operação, conforme Figura 37:

**Figura 37** - Resolução da situação 2.2 pelo G3



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Já o G6, realizou a operação  $13+6=19$ , fazendo uso de complementar e apresentou resposta inadequada à situação. Porém ao colocar a resposta diretamente no ponto de interrogação da ilustração, o grupo expressa sua compreensão. Sendo assim, considera-se que estabeleceram cálculo relacional, pois reconhecem a relação entre o todo e a parte conhecida, identificando corretamente a quantidade correspondente à parte desconhecida. Em termos de teoremas-em-ação, pode-se inferir a mobilização da ideia implícita de que o total é formado pela soma das partes e de que para encontrar a parte que falta, é necessário considerar a diferença entre o total e a parte conhecida, ainda que a operação matemática não tenha sido registrada corretamente.

A Tabela 17 apresenta uma síntese das resoluções das situações 2.2:

**Tabela 17** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 2.2

Situação	Cálculo numérico Esperado	Uso do algoritmo parcialmente coordenado	Uso de complementar	Cálculo relacional adequado
S 2.2	G1, G2, G4	G3, G5	G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

#### 5.4 Situações 3.1 e 3.2

Esse tipo de situação se configura como um Protótipo, pois consiste em uma transformação positiva com o estado final desconhecido. As situações 3.1 e 3.2 foram propostas na terceira etapa da implementação e pertencem à classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

A Tabela 18 apresenta as escolhas das situações do tipo 3:

**Tabela 18** - Escolhas das situações do tipo 3

Grupo	Situação 3.1	Situação 3.2
G1-Banderinhas poderosas	Branco	azul
G2-Arraia das flores	Branco	branco
G3-Fogueira julina	Verde	branco
G4-Arraiá do 3º ano 2	Amarelo	branco
G5-Agostino	Amarelo	branco
G6-Super Fogueira	Verde	azul

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 3, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida duas vezes (G3;G6). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela), foi escolhida duas vezes (G4; G5). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca), foi escolhida seis vezes (G1; G2; G2; G3; G4; G5) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos duas vezes (G1; G6).

A situação 3.1, da classe de transformação, informa a quantidade inicial de maçãs do amor (27) que sofre um acréscimo ao longo do tempo. O enunciado informa que a professora Alice trouxe 5 novas maçãs do amor para a barraca, configurando uma transformação positiva, isto é, um aumento na quantidade inicial. A pergunta solicita a determinação da quantidade final de maçãs do amor após essa transformação.

O Quadro 20 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Quadro 20** - Resoluções adequadas das situações 3.1

(continua)

<b>Resolução do G1 para a S 3.1 (Cálculo numérico esperado)</b>	
<p>A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.  A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>RESPOSTA: 32 maçãs do amor</p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">  \begin{array}{r}  27 \\  + 5 \\  \hline  32  \end{array}  </math> </div> <div style="text-align: center;"> <p>?</p> </div> </div>	

**Resolução do G2 para a S 3.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.  
A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

The diagram shows a sequence of three scenes. The first scene on the left shows a stall with a sign that says 'DOCES' and a bracket under two apples with the number '27' below it. An arrow points to the second scene in the middle, which shows a person standing at a stall with a sign that says 'DOCES' and a basket of apples. Another arrow points to the third scene on the right, which shows a stall with a sign that says 'DOCES' and a question mark below it. Below the first scene, the word 'RESPOSTA:' is written, followed by a vertical addition problem: 
$$\begin{array}{r} 27 \\ + 5 \\ \hline 32 \end{array}$$

**Resolução do G3 para a S 3.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.  
A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 27 \\ + 05 \\ \hline 32 \end{array} \checkmark$$

RESPOSTA: 32

**Resolução do G4 para a S 3.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.

A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.

A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

$$\begin{array}{r} 27 \\ +05 \\ \hline 32 \end{array}$$



RESPOSTA: A Barraca dos doces ficou com 32 maçãs do amor

**Resolução do G5 para a S 3.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.

A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.

A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?



RESPOSTA: 32 maçãs do amor no barraca

$$\begin{array}{r} 27 \\ +05 \\ \hline 32 \end{array}$$

Resolução do G6 para a S 3.1 (Cálculo numérico esperado)	
<p>A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.  A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?</p> $\begin{array}{r} 27 \\ + 5 \\ \hline 32 \end{array}$ <p>RESPOSTA: tem 32 maçã do amor na barraca</p>	

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na resolução dessa situação, os seis grupos apresentaram como resposta o valor 32, evidenciando que estabeleceram um cálculo relacional adequado à estrutura da situação proposta. Os estudantes compreenderam que a quantidade final de maçãs do amor resulta do acréscimo de 5 unidades à quantidade inicial de 27, mobilizando corretamente a operação de adição e esquemas compatíveis com a situação.

A Tabela 19 apresenta uma síntese das resoluções das situações 3.1:

**Tabela 19** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 3.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Cálculo relacional adequado
S 3.1	G1, G2, G3, G4, G5, G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A situação 3.2, também da classe de transformação, informa um estado inicial representado pela quantidade de 32 peixes na barraca da pescaria. Em seguida, ocorre uma

transformação caracterizada pelo acréscimo de 3 peixes, recebidos do professor Luís, sendo solicitada a determinação da quantidade final de peixes após essa variação.

O Quadro 21 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Quadro 21** - Resoluções adequadas das situações 3.2

(continua)

<b>Resolução do G1 para a S 3.2</b> <b>(Cálculo numérico esperado)</b>	
<p>A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES. A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS. A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> <math display="block">\begin{array}{r} 32 \\ + 3 \\ \hline 35 \end{array}</math> </div> <p>RESPOSTA: 35</p>	
<b>Resolução do G2 para a S 3.2</b> <b>(Cálculo numérico esperado)</b>	
<p>A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES. A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS. A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> <p>The diagram illustrates the problem context. On the left, a fish stall labeled 'PESCARIA' contains a bowl with 32 fish. An arrow points to a fisherman in the middle, also labeled 'PESCARIA', who is holding a fish. Another arrow points to a stall on the right with a question mark, representing the unknown final quantity.</p> </div> <p>RESPOSTA: A Barraca ficou com 35 peixes.</p>	<div style="text-align: right; margin-bottom: 20px;"> <math display="block">32 + 3 = 35</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{array}{r} 32 \\ + 3 \\ \hline 35 \end{array}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <p>A hand-drawn sketch of a stall with a question mark inside, representing the unknown final quantity.</p> </div>

**Resolução do G3 para a S 3.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES.  
A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS.  
A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?

The diagram illustrates the problem-solving process for G3. It starts with a fish stall labeled 'PESCARIA' containing 32 fish. An arrow points to the stall receiving 3 fish from a teacher. A second arrow points to the final state where the stall has 35 fish. The number 35 is written as the answer.

RESPOSTA: 35

**Resolução do G4 para a S 3.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES.  
A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS.  
A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?

The diagram illustrates the problem-solving process for G4. It starts with a fish stall labeled 'PESCARIA' containing 32 fish. An arrow points to the stall receiving 3 fish from a teacher. A second arrow points to the final state where the stall has 35 fish. A vertical addition calculation is shown: 
$$\begin{array}{r} 32 \\ + 03 \\ \hline 35 \end{array}$$
 The number 35 is written as the answer.

RESPOSTA: a barraca do pescaria tinha 32 PEIXES mais ganhou 3 PEIXES ficou com 35

**Resolução do G5 para a S 3.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES.  
A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS.  
A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?



RESPOSTA: 35

**Resolução do G6 para a S 3.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES.  
A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS.  
A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 3 \\ \hline 35 \end{array}$$

RESPOSTA: A PESCARIA FICOU COM

Na resolução dessa atividade, os seis grupos apresentaram respostas corretas (35), indicando que reconheceram adequadamente a estrutura da situação e estabeleceram um cálculo relacional apropriado. As respostas indicam a mobilização de esquemas e teoremas-em-ação compatíveis com situações de transformação positiva, nos quais prevalece a ideia de que o acréscimo a uma quantidade inicial resulta em um aumento no total.

A Tabela 20 apresenta uma síntese das resoluções das situações 3.2:

**Tabela 20** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 3.2

Situação	Cálculo numérico esperado	Cálculo relacional adequado
S 3.2	G1, G2, G3, G4, G5, G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

### 5.5 Situações 4.1 e 4.2

Esse tipo de situação configura-se como um Protótipo, pois consiste em uma transformação negativa com o estado final desconhecido. As situações 4.1 e 4.2 foram propostas na terceira etapa da implementação e são da classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

A Tabela 21 apresenta as escolhas das situações do tipo 4:

**Tabela 21** - Escolhas das situações do tipo 4

Grupo	Situação 4.1	Situação 4.2
G1-Banderinhas poderosas	Branco	amarelo
G2-Arraiá das flores	Branco	azul
G3-Fogueira julina	Amarelo	branco
G4-Arraiá do 3º ano 2	Branco	branco
G5-Agostino	Verde	amarelo
G6-Super Fogueira	Branco	amarelo

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 4, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida apenas uma vez (G5). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela), foi escolhida quatro vezes (G1; G3, G5; G6). A apresentação dos enunciados escrito

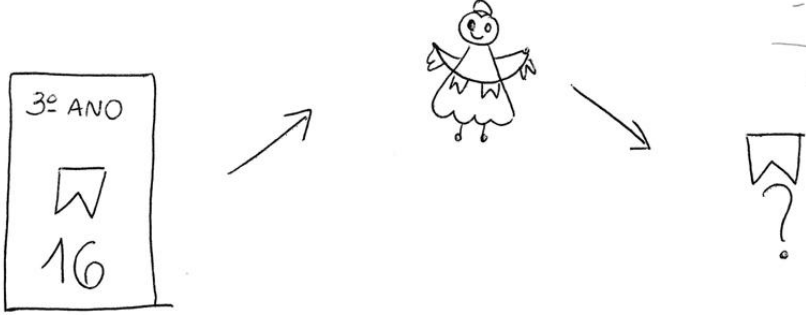
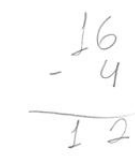
com ilustração (branca), foi escolhida seis vezes (G1; G2; G3; G4; G4; G6) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foi escolhido apenas uma vez (G6).

A situação 4.1 caracteriza-se como transformação negativa, na qual há um estado inicial de 16 bandeirinhas na porta do terceiro ano. Em seguida, ocorre uma transformação que consiste na retirada de 4 bandeirinhas, levadas pela professora para a sala do primeiro ano, sendo solicitada a determinação da quantidade final de bandeirinhas após essa diminuição.

O Quadro 22 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

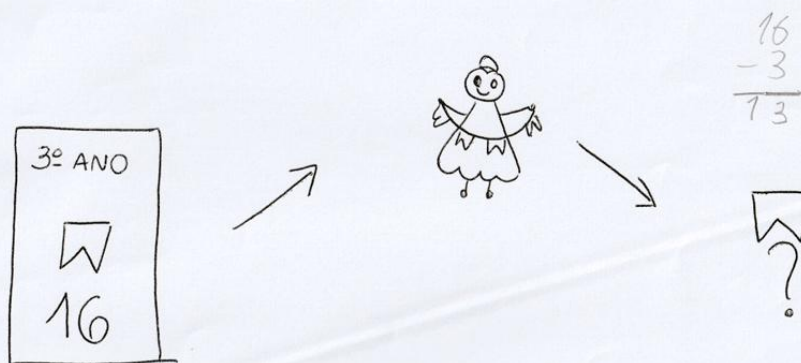
**Quadro 22** - Resoluções adequadas das situações 4.1

(continua)

Resolução do G1 para a S 4.1 (Cálculo numérico esperado)	
<p>A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS. A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO. A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?</p>	
	
<p>RESPOSTA: A sala ficou com 12 bandeirinhas</p>	

**Resolução do G2 para a S 4.1**  
**(Uso de algoritmo parcialmente coordenado- confusão com dados do enunciado)**

A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.  
A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.  
A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?



RESPOSTA: FICOU 13 BANDEIRINHAS

**Resolução do G3 para a S 4.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.  
A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.  
A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?



RESPOSTA: 12

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 04 \\ \hline 12 \end{array}$$

**Resolução do G5 para a S 4.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.

A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.

A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?

$$\begin{array}{r} 16 \\ -4 \\ \hline 12 \end{array}$$

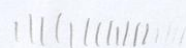
RESPOSTA: 12 BANDEIRINHAS

**Resolução do G6 para a S 4.1**  
**(Uso da contagem)**

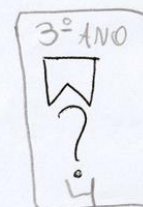
A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.

A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.

A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?



$$\begin{array}{r} 16 \\ -4 \\ \hline 12 \end{array}$$



RESPOSTA: 12 Bandeirinhas

Do ponto de vista do cálculo relacional, a situação exige a compreensão de que a quantidade final resulta da subtração da quantidade retirada em relação ao estado inicial. Na análise das resoluções, observa-se que quatro grupos (G1, G3, G5, G6) mobilizaram corretamente esse cálculo relacional, realizando a subtração  $16 - 4 = 12$  e apresentando a resposta adequada. O G6 utilizou a contagem como esquema para resolver a situação, realizando risquinhos.

Já o G2 realizou a operação  $16 - 3 = 13$ , sendo possível inferir que o equívoco tenha ocorrido em função de uma confusão com o algarismo 3 presente na referência ao “3º ano” na ilustração da situação. Apesar de o grupo ter utilizado indevidamente o algarismo 3, observa-se que a operação escolhida foi a subtração, o que sugere o reconhecimento da necessidade de retirada presente na situação e a mobilização de um cálculo relacional compatível com uma transformação negativa. Podemos considerar que o grupo fez uso de algoritmo parcialmente coordenado. O Quadro 23 apresenta a resolução inadequada apresentada pelo G4:

**Quadro 23 - Resolução inadequada das situações 4.1**

**Resolução do G4 para a S 4.1**

A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.  
 A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.  
 A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?

$$\begin{array}{r} 16 \\ +04 \\ \hline 20 \end{array}$$

RESPOSTA: a porta do 1º ano ficou com 20 bandeirinhas

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Entretanto, o G4 optou por realizar a adição  $16 + 4 = 20$ , o que indica a mobilização de um esquema inadequado à estrutura da situação.

A resolução destas situações girou em torno das palavras-dicas dos enunciados. G5 discutia se a resposta da situação 4.1 era 20. Após a primeira leitura do enunciado, na escolha da folha verde (escrita), os estudantes acreditavam que a operação era adição, mas na segunda leitura perceberam que a professora tinha dado quatro bandeirinhas para a outra turma. O QRT estava montado na mesa, apesar da escolha da folha verde, os estudantes explicavam sua resposta para PP, utilizando-o. A E4G5 descobriu que a operação era subtração como relata seguir: “*a professora deu quatro bandeirinhas para o primeiro ano*”.

A E4G6 explica como realizou os cálculos da situação 4.1: “[...] *eu fiz a continha, depois eu fiz dezesseis risquinhos, eu apaguei quatro e ficou doze*”. Os relatos dos estudantes demonstram como foram capazes de usar diferentes estratégias para expressar e construir seu raciocínio.

A Tabela 22 apresenta uma síntese das resoluções das situações 4.1:

**Tabela 22** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 4.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do algoritmo parcialmente coordenado	Uso da contagem	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 4.1	G1, G3, G5, G6	G2	G6	G1, G2, G3, G5, G6	G4

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

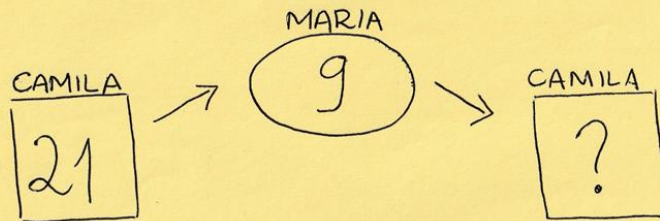
A situação 4.2 caracteriza-se como transformação negativa, na qual há um estado inicial de 21 pirulitos pertencentes a Camila. Em seguida, ocorre uma transformação representada pela retirada de 9 pirulitos, que foram entregues à sua irmã Maria, sendo solicitada a determinação da quantidade final de pirulitos após essa diminuição.

O Quadro 24 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Resolução do G1 para a S 4.2**  
(Cálculo numérico esperado)

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{21} \\ - 9 \\ \hline 12 \end{array}$$



RESPOSTA: 12 pirulitos.

**Resolução do G2 para a S 4.2**  
(Cálculo numérico esperado)

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} \cancel{21} \\ - 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

RESPOSTA: 12 pirulitos

**Resolução do G3 para a S 4.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?

RESPOSTA: 12

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

**Resolução do G4 para a S 4.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?

RESPOSTA: camila tinha 21 pirulitos e deu 9 e ficou com 12

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

**Resolução do G5 para a S 4.2**  
**(Uso de algoritmo parcialmente coordenado)**

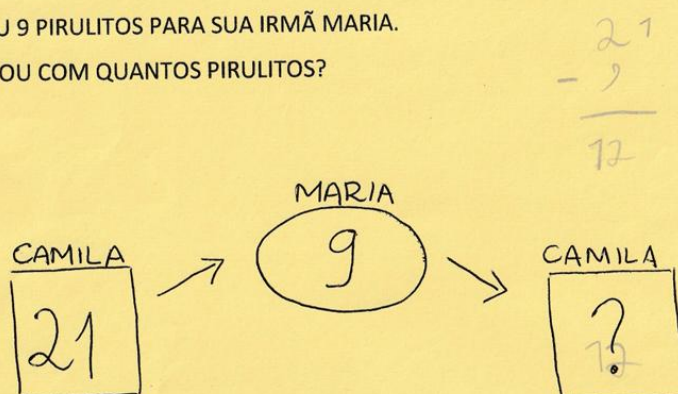
CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?



RESPOSTA: 28 pirulito

**Resolução do G6 para a S 4.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?



RESPOSTA: camila ficou com 12 pirulito

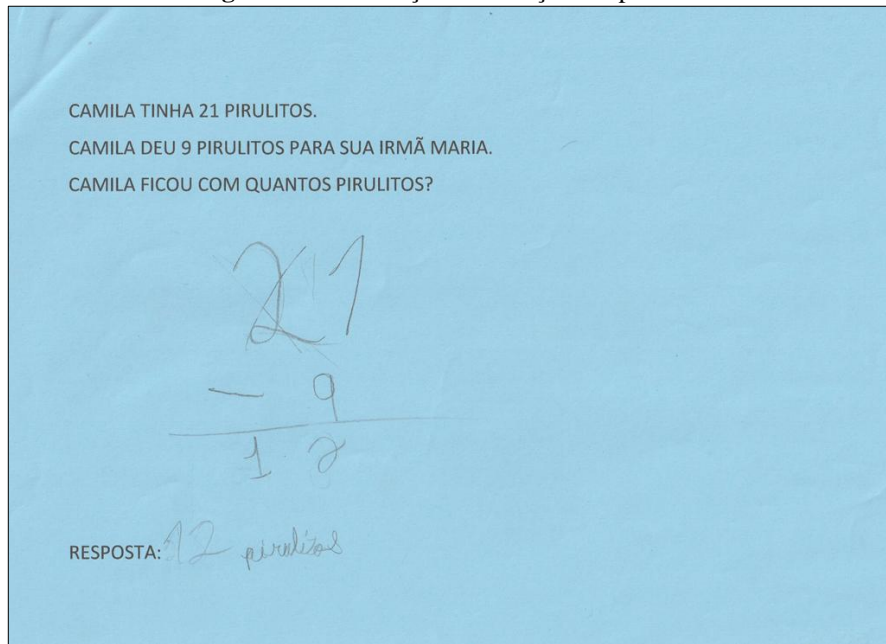
A situação exige uma operação de subtração com recurso, uma vez que a quantidade final resulta da diferença entre o estado inicial e a quantidade retirada. Na análise das resoluções, observa-se que cinco grupos apresentaram respostas adequadas (G1, G2, G3, G4 e G6), indicando que compreenderam corretamente a estrutura da situação e mobilizaram esquemas compatíveis com a ideia de retirada.

Identificou-se, porém, que o G5 registrou a operação  $21 - 9 = 28$ , apresentando um resultado incompatível com a subtração proposta. Esse equívoco pode estar relacionado a dificuldades na execução do algoritmo da subtração com empréstimo, especialmente na compreensão do valor posicional dos algarismos envolvidos. É possível que o grupo tenha reconhecido a necessidade do empréstimo, mas não tenha conseguido reorganizar corretamente as dezenas e unidades, o que resultou em um procedimento inadequado e, conseqüentemente, em um resultado incorreto, apesar de a escolha da operação indicar o reconhecimento da estrutura de transformação negativa da situação. Esse esquema pode ser caracterizado como uso de algoritmo parcialmente coordenado.

Alguns estudantes apontaram para o QRT e indicavam no personagem representado, no caso da situação 4.2, enquanto explicavam que Camila havia dado pirulitos para Maria e que a operação era de subtração. O E1G6 explica: “[...] *Camila tem 21 pirulitos e a Maria tem 9, só [sic] que a Camila a gente tem que descobrir [sic] pra montar a resposta (enquanto aponta para o ? do QRT)*”. Com essa explicação, utilizando o QRT enquanto falava, o estudante exemplifica para o grupo na tentativa de justificar o resultado.

O E5G2, um estudante que havia relatado estar sendo excluído das escolhas, leu a situação 4.2, identificou que os dados exigiam uma subtração e montou a operação  $21 - 9$ . Ele estava com dificuldades em realizar a subtração, tendo em vista que o subtraendo era maior que o minuendo. A sua primeira resposta foi 28, mas foi contestado por E4G2. A E2G2 lembrou que era necessário pedir emprestado, auxiliando-o a realizar o cálculo corretamente, como ilustra a Figura 38:

**Figura 38** – Resolução da situação 4.2 pelo G2



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A Tabela 23 apresenta uma síntese das resoluções das situações 4.2:

**Tabela 23** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 4.2

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso de algoritmo parcialmente coordenado	Cálculo relacional adequado
S 4.2	G1, G2, G3, G4, G6	G5	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

## 5.6 Situações 5.1 e 5.2

Esse tipo de situação se configura como de 1ª extensão, pois consiste em uma transformação desconhecida com estado final maior que o estado inicial. As situações 5.1 e 5.2 foram propostas na quarta etapa da implementação e são da classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

A Tabela 24 apresenta as escolhas das situações do tipo 5:

**Tabela 24** - Escolhas das situações do tipo 5

(continua)

Grupo	Situação 5.1	Situação 5.2
G1-Banderinhas poderosas	amarelo	Branco

G2-Arraiá das flores	branco	Amarelo
G3-Fogueira julina	amarelo	Azul
G4-Arraiá do 3º ano 2	azul	Azul
G5-Agostino	amarelo	Branco
G6-Super Fogueira	amarelo	Verde

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 5, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida apenas uma vez (G6). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela), foi escolhida cinco vezes (G1; G2; G3; G5; G6). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca), foi escolhida três vezes (G1; G2; G5) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos três vezes (G3; G4; G4).

A situação 5.1 caracteriza-se como uma transformação positiva com valor inicial e final conhecidos, na qual o estado inicial corresponde a 24 bandeirinhas pertencentes ao terceiro ano. Em seguida, ocorre uma transformação representada pelo acréscimo de uma quantidade desconhecida de bandeirinhas, recebidas do quarto ano. O enunciado informa ainda o estado final da situação, indicando que, após essa transformação, o total passou a ser de 49 bandeirinhas. A questão proposta consiste em determinar o valor da transformação ocorrida.

O Quadro 25 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Quadro 25** - Resoluções adequadas das situações 5.1

(continua)

**Resolução do G1 para a S 5.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?

```

graph LR
    A[3º ANO  
24] --> B((4º ANO  
?))
    B --> C[3º ANO  
49]

```

RESPOSTA: 25 Bandeirinhas

**Resolução do G2 para a S 5.1**  
**(Uso do complementar)**

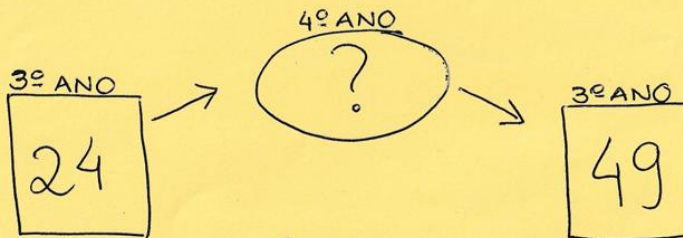
O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHAM 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?



RESPOSTA: De o terceiro ano tinha 24 Bandeirinha e ficou com 49 e terceiro ano ganhou 25 Bande

**Resolução do G3 para a S 5.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?



$$\begin{array}{r} 49 \\ - 24 \\ \hline 25 \end{array}$$

RESPOSTA: 25

**Resolução do G4 para a S 5.1  
(Cálculo numérico esperado)**

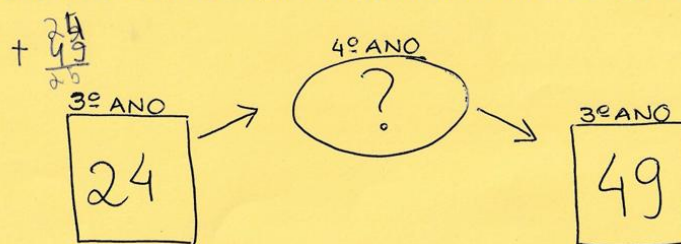
O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?

$$\begin{array}{r} 49 \\ - 24 \\ \hline 25 \end{array}$$

RESPOSTA: O terceiro ano ganhou 25 Bandeirinhas.

**Resolução do G5 para a S 5.1  
(Uso de algoritmo parcialmente coordenado)**

O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?



RESPOSTA: 25 BANDEIRINHAS

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A situação exige que os estudantes compreendam que a quantidade desconhecida pode ser obtida pela diferença entre o estado final e o estado inicial, mobilizando uma subtração. Na

análise das resoluções dessa situação, verificou-se que três grupos (G1, G3, G4) apresentaram a operação  $49 - 24 = 25$ , estabelecendo corretamente o cálculo relacional e identificando adequadamente a quantidade de bandeirinhas ganhas pelo terceiro ano. Esses grupos mobilizaram esquemas compatíveis com situações de transformação positiva com estado inicial e final conhecidos, bem como o teorema-em-ação de que para descobrir quanto foi acrescentado, deve-se subtrair o valor inicial do valor final.

Já o G2 registrou a operação e apresentou como registro a operação  $24 + 25 = 49$ , mobilizando um esquema que sugere o uso de complementar. No entanto, com esse procedimento, o grupo reconhece que a soma entre o estado inicial e a quantidade acrescentada resulta no estado final.

O G5 apresentou a operação  $24 + 49 = 25$ , indicando o uso do algoritmo parcialmente coordenado da operação, embora o resultado apresentado corresponda ao valor correto da transformação. Na revisão da situação, realizada em dia posterior à resolução, E1G5 relatou que o grupo fez  $24 - 49$  e deu 25 e havia entendido ao ler o enunciado. Esse procedimento sugere que o grupo reconheceu a relação entre os valores envolvidos, mas ainda apresenta fragilidades na formalização da operação.

O Quadro 26 apresenta a resolução inadequada apresentada pelo G6:

**Quadro 26 - Resolução inadequada das situações 5.1**

**Resolução do G6 para a S 5.1**

O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
 O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
 UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
 O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 24 \\
 + 49 \\
 \hline
 73
 \end{array}$$

```

    graph LR
      A[3º ANO  
24] --> B((4º ANO  
?3))
      B --> C[3º ANO  
49]
  
```

RESPOSTA: 73

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

E por fim, o G6 registrou a operação  $24 + 49 = 73$ , o que indica um esquema de junção inadequado à situação, desconsiderando o papel da quantidade desconhecida como transformação entre os estados inicial e final.

Ainda na revisão da situação 5.1, E2G6 relatou que o grupo havia escolhido a cor amarela (diagrama) e acharam que o resultado eram 73 bandeirinhas, pois haviam somado os números do enunciado.

A tabela a seguir, apresenta uma síntese das resoluções das situações 5.1:

**Tabela 25** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 5.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do complementar	Uso do algoritmo parcialmente coordenado	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 5.1	G1, G3, G4,	G2	G5	G1, G2, G3, G4, G5	G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

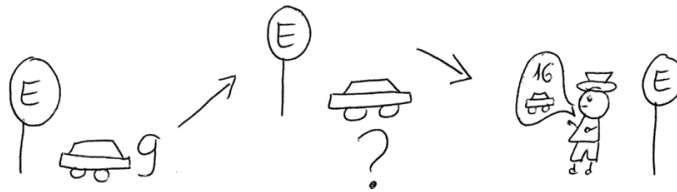
A situação 5.2 caracteriza-se como transformação positiva, na qual são informados o estado inicial (9 carros no estacionamento) e o estado final (16 carros), sendo solicitado o valor da transformação ocorrida, isto é, a quantidade de carros que chegaram ao estacionamento. Trata-se, portanto, de uma situação em que a quantidade desconhecida corresponde ao acréscimo entre duas quantidades conhecidas.

O Quadro 27 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Resolução do G1 para a S 5.2  
(Cálculo numérico esperado)**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
 NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
 UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHAM 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
 QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 9 \\ \hline 07 \end{array}$$

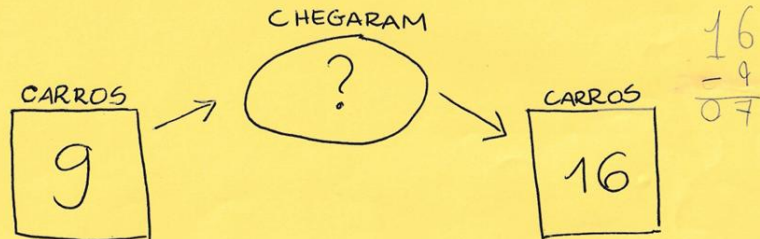


RESPOSTA: 7 carros

20

**Resolução do G2 para a S 5.2  
(Cálculo numérico esperado)**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
 NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
 UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHA 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
 QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?



RESPOSTA: chegaram 7 carros

20

<sup>20</sup> Na terceira frase do enunciado da Resolução do G1 para a S 5.2, onde se lê “Um funcionário contou e viu que tinham 16 carros [...]”, o correto é ler-se “Um funcionário contou e viu que tinha 16 carros [...]”.

**Resolução do G3 para a S 5.2**  
**(Uso do complementar e uso da contagem)**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHA 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?

$$\begin{array}{r} 09 \\ + 07 \\ \hline 16 \end{array}$$

RESPOSTA: 07

**Resolução do G6 para a S 5.2**  
**(Uso do complementar)**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHA 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 7 \\ \hline 16 \end{array}$$

RESPOSTA: 16 carros

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na análise das resoluções, observa-se que dois grupos (G1 e G2) registraram a operação  $16 - 9 = 7$ , estabelecendo corretamente o cálculo relacional e identificando de forma adequada a quantidade de carros que chegaram ao estacionamento. Na revisão das resoluções, realizadas em dia posterior, a E1G2 explicou que o grupo fez  $16 - 9$  e deu 7. Disse também que foi fácil e ao ler o enunciado já compreenderam. Esses grupos mobilizaram esquemas compatíveis com situações de transformação positiva com estados inicial e final conhecidos, bem como o teorema-em-ação de que para descobrir quanto foi acrescentado, subtrai-se o estado inicial do estado final. Outros dois grupos (G3 e G6), mobilizando esquema com uso de complementar apresentaram a relação  $9 + 7 = 16$ , o que indica que compreenderam a estrutura da situação ao reconhecer que o estado final resulta da soma entre o estado inicial e a quantidade acrescentada.

A transcrição das falas do G3 que havia escolhido a folha azul (QRT) ilustra a colaboração do grupo na resolução. E2G3 questiona E1G3 após a leitura do enunciado da situação 5.2:

**E2G3:** *Entendeu alguma coisa? É continha de menos ou de mais?*

**E1G3:** *Mais!*

**E4G3:** *Nãooo! Menos!*

**E1G3:** *Ué! Se foi de nove para dezesseis é de mais!*

**E2G3:** *Não, mas quantos carros que foram [sic]? Tem que fazer dezesseis menos nove.*

**E1G3:** *Essa conta não tá [sic] muito certa não [sic].*

**E4G3:** *Tá [sic] certa sim!*

E1G3 pensa e reforça que o enunciado diz que chegaram mais carros, enquanto E2G3 explica novamente como os carros foram de nove para dezesseis. O grupo resolve fazer o cálculo  $9 - 16$  e também encontra dificuldade na resolução, apesar de E2G3 desde a leitura do enunciado afirmar que o resultado era 7. Na revisão, em data posterior, o E1G3 explicou que fez 9 e somou nos dedos até o 16 e deu sete como resultado.

O Quadro 28 apresenta as resoluções consideradas inadequadas dos grupos G4 e G5:

**Quadro 28 - Resoluções inadequadas das situações 5.2**

**Resolução do G4 para a S 5.2**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHA 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?

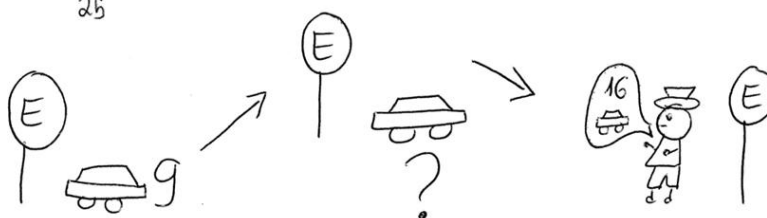
$$\begin{array}{r} 16 \\ + 9 \\ \hline 25 \end{array}$$

RESPOSTA: O ESTACIONAMENTO DO CID TEM 25

**Resolução do G5 para a S 5.2**

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID TINHA 9 CARROS.  
NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ DO CID CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHAM 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO DO CID.  
QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO CID?

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 16 \\ \hline 25 \end{array}$$



RESPOSTA: tem 25 carros no estacionamento

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

O G4 apresentou dificuldade no consenso da resolução da situações. E3G4 tentava resolver o cálculo  $9 + 16$ , mas não tinha organizado os algarismos de acordo com seu valor

posicional, além de terem escolhido o QRT e não estarem utilizando-o. Após o grupo conferir o cálculo, alteraram a posição dos algarismos e realizaram adição corretamente, totalizando 25 carros. PP solicitou ao E2G4 que explicasse o que havia compreendido do enunciado da situação 5.2. Ele respondeu: *Tem nove carros e chegou [sic] mais dezesseis*. Apesar de o cálculo numérico estar adequado, o grupo estabelece cálculo relacional inadequado com os dados da situação. Ao registrar a operação  $16 + 9 = 25$ , o G4 e G5 revela a mobilização de um esquema de junção inadequado à situação. Esse procedimento pode sugerir um teorema-em-ação implícito de que quando aparecem dois números no problema, deve-se somá-los, desconsiderando a relação de transformação entre os estados inicial e final.

A Tabela 26 apresenta uma síntese das resoluções das situações 5.2:

**Tabela 26** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 5.2

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do complementar	Uso da contagem	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 5.2	G1, G2	G3, G6	G3	G1, G2, G3, G6	G4, G5

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

## 5.7 Situações 6.1 e 6.2

Esse tipo de situação configura-se como de 1ª extensão, pois consiste em uma transformação desconhecida com estado final menor que o estado inicial. As situações 6.1 e 6.2 foram propostas na quarta etapa da implementação e são da classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

As escolhas das cores das apresentações dos enunciados das situações do tipo 6, são mostradas na Tabela 27:

**Tabela 27** - Escolhas das situações do tipo 6

Grupo	Situação 6.1	Situação 6.2
G1-Banderinhas poderosas	amarelo	Azul
G2-Arraiá das flores	azul	Verde
G3-Fogueira julina	azul	Verde
G4-Arraiá do 3º ano 2	azul	Azul
G5-Agostino	verde	Azul
G6-Super Fogueira	azul	Azul

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 6, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida três vezes (G2;G3;G5). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela), foi escolhida apenas uma vez (G1). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca), não foi escolhida e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos oito vezes (G1; G2; G3; G4; G4; G5; G6; G6).

A situação 6.1 caracteriza-se como transformação negativa, uma vez que há um estado inicial conhecido (24 peixes na barraca da pescaria), ocorre uma retirada de quantidade desconhecida (peixes pescados) e é informado o estado final (8 peixes restantes). O que se busca determinar é o valor da transformação, isto é, quantos peixes foram retirados ao longo da pescaria.

O Quadro 29 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Quadro 29** - Resoluções adequadas das situações 6.1

(continua)

<b>Resolução do G1 para a S 6.1</b> (Cálculo numérico esperado)
<p>A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.            AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.            UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.            QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>PEIXES</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;">24</div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>→</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>CRIANÇAS</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;">?</div> </div> <div style="text-align: center;"> <p>→</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>PEIXES</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 0 auto;">8</div> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> <math display="block">  \begin{array}{r}  24 \\  - 8 \\  \hline  16  \end{array}  </math> </div> <p>RESPOSTA: 16</p>

**Resolução do G2 para a S 6.1  
(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.  
AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.  
UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.  
QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24 \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

RESPOSTA: Na barraca da pescaria as crianças pescaram 16 peixes

**Resolução do G4 para a S 6.1  
(Uso do algoritmo parcialmente coordenado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.  
AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.  
UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.  
QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

ttt + !!! - !!! -  
+ + +

RESPOSTA: a Barraca da pescaria tem 16 peixes

**Resolução do G5 para a S 6.1**  
**(Cálculo numérico esperado e Uso da contagem)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.  
AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.  
UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.  
QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

RESPOSTA: 16 Peixes pescados Restaram

**Resolução do G6 para a S 6.1**  
**(Uso do algoritmo parcialmente coordenado)**

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.  
AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.  
UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.  
QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?

$$\begin{array}{r} 24 \\ - 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

RESPOSTA: 16 PEIXE

Nas resoluções dessa situação, observam-se diferentes esquemas e teoremas-em-ação mobilizados pelos grupos. Três grupos (G1, G2, G5) apresentaram a subtração  $24 - 8 = 16$ , estabelecendo corretamente o cálculo relacional entre o estado inicial e o estado final, o que resultou na resposta adequada para a quantidade de peixes pescados. Na revisão, em data posterior, um participante do G2 e outro do G5 explicam as estratégias utilizadas para resolução:

**E1G2:** *Eu fiz vinte e quatro menos quatro e deu vinte. E aí [sic] eu tirei vinte menos quatro.*

**E1G5:** *Eu fiz 24, aí [sic] eu contei nos dedos 23..., porque era de menos, até chegar em 16.*

O G4 também recorreu à subtração  $24 - 8$ , porém obteve como resultado o algarismo 6, o que indica dificuldades no cálculo numérico, possivelmente no empréstimo, apesar de o cálculo relacional adotado ser coerente com a situação proposta. Nesse caso, o teorema-em-ação mobilizado de que para saber quanto foi retirado, subtrai-se o que restou do total inicial é pertinente, mas sua execução mostrou-se equivocada. Ou seja, o grupo mobilizou o esquema do uso do algoritmo parcialmente coordenado. Na revisão, o E1G4 explicou que o grupo fez  $24 - 8$  e deu 16.

Há ainda o registro  $8 - 24 = 16$ , realizado pelo G6, que sugere inversão da ordem dos termos, possivelmente apoiada pelo cálculo mental, no entanto apresenta resposta final (16) correta. Este grupo também mobilizou o esquema do uso do algoritmo parcialmente coordenado.

O Quadro 30 apresenta a resolução considerada inadequada do grupo G3:

**Quadro 30** - Resolução inadequada da situação 6.1

<b>Resolução do G3 para a S 6.1</b>	
<p>A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES. AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA. UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES. QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?</p> <div style="text-align: center;"><math display="block">\begin{array}{r} 1 \\ 124 \\ - 04 \\ \hline 20 \end{array}</math></div> <p>RESPOSTA: 26</p>	

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Já o registro  $24-4=20$ , realizado pelo G3 indica um possível equívoco na identificação dos dados do enunciado da situação, com mobilização de um esquema inadequado ao problema proposto.

Uma transcrição de fala do G3, enquanto manipulava as peças do QRT na situação, ilustra a dificuldade com o algoritmo, porém o recurso manipulável possibilitou que os estudantes visualizassem a lógica do valor posicional.

**E3G3:** *O 24 não dá. O valor que tá[sic] embaixo tem que emprestar desse (apontando para o 2).*

A Tabela 28 apresenta uma síntese das resoluções das situações 6.1

**Tabela 28** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 6.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do algoritmo parcialmente coordenado	Uso da contagem	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 6.1	G1, G2, G5	G4, G6	G5	G1, G2, G4, G5, G6	G3

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A situação 6.2 caracteriza-se como transformação negativa, uma vez que há um estado inicial conhecido (21 balões na barraca dos brinquedos), ocorre uma retirada de quantidade desconhecida (balões estouraram) e é informado o estado final (6 balões restantes). O que se busca determinar é o valor da transformação, isto é, quantos balões estouraram na barraca. Para resolver a situação, os alunos precisaram acionar esquemas associados à ideia de retirada, compreendendo que a diferença entre o todo inicial e o estado final corresponde à quantidade de balões estourados.

O Quadro 31 apresenta as resoluções adequadas apresentadas pelos grupos:

**Resolução do G1 para a S 6.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
 A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{21} \\ - 06 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA: 15 Balões

**Resolução do G2 para a S 6.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
 A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

$$21 - 6 = 15$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \cancel{21} \\ - 06 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA:

**Resolução do G3 para a S 6.2**  
**(Uso do algoritmo parcialmente coordenado e uso da contagem)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6

$$\begin{array}{r} 06 \\ -21 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA: 15

**Resolução do G4 para a S 6.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

$$\begin{array}{r} 21 \\ -06 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA: A barraca dos brinquedos estouraram 15 balões

**Resolução do G5 para a S 6.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
 A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 6 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA: 15 Balões

**Resolução do G6 para a S 6.2**  
**(Uso do algoritmo parcialmente coordenado)**

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES.  
 A PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE FICARAM 6 BALÕES.  
 NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

$$\begin{array}{r} 6 \\ - 21 \\ \hline 15 \end{array}$$

RESPOSTA: + 15 BALÕES

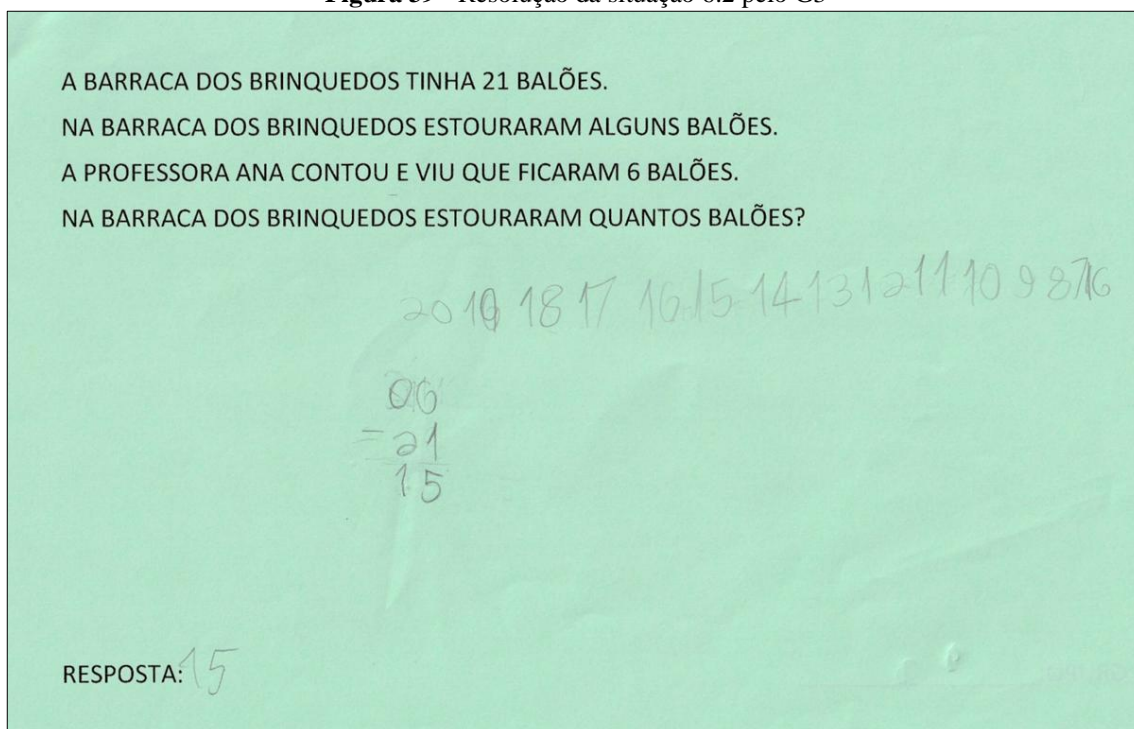
Para essa situação, verifica-se que a maioria dos grupos estabeleceu adequadamente o cálculo relacional envolvido. Dos seis grupos participantes, quatro registraram a subtração  $21 - 6 = 15$  (G1, G2, G4 e G5), identificando corretamente que a quantidade de balões estourados corresponde à diferença entre o total inicial e o número de balões restantes. Na revisão, em data posterior, o E2G4 explicou que retirou seis de vinte e um, mentalmente. Outros dois grupos realizaram o registro  $6 - 21 = 15$  (G3; G6), invertendo os termos da operação, embora tenham chegado ao resultado correto. Esse procedimento caracteriza-se como esquema de uso do algoritmo parcialmente coordenado.

O G3 escolheu a folha verde (escrito) e teve dificuldade no cálculo, pois havia escrito  $6 - 21$  e não conseguia concluir. E2G3 disse que a resposta era 15, mas na operação não estava dando certo, então explicou a PP qual estratégia utilizou:

**E2G3:** *Deu 15. Nós contou [sic] 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6.*

A Figura 39 ilustra a resolução:

**Figura 39** - Resolução da situação 6.2 pelo G3



Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Ao fazer uso da contagem retroativa (20, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6), G3 demonstra mobilização de um esquema de ação baseado na retirada sucessiva de unidades a partir do total inicial, ou seja, mobilizou o esquema do uso da contagem. Esse

procedimento demonstra a presença de teoremas-em-ação associados à ideia de tirar para descobrir quanto falta.

A Tabela 29 apresenta uma síntese das resoluções das situações 6.2:

**Tabela 29** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 6.2

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do algoritmo parcialmente coordenado	Uso da contagem	Cálculo relacional adequado
S 6.2	G1, G2, G4, G5	G3, G6	G3	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

### 5.8 Situações 7.1 e 7.2

Esse tipo de situação configura-se como de 4ª extensão, pois consiste em uma transformação positiva conhecida. As situações 7.1 e 7.2 foram propostas na quinta etapa da implementação e são da classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

As escolhas das cores que indicam o tipo de enunciado das situações do tipo 7, estão apresentadas na Tabela 30:

**Tabela 30** - Escolhas das situações do tipo 7

Grupo	Situação 7.1	Situação 7.2
G1-Banderinhas poderosas	Amarelo	Branco
G2-Arraiá das flores	Azul	Verde
G3-Fogueira julina	Azul	Azul
G4-Arraiá do 3º ano 2	Amarelo	Amarelo
G5-Agostino	azul	Azul
G6-Super Fogueira	Branco	Azul

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 7, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida apenas uma vez (G2). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarela), foi escolhida três vezes (G1; G4; G4). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca), foi escolhida duas vezes (G1; G6) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foram escolhidos seis vezes (G2; G3; G3; G5; G5; G6).

A situação 7.1 envolve uma transformação positiva com estado inicial desconhecido. Nela, informa-se que a barraca dos doces possuía uma quantidade inicial desconhecida de maçãs do amor, recebeu posteriormente 12 unidades trazidas pelas mães e, após essa transformação, passou a ter 33 maçãs do amor ao todo. O desafio consiste em determinar a quantidade inicial existente na barraca antes do acréscimo. Para isso, é necessário estabelecer a relação entre o estado final e a transformação ocorrida, mobilizando um cálculo relacional que permita identificar o valor inicial por meio da subtração do total final pela quantidade acrescentada.

O Quadro 32 apresenta as resoluções adequadas dos grupos:

Quadro 32 - Resoluções adequadas das situações 7.1

(continua)

**Resolução do G1 para a S 7.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

33  
- 12  
---  
21

RESPOSTA: 21 maçãs de amor

**Resolução do G2 para a S 7.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 12 \\ \hline 21 \end{array}$$

RESPOSTA: Na barraca dos doces tinha 21 maçã do amor

**Resolução do G3 para a S 7.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

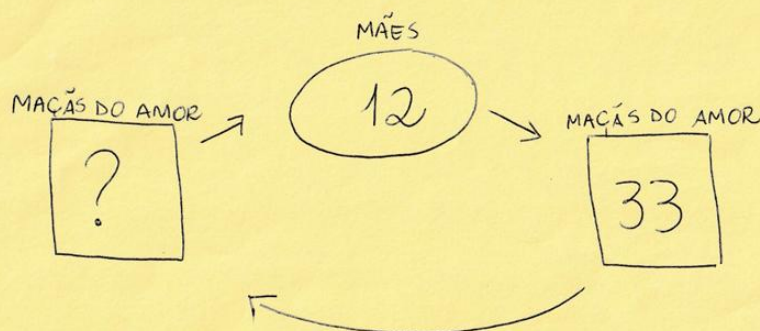
A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 12 \\ \hline 21 \end{array}$$

RESPOSTA: 21

**Resolução do G4 para a S 7.1**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?



RESPOSTA: A barraca dos doces tinha 21 maçãs de amor

**Resolução do G5 para a S 7.1**  
**(Uso do complementar)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

$$\begin{array}{r} 21 \\ +12 \\ \hline 33 \end{array}$$

RESPOSTA: 21 tinha 21 maçã de amor e uma mãe trouxe 12 maçãs que deu 33

**Resolução do G6 para a S 7.1  
(Uso do complementar)**

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
 NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
 A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
 A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

RESPOSTA: tinha 23 maçã do amor

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na resolução dessa situação quatro grupos (G1, G2, G3 e G4) realizaram o cálculo  $33 - 12 = 21$ , identificando corretamente a quantidade inicial de maçãs do amor existente na barraca antes da chegada das novas. Outros dois grupos (G5 e G6) registraram a relação por meio da adição  $21 + 12 = 33$ , demonstrando que, embora não tenham escrito a operação na forma esperada, reconheceram adequadamente a relação entre o estado inicial, a transformação positiva e o estado final, mobilizando o esquema de uso do complementar. Essas resoluções indicam que, em ambos os casos, o cálculo relacional foi estabelecido de forma adequada.

A Tabela 31 apresenta uma síntese das resoluções das situações 7.1:

**Tabela 31 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 7.1**

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do complementar	Cálculo relacional adequado
S 7.1	G1, G2, G3, G4	G5, G6	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A situação 7.2, caracteriza-se como uma transformação positiva com estado inicial desconhecido. O enunciado informa que a barraca das guloseimas possuía uma quantidade inicial de pirulitos, recebeu posteriormente 15 pirulitos novos trazidos pela diretora e, após esse

acrécimo, passou a ter 24 pirulitos ao todo. A tarefa consiste em identificar quantos pirulitos havia inicialmente na barraca, antes da transformação ocorrer. Para isso, é necessário estabelecer a relação entre o estado final e a transformação positiva, mobilizando um cálculo relacional que permita recuperar o valor inicial a partir do total final e da quantidade acrescentada, por meio da subtração.

O Quadro 33 apresenta as resoluções adequadas dos grupos:

**Quadro 33 - Resoluções adequadas das situações 7.2**

(continua)

**Resolução do G1 para a S 7.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

$$\begin{array}{r} 1 \\ -24 \\ 15 \\ \hline 09 \end{array}$$

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
 A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

RESPOSTA: 09 Gulseimas.

**Resolução do G2 para a S 7.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} 24 \\ -15 \\ \hline 09 \end{array}$$

RESPOSTA: A barraca das guloseimas ficou com 09 pirulitos

**Resolução do G3 para a S 7.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} 24 \\ -15 \\ \hline 09 \end{array}$$

RESPOSTA: 9

**Resolução do G4 para a S 7.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} 24 \\ -15 \\ \hline 09 \end{array}$$



RESPOSTA: *A barraca das guloseimas tinha 9 pirulitos.*

**Resolução do G5 para a S 7.2**  
**(Uso da contagem)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

*algumas na docas*

RESPOSTA: *tinha 9 pirulitos na Barraca de guloseimas*

**Resolução do G6 para a S 7.2  
(Uso do complementar)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
 A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 9 \\ \hline 24 \end{array}$$

RESPOSTA: *limão e pirulitos*

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na resolução dessa situação, verificou-se que a maioria dos grupos estabeleceu corretamente o cálculo relacional envolvido. Quatro grupos (G1, G2, G3 e G4) registraram a operação  $24 - 15 = 9$ , identificando adequadamente a quantidade inicial de pirulitos existente na barraca antes da chegada dos novos. O G3, enquanto tentava resolver a situação, discutia a resposta e registrava o cálculo. Surgiu a dúvida se a resposta para o cálculo  $24 - 15$  era 11 ou 9. Os estudantes realizaram o cálculo mentalmente e concordaram que era o número 9.

O G5 apresentou a resposta correta acompanhada do registro “fizemos nos dedos”, indicando o uso de um esquema de ação baseado em contagem. Esse grupo estava com dificuldades para resolver a situação. Tinha escolhido a folha amarela (diagrama) e resolveu trocar pela azul (QRT). PP questionou o E1G5 o que ele havia entendido do enunciado. Ele explicou para E2G5:

**E1G5:** *Eu entendi que é nove mais quinze (contando nos dedos: 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24)*

**PP:** *Que tipo de operação tem que fazer?*

**E1G5:** *De mais!*

**PP:** *Por que é de mais?*

**E1G5:** *Porque a diretora trouxe mais.*

**PP:** *Porque ela trouxe mais, você acha que é de mais?*

**PP:** *Como você chegou no número 9?*

**E1G5:** *A E2G5 tinha falado que era dez, mas dez mais quinze dava vinte e cinco. A resposta é vinte e quatro, então eu tirei um pirulito e deu nove.*

**PP:** *E quando você tirou, você fez uma operação do que?*

**E1G5:** *De menos, um menos dez, dá nove.*

O G6 resolveu por meio da adição  $15 + 9 = 24$ , mobilizando um esquema de uso do complementar. Durante a resolução, PP questionou o G6 sobre a compreensão da situação. O grupo havia escolhido a folha azul (QRT) e estava tentando realizar o cálculo.

**E4G6:** *Eu entendi que é uma continha de mais, pra fazer a soma.*

**E1G6:** *Que tinha alguns pirulitos, dai [sic] a Dire trouxe mais quinze. Então somar quantos pirulitos que tinha.*

**E3G6:** *Tem que somar, quinze mais vinte e quatro, vai dar trinta e nove.*

**E1G6:** *É nove, não trinta e nove (enquanto manipula o QRT)!*

A Tabela 32 apresenta uma síntese das resoluções das situações 7.2:

**Tabela 32** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 7.2

Situação	Cálculo numérico esperado	Uso do complementar	Uso da contagem	Cálculo relacional adequado
S 7.2	G1, G2, G3, G4	G6	G5	G1, G2, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

## 5.9 Situações 8.1 e 8.2

Esse tipo de situação configura-se como de 4ª extensão, pois consiste em uma transformação negativa conhecida. As situações 8.1 e 8.2 foram propostas na quinta etapa da implementação e são da classe transformação. Estas situações estão disponíveis no apêndice B.

As escolhas das cores que indicam o tipo de enunciado estão apresentadas na Tabela 33:

**Tabela 33** - Escolhas das situações do tipo 8

<b>GRUPO</b>	<b>Situação 8.1</b>	<b>Situação 8.2</b>
G1-Banderinhas poderosas	branco	Amarelo
G2-Arraiá das flores	verde	Branco
G3-Fogueira julina	amarelo	Azul
G4-Arraiá do 3º ano 2	amarelo	Amarelo
G5-Agostino	amarelo	Amarelo
G6-Super Fogueira	verde	Amarelo

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Para as situações do tipo 8, a apresentação dos enunciados apenas escrito (verde), foi escolhida duas vezes (G2; G6). A apresentação dos enunciados escrito com diagrama (amarelo), foi escolhida sete vezes (G1; G3; G4; G4; G5; G5; G6). A apresentação dos enunciados escrito com ilustração (branca), foi escolhida duas vezes (G1; G2) e os enunciados escritos acompanhados do QRT (azul) foi escolhido apenas uma vez (G3).

A situação 8.1 caracteriza-se como uma transformação negativa com estado inicial desconhecido. O enunciado informa que o vestido caipira de Laura possuía uma quantidade inicial desconhecida de flores; em seguida, a mãe retirou 17 flores, e, após essa retirada, o vestido passou a ter 16 flores. A tarefa consiste em determinar quantas flores havia inicialmente no vestido antes da retirada. Para isso, é necessário estabelecer a relação entre o estado final e a transformação negativa, mobilizando um cálculo relacional que permita recuperar o valor inicial, geralmente por meio da adição entre a quantidade retirada e a quantidade final.

O Quadro 34 apresenta as resoluções adequadas dos grupos:

**Quadro 34 - Resoluções adequadas das situações 8.1**

**Resolução do G2 para a S 8.1  
(Cálculo numérico esperado)**

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA FICOU COM 16 FLORES.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 17 \\ + 16 \\ \hline 33 \end{array}$$

RESPOSTA: tinha 33 flores

**Resolução do G6 para a S 8.1  
(Cálculo numérico esperado)**

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA FICOU COM 16 FLORES.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

$$\begin{array}{r} 17 \\ + 16 \\ \hline 33 \end{array}$$

RESPOSTA: total 33

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

G2 e G6 realizaram a operação  $17 + 16 = 33$ , estabelecendo corretamente a relação entre a quantidade retirada e a quantidade final para recuperar o valor inicial. Nesse caso, o cálculo relacional foi adequado, pois os estudantes compreenderam que o total inicial de flores corresponde à soma do que foi retirado com o que permaneceu no vestido.

O Quadro 35 apresenta as resoluções inadequadas dos grupos:

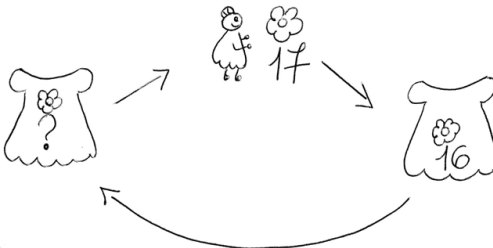
**Quadro 35** - Resoluções inadequadas das situações 8.1

(continua)

**Resolução do G1 para a S 8.1**

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
 A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
 O VESTIDO CAIPIRA FICOU COM 16 FLORES.  
 O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

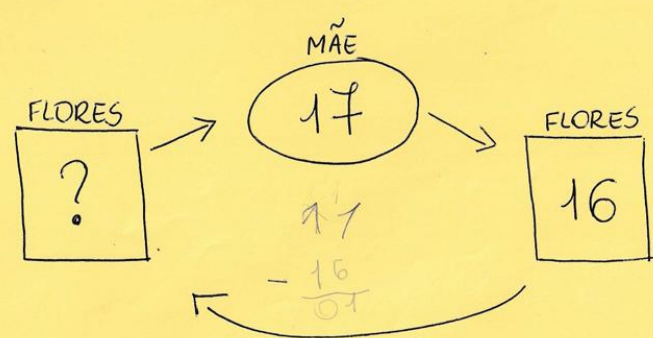
$$\begin{array}{r} 17 \\ - 16 \\ \hline 01 \end{array}$$



RESPOSTA: 01

**Resolução do G3 para a S 8.1**

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
 A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
 O VESTIDO CAIPIRA FICOU COM 16 FLORES.  
 O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

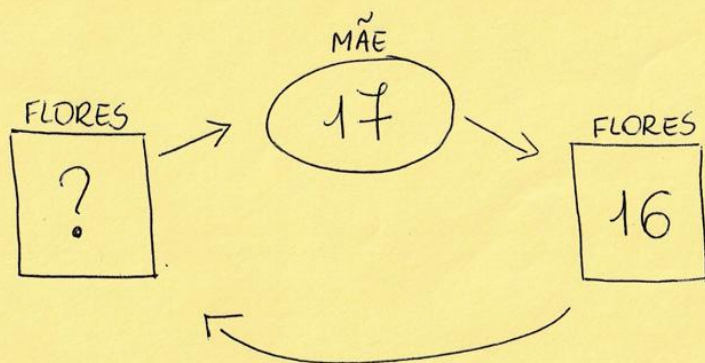


RESPOSTA: 01

Resolução do G4 para a S 8.1

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
O VESTIDO CAIPIRA FICOU COM 16 FLORES.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

$$\begin{array}{r} 17 \\ -16 \\ \hline 01 \end{array}$$

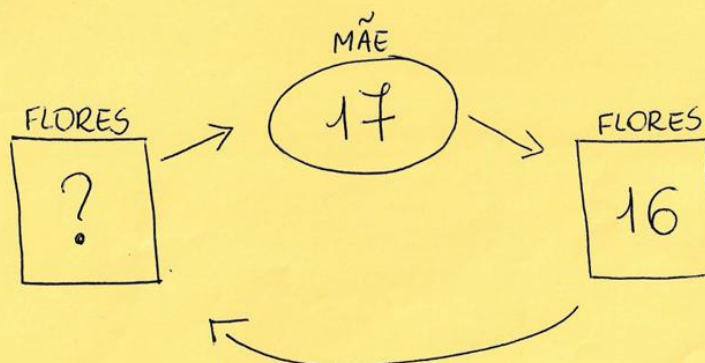


RESPOSTA: *O vestido caipira de Laura tinha 1 flor.*

Resolução do G5 para a S 8.1

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
O VESTIDO CAIPIRA FICOU COM 16 FLORES.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

$$\begin{array}{r} 17 \\ -16 \\ \hline 01 \end{array}$$



RESPOSTA: *O vestido tinha 22 flores*

Na resolução dessa situação, verificaram-se diferentes estratégias e compreensão do cálculo relacional envolvido. Três grupos (G1, G3 e G4) registraram a operação  $17 - 16 = 1$ , indicando uma interpretação inadequada da situação, mobilizando um esquema de subtração direta entre os números do problema, sem articulação entre estado inicial, transformação e estado final. O G4 escolheu a folha amarela (diagrama) para resolver a situação e estavam realizando o cálculo  $17 - 16$ . Pediram ajuda a PP porque estavam realizando um empréstimo da dezena para a unidade, pois acreditavam que era necessário. PP questionou se havia necessidade de emprestar para o sete e os estudantes pensaram e disseram que não.

Já o G5, por sua vez, apresentou o registro  $17 - 16 = 22$ , o que indica um equívoco na relação com os dados da situação e com o resultado obtido. Esse tipo de registro pode estar associado a erros de cálculo, revelando esquemas inconsistentes. O G5 escolheu a folha amarela (diagrama) para resolver a situação e o E1G5 relata como entendeu o enunciado:

**E1G5:** *Eu entendi que o vestido de Laura tinha algumas flores, dai [sic] a mãe dela retirou 17 e dai [sic] ficou 26. Ai[sic] eu contei nos dedos, quanto que era sete menos seis, dava dois, então dai[sic] eu fiz (pausa) e deu 22.*

De modo geral, as resoluções evidenciam diferentes esquemas de ação mobilizados pelos estudantes e maiores dificuldades com a resolução de situações de 4ª extensão envolvendo transformação negativa.

A Tabela 34 apresenta uma síntese das resoluções das situações 8.1:

**Tabela 34** - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 8.1

Situação	Cálculo numérico esperado	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 8.1	G2, G6	G2, G6	G1, G3, G4, G5

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A situação 8.2 configura-se como uma transformação negativa com estado inicial desconhecido. O enunciado informa que a barraca das guloseimas possuía uma quantidade inicial desconhecida de algodões-doces; em seguida, 19 unidades foram vendidas para a professora Aline e, após essa retirada, a barraca permaneceu com 37 algodões-doces. A tarefa

consiste em determinar a quantidade inicial de algodões-doces existente antes da venda. Para resolver a situação, é necessário estabelecer a relação entre o estado final e a transformação negativa, mobilizando um cálculo relacional que permita recuperar o valor inicial, geralmente por meio da adição entre a quantidade vendida e a quantidade restante.

O Quadro 36 apresenta a resolução adequada do G2:

**Quadro 36 - Resolução adequada das situações 8.2**  
**Resolução do G2 para a S 8.2**  
**(Cálculo numérico esperado)**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

RESPOSTA: a barraca tinha 56 algodão-doce)

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Apenas um grupo (G2) realizou o cálculo  $37 + 19 = 56$ , estabelecendo adequadamente a relação entre a quantidade vendida e a quantidade final para recuperar o valor inicial de algodões-doces. Nesse caso, o cálculo relacional foi adequado, pois o grupo compreendeu que a quantidade inicial corresponde à soma do que foi retirado com o que restou.

O Quadro 37 apresenta as resoluções adequadas dos grupos:

Quadro 37 - Resoluções inadequadas das situações 8.2

(continua)

**Resolução do G1 para a S 8.2**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

$$\begin{array}{r} 2 \\ 57 \\ - 19 \\ \hline 18 \end{array}$$



RESPOSTA: 18

**Resolução do G3 para a S 8.2**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

$$\begin{array}{r} 237 \\ - 19 \\ \hline 18 \end{array}$$

RESPOSTA: 18

**Resolução do G4 para a S 8.2**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

$$\begin{array}{r} 27 \\ -19 \\ \hline 18 \end{array}$$



RESPOSTA: A barraca das guloseimas ficou com 18 algodões-doces.

**Resolução do G5 para a S 8.2**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

$$\begin{array}{r} 19 \\ -37 \\ \hline 22 \end{array}$$



RESPOSTA: 22 doces

**Resolução do G6 para a S 8.2**

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.  
 A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

RESPOSTA: 37 GULOSEIMAS

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Na análise das resoluções dessa situação, três grupos (G1, G3 e G4) registraram a operação  $37 - 19 = 18$ , indicando uma interpretação inadequada da situação, pois trataram os valores como uma comparação entre quantidades, e não como uma transformação negativa com estado inicial desconhecido. Esses registros indicam um esquema de subtração entre os números apresentados no enunciado, sem a articulação correta entre o que foi vendido e o que permaneceu.

Outro grupo (G5) apresentou o registro  $19 - 37 = 22$ , o que evidencia uma inversão nos termos da operação, além de um erro de cálculo, indicando dificuldades na identificação das grandezas envolvidas e na relação entre elas. Por fim, o G6 registrou  $18 + 19 = 37$ , indicando que reconheceu a relação parte e todo, porém não soube identificar a solução da situação.

A Tabela 35 apresenta uma síntese das resoluções das situações 8.2:

**Tabela 35 - Síntese das estratégias utilizadas nas resoluções das situações 8.2**

Situação	Cálculo numérico esperado	Cálculo relacional adequado	Cálculo relacional inadequado
S 8.2	G2	G2	G1, G3, G4, G5, G6

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

## 5.10 Discussões Gerais

A Tabela 36 apresenta uma síntese da distribuição do número de escolhas realizadas pelos grupos quanto ao tipo de representação dos enunciados das situações.

**Tabela 36** – Síntese geral das escolhas das representações dos enunciados das situações

<b>Tipo de representação</b>	<b>Número de escolhas</b>
<b>Escrito</b>	12
<b>Diagrama</b>	28
<b>Ilustração</b>	27
<b>QRT</b>	29

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

Observa-se que a representação do enunciado apoiada no QRT, com 29 registros e acompanhada do Diagrama, com 28 escolhas, praticamente empataram, o que pode ser explicado pelas semelhanças que elas guardam entre si, a menos da tridimensionalidade. A escolha da Ilustração, com 27 registros, também era esperada, pela iconicidade ou reprodução real do contexto do enunciado. A representação com o enunciado escrito foi a menos selecionada, totalizando 12 escolhas, o que também era esperado. Os dados indicam uma preferência dos estudantes por representações que oferecem apoio visual ou manipulável, em detrimento da versão somente escrita. Essa distribuição sugere que recursos que organizam visualmente os dados dos enunciados de situações ou possibilitam interação podem ter sido percebidos como mais acessíveis ou facilitadores para a compreensão dos grupos.

A Tabela 37 sintetiza as estratégias utilizadas pelos grupos na resolução dos diferentes tipos de situações de estruturas aditivas e contribui diretamente para o objetivo de *analisar os esquemas mobilizados pelos estudantes a partir das distintas formas de apresentação dos enunciados*.

**Tabela 37** – Síntese geral das estratégias utilizadas nas resoluções por tipo de situações

(continua)

<b>Situação</b>	<b>Cálculo numérico esperado</b>	<b>Uso da contagem</b>	<b>Uso do complementar</b>	<b>Uso do algoritmo parcialmente coordenado</b>	<b>Cálculo relacional adequado</b>	<b>Cálculo relacional inadequado</b>
<b>Tipo 1</b>	12	-	-	-	12	-
<b>Tipo 2</b>	8	-	2	2	12	-
<b>Tipo 3</b>	12	-	-	-	12	-
<b>Tipo 4</b>	8	1	-	2	11	1
<b>Tipo 5</b>	5	1	3	1	9	3
<b>Tipo 6</b>	7	2	-	4	11	1

(conclusão)

<b>Tipo 7</b>	8	1	3	-	12	-
<b>Tipo 8</b>	3	-	-	-	3	9
<b>Total</b>	63	5	8	9	82	14

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A tabela geral apresenta uma síntese das estratégias mobilizadas pelos estudantes na resolução das oito situações, organizadas por tipo. Os dados evidenciam tanto o cálculo numérico esperado quanto os diferentes esquemas utilizados, permitindo analisar o cálculo relacional estabelecido. De modo geral, há uma predominância do cálculo relacional adequado (82 registros) em comparação ao cálculo relacional inadequado (14 registros), indicando que, na maior parte das situações, os estudantes compreenderam corretamente as relações envolvidas nos enunciados. Os Tipos 1 e 3 apresentaram desempenho adequado, com 12 resoluções corretas em cada caso, sem registro de estratégias alternativas ou inadequações, o que sugere menor complexidade nessas situações, por se tratarem de protótipos.

Nos Tipos 2, 4, 5, 6 e 7, embora também haja maioria de cálculos relacionais adequados, aparecem distintos esquemas de ação. O uso do complementar foi mais recorrente nos Tipos 5 e 7, enquanto a contagem apareceu de forma pontual (5 ocorrências no total), indicando recurso a estratégias mais elementares em algumas resoluções. O uso do algoritmo parcialmente coordenado foi identificado em nove registros, com maior incidência no Tipo 6. Esse dado indica dificuldades na organização do algoritmo convencional, especialmente no que se refere ao valor posicional dos algarismos, à realização de empréstimos e à coordenação dos procedimentos operatórios. Além disso, um fator que pode ter influenciado tais ocorrências está relacionado à disposição dos números no QRT. Em algumas situações, os grupos organizaram a operação seguindo a ordem de apresentação dos valores no quadro, sem considerar a relação envolvida na situação, o que pode ter contribuído para a inversão de termos ou para montagens inadequadas do algoritmo.

O Tipo 5 apresenta maior número de estratégias e de cálculos relacionais inadequados (3), sugerindo maior nível de complexidade. O Tipo 8 corresponde às situações de quarta extensão, consideradas as mais complexas apresentadas no instrumento de pesquisa. Esse tipo destacou-se por apresentar apenas 3 registros de cálculo numérico esperado e 9 de cálculo relacional inadequado, indicando que essa situação demandou maior esforço cognitivo e apresentou maiores obstáculos aos estudantes.

Em síntese, os dados apontam que, embora a maioria dos grupos tenha estabelecido corretamente o cálculo relacional, determinadas tipologias de situações mobilizaram estratégias diversificadas e sinalizaram maiores dificuldades, especialmente aquelas de maior complexidade.

### 5.11 Interações durante as resoluções das situações

Os diálogos entre os estudantes foram apresentados anteriormente ao longo da discussão dos esquemas mobilizados, considerando a contextualização das situações. O terceiro objetivo específico desta pesquisa consistiu em *identificar quais representações presentes nos enunciados possuem maior potencial para promover a interação entre os estudantes*. A transcrição dos áudios e vídeos das interações possibilitou identificar momentos em que os estudantes discutiam interpretações do enunciado, validavam procedimentos e justificavam escolhas. Essas interações foram mais intensas quando os estudantes optaram por utilizar o QRT como apoio para a resolução das situações. Além disso, o QRT foi a representação mais escolhida pelos estudantes, indicando não apenas preferência, mas também reconhecimento de seu potencial como recurso didático acessível. Observou-se também que diante de situações consideradas mais desafiadoras, os estudantes optavam por substituir a representação inicialmente escolhida pelo uso do QRT. Essa troca indicava a busca por um suporte que favorecesse a visualização e manipulação das informações do enunciado.

Os dados indicam que esse objetivo foi alcançado por meio da análise das resoluções e dos *feedbacks* fornecidos pelos participantes, os quais indicam que o QRT possibilitou maior troca de ideias, negociação de estratégias e participação coletiva. Esse resultado sugere que representações que oferecem suporte visual e manipulativo tendem a favorecer a interação entre os membros do grupo.

### 5.12 Autoavaliação e avaliação com emojis

O Quadro 38 apresenta as discussões sobre as avaliações realizadas pelos estudantes ao finalizar a intervenção, disponíveis no apêndice D:

**Quadro 38** - Síntese da autoavaliação

Estudante	Preferência	O que foi mais fácil ou difícil ao usar o QRT?	O QRT ajudou a entender melhor a situação?
-----------	-------------	--	--

E2G3	QRT	Tudo fácil	Sim
E5G4	QRT	Muito fácil	Sim
E4G6	ESCRITO (verde)	Tudo fácil	Não usei, mas acho que ajudou
E1G3	DIAGRAMA	As coisas eram bem grandes	Um pouco
E3G5	QRT	Quando eu olhei, ficou fácil	Sim
E2G6	-	Continhas	Mais ou menos
E2G4	QRT	Mais fácil	Não muito
E1G1	ESCRITO	Não usei, porque não precisei	Ajudaria
E2G1	ILUSTRAÇÃO	Não usei	Não usei, mas eu acho que é fácil
E3G4	QRT	Ajudou a fazer o trabalho	Não usei
E1G4	DIAGRAMA, porque tem a mostra do QRT	Foi fácil porque tinha ajuda do QRT	Mais ou menos, mas um pouco não.
E3G3	TEXTO, porque eu consigo fazer conta e facilita mais pra mim saber a continha.	Fácil, porque tem como somar e lembrar a resposta	Mais ou menos, porque no texto é mais rapidinho de saber.
E1G5	QRT	Fácil, porque eu conseguia entender	Mais ou menos
E2G2	QRT	Fácil, porque ajudava a pensar	Ajudava de mais
E5G2	QRT	Eu achei difícil, porque não dava pra entender	Não entendi
E4G3	QRT	Era só encaixar as peças	Ajudava muito
E4G2	QRT (inspiração, legal)	De mexer no QRT	Fácil
E3G2	QRT é um jeito mais fácil e todos concordaram	O mais fácil foi usar o QRT para resolver melhor as continhas	Ajudava a entender melhor
E4G1	QRT porque ajuda a responder as respostas.	Fácil de usar	Ajudava a entender melhor
E3G1	QRT (legal)	Fácil e legal, porque eu sou rápida	Sim
E1G6	ESCRITO (mais fácil)	Fácil de entender	Não usei muito, mas acho que ajuda
E2G5	QRT porque você aprende bem e é divertido	Fácil montar, mas difícil somar tudo	Muito, ele é divertido
E4G5	QRT porque é mais fácil e ajuda	Porque ajuda	Sim, ele é divertido
E3G6	QRT	O difícil foi a conta. O fácil foi o quadro	Sim
E1G2	ILUSTRAÇÃO, eu gosto de Usar a folha branca porque eu acho interessante as ilustrações	Fácil com os números baixos, difícil fazer as continhas com números altos.	Sim, porque me deu uma noção

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A síntese das autoavaliações indica que o QRT foi bem recebido pelos estudantes e, para a maioria, constituiu-se como um recurso facilitador na resolução das situações. Em relação à preferência, observa-se predominância do QRT como representação escolhida. Mesmo entre estudantes que indicaram preferência pelo escrito, diagrama ou ilustração, aparecem menções positivas ao QRT, seja como apoio complementar, seja como recurso que “ajuda a pensar”, “ajuda a responder” ou “é mais fácil”.

No que se refere ao que foi mais fácil ou mais difícil, a maior parte dos estudantes relatou facilidade no uso do QRT, destacando aspectos como “era só encaixar as peças”, “fácil montar”, “ajudava a pensar” e “quando eu olhei, ficou fácil”. Esses registros sugerem que o apoio visual e manipulável do recurso contribuiu para a organização dos dados dos enunciados das situações. As dificuldades mencionadas concentram-se, principalmente, nas “continhas” ou na soma com números maiores, indicando que o obstáculo não estava necessariamente no recurso em si, mas no cálculo relacional envolvido.

Quanto à questão se o QRT ajudou a entender melhor a situação, a maioria respondeu afirmativamente ou parcialmente (“sim”, “ajuda muito”, “ajuda demais”, “mais ou menos”). Mesmo entre aqueles que afirmaram não ter utilizado o QRT, há o reconhecimento de que ele “ajudaria” ou “acho que ajuda”, revelando uma percepção positiva do material enquanto possibilidade de apoio.








Considerando o diagnóstico inicial, realizado antes da intervenção e que possibilitou a formação de grupos heterogêneos observa-se que: estudantes identificados como E1, os quais mais acertaram no diagnóstico, tendem a demonstrar maior autonomia, afirmando, em alguns casos, que “não precisaram usar” o QRT, demonstrando preferências pelas outras representações (Escrito: E1G1; E1G6, Diagrama: E1G3; E1G4 e Ilustração: E1G2). Já os demais estudantes identificados como E2, E3 e E4, que apresentaram maiores dificuldades no início, manifestam avaliações mais enfáticas quanto ao apoio do recurso, indicando que o QRT contribuiu para tornar as tarefas mais compreensíveis e acessíveis.

De modo geral, a análise revela que o QRT ampliou as possibilidades de compreensão e favoreceu a confiança dos estudantes, especialmente daqueles com maiores dificuldades. Isso reforça seu potencial como recurso inclusivo, alinhado à oferta de múltiplos meios de representação.

O Quadro 39 apresenta as discussões sobre a autoavaliação com *emojis*, disponível no apêndice D:

**Quadro 39** - Síntese da autoavaliação com *emojis* sobre o uso do QRT

(continua)

<b>Categoria</b>	<b>Opções de resposta</b>	<b>Frequência</b>
1. Entendi a situação com ajuda do QRT	 Entendi tudo	13
	 Entendi quase tudo	9
	 Entendi mais ou menos	3
	 Fiquei com dúvidas	1
2. Consegui organizar as ideias com o QRT	 Sim, ajudou bastante	17
	 Mais ou menos	6
	 Tive que mudar várias vezes	0

	✘ Não consegui usar bem	2
3. Me senti assim usando o QRT	😊 Feliz/animado(a)	21
	😕 Confuso(a), mas tentei	3
	😞 Com dificuldade	1
	😬 Não gostei	1
4. Quero usar o QRT de novo?	👍 Sim	16
	😕 Talvez	7
	👉 Prefiro outra forma	2

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A análise da síntese da autoavaliação com *emojis* indica que o QRT foi bem avaliado pelos estudantes, tanto no aspecto cognitivo quanto no emocional. Em relação à compreensão das situações, a maioria afirmou ter entendido tudo ou quase tudo com o apoio do recurso. No que se refere à organização das ideias, predominam respostas que indicam que o QRT “ajudou bastante”, sugerindo que o material contribuiu para mobilizar o cálculo relacional. As dificuldades relatadas foram pontuais e atingiram um número reduzido de estudantes. Do ponto de vista do engajamento, um dos princípios do DUA, destaca-se que a maior parte declarou ter se sentido feliz ou animada ao utilizar o recurso. Por fim, a maioria afirmou que gostaria de utilizar o QRT novamente, reforçando sua aceitação para o processo de aprendizagem.

De forma sintética, os dados indicam que o QRT favoreceu a compreensão, a organização do pensamento e o engajamento dos estudantes nas atividades com situações de estruturas aditivas.

### 5.13 Tabela final

A Tabela 38 sintetiza e organiza as dezesseis situações (identificadas de 1.1 a 8.2), distribuídas entre os seis grupos (G1 a G6). Cada célula registra duas informações: cor e letra.

Na sequência, a legenda:

Cor: referente ao tipo de representação escolhida

- Branco: Ilustração
- Azul: QRT
- Verde: Escrito
- Amarelo: Diagrama

Letra: referente ao desempenho no cálculo relacional

- A: adequado

- I: inadequado

**Tabela 38 - Síntese geral das escolhas e desempenho dos grupos**

SITUAÇÃO	1.1	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	7.1	7.2	8.1	8.2
G1	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	I	I
G2	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
G3	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	I	A	A	A	I	I
G4	A	A	A	A	A	A	I	A	A	I	A	A	A	A	I	I
G5	A	A	A	A	A	A	A	A	A	I	A	A	A	A	I	I
G6	A	A	A	A	A	A	A	A	I	A	A	A	A	A	A	I

Fonte: Dados da pesquisa (2025).

A análise da tabela sinaliza que, ao longo das 16 situações resolvidas pelos seis grupos, predominam cálculos relacionais adequados (A), especialmente nas situações de menor complexidade (1.1 a 7.2). Esse dado indica que, de modo geral, os estudantes conseguiram mobilizar estratégias coerentes com as situações propostas, independentemente da representação escolhida. No entanto, observa-se um aumento significativo de cálculos relacionais inadequados (I) nas situações 8.1 e 8.2, que correspondem a problemas de maior complexidade, os quais exigem maior esforço cognitivo.

Entre as representações utilizadas, destaca-se a escolha do QRT (azul) (29 escolhas). Em muitos desses casos, o uso do recurso aparece associado a desempenhos adequados, indicando que o QRT pode ter favorecido a visualização das relações entre as quantidades envolvidas nas situações e auxiliado na organização das estratégias de resolução.

A representação por diagrama (amarelo) também aparece com bastante frequência (28 escolhas), acompanhada muitas vezes por cálculos relacionais adequados e também inadequados (8 registros). Isso sugere que representações visuais podem facilitar a interpretação das informações presentes nos enunciados das situações e apoiar o estabelecimento do raciocínio relacional. As representações ilustração (branco) e escrita (verde) aparecem de forma mais pontual, mas também apresentam ocorrências de desempenho adequado. Esse aspecto indica que diferentes estudantes ou grupos recorreram a estratégias variadas para compreender e resolver as situações, escolhendo a forma de representação que melhor atendia às suas necessidades naquele momento.

Outro aspecto relevante é que os grupos alternam entre diferentes formas de representação ao longo das situações, apresentando flexibilidade nas estratégias de resolução. Essa diversidade de escolhas pode ser compreendida à luz dos princípios do DUA,

especialmente o princípio de oferecer múltiplos meios de representação e múltiplos meios de ação e expressão.

Assim, os resultados sugerem que a diversificação das formas de representação, aliada ao uso de variáveis legitimantes de diferenças da turma ajustadas aos enunciados das situações, e em consonância com os princípios do DUA, contribuiu para ampliar as possibilidades de compreensão dos enunciados das situações de estruturas aditivas e favorecer a participação dos diferentes grupos de estudantes no processo de resolução.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As considerações finais desta dissertação retomam o objetivo central da pesquisa, que consistiu em *analisar as contribuições de diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas para o cálculo relacional* de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, à luz dos princípios do DUA e da TCC. Nesse sentido, buscou-se responder à seguinte questão de pesquisa: *diferentes representações em enunciados de situações de estruturas aditivas contribuem para o cálculo relacional dos estudantes?*

Os resultados desta investigação apontam que a diversificação das representações em enunciados de situações de estruturas aditivas não apenas favorece o acesso aos problemas matemáticos, mas também potencializa a mobilização do cálculo relacional, ampliando as possibilidades de compreensão, argumentação, interação e elaboração de estratégias pelos estudantes. As representações mostraram-se mediadoras importantes na construção do pensamento matemático, especialmente em contextos colaborativos e inclusivos, nos quais os estudantes puderam recorrer a diferentes formas de acessar, organizar e interpretar as informações presentes nos enunciados.

No que se refere ao percurso metodológico, a pesquisa desenvolveu-se a partir de uma abordagem qualitativa, com características de intervenção pedagógica, fundamentada em Damiani et al. (2013). Essa abordagem possibilitou o planejamento e a implementação intencional de uma intervenção voltada à redução de barreiras nos processos de aprendizagem, seguida da análise de seus efeitos por meio das produções dos estudantes, das interações estabelecidas durante as atividades e das autoavaliações individuais e coletivas. A organização da sequência de ensino em consonância com os princípios do DUA favoreceu a construção de um ambiente pedagógico mais inclusivo, no qual diferentes formas de ação e expressão puderam ser contempladas.

De modo geral, os resultados indicaram que a utilização de múltiplas formas de representação, como o texto escrito, diagramas, ilustrações e representações tridimensionais por meio do QRT, constitui uma estratégia potente para favorecer o acesso, a participação e o engajamento dos estudantes na interpretação e compreensão dos enunciados de situações de estruturas aditivas. Ao considerar a diversidade como ponto de partida do planejamento pedagógico, conforme preconiza o DUA, foi possível identificar maior envolvimento dos estudantes na realização das atividades, bem como maior autonomia na escolha das representações e das estratégias de resolução.

Os resultados também sugerem que práticas pedagógicas centradas exclusivamente no enunciado escrito e em estratégias baseadas em palavras-chave, podem limitar a compreensão das relações matemáticas envolvidas nas situações de estruturas aditivas. Nesse sentido, a pesquisa reforça a necessidade de superação de práticas homogeneizadoras ainda presentes no ensino de Matemática, as quais tendem a desconsiderar diferentes modos de aprender, interpretar e representar os problemas matemáticos.

No que se refere ao primeiro objetivo específico, que buscou *caracterizar uma sequência de situações de estruturas aditivas com base nos princípios do DUA*, considera-se que foi alcançado. A organização da intervenção, pautada em grupos heterogêneos, na oferta de diferentes meios de representação e na possibilidade de escolha, favoreceu a interação entre os estudantes e promoveu um ambiente mais inclusivo, colaborativo e participativo. As discussões, negociações e tomadas de decisão ocorridas ao longo da sequência possibilitaram o protagonismo dos participantes e ampliaram as oportunidades de aprendizagem compartilhada.

Em relação ao segundo objetivo específico, que consistiu em *identificar quais representações presentes nos enunciados possuem maior potencial para promover a interação entre os estudantes*, os dados indicam que esse objetivo também foi alcançado. A análise das interações, a partir da transcrição de áudios e vídeos, apontou que os momentos de maior troca, argumentação e validação de estratégias ocorreram quando os estudantes utilizaram o QRT como apoio. O QRT destacou-se como um recurso capaz de favorecer a explicitação dos esquemas mobilizados, a negociação de estratégias e a construção coletiva do pensamento matemático. Verificou-se que esse recurso foi aquele que mais favoreceu a visualização das relações presentes nos enunciados. Além disso, diante de situações consideradas mais complexas, os estudantes demonstraram tendência a substituir outras formas de representação pelo uso do QRT, indicando a busca por um apoio que possibilitasse maior visualização, organização e manipulação dos dados da situação.

No que diz respeito ao terceiro objetivo específico, que consistiu em *analisar os esquemas mobilizados pelos estudantes a partir das diferentes formas de apresentação dos enunciados*, os dados indicam que esse objetivo também foi alcançado. A análise das resoluções permitiu identificar três principais esquemas de ação: o uso da contagem, o uso do complementar e o uso do algoritmo parcialmente coordenado. Esses esquemas apresentam diferentes formas de organização do pensamento matemático e de mobilização do cálculo relacional, conforme discutido na literatura.

O uso do complementar e do algoritmo parcialmente coordenado apareceu com maior frequência em situações que exigiam maior nível de abstração, enquanto a contagem surgiu de forma mais pontual. Além disso, as dificuldades na coordenação do algoritmo convencional apontaram desafios relacionados ao valor posicional e à organização dos procedimentos operatórios. Destaca-se ainda que, em algumas situações, a forma de organização dos dados no QRT pode ter influenciado a organização espacial inadequada dos algoritmos, sugerindo a necessidade de mediação docente mais intencional nesse processo. Ainda assim, os resultados indicam que recursos manipuláveis e visualmente organizados podem reduzir demandas cognitivas relacionadas à interpretação do enunciado, permitindo maior envolvimento dos estudantes na compreensão das relações matemáticas envolvidas nas situações propostas.

No que se refere às representações, os dados indicam uma preferência dos estudantes por aquelas que oferecem suporte visual ou manipulável, como o QRT, o diagrama e a ilustração, em detrimento do enunciado exclusivamente escrito. Esses resultados sugerem que representações que organizam visualmente os dados e permitem maior interação, tornam as relações matemáticas mais acessíveis, contribuindo para a compreensão dos enunciados e para a mobilização do cálculo relacional em contextos colaborativos de aprendizagem.

De modo geral, os resultados também sinalizam que as maiores dificuldades dos estudantes estão relacionadas às situações que envolvem relações inversas entre adição e subtração, especialmente aquelas que exigem a busca por estados iniciais ou a identificação de transformações desconhecidas. Esses achados reforçam a necessidade de ampliar o trabalho pedagógico com esse tipo de situação, superando abordagens baseadas exclusivamente em palavras-chave e favorecendo o estabelecimento de relações matemáticas mais amplas e contextualizadas.

Esta investigação contribui para o campo da Educação Matemática Inclusiva ao articular, de maneira integrada, os princípios do DUA e a TCC na análise da resolução de situações de estruturas aditivas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ao investigar o papel das representações sob a perspectiva do DUA, a pesquisa desloca o foco tradicional da aprendizagem matemática centrada apenas na resposta correta para os processos de acesso, interação, escolha e mobilização de esquemas pelos estudantes. Dessa forma, amplia-se a compreensão sobre como práticas pedagógicas intencionalmente inclusivas podem favorecer a participação de cada estudante e a aprendizagem matemática.

No que diz respeito às limitações da pesquisa, destaca-se o número de estudantes por grupo (quatro ou cinco), que, em alguns momentos, dificultou a participação ativa de todos em

função da quantidade de *kits* de QRT disponíveis. Ainda assim, a organização em estações de trabalho mostrou-se uma estratégia eficaz para otimizar a intervenção e favorecer a dinâmica colaborativa. Além disso, por tratar-se de uma pesquisa qualitativa realizada em um contexto específico, os resultados não permitem generalizações. Contudo, os achados apresentados oferecem importantes contribuições para reflexões teóricas e pedagógicas relacionadas ao ensino de Matemática na perspectiva inclusiva.

Como implicações pedagógicas, destaca-se a importância de se considerar a diversidade dos estudantes desde o planejamento, propondo situações que contemplem diferentes formas de representação e favoreçam a interação, a autonomia e o protagonismo. O uso de recursos como o QRT mostra-se promissor nesse contexto, ampliando as possibilidades de acesso ao saber matemático e reduzindo barreiras relacionadas à compreensão dos enunciados. A incorporação dos princípios do DUA exige repensar concepções de ensino, aprendizagem e participação, deslocando o olhar das dificuldades individuais dos estudantes para as barreiras produzidas, muitas vezes, pelas próprias práticas pedagógicas.

Na condição de professora da turma e, simultaneamente, pesquisadora, a realização desta investigação possibilitou a incorporação dos princípios do DUA na prática, especialmente no que se refere ao planejamento e à condução das atividades. Ao longo da intervenção, tornou-se evidente que os enunciados de situações de estruturas aditivas, frequentemente naturalizados no cotidiano escolar, podem constituir importantes barreiras à aprendizagem. O uso de ilustrações, diagramas, registros no quadro e enunciados contextualizados à realidade da turma revelou-se potente para favorecer a compreensão dos estudantes. Além disso, a organização de momentos de escolha, interação entre pares e trabalho coletivo demonstrou o potencial dessas ações para promover maior autonomia, participação e protagonismo estudantil. Essas experiências contribuíram para ressignificar a prática docente, reforçando a compreensão de que a inclusão não se efetiva apenas pela presença dos estudantes apoiados pela Educação Especial na sala de aula, mas pela construção intencional de condições de acesso, participação e aprendizagem.

Em síntese, os resultados desta pesquisa evidenciam que diferentes formas de representação podem ampliar significativamente as possibilidades de acesso e compreensão de situações de estruturas aditivas, favorecendo a mobilização do cálculo relacional e a participação ativa dos estudantes. Mais do que recursos complementares, as representações mostraram-se elementos constitutivos da atividade matemática, especialmente em propostas

fundamentadas no DUA e organizadas de forma colaborativa. Assim, esta investigação reforça a necessidade de práticas pedagógicas que reconheçam a diversidade como ponto de partida.

Como sugestões para pesquisas futuras, recomenda-se a ampliação do uso do QRT em outras turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contemplando diferentes especificidades e contextos escolares, a fim de investigar sua potencialidade em grupos diversos e heterogêneos. Sugere-se, ainda, o desenvolvimento de estudos que contemplem a representação de enunciados da classe de comparação, considerando que esta não foi explorada na presente pesquisa. Além disso, destaca-se a possibilidade de utilização do QRT não apenas como recurso de apoio à resolução de situações, mas também como ferramenta para a proposição de problemas pelos próprios estudantes, favorecendo processos de autoria, reflexão e criatividade. Tais encaminhamentos podem contribuir para o aprofundamento das investigações sobre o papel das representações na aprendizagem matemática e para o fortalecimento de práticas pedagógicas alinhadas aos princípios da Educação Matemática Inclusiva.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, ano 33, n. 55, p. 133-156, jul./dez. 2009.

AZEVEDO, M. F.; **Uma investigação sobre a utilização de materiais didáticos manipuláveis e a resolução de problemas no ensino e na aprendizagem de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 348 f. Dissertação (Mestre em Educação para a Ciência) – UNESP, Faculdade de Ciências, Bauru, 2014.

BRASIL. Decreto nº 12.686, de 20 de outubro de 2025. Institui a **Política Nacional de Educação Especial Inclusiva e a Rede Nacional de Educação Especial Inclusiva**. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 21 out. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 20 dez. 2025.

CARDOSO, C. T.; **A representação gráfica como recurso didático na educação matemática para a resolução de problemas aritméticos**. 2019. 133 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Teoria e Prática de Ensino) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

CARLETTO, A. C.; CAMBIAGHI, S. **Desenho Universal: um conceito para todos**. Brasil, [2007]. Disponível em [https://www.maragabrilli.com.br/wp-content/uploads/2016/01/universal\\_web-1.pdf](https://www.maragabrilli.com.br/wp-content/uploads/2016/01/universal_web-1.pdf) Acesso em 10 de jun. de 2025.

CAST. Design for learning guidelines – Desenho Universal para Aprendizagem. Universal version 3.0. CAST, 2024.

COELHO, J. R. D.; GOÉS, A. R. T. Geometria e Desenho Universal para Aprendizagem: uma revisão bibliográfica na educação matemática inclusiva. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 5, n. 11, p. 1-26, 2021. DOI: <https://doi.org/10.46551/emd.e202122>.

COSTA, A. B.; FONTANARI, A. M. V.; ZOLTOWSKI, A. P. Como escrever um artigo de revisão sistemática: um guia atualizado. In: SAMPAIO, M. I. C. SABADINI, A. A. Z. P.; KOLLER, S. H. (Orgs.). *Produção científica: um guia prático*. São Paulo: Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo, 2022. p. 131-166. Disponível em: <https://doi.org/10.11606/9786587596280>. Acesso em: 5 jun. 2025.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F. DE; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, n. 45, p. 57-67, 1 out. 2013.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental**. Trad. Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

GADELHA, D. S. **Resolução de problemas combinatórios nos anos iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©)**. 2020. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2020.

GÓES, H. C. Um esboço de conceituação sobre expressão gráfica. **Educação Gráfica**, v.17 – n° 01. 2013.

GÓES, A. R. T.; GÓES, H.C, A expressão gráfica como tecnologia educacional na educação matemática. Recursos didáticos para o processo de ensino-aprendizagem na educação básica. In: BRITO, G. d. S.; ESTEVAM, M.; CAMAS, N.P.V. (orgs). **Metodologias pedagógicas inovadoras: contexto da educação básica e da educação superior**. Curitiba. Editora UFPR, 2018, p. 106-118.

GÓES, A.R.T; COSTA, P. K. A. (Organizadores) **Desenho Universal e Desenho Universal para Aprendizagem: fundamentos, práticas e propostas para Educação Inclusiva – vol 1**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2022. 172p.

GÓES, A.R.T.; NOGUEIRA, C.M.I.; GÓES, H.C. QRT: Material didático háptico para representações gráficas de enunciados de situações-problema de estruturas aditivas. **Revista Diálogos Em Educação Matemática**, (2025). 4(1), e202521.  
<https://doi.org/10.28998/redemat.v4i1.18790>

GÓES, A. R. T.; COELHO, J. R. D.; COSTA, P. K. A. GÓES, H. C. **Design Universal para Aprendizagem - Versão 3.0**. In: GÓES, A.R.T.; COSTA, P. K. A. **Desenho Universal e Desenho Universal para Aprendizagem: fundamentos, práticas e propostas para educação inclusiva**. Vol. 3. São Carlos: Pedro & João Editores, 2024. 309p.

GÓES, A.R.T.; STRESSER, D.A. (org.). **Práticas inclusivas e transformadoras no ambiente escolar: educação especial e inclusiva**. Curitiba: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Tecnologias e Linguagens (GEPETeL), Universidade Federal do Paraná, 2025.

GROSSI, E. P. **Piaget e Vygotski em Gerard Vergnaud: Teoria dos Campos Conceituais TCC**. Porto Alegre: GEMPA, 2017.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo: PROEM, 2008.

MANTOAN, M. T. E. **Inclusão escolar: o que é? por quê? como fazer?** São Paulo: Summus, 2015

MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia: uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural.** Tubarão, 139p., 2017. Dissertação (Mestrado) – Universidade do Sul de Santa Catarina.

MEYER, A; ROSE, D; GORDON, D. **Universal Design for Learning (UDL).** Estados Unidos: CAST, 2002.

MORÁS, N. A. B. **Um dispositivo didático com potencialidades inclusivas: um estudo a respeito de problemas de estruturas aditivas com números naturais.** 2023. 335f. Tese (Doutorado) Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2023.

MORÁS, N. A. B.; NOGUEIRA, C. M. I.; FARIAS, L. M. S. O acesso ao saber matemático em turmas inclusivas: a diferenciação do ensino a partir de tarefas estruturadas em variáveis legitimantes de estudantes surdos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 4, p. 190–213, 2023.

MUNSTER, M. de A. V.; OLIVEIRA, A. R. de P.; GONÇALVES, A. G. Desenho Universal para Aprendizagem e Educação Inclusiva: uma Revisão Sistemática da Literatura Internacional. **Revista Brasileira de Educação Especial**, Bauru, v.25, n.4, p.675-690, Out.-Dez., 2019

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática.** São Paulo. SBEM. Ano 9, Número 9-10 (2004-2005).

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais:** uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Ed. USFCar, 2003.

NOGUEIRA, C.M.I. Educação Matemática e Educação Especial na perspectiva inclusiva: educação matemática inclusiva? In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 13., 2019. Anais [...]. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019.

NOGUEIRA, C. M. I. Educação Matemática Inclusiva: do que, de quem e para quem fala? In: KALLEF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (orgs.). **Educação Matemática: diferentes olhares e práticas.** Curitiba: Appris, 2020, p. 109-132.

NOGUEIRA, C. M. I.; BORGES, F. A. Formação docente para a inclusão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da formulação e adaptação de enunciados de problemas matemáticos. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v.24, n.65, p. 4-28, set./dez, 2019.

NOGUEIRA, C. M. I.; SOARES, B. I. N. A influência da forma de apresentação dos enunciados no desempenho de alunos surdos na resolução de problemas de estruturas aditivas. **Educação Matemática Pesquisa.** São Paulo, v. 21, n. 5, 2019.

PEREIRA, S. de O. **Desenho Universal para Aprendizagem: princípios e diretrizes.** 2. Tertúlia, 30h. Programa de Extensão Tertúlias Inclusivas do Pampa, Universidade Federal do Pampa, 2024

PERRENOUD, Philippe. **A pedagogia na escola das diferenças: fragmentos de uma sociologia do fracasso**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2001

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. Trad. por Álvaro Cabral e Christiano M. Oiticica. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar; Brasília: INL. 370 p, 1975.

RAKSA, P. R.; GÓES, A. R. T.; GÓES, H. C. Creative mathematical thinking in the production of problems. **Educação Matemática Debate**, v. 9, n. 17, p. 1-20, maio 2025.

RAPHALSKI, D.F.; GOLOMBIESKI, D.; NOGUEIRA, C. M. I.; GÓES, A. R. T. Proposta didática para o ensino de medidas de comprimento na perspectiva do Desenho Universal para Aprendizagem. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM**, 2025, Manaus: SBEM, 2025.

SANTA CATARINA. Resolução CEE/SC n. 100, de 13 de dezembro de 2016. Conselho do estado de Santa Catarina, 2016.

SANTA CATARINA (Estado). Secretaria de Estado da Educação. **Currículo base da educação infantil e do ensino fundamental do território catarinense**. Florianópolis: Secretaria de Estado da Educação, 2019.

SANTA CATARINA. Secretaria de Educação. **Informações Educacionais** - Educação na Palma da Mão. Dispo nível em: <https://www.sed.sc.gov.br/informacoes-educacionais/30945-educacao-na-palma-da-mao>. Acesso em: 14 set. 2025.

SANTANA, E. R. S. **Adição e subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Ilhéus, BA : Editus, 2012.

SASSAKI, R. K. Inclusão: acessibilidade no lazer, trabalho e educação. **Revista Nacional de Reabilitação (Reação)**, São Paulo, Ano XII, p. 10-16, mar./ abr. 2009. Disponível em: [https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/211/o/SASSAKI\\_-\\_Acessibilidade.pdf?1473203319](https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/211/o/SASSAKI_-_Acessibilidade.pdf?1473203319). Acesso em: 26 agosto 2025.

SEBASTIÁN-HEREDERO, E. Currículo inclusivo. La propuesta del DUA –Diseño Universal para el Aprendizaje. **Revista de Estudios Curriculares**, v. 2, n. 10, p. 39-51, 2019.

SEBASTIÁN-HEREDERO, E. Diretrizes para o Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA). **Revista Brasileira de Educação Especial, Bauru**, v. 26, n. 4, p. 733-768, out. 2020. DOI: 10.1590/1980-54702020v26e0155.

SEBASTIÁN-HEREDERO, E.; PRAIS, J.L.S.; VITALIANO, C. R. **Desenho Universal para a Aprendizagem (DUA): uma abordagem curricular inclusiva**. 1. ed. São Carlos: De Castro, 2022.

SEBASTIÁN-HEREDERO, E.; GÓES, A.R.T.; GÓES, H.C. **Planejamento docente no contexto do Desenho Universal para Aprendizagem: fundamentos e estratégias**. Revista Educação Especial, v. 38, n. 1, p. e84, 2025.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: CARPENTER, T.; MOSER, J.; ROMBERG, T. **Addition and Subtraction: a cognitive Perspective**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1982, p. 39-59.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos conceituais**. In: BRUN, Jean. Didáctica das matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org). **Por que ainda há quem não aprende?** 2 ed. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 21-64.

VERGNAUD, G. **O que é aprender?** In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). A aprendizagem matemática na perspectiva dos campos conceituais. 1. ed. Curitiba: Editora CRV, 2009

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas de ensino de matemática na escola elementar**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 9, n. 1, 2019.

WONG, W. **Princípios de forma e desenho**. Tradução: Alvamar Helena Lamparelli. 2ª ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.

## APÊNDICE A

### PLANEJAMENTOS PAUTADOS NO DUA

<p><b>Planejamento do diagnóstico inicial</b>  <b>Data:</b> 17/06/2025 <b>Duração:</b> 1 hora  <b>Público-Alvo:</b> 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais  <b>Número de estudantes:</b> 27 estudantes</p>	
<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o nível de acertos dos estudantes na resolução de situações das classes de composição e transformação, considerando cálculo numérico e relacional.</li> <li>• Organizar os resultados do diagnóstico para a formação de grupos heterogêneos.</li> </ul>
<b>Procedimentos</b>	<p><b>Apresentação e explicação da Pesquisa (15 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar acolhimento, apresentação da pesquisadora e explicar a pesquisa.</li> <li>• Explicar o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) e coletar as assinaturas.</li> </ul> <p><b>Diagnóstico inicial (45 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor que cada estudante resolva 8 situações envolvendo as classes de composição e transformação, de forma individual e sem apoio visual. (Tabela 5)</li> <li>• Explicar que cada situação deve ser lida com atenção, um cálculo deve ser fornecido e um registro escrito como resposta.</li> <li>• Auxiliar na leitura das situações, se houver necessidade.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	Material escolar como: Lápis de escrever, borracha, apontador. 27 impressões das situações.
<b>Considerações do DUA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Para o instrumento do diagnóstico inicial</b></li> </ul> <p><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1-</b> Otimize a escolha e a autonomia (participação na pesquisa, escolha da dos registros)</p> <p><b>7.2 -</b> Otimize relevância, valor e autenticidade. (importância da pesquisa e da participação de cada estudante)</p> <p><b>8.1 -</b> Esclareça o significado e o propósito dos objetivos. (explicação sobre a pesquisa)</p> <p><b>9.1-</b> Reconheça expectativas, crenças e motivações (dúvidas, medos, sugestões dos estudantes)</p>
	<b>REPRESENTAÇÃO- Redes de reconhecimento</b>

	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>2.1</b> -Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem. (explicação coletiva sobre as situações)</li><li>• <b>2.2</b> - Simplifique a decodificação de textos e símbolos. (explicação individual, leitura das situações.)</li></ul>
	<p><b>AÇÃO E EXPRESSÃO- Redes estratégicas</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>4.1</b>- Varie e respeite métodos de resposta (aceitar os diferentes tipos de estratégias dos estudantes)</li><li>• <b>5.3</b> - Desenvolva caminhos com suporte graduado (situações em ordem de complexidade)</li><li>• <b>6.2</b> - Antecipe e planeje desafios (preparação para a intervenção principal)</li></ul>

<p><b>Planejamento da primeira etapa: Festa Junina, apresentação do QRT e resolução da situação do tipo 1</b></p> <p><b>Data:</b> 03/07/2025 <b>Duração:</b> 4 horas (5 aulas)</p> <p><b>Público-Alvo:</b> 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais</p> <p><b>Número de estudantes:</b> 27 estudantes</p>	
<p><b>Objetivos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ativar os conhecimentos prévios sobre festa junina.</li> <li>• Formar grupos heterogêneos.</li> <li>• Representar um trecho do livro de acordo com a preferência individual de cada integrante do grupo.</li> <li>• Escolher colaborativamente entre diferentes tipos de representações.</li> <li>• Resolver situações do tipo 1 de maneira coletiva.</li> </ul>
<p><b>Procedimentos</b></p>	<p><b>Leitura compartilhada (20 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Informar os estudantes sobre a programação de atividades do dia (lista na lousa).</li> <li>• Apresentar o texto rimado “Mês de junho tem São João” de Fabio Sombra e Sérgio Penna (ANO), com apoio do livro físico e de vídeo, disponível em <a href="https://youtu.be/2COpxno9sho">https://youtu.be/2COpxno9sho</a>.</li> </ul> <p><b>Roda de conversa (30 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mediar uma roda de conversa com perguntas que estimulem a participação dos estudantes e ativem seus conhecimentos prévios. A seguir, possíveis perguntas norteadoras: O que você sabe sobre a festa junina? Que outros nomes essa festa pode ter? Como as pessoas se vestem nessas festas? Como se divertem em uma festa junina? Quais comidas típicas há nessas festas? Que brincadeiras as crianças costumam fazer? Que tipo de música é tocada nessas festas? Vocês já dançaram alguma música típica? Qual? Que outras festas típicas você conhece? Existe alguma festa tradicional em nossa cidade? Qual?</li> </ul> <p><b>Formação dos grupos e trecho do livro: (1h)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distribuir aos estudantes uma estrela colorida e permitir que eles se organizem em grupos compostos por 4 ou 5 estudantes com cores diferentes de estrelas. As cores das estrelas serão organizadas por critérios de número de acertos no diagnóstico inicial, porém esses critérios não serão comunicados aos estudantes. A intenção será montar grupos heterogêneos que permitam a autonomia das escolhas dos estudantes.</li> <li>• Auxiliar os grupos que por ventura não conseguirem se organizar.</li> </ul>

- Pedir aos estudantes que escolham, de maneira consensual, um nome para seu grupo relacionado a temática de festa junina.
- Distribuir para cada grupo um trecho do texto contado “Mês de junho tem São João”.
- Explicar que os grupos deverão escolher uma forma de representar o trecho, como: produção de texto; ilustrações em cartaz; dobradura e outras formas que demonstrarem interesse. Explicar também, que os estudantes poderão enriquecer suas produções com elementos vivenciados em festas juninas da escola, como: tipos de barracas de vendas; produtos comercializados; prêmios da pescaria; enfeites juninos; brincadeiras; roupas e danças típicas.
- Distribuir dicionários para consulta de palavras desconhecidas.
- Disponibilizar imagens de festas juninas, comidas típicas, brincadeiras e instrumentos musicais como apoio visual e fonte de inspiração (páginas impressas do livro “Mês de Junho tem São João”).

**Apresentação e discussão: (30 minutos)**

- Cada grupo apresentará seu trabalho para a turma.
- Após as apresentações, promover uma discussão coletiva, incentivando a escuta, a valorização da cultura popular e a socialização do aprendizado.

**Apresentação do QRT: (40 minutos)**

- Manter nos estudantes nos mesmos grupos.
- Explicar o que é o Quadro de Representações Tridimensionais (QRT) e sua função de auxiliar na compreensão e interpretação dos enunciados das situações.
- Apresentar e discutir cada objeto, algarismo e símbolo do QRT.
- Disponibilizar um kit misto aos grupos para que possam manipular com a placa do QRT e tirar suas dúvidas.
- Simular a representação de um enunciado de uma situação usando o QRT, como o exemplo (Apêndice C):

*O terceiro ano tem 7 maçãs do amor e 4 algodões-doces.  
Quantos doces o terceiro ano tem?*

- Incentivar os estudantes a montar a situação no QRT e mediar seguindo a ordem das frases do enunciado. Utilizar perguntas norteadoras durante a montagem: Que objetos serão necessários para montar a situação? Que símbolos serão necessários? Será necessário algum algarismo?
- Reforçar aos estudantes que não devem resolver a situação com o QRT, mas representar seu enunciado.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar um segundo exemplo de situação (Apêndice C), desta vez para verificar a possibilidade de abstração das quantidades dos objetos e utilização dos algarismos acompanhados pelos objetos, visando trabalhar com números maiores.</li> <li>• Explicar que não há pirulitos suficientes para colocar no QRT. Ouvir sugestões dos estudantes.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><i>Na barraca das guloseimas tinha 12 pirulitos. A barraca das guloseimas vendeu 6 pirulitos. Quantos pirulitos ficaram na barraca das guloseimas?</i></p> <p><b>Resolução das situações de tipo 1: (1h)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar aos estudantes que uma mesma situação será apresentada de 4 formas, cada forma de uma cor. Somente com o texto escrito (verde), com o texto escrito e um diagrama (amarelo), com o texto escrito e uma ilustração (branca) e com o texto escrito acompanhado do QRT (azul). Os estudantes devem, de maneira coletiva e consensual, decidir como fazer a escolha no grupo e resolver somente uma das formas.</li> <li>• Explicar que os grupos serão divididos em duas estações e cada estação estará resolvendo uma situação do mesmo tipo, depois trocarão. O QRT ficará montado nas estações para facilitar as trocas.</li> <li>• Disponibilizar aos grupos as quatro formas de representação dos enunciados das situações do tipo 1 (Apêndice B).</li> <li>• Pedir para os grupos apresentarem cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li> <li>• Após conclusão, recolher as folhas escolhidas e as descartadas e organizá-las em pastas separadas.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	<p>Data show, Livro: Mês de Junho tem São João. Estrelas feitas de material emborrachado nas cores vermelha, verde, azul, rosa e dourado. Dicionários. Folhas sulfite, folhas coloridas e cartolina. Trechos do livro impresso, lápis, borracha, lápis de cor, canetinha, tesoura, cola, fita adesiva.</p> <p>6 saquinhos plásticos contendo objetos mistos do kit do QRT.</p> <p>Objetos do primeiro exemplo: 7 maçãs; 4 algodões-doces; 1 chave; 1 interrogação; 1 placa do QRT.</p> <p>Objetos do segundo exemplo: 1 algarismo doze; 1 algarismo seis; 3 pirulitos; 2 setas; 1 interrogação; 1 placa do QRT.</p> <p>Pasta identificada com: situações resolvidas. Pasta identificada com: situações descartadas.</p> <p style="text-align: center;"><b>Para a resolução da situação 1.1: (Apêndice B).</b></p>

	<p>3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 1.1: 2 algarismos cinco; 2 meninos<sup>21</sup>; 2 menina<sup>22</sup>s; 1 chave; 1 interrogação; 1 placa do QRT.</p> <p>6 situações do tipo 1.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 1.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 1.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 1.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p style="text-align: center;"><b>Para a resolução da situação 1.2:</b> (Apêndice B).</p> <p>3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 1.2.: 1 algarismo quinze; 1 algarismo catorze; 2 pirulitos; 2 maçãs; 1 chave; 1 interrogação, 1 placa do QRT.</p> <p>6 situações do tipo 1.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 1.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 1.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 1.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p>
<p><b>Considerações do DUA</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1 – Otimize a escolha e a autonomia:</b> O planejamento oferece escolhas: nomes dos grupos, formas de representar o trecho, seleção da representação da situação (verde, amarela, branca, azul).</p> <p><b>7.3 – Cultive a alegria e a diversão:</b> Atividades culturais (festa junina), textos rimados, vídeos e manipulação do QRT.</p> <p><b>8.3 – Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva:</b> Organização de grupos heterogêneos, atividades coletivas, apresentações, conversas e negociações internas.</p> <p><b>8.4 – Promova pertencimento à comunidade:</b> Temática cultural brasileira (festa junina), roda de conversa sobre vivências pessoais, valorização da cultura popular.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>REPRESENTAÇÃO – Rede de reconhecimento</b></p> <p><b>1.2 – Promova múltiplas formas de perceber informações:</b> Uso de livro físico, vídeo, imagens impressas, objetos tridimensionais (QRT), enunciados em diferentes formatos.</p>

<sup>21</sup> O objeto escolhido para representar um personagem masculino nos enunciados das situações será identificado neste apêndice simplesmente como ‘menino’. A mesma figura poderá assumir diferentes papéis, como cavalheiro, professor, funcionário, estudante, entre outros, conforme o contexto.

<sup>22</sup> O objeto escolhido para representar um personagem feminino nos enunciados das situações será identificado neste apêndice simplesmente como ‘menina’. A mesma figura poderá assumir diferentes papéis, como: dama, professora, diretora, entre outros, conforme o contexto.

	<p><b>2.1 - Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem:</b> Discussões coletivas, consulta ao dicionário, explicação de símbolos do QRT, apoio na leitura do texto rimado.</p> <p><b>2.5 - Ilustre por meio de formas variadas de mídias:</b> Vídeo, livro, imagens impressas, ilustrações produzidas pelos próprios estudantes, apresentação oral e visual.</p> <p><b>3.1 - Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendizado</b> Roda de conversa inicial ativando experiências dos estudantes sobre festa junina e festas populares da região.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>AÇÃO E EXPRESSÃO – Redes estratégicas</b></p> <p><b>4.1 – Varie e respeite métodos de resposta, navegação e ação:</b> Grupos podem produzir texto, ilustração, dobradura, cartaz, representação no QRT; diferentes representações de enunciados.</p> <p><b>5.1 – Use várias mídias para comunicação:</b> Produções orais, escritas, visuais, manipulativas, dramatizadas.</p> <p><b>5.2 – Use vários recursos para construção e criatividade:</b> Escolha livre de materiais: cartazes, dobraduras, elementos culturais, imagens, QRT.</p> <p><b>5.3 – Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho:</b> Sequência de ensino por ordem de complexidade.</p> <p><b>6.2 – Antecipe e planeje desafios:</b> Grupos heterogêneos baseados no diagnóstico; diferentes níveis de apoio nas situações; mediação planejada com QRT.</p>

**Planejamento da segunda etapa: Revisão e Resolução das situações do tipo 2**

**Data:** 07/07/2025 **Duração:** 1h30min (2 aulas)

**Público-Alvo:** 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais

**Número de estudantes:** 27 estudantes

<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Revisar as resoluções anteriores e ativar conhecimentos prévios (<i>feedback</i>).</li><li>• Escolher colaborativamente entre diferentes tipos de representações.</li><li>• Resolver situações do tipo 2 de maneira coletiva.</li></ul>
<b>Procedimentos</b>	<p><b>Revisão e ativação de conhecimentos prévios: (30min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Informar os estudantes sobre a programação de atividades do dia (lista na lousa)</li><li>• Iniciar fazendo a revisão do que é o QRT e sua função.</li><li>• Revisar as duas situações trabalhadas no encontro anterior. Ouvir dúvidas e sugestões dos estudantes. Discutir como os estudantes fizeram as escolhas. Questionar se todos foram ouvidos e puderam opinar no grupo.</li><li>• Apresentar um terceiro exemplo de enunciado de situação (Apêndice C) e montar no QRT com auxílio dos estudantes.</li></ul> <p style="text-align: center;"><i>A tiara da Maitê tem 12 flores vermelhas e 18 flores amarelas. Quantas flores tem a tiara da Maitê?</i></p> <p><b>Organização dos grupos (15min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Organizar os mesmos 6 grupos da atividade anterior e separá-los em 2 estações.</li></ul> <p><b>Resolução de situações do tipo 2: (45min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Apresentar as situações do tipo 2 (Apêndice B) nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.</li><li>• Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li><li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 2, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 2.</li> <li>Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	<p>Objetos do terceiro exemplo: 1 algarismo doze; 1 algarismo dezoito; 1 flor vermelha; 1 flor amarela; 1 chave; 1 interrogação; 1 placa do QRT. Lápis e borracha. Pasta identificada com: situações resolvidas. Pasta identificada com: situações descartadas.</p> <p><b>Para a resolução da situação 2.1:</b> 3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 2.1: 1 algarismo dezesseis; 1 algarismo vinte e oito; 2 meninas; 1 chapéu; 1 chave; 1 interrogação; 1 seta; 1 placa do QRT. 6 situações do tipo 2.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 2.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 2.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 2.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 2.2:</b> 3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 2.2: 1 algarismo treze; 1 algarismo dezenove; 2 meninos; 1 chapéu; 1 chave; 1 interrogação; 1 seta; 1 placa do QRT. 6 situações do tipo 2.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 2.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 2.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 2.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p>
<b>Considerações do DUA</b>	<p><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1 - Otimize a escolha e a autonomia:</b> Grupos escolhem qual representação da situação resolver e como resolver.</p> <p><b>7.4 - Aborde preconceitos, ameaças e distrações:</b> Discussão sobre participação no grupo (“todos foram ouvidos?”) promovendo segurança e respeito nas interações.</p> <p><b>8.3 - Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva:</b> Participação de todos no processo de escolha e resolução.</p> <p><b>8.5 - Ofereça <i>feedback</i> orientado para a ação:</b> Revisão das situações anteriores, discussão de dúvidas e sugestões dos estudantes.</p>

	<p style="text-align: center;"><b>REPRESENTAÇÃO – Rede de reconhecimento</b></p> <p><b>1.2 - Promova múltiplas formas de perceber informações:</b> Situações apresentadas em quatro formatos; demonstração no QRT; revisão do conteúdo.</p> <p><b>2.1 - Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem:</b> Revisão das peças do QRT, explicação de novas situações, análise dos enunciados.</p> <p><b>3.1 - Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendizado:</b> Revisão das resoluções anteriores e retomada das situações.</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><b>AÇÃO E EXPRESSÃO – Redes estratégicas</b></p> <p><b>4.1 - Varie e respeite métodos de resposta, navegação e ação:</b> Estudantes decidem entre diferentes formas de representação (texto, diagrama, ilustração, QRT).</p> <p><b>5.1 - Use várias mídias para comunicação:</b> Uso de texto escrito, representações visuais, manipulação do QRT e discussões.</p> <p><b>5.3 - Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho:</b> Revisão, exemplo guiado no QRT, resolução em grupo por escolha, troca de estações.</p> <p><b>6.4 - Aprimore a capacidade de monitorar o progresso:</b> Revisão do dia anterior, discussão das escolhas, conferência coletiva das respostas no grupo.</p>
--	--

**Planejamento da terceira etapa: Resolução das situações do tipo 3 e 4 e decoração junina da sala de aula**

**Data:** 08/07/2025 **Duração:** 3h15min (4 aulas)

**Público-Alvo:** 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais

**Número de estudantes:** 27 estudantes

**Objetivos**

- Revisar as resoluções anteriores e ativar conhecimentos prévios (*feedback*).
- Escolher colaborativamente entre diferentes tipos de representações.
- Resolver situações do tipo 3 e 4 de maneira coletiva.
- Produzir e decorar a sala de aula com enfeites juninos.

**Procedimentos**

**Revisão e ativação de conhecimentos prévios: (30min)**

- Informar os estudantes sobre a programação de atividades do dia (lista na lousa)
- Iniciar fazendo a revisão das situações do tipo 2, resolvidas no encontro anterior. Ouvir dúvidas e sugestões dos estudantes. Discutir como os estudantes fizeram as escolhas. Questionar se todos foram ouvidos no grupo.

**Organização dos grupos (15min)**

- Organizar os mesmos 6 grupos da atividade anterior e separá-los em 2 estações.

**Resolução de situações do tipo 3: (Apêndice B) (45min)**

- Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.
- Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.
- Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.
- Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 3, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 3.
- Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.

**Resolução de situações do tipo 4: (45min)**

- Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.
- Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li> <li>• Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 4, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 4.</li> <li>• Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li> </ul> <p><b>Decoração da sala de aula (1h)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Manter os estudantes nos mesmos grupos e disponibilizar materiais variados, como papéis coloridos.</li> <li>• Apresentar modelos diversificados de balões, bandeirinhas e outros enfeites juninos.</li> <li>• Permitir que os estudantes façam suas escolhas de materiais e modelos.</li> <li>• Decorar a sala com os enfeites produzidos.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	<p>Lápis e borracha.  Pasta identificada com: situações resolvidas. Pasta identificada com: situações descartadas.</p> <p><b>Para a resolução da situação 3.1:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 3.1: 1 algarismo vinte e sete; 1 algarismo cinco; 3 maçãs; 1 menina; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 3.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 3.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 3.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 3.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 3.2:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 3.2: 1 algarismo trinta e dois; 1 algarismo três; 3 peixes; 1 menino; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 3.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 3.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 3.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 3.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 4.1:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 4.1: 1 algarismo dezesseis; 1 algarismo quatro; 3 bandeirinhas; 1 menina; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.</p>

	<p>6 situações do tipo 4.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 4.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 4.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 4.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 4.2:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 4.2: 1 algarismo vinte e um; 1 algarismo nove; 3 pirulitos; 4 meninas; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 4.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 4.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 4.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 4.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p>Materiais diversos para decoração: papéis coloridos, folha de emborrachado, papel dobradura, papel crepom, barbante, cola, grampeador, régua, fita adesiva.</p>
<p><b>Considerações do DUA</b></p>	<p><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1 - Otimize a escolha e a autonomia:</b> Estudantes escolhem qual versão da situação resolver e como resolver; escolhem materiais e modelos de decoração.</p> <p><b>7.3 - Cultive a alegria e a diversão:</b> Atividade final de decoração, uso de materiais coloridos, elementos festivos de cultura popular.</p> <p><b>8.3 - Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva:</b> Trabalho constante em grupos, conferência coletiva das resoluções, produção conjunta dos enfeites.</p> <p><b>8.5 - Ofereça <i>feedback</i> orientado para a ação:</b> Revisão das resoluções anteriores, discussão das escolhas e dúvidas dos grupos.</p> <hr/> <p><b>REPRESENTAÇÃO – Rede de reconhecimento</b></p> <p><b>1.2 - Promova múltiplas formas de perceber informações:</b> Situações apresentadas em quatro formatos; modelos variados de enfeites juninos; explicação, exemplos visuais e manipulativos.</p> <p><b>2.1 - Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem:</b> Revisão das situações do tipo 2; retomada de estratégias de leitura e interpretação.</p> <p><b>3.1 - Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendido:</b> Revisão do que foi aprendido nos dias anteriores; retomada das escolhas feitas nos grupos.</p>

**AÇÃO E EXPRESSÃO – Redes estratégicas**

**4.1 - Varie e respeite métodos de resposta, navegação e ação:** Escolha entre diferentes representações (texto, diagrama, ilustração, QRT) e diferentes maneiras de produzir decoração junina.

**5.1 - Use várias mídias para comunicação:** Resoluções escritas, representações visuais, manipulação de materiais, produção artística.

**5.2 - Use vários recursos para construção e criatividade:** Materiais variados (papéis, modelos), autonomia para elaborar enfeites.

**5.3 - Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho:** Revisão, resolução tipo 3, resolução tipo 4, atividade criativa final; troca de estações; monitoramento das resoluções pelos próprios grupos.

**6.4 - Aprimore a capacidade de monitorar o progresso:** Revisão das resoluções, conferência em grupo, discussão sobre participação e escolhas, registro e recolhimento organizado das produções.

**Planejamento da quarta etapa: *Feedback*, painel das percepções e resolução das situações do tipo 5 e 6**

**Data:** 10/07/2025 **Duração:** 4h (5 aulas)

**Público-Alvo:** 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais

**Número de estudantes:** 27 estudantes

<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Revisar as resoluções anteriores e ativar conhecimentos prévios (<i>feedback</i>).</li><li>• Identificar os critérios de escolhas e estratégias de resoluções das situações.</li><li>• Promover reflexão e autoavaliação sobre dificuldades, facilidades, preferências individuais e relacionamento com o grupo.</li><li>• Escolher colaborativamente entre diferentes tipos de representações.</li><li>• Resolver situações do tipo 5 e 6 de maneira coletiva.</li></ul>
<b>Procedimentos</b>	<p><b>Revisão e <i>feedback</i> (30min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Informar os estudantes sobre a programação de atividades do dia (lista na lousa)</li><li>• Iniciar fazendo a revisão das situações do tipo 3 e 4, resolvidas no encontro anterior. Resolver coletivamente na lousa. Acolher respostas dos estudantes. Ouvir dúvidas e sugestões dos estudantes. Discutir como os estudantes vem fazendo as escolhas. Questionar se todos foram ouvidos no grupo. Lembrar os estudantes que todos devem ler e resolver as situações.</li></ul> <p><b>Painel das percepções (30min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Solicitar aos estudantes que pensem nas dificuldades, facilidades, desafios, expectativas ou algo que haviam gostado do momento inicial da intervenção até o momento.</li><li>• Pedir que escolham uma palavra ou frase curta sobre o que lembraram.</li><li>• Distribuir um <i>post-it</i> para que os estudantes escrevam a sua palavra ou frase.</li><li>• Pedir que, individualmente cada estudante venha à frente e fale o que escreveu e cole no cartaz fixado ao quadro de giz. Caso algum estudante não se sinta desconfortável em falar, somente cole.</li></ul> <p><b>Resolução de situações do tipo 5 (Apêndice B): (45min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Organizar os seis grupos nos mesmos lugares das resoluções anteriores.</li></ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.</li> <li>• Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li> <li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li> <li>• Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 5, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 5.</li> <li>• Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li> </ul> <p><b>Resolução de situações do tipo 6: (45min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.</li> <li>• Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li> <li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li> <li>• Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 6, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 6.</li> <li>• Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	<p>Cartaz elaborado para os <i>post-its</i>, <i>Post-its</i> coloridos, canetinhas. Lápis e borracha.  Pasta identificada com: situações resolvidas. Pasta identificada com: situações descartadas.</p> <p><b>Para a resolução da situação 5.1:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 5.1: 1 algarismo vinte e quatro; 1 algarismo quarenta e nove; 3 bandeirinhas; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 5.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 5.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 5.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 5.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 5.2:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 5.2: 1 algarismo nove; 1 algarismo dezesseis; 3 carros; 1 menino; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.</p>

	<p>6 situações do tipo 5.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 5.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 5.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 5.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 6.1:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 6.1: 1 algarismo vinte e quatro; 1 algarismo oito; 3 peixes; 2 meninos; 1 menina; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 6.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 6.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 6.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 6.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 6.2:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 6.2: 1 algarismo vinte e um; 1 algarismo seis; 3 balões; 1 menina; 1 interrogação; 2 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 6.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 6.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 6.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 6.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p>
<p><b>Considerações do DUA</b></p>	<p><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1 - Otimize a escolha e a autonomia:</b> Estudantes escolhem qual representação das situações irão resolver.</p> <p><b>7.4 - Aborde preconceitos, ameaças e distrações:</b> Discussões sobre se todos foram ouvidos no grupo; espaço para dúvidas e sugestões.</p> <p><b>8.3 - Promova a colaboração, a interdependência e a aprendizagem coletiva:</b> Trabalho em grupo, conferência coletiva das resoluções, participação de todos nas decisões.</p> <p><b>8.5 - Ofereça <i>feedback</i> orientado para a ação:</b> Revisão coletiva no quadro; acolhimento de respostas; painel de percepções com reflexão coletiva.</p> <p><b>9.2 - Desenvolva a consciência de si mesmo e dos outros:</b> Painel das percepções promove autorreflexão, reconhecimento de emoções e pertencimento.</p>

	<p style="text-align: center;"><b>REPRESENTAÇÃO – Rede de reconhecimento</b></p> <p><b>1.2 - Promova múltiplas formas de perceber informações:</b> Situações apresentadas em quatro formatos; revisão visual no quadro; <i>post-its</i>; oralidade.</p> <p><b>2.1 - Esclareça vocabulário, símbolos e estruturas da linguagem:</b> Discussão das resoluções, leitura conjunta, verbalização de estratégias.</p> <p><b>3.1 - Conecte o conhecimento prévio ao novo aprendizado:</b> Revisão dos tipos 3 e 4 antes de avançar para 5 e 6; reflexão sobre dificuldades e facilidades.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>AÇÃO E EXPRESSÃO – Redes estratégicas</b></p> <p><b>4.1 - Varie e respeite métodos de resposta, navegação e ação:</b> Escolha entre quatro tipos de representação; possibilidade de falar, escrever, colar <i>post-it</i>, apenas colar caso não queira falar.</p> <p><b>5.1 - Use várias mídias para comunicação:</b> Post-its, oralidade, texto escrito, representações visuais das situações.</p> <p><b>5.3 - Desenvolva caminhos com suporte graduado para prática e desempenho:</b> Revisão guiada, painel individual, resolução em grupo, troca de estações.</p> <p><b>6.4 - Aprimore a capacidade de monitorar o progresso:</b> Revisão coletiva; painel de percepções; conferência das resoluções dentro do grupo.</p>

**Planejamento da quinta etapa: Resolução das situações do tipo 7 e 8 e autoavaliação**

**Data:** 11/07/2025 **Duração:** 3h15min (4 aulas)

**Público-Alvo:** 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais

**Número de estudantes:** 27 estudantes

<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Revisar as resoluções anteriores e ativar conhecimentos prévios (<i>feedback</i>).</li><li>• Escolher colaborativamente entre diferentes tipos de representações.</li><li>• Resolver situações do tipo 7 e 8 de maneira coletiva.</li><li>• Avaliar o uso do QRT no grupo</li><li>• Avaliar o uso do QRT individualmente</li></ul>
<b>Procedimentos</b>	<p><b>Revisão e <i>feedback</i> (15min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Informar os estudantes sobre a programação de atividades do dia (lista na lousa)</li><li>• Iniciar fazendo a revisão das situações do tipo 5 e 6, resolvidas no encontro anterior. Resolver coletivamente na lousa. Acolher respostas dos estudantes. Ouvir dúvidas e sugestões dos estudantes. Discutir como os estudantes vêm fazendo as escolhas. Questionar se todos foram ouvidos no grupo. Lembrar os estudantes que todos devem ler e resolver as situações.</li></ul> <p><b>Resolução de situações do tipo 7 (Apêndice B): (45 min)</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Organizar os seis grupos nos mesmos lugares das resoluções anteriores.</li><li>• Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.</li><li>• Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li><li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li><li>• Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 7, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 7.</li><li>• Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li></ul> <p><b>Resolução de situações do tipo 8 (Apêndice B): (45 min)</b></p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar as situações nos quatro tipos de representação e solicitar que decidam em grupo, qual resolver e como resolver.</li> <li>• Lembrá-los de apresentar cálculo numérico e resposta escrita na folha escolhida.</li> <li>• Reforçar que todos os estudantes do grupo deverão participar das escolhas, bem como conferir as resoluções.</li> <li>• Assim que todos concluírem a resolução da situação do tipo 8, passar recolhendo a folha escolhida por cada grupo, bem como as folhas que serão descartadas. Organizá-las em pastas separadas, para facilitar a análise dos dados. Proceder com a troca da estação para resolver a outra situação do tipo 8.</li> <li>• Após conclusão, recolher as escolhas e organizar, como na resolução anterior.</li> </ul> <p><b>Avaliação do QRT</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pedir a cada grupo que avalie o uso do QRT, podendo ser um relato ou escrito.</li> <li>• Apresentar ou ler para a turma.</li> </ul> <p><b>Autoavaliação (Apêndice D)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entregar uma autoavaliação impressa e solicitar a cada estudante que faça sua avaliação do QRT. As respostas poderão ser em formato de relato ou escrito. Questões: O QRT ajudou você a entender melhor o problema? O que foi mais fácil ou difícil ao usar o QRT? Você prefere resolver os problemas com texto, diagrama, ilustração ou QRT? Por quê?</li> </ul> <p><b>Autoavaliação com emojis (Apêndice D)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distribuir uma folha impressa com questões de múltipla escolha sobre a percepção pessoal sobre o uso e função do QRT.</li> </ul>
<b>Materiais e recursos</b>	<p>Lápis e borracha.  Pasta identificada com: situações resolvidas. Pasta identificada com: situações descartadas.</p> <p><b>Para a resolução da situação 7.1:</b>  3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 7.1: 1 algarismo doze; 1 algarismo trinta e três; 3 maçãs; 2 meninas; 1 interrogação; 3 setas; 1 placa do QRT.  6 situações do tipo 7.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 7.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 7.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 7.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p>

	<p><b>Para a resolução da situação 7.2:</b> 3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 7.2: 1 algarismo quinze; 1 algarismo vinte e quatro; 3 pirulitos; 1 menina; 1 interrogação; 3 setas; 1 placa do QRT. 6 situações do tipo 7.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 7.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 7.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 7.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 8.1:</b> 3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 8.1: 1 algarismo dezessete; 1 algarismo dezesseis; 3 flores; 1 menina; 1 interrogação; 3 setas; 1 placa do QRT. 6 situações do tipo 8.1 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 8.1 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 8.1 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 8.1 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p><b>Para a resolução da situação 8.2:</b> 3 saquinhos, cada um contendo os objetos das situações do tipo 8.2: 1 algarismo dezenove; 1 algarismo trinta e sete; 3 algodões-doces; 1 menina; 1 interrogação; 3 setas; 1 placa do QRT. 6 situações do tipo 8.2 impressas em folha verde (só escrito), 6 situações do tipo 8.2 impressas em amarelo (escrito com diagrama), 6 situações do tipo 8.2 impressas em folha branca (escrito com ilustração), 6 situações do tipo 8.2 impressas em folha azul (escrito com QRT montado).</p> <p>6 avaliações do grupo impressas. 27 autoavaliações impressas. 27 avaliações com <i>emojis</i> impressas (Apêndice D).</p>
<b>Considerações do DUA</b>	<p><b>ENGAJAMENTO – Redes afetivas</b></p> <p><b>7.1 - Otimize a escolha e a autonomia:</b> Grupos escolhem qual representação usar (texto, diagrama, ilustração ou QRT).</p> <p><b>7.4 - Aborde preconceitos, ameaças e distrações:</b> Revisão coletiva que acolhe dúvidas; discussão sobre se todos foram ouvidos.</p> <p><b>8.3 - Promova a colaboração e a aprendizagem coletiva:</b> Trabalho cooperativo na resolução dos tipos 7 e 8; conferência conjunta.</p> <p><b>8.5 - Ofereça <i>feedback</i> orientado à ação:</b> Revisão no quadro, comentários orais, devolutivas imediatas.</p> <p><b>9.2 - Desenvolva consciência de si mesmo e dos outros:</b> Autoavaliação escrita, relato e <i>emojis</i>.</p>

	<p style="text-align: center;"><b>REPRESENTAÇÃO – Rede de reconhecimento</b></p> <p><b>1.2 - Promova múltiplas formas de perceber informações:</b> situações apresentadas em quatro formatos; instruções orais e visuais.</p> <p><b>2.1 - Esclareça vocabulário e estruturas das linguagens:</b> Revisão oral das resoluções; leitura coletiva; discussão sobre estratégias.</p> <p><b>3.3 - Ative o conhecimento prévio para apoiar o novo:</b> Revisão dos tipos 5 e 6 antes de avançar para 7 e 8.</p>
	<p style="text-align: center;"><b>AÇÃO E EXPRESSÃO – Redes estratégicas</b></p> <p><b>4.1 - Varie métodos de resposta, navegação e ação:</b> Resposta oral, escrita, relato, desenho, escolha de representação.</p> <p><b>5.1 - Use múltiplas mídias para comunicação:</b> QRT, texto, ilustração, diagramas, oralidade, escrita, <i>emojis</i>.</p> <p><b>5.3 - Forneça suportes graduados para prática:</b> Revisão, resolução em grupo, nova estação.</p> <p><b>6.4 - Incentive monitoramento do próprio progresso:</b> Autoavaliação, relato sobre uso do QRT, reflexão sobre preferências</p>

## APÊNDICE B

### INSTRUMENTO DE PESQUISA: SITUAÇÕES

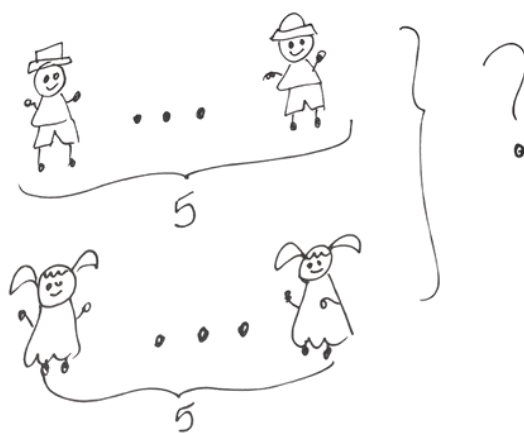
TIPO 1- Protótipo: Composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido.

#### Situação 1.1

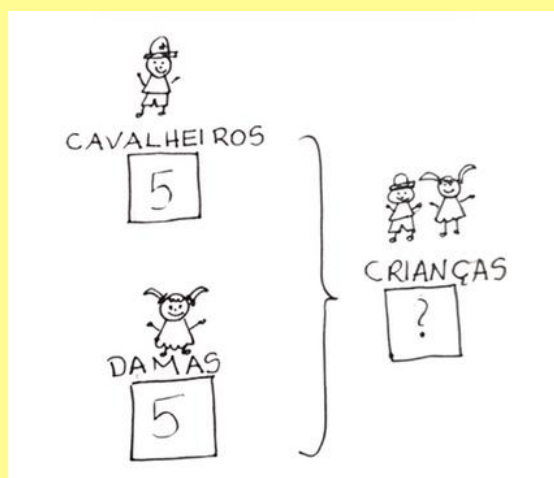
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM 5 CAVALHEIROS E 5 DAMAS.  
NA QUADRILHA DA ESCOLA DANÇARAM QUANTAS CRIANÇAS?

Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama



TE + QRT



TIPO 1- Protótipo: Composição com as partes conhecidas e o todo desconhecido

Situação 1.2

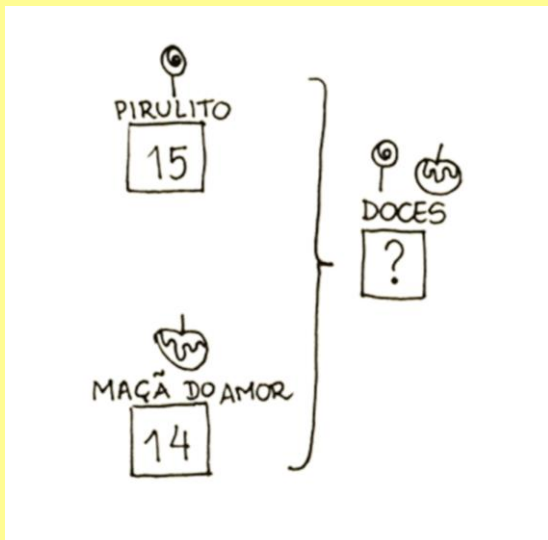
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM 15 PIRULITOS E 14 MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TEM QUANTOS DOCES?

Texto escrito (TE)

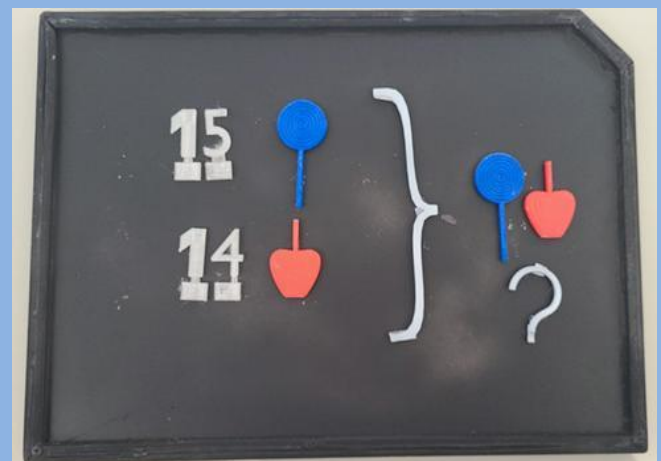
TE + Ilustração



TE + Diagrama



TE + QRT



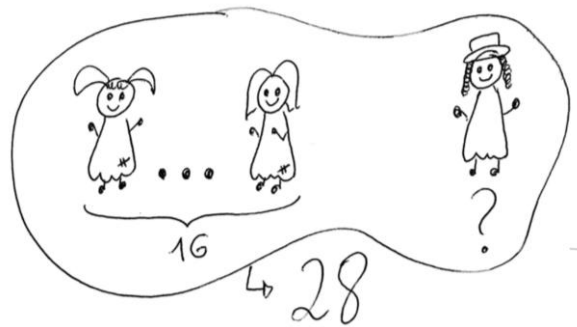
TIPO 2- 1ª extensão: Composição com uma parte e o todo conhecidos

Situação 2.1

NA QUADRILHA CHEGARAM 28 DAMAS.  
SABENDO QUE 16 DAMAS NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTAS DAMAS ESTÃO USANDO CHAPÉU?

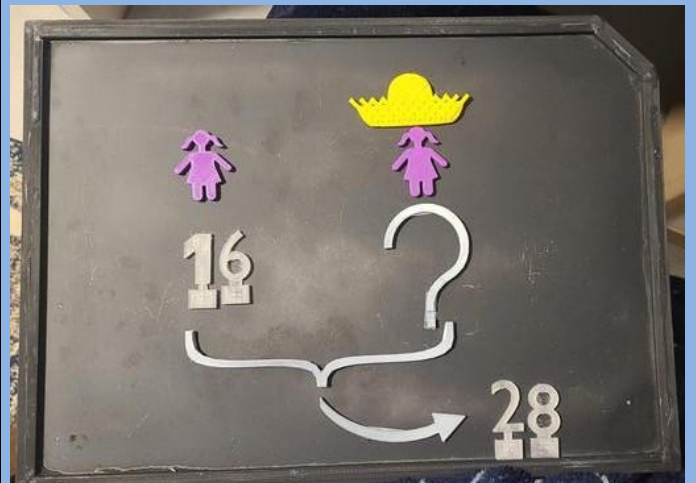
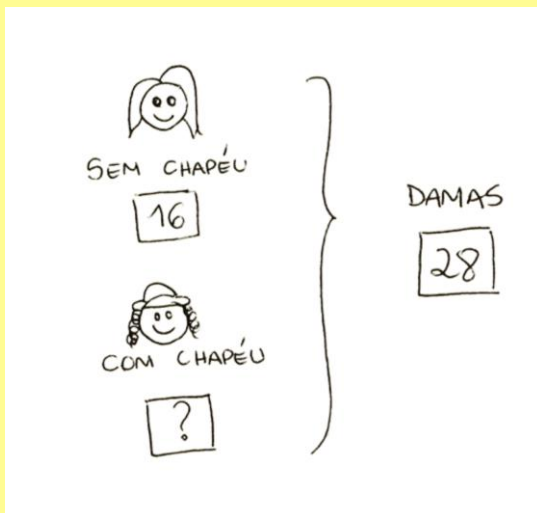
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



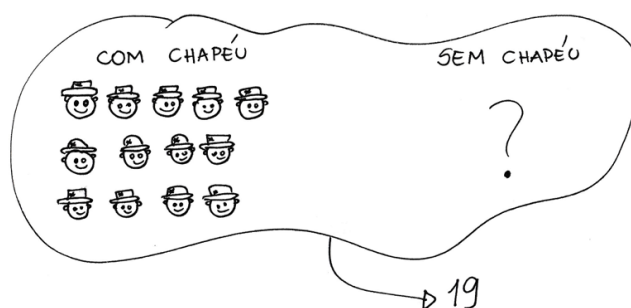
TIPO 2- 1ª extensão: Composição com uma parte e o todo conhecidos

Situação 2.2

NA FESTA JULINA DA ESCOLA VIERAM 19 ESTUDANTES.  
13 ESTUDANTES ESTÃO USANDO CHAPÉU.  
QUANTOS ESTUDANTES NÃO ESTÃO USANDO CHAPÉU?

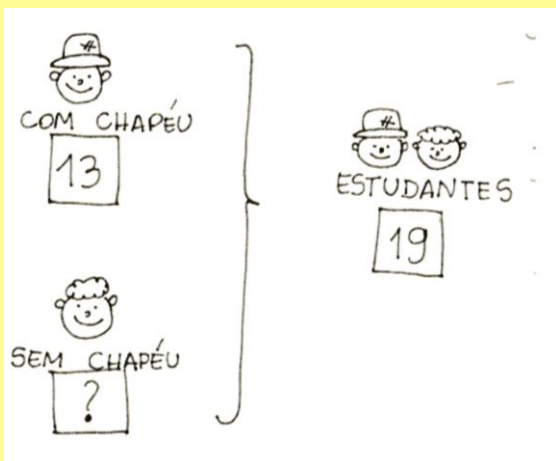
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



TIPO 3 - Protótipo: Transformação positiva com o estado final desconhecido

Situação 3.1

A BARRACA DOS DOCES TINHA 27 MAÇÃS DO AMOR.  
A PROFESSORA ALICE TROUXE PARA A BARRACA DOS DOCES 5 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

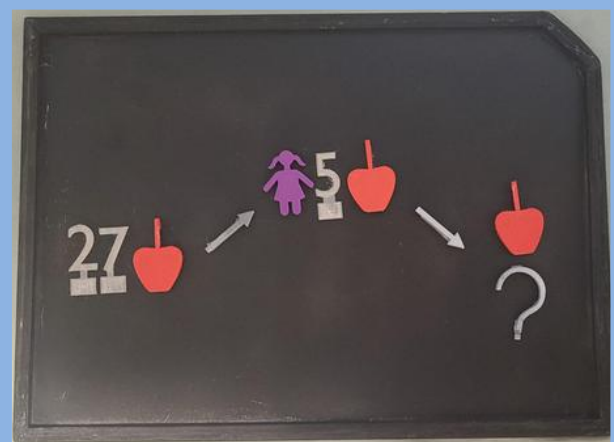
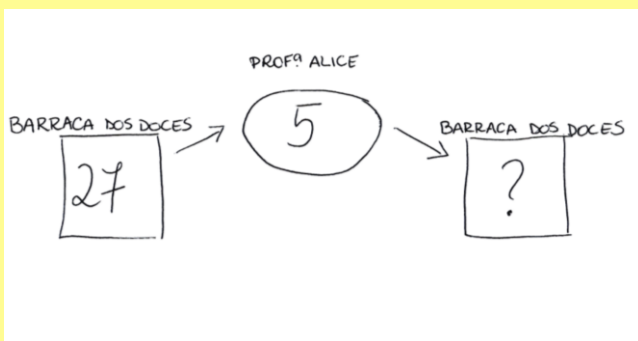
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



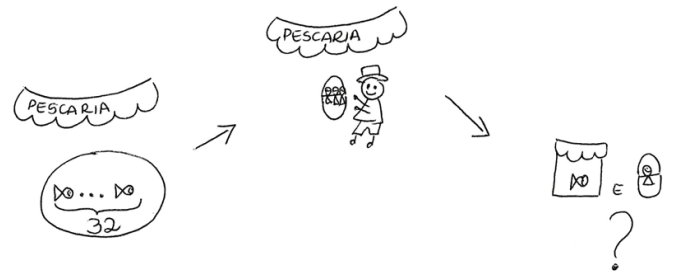
TIPO 3 - Protótipo: Transformação positiva com o estado final desconhecido

Situação 3.2

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 32 PEIXES.  
A BARRACA DA PESCARIA GANHOU 3 PEIXES DO PROFESSOR LUIS.  
A BARRACA DA PESCARIA FICOU COM QUANTOS PEIXES?

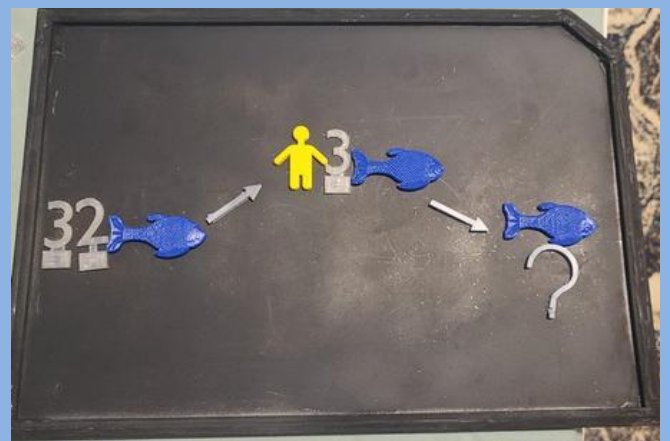
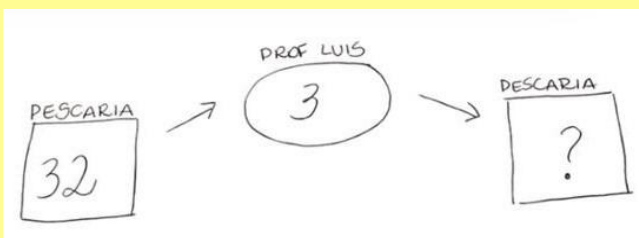
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



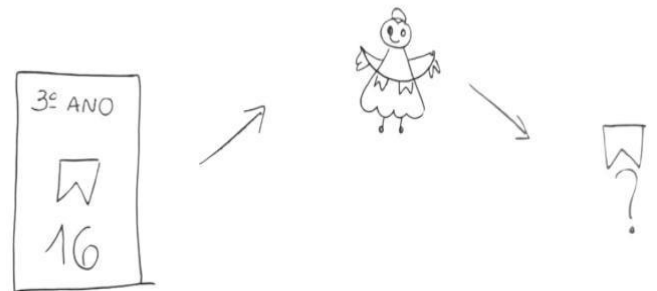
TIPO 4 - Protótipo: Transformação negativa com o estado final desconhecido

Situação 4.1

A PORTA DO TERCEIRO ANO TINHA 16 BANDEIRINHAS.  
A PROFESSORA PEGOU 4 BANDEIRINHAS E LEVOU PARA A SALA DO PRIMEIRO ANO.  
A PORTA DO TERCEIRO ANO FICOU COM QUANTAS BANDEIRINHAS?

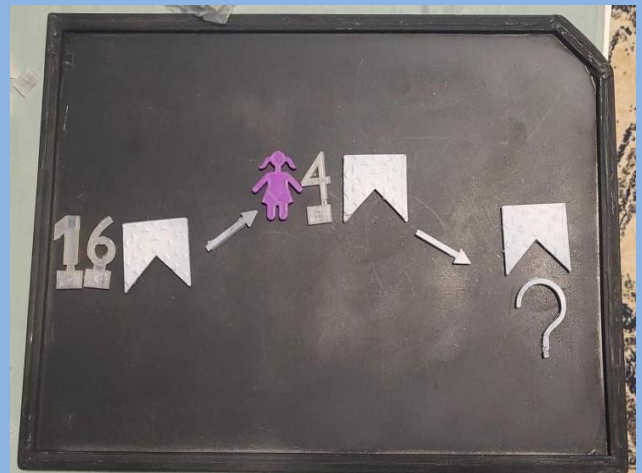
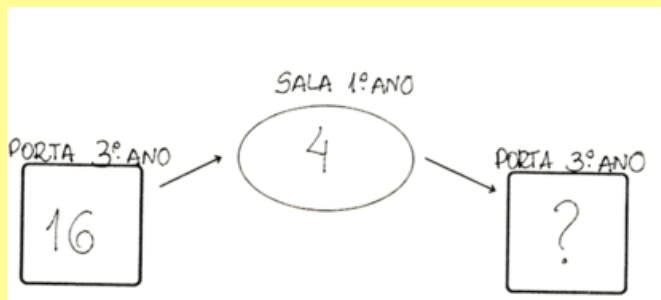
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



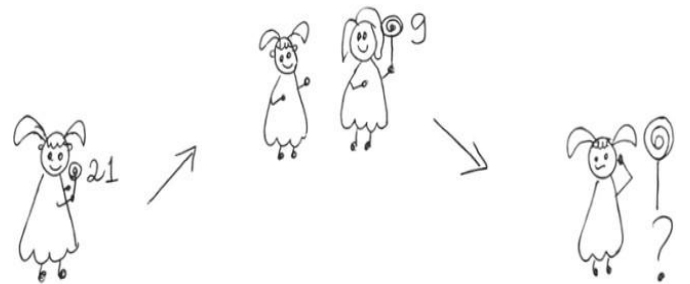
TIPO 4 - Protótipo: Transformação negativa com o estado final desconhecido

Situação 4.2

CAMILA TINHA 21 PIRULITOS.  
CAMILA DEU 9 PIRULITOS PARA SUA IRMÃ MARIA.  
CAMILA FICOU COM QUANTOS PIRULITOS?

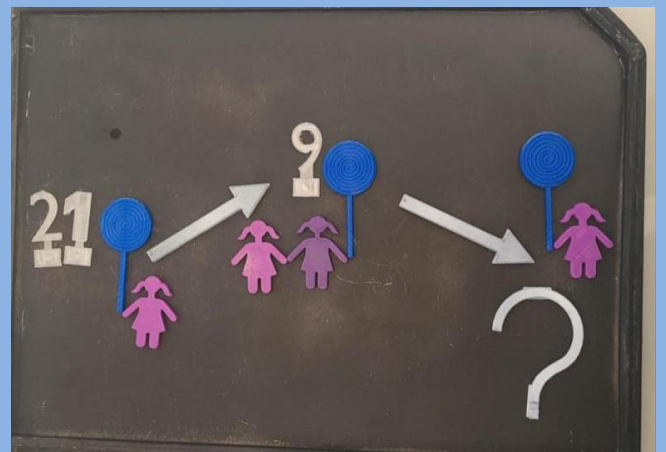
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



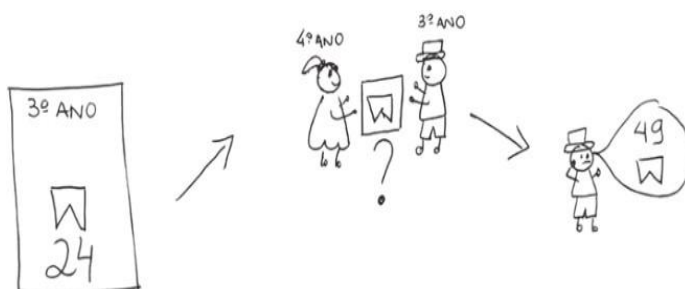
TIPO 5 - 1ª extensão: Transformação desconhecida com estado final > estado inicial

Situação 5.1

O TERCEIRO ANO TINHA 24 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU ALGUMAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO.  
UM ESTUDANTE CONTOU E VIU QUE TINHA 49 BANDEIRINHAS.  
O TERCEIRO ANO GANHOU QUANTAS BANDEIRINHAS DO QUARTO ANO?

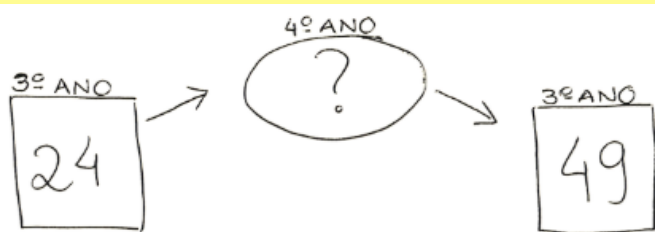
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



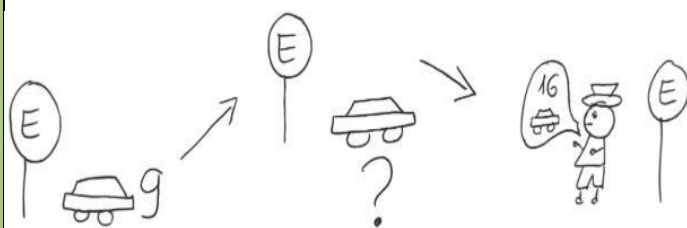
TIPO 5 - 1ª extensão: Transformação desconhecida com estado final > estado inicial

Situação 5.2

O ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ TINHA 9 CARROS.  
NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ CHEGARAM ALGUNS CARROS.  
UM FUNCIONÁRIO CONTOU E VIU QUE TINHA 16 CARROS NO ESTACIONAMENTO.  
QUANTOS CARROS CHEGARAM NO ESTACIONAMENTO DO ARRAIÁ?

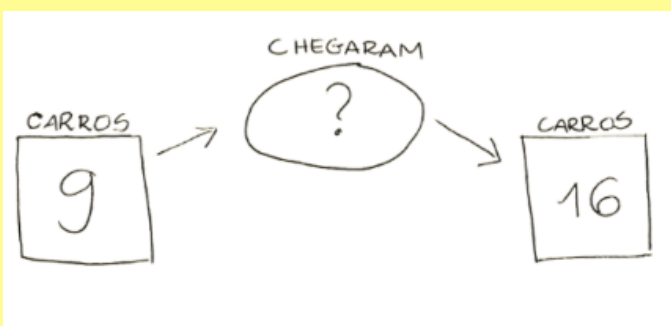
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



TIPO 6 - 1ª extensão: Transformação desconhecida com estado final < estado inicial

Situação 6.1

A BARRACA DA PESCARIA TINHA 24 PEIXES.  
AS CRIANÇAS PESCARAM ALGUNS PEIXES NA BARRACA DA PESCARIA.  
UMA PROFESSORA CONTOU E VIU QUE FICARAM 8 PEIXES.  
QUANTOS PEIXES FORAM PESCADOS NA BARRACA DA PESCARIA?

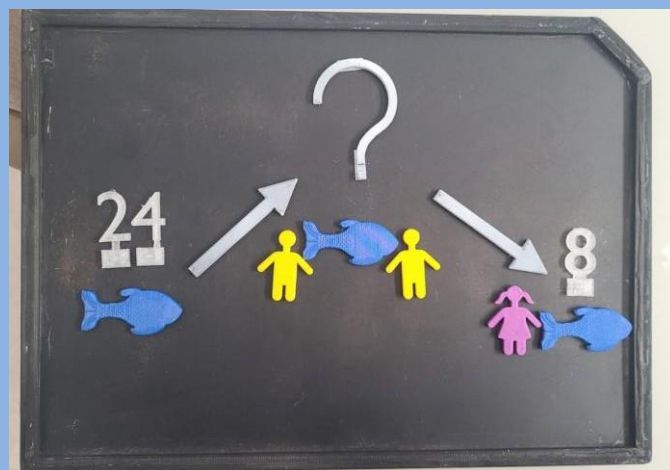
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



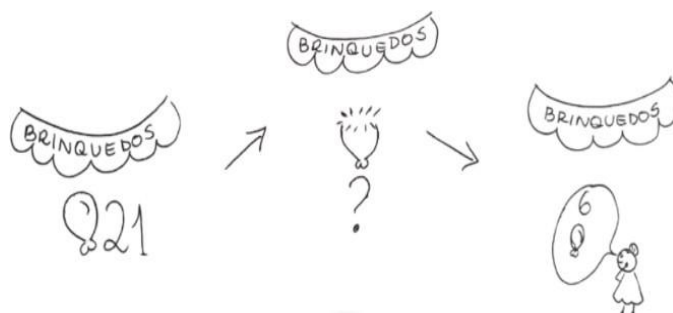
TIPO 6 - 1ª extensão: Transformação desconhecida com estado final < estado inicial

Situação 6.2

A BARRACA DOS BRINQUEDOS TINHA 21 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM ALGUNS BALÕES. A  
PROFESSORA ANA CONTOU E VIU QUE RESTARAM 6 BALÕES.  
NA BARRACA DOS BRINQUEDOS ESTOURARAM QUANTOS BALÕES?

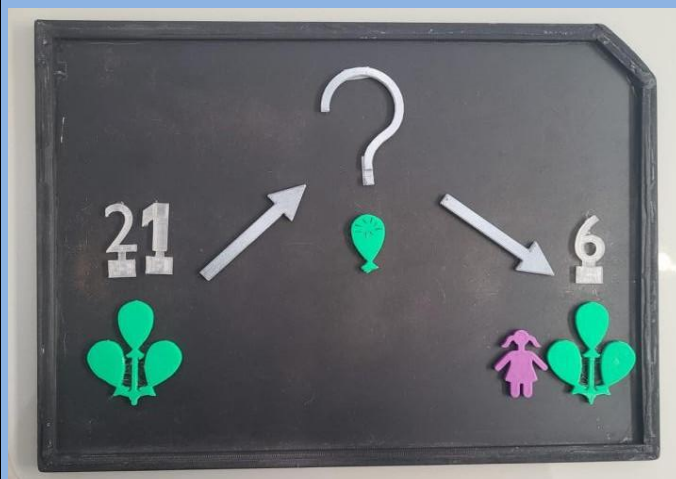
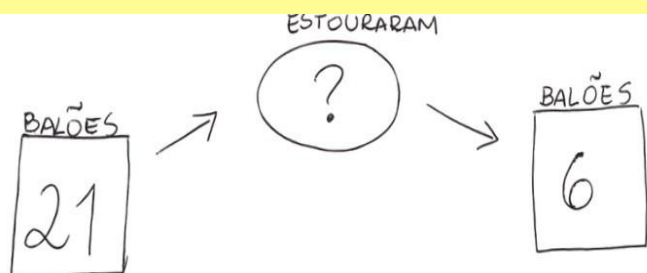
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



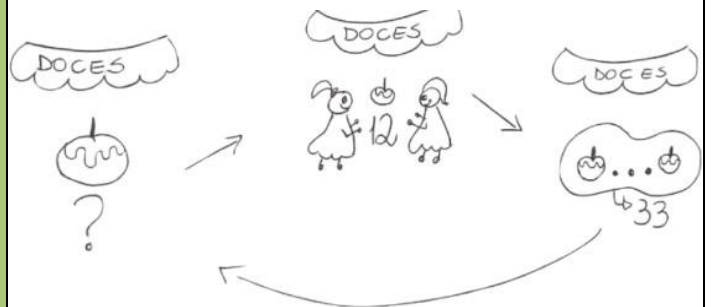
# TIPO 7 - 4ª extensão: Transformação positiva conhecida

## Situação 7.1

A BARRACA DOS DOCES TINHA ALGUMAS MAÇÃS DO AMOR.  
NA BARRACA DOS DOCES AS MÃES TROUXERAM 12 MAÇÃS DO AMOR NOVAS.  
A BARRACA DOS DOCES FICOU COM 33 MAÇÃS DO AMOR.  
A BARRACA DOS DOCES TINHA QUANTAS MAÇÃS DO AMOR?

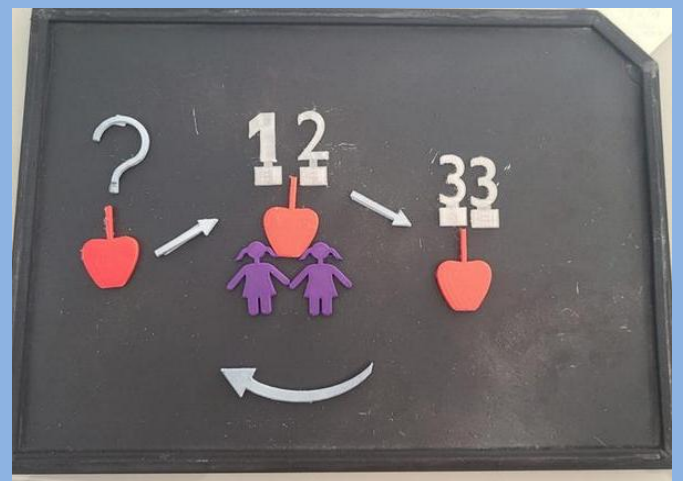
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



TIPO 7 - 4ª extensão: Transformação positiva conhecida

Situação 7.2

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS PIRULITOS.  
A DIRETORA TROUXE PARA A BARRACA DAS GULOSEIMAS 15 PIRULITOS NOVOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 24 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS PIRULITOS?

Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama



TE + QRT



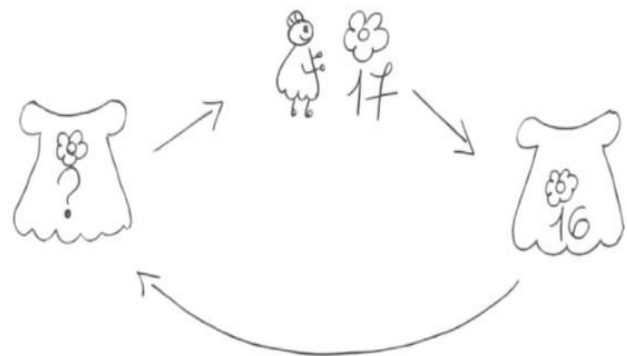
TIPO 8 - 4ª extensão: Transformação negativa conhecida

Situação 8.1

O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA ALGUMAS FLORES.  
A MÃE DE LAURA RETIROU 17 FLORES DO VESTIDO CAIPIRA.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA FICOU COM 16 FLORES.  
O VESTIDO CAIPIRA DE LAURA TINHA QUANTAS FLORES?

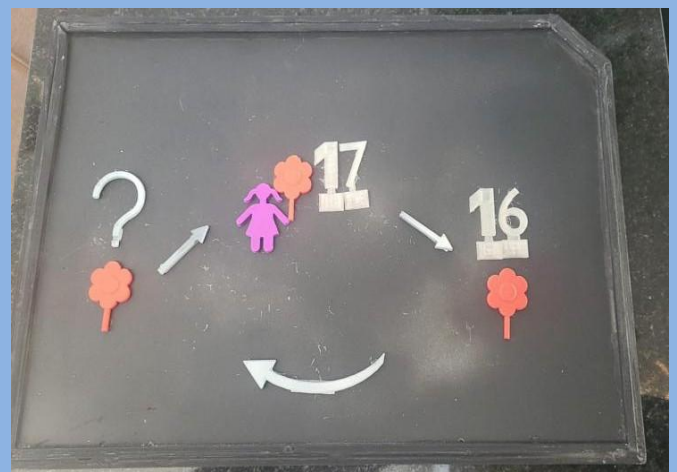
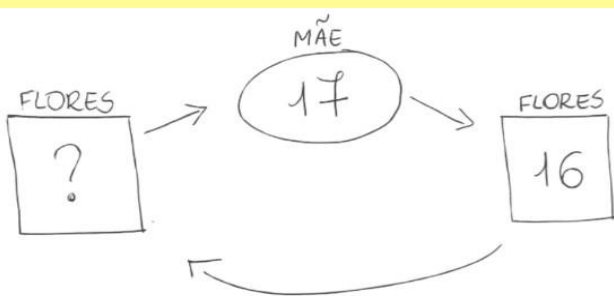
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT



TIPO 8 - 4ª extensão: Transformação negativa conhecida

Situação 8.2

A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA ALGUNS ALGODÕES-DOCES.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 19 ALGODÕES-DOCES PARA A PROFESSORA ALINE.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS FICOU COM 37 ALGODÕES-DOCES.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA QUANTOS ALGODÕES-DOCES?

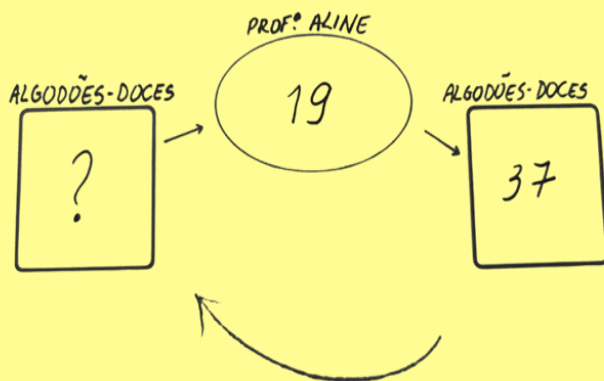
Texto escrito (TE)

TE + Ilustração



TE + Diagrama

TE + QRT

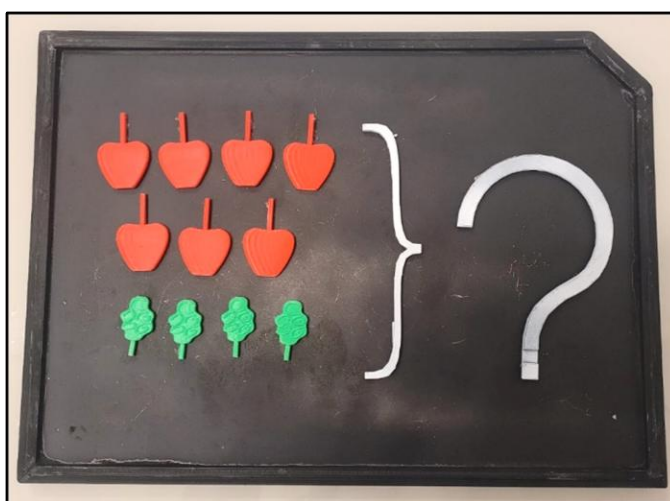


## APÊNDICE C

### EXEMPLOS DE SITUAÇÕES MONTADAS DURANTE O PRIMEIRO CONTATO DOS ESTUDANTES COM O QRT

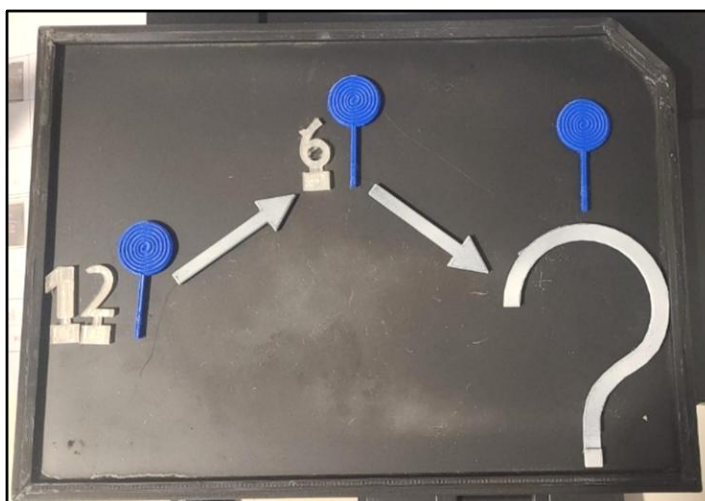
Exemplo 1:

O TERCEIRO ANO TEM 7 MAÇÃS DO AMOR E 4 ALGODÕES-DOCES.  
QUANTOS DOCES O TERCEIRO ANO TEM?



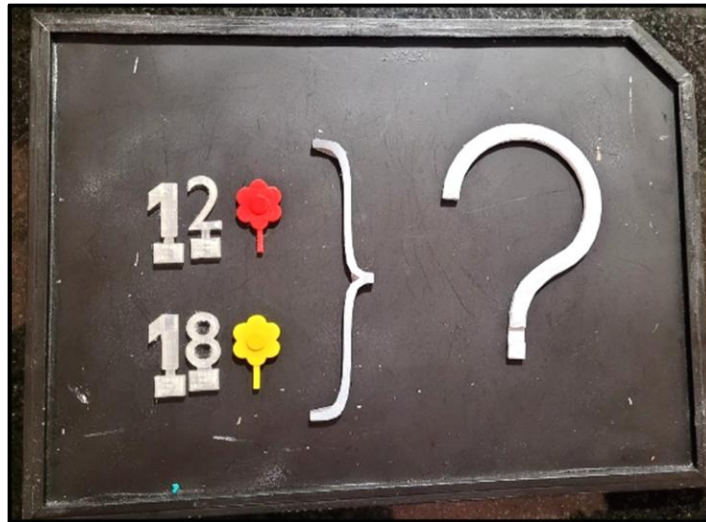
Exemplo 2:

NA BARRACA DAS GULOSEIMAS TINHA 12 PIRULITOS.  
A BARRACA DAS GULOSEIMAS VENDEU 6 PIRULITOS.  
QUANTOS PIRULITOS FICARAM NA BARRACA DAS GULOSEIMAS?



Exemplo 3:

A TIARA DA MAITÊ TEM 12 FLORES VERMELHAS E 18 FLORES AMARELAS.  
QUANTAS FLORES TEM A TIARA DA MAITÊ?



## APÊNDICE D

### AUTOAVALIAÇÃO POR ESCRITO OU ORAL


ESTUDANTE: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_

O QRT AJUDOU VOCÊ A ENTENDER MELHOR O PROBLEMA?






O QUE FOI MAIS FÁCIL OU MAIS DIFÍCIL AO USAR O QRT?


VOCÊ PREFERE RESOLVER OS PROBLEMAS COM TEXTO, DIAGRAMA, ILUSTRAÇÃO OU COM O QRT? POR QUÊ?






ESTUDANTE: \_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_

 AUTOAVALIAÇÃO – COMO FOI USAR O QRT?





1. ENTENDI A SITUAÇÃO-PROBLEMA COM A AJUDA DO QRT:

-  ENTENDI TUDO
-  ENTENDI QUASE TUDO
-  ENTENDI MAIS OU MENOS
-  FIQUEI COM DÚVIDAS




2. CONSEGUI ORGANIZAR AS IDEIAS COM O QRT:

-  SIM, AJUDOU BASTANTE
-  MAIS OU MENOS
-  TIVE QUE MUDAR VÁRIAS VEZES
-  NÃO CONSEGUI USAR BEM

3. ME SENTI ASSIM USANDO O QRT:

-  FELIZ / ANIMADO(A)
-  CONFUSO(A), MAS TENTEI
-  COM DIFICULDADE
-  NÃO GOSTEI

4. QUERO USAR O QRT DE NOVO?

-  SIM!
-  TALVEZ
-  PREFIRO OUTRA FORMA